方法论全书

（Ⅲ）

自然科学方法

李志才　主编



南京大学出版社


ISBN 7-305-02662-X
9 787305 026621 >
ISBN 7-305-02662-X
Z·54 定价:40.00元

方法论全书

（III）

自然科学方法

李志才　主编

南京大学出版社

1995·南京

（苏）新登字011号

方法论全书（Ⅱ）
自然科学方法
李志才　主编
南京大学出版社出版
（南京大学校内　邮编 210093）
江苏省新华书店发行　　阜宁印刷厂印刷
开本850×1168　1/32印张35.875　字数　932千
1995年4月第1版　　1995年4月第1次印刷
印数1—1500
ISBN7-305-0[illegible]62-X／Z·54
定价 40.00 元
（南大版图书若有印、装错误可向承印厂退换）

《方法论全书》(Ⅲ)《自然科学方法》卷

工作人员名单

全书顾问　莫绍揆　冯　契

全书主编　李志才

本卷学科主编　徐龙道　郑毓信　张之沧　邹进上　袁传宓

本卷撰稿人　（以学科排列先后为序）

李志才　孙显元　张　彦　郑毓信
陈华钧　孙慧澄　苗东升　胡宣达
莫绍揆　张之沧　徐龙道　金　新
范北辰　阮慎康　胡中为　邹进上
吴平生　任启江　袁传宓　张慰丰
常　青　苗文科

全书责任编辑　时惠荣

本卷责任编辑　王兆先

本卷说明

《方法论全书》共10卷，其中第1卷为《哲学逻辑学方法》；第2卷为《应用逻辑学方法》；第3卷为《自然科学方法》；第4卷为《工程技术方法》；第5卷为《人工智能方法》；第6卷为《社会科学方法》；第7卷为《符号学文艺学方法》；第8卷为《管理方法》；第9卷为《方法论历史》；第10卷为《方法论现代信息》。

本书是第3卷《自然科学方法》。其中包括“方法论原理”、“系统科学方法”、“复杂性科学方法”、“数学方法”以及物理学、化学、天文学、大气科学、地理学、地质学、生物学、医学、体育等各实证学科方法。在各科正文之后，皆附有参考文献，以供研究参考；在全卷最后附有各科的术语、人名索引，以供检索。

《方法论全书》总序

人类社会文明发展史表明，文明的发生、发展，主要是靠认识世界和改造世界的能力，而这种能力的主要标志是经验和科学技术以及运用经验和科学技术的方法系统。经验和科学技术，一旦转化为方法系统，就具有了控制世界和改造世界的创造性功能，就可以转化为直接生产力。因此，历代哲学家和科学家，都特别重视方法系统的研究。古希腊哲学和科学的代表人物亚里士多德，就特别重视方法论的研究，他最早创立了系统的方法论著作《工具论》。他为适应当时科学研究的需要，总结概括了当时在数学、几何学、语言学等科学材料中的思维实际经验，创立了古典的形式逻辑系统，并把它定义为关于科学研究的方法和原则的科学，关于证明的科学。近代实证科学的鼻祖培根，总结了文艺复兴以后的近代科学活动经验，著就了《新工具》，他提出了“知识就是力量”的名言；并提出了完整的归纳方法系统。笛卡儿根据自己对数学以及当时其他科学等研究经验，著就了有关如何运用理性的《方法谈》。黑格尔总结了历代哲学发展的历史以及当时出现的综合性科学材料，著就了《逻辑学》，创建了系统的辩证方法。马克思、恩格斯批判继承了黑格尔的辩证法，建成了唯物辩证方法，为人们认识世界和改造世界提供了科学的方法论基础。近现代科学大家们，也特别重视方法论的研究和运用，他们都在自己的研究科学的过程中，运用了适于自己需要的方法系统，并且都对方法论做出了这样那样的贡献。进化论的创建者达尔文在其物种进化的研究中，广泛地运用了选题法、观察法、比较法、

分类法、实验法、归纳法与演绎法，还特别着重强调和运用了历史方法。他说："如果一位自然学者，对生物的亲缘关系、胚胎关系、地理分布、地质演替，以及其他此类事实加以思考，那末，我们很可能推想得到，物种和变种一样，是从其他物种所传下来的，而不是分别地创造出来的。这样的结论，即使很有根据，但如不能说明地球上的无数生物，怎样经历变异而获得了这样完善的，不禁使人赞赏的构造和相互适应，仍是难以令人满意。"①伟大的高级神经活动生理学家巴甫洛夫在其创造性的研究中，特别强调方法的意义，并且很重视逻辑方法与实验方法相结合，很注重预见性的方法。他说："自然科学是最好的应用逻辑学；在这里，精神过程的正确与否，要以获得的结果是否可以用来确实无讹地预见各种现象为准绳。此外，在自然科学中，创立方法，研究某种重要的实验条件，往往要比发现个别事实更有价值。"②伟大的相对论创始人爱因斯坦，更特别重视方法问题，而且很强调逻辑简单性方法。他说："科学的目的，一方面是尽可能完备地理解全部感觉经验之间的关系，另一方面是通过最少个数的原始概念和原始关系的使用来达到这个目的（在世界图像中尽可能地寻求逻辑的统一，即逻辑原素最少）。"③当代著名的系统科学家贝塔朗菲很强调方法的革新和创造，并且创建了具有广泛效应的系统科学方法论。他说："古典科学的程序是把观察到的现象分解为孤立的诸因素，然后把这些因素（在实践上或理论上）综合起来，表现观察到的现象。经验表明，这各个部分和因果链条的分离，以及对它们的总结和重叠情况在广泛地发生作用。但是，在所有的科学中都有一类更难的问题提出来。我们面对着整体、有组织化、多因素和多过程的相互作用，

①物种起源，第9页，科学出版社，1972。

②巴甫洛夫全集，第1卷，第28页，人民卫生出版社，1959。

③爱因斯坦文集，第1卷，第508页，商务印书馆，1976。

各种系统（随便你选用哪种辞句来表达）等情况，它们在本质上是非加法的，因而不能用分析方法予以适当处理。你不能把它们分离为孤立的因素和因果系列。与古典科学的探讨比较，无论是原子核问题，生命系统或商业机构问题，它们需要新的概念、模型和方法。”①这些科学家们的科学实践，为我们做出了有力地运用科学方法的典范，并创造了许多有价值的方法。其他许多有重大成就的科学家们，也都如此。这一点是带有普遍性的，无须一一列举。

如今的时代，是个信息时代、智能时代，是个“知识爆炸”时代，是个人类理性高度发展的时代。在这个时代里，人的一切活动，都需要科学技术的武装，特别是需要方法论理念系统的武装。过去历史上的那种盲目性地摸索，仅靠经验来指导活动的办法，无论是对现代科学活动，对社会实践甚至日常生活实践，都已无济于事了，面对广袤无垠的宇宙和深邃的微观世界，面对社会性的经济的政治的军事的以及各种工程技术等等的庞大复杂的系统，人们想要认识它们，控制、改造它们，就必须运用符合其本质特征和发展规律的科学方法系统，这是时代的需要，是必须及时予以满足的迫切需要，可以说，这是时代的绝对律令。然而，从当今的科学技术、社会实践的实际情况来看，这种迫切要求，还远远没有得到满足。虽然历代哲学家和科学家们，已经创造了许多有价值的方法系统，甚至在某些方面还是很成功的，对当今需要来说，也是很有应用价值的，但总的来看，还是相距甚远，这表现在如下两个大的方面：

第一，绝大多数的现代实证科学及其分支，尚不具备完整的方法论理论系统，已有的一些方法，包括科学大家们所创造的一些方法，仍属东麟西爪、杂陈无章的。这种状况，与飞速发展、

①冯·贝塔朗菲，开放系统的模型、自然科学哲学问题，1981年第3期，第10—11页。

处在急剧革新的现代科学技术和社会实践来说，很不相称。由于缺乏有效的方法系统，许多宝贵的时间和精力，白白地浪费掉了，而且往往要走许多弯路，甚至常常陷于莫须有的失败。这就很需要广大的科学技术工作者以及各种实践活动家，与方法论工作者共同合作，总结已有的方法材料，以及成功的和失败的各种现实经验材料，概括出适用于各种实证学科（包括自然科学的、社会科学的、文艺科学的）和工程技术及其他社会实践的具体实证性的方法理论系统。以满足现实的迫切需要。

第二，各种方法系统，同人的活动一样，是有机地联系着的，孤立的散乱的方法系统，“只见树木，不见森林”，既不能深刻地揭示自身的本质特征和规律，也不能与其他方法形成互补网络关系，因而不能充分发挥作用。因此，很需要在创建各种实证学科的、工程技术的各个具体学科、门类方法论的基础上，构建起方法论总体大系统。这种方法论总体大系统，一方面可以科学地揭示各种方法论分支系统的实质、功能、地位和作用，从而有利于具体应用，充分发挥其作用；另一方面，可以展现各个分支系统的层次性、有机关联性，从而为方法的移植和开拓，创造新的方法，提供科学的类比基础，可以加速方法系统的完善和发展；同时也为综合地选用方法网络，提供必要的条件。可是，就现在的方法理论实际来看，这样的方法论总体系统尚不存在，而客观上这种方法大系统却特别需要。

从上列实际需要情况来看，创建各种方法论的分支系统及其总体大系统，是完全必要的；并且从科学是否成熟的标准来看，只有建成这种方法论总体大系统，方法理论才真正具备了标准的科学形态。那么，有无可能呢？我们认为是可能的。根据有如下几点：

首先，历史上许多哲学家和科学家们已为我们提供了一定的方法论成果，这包括一些哲学方法和实证科学方法以及工程技术方法。我们可以立足于现代科学技术以及社会实践的水平和需

要，加以提炼、改造，使之系统化、科学化，把它们纳入到现代科学的方法论系统中来。其次，现代科学技术、社会实践，已经提供了大量的新鲜的丰富的现代方法材料。我们可以从现代方法论的高度上来搜集、整理、加工、概括，使之系统化、科学化、将之纳入方法论系统中来。再次，把历史的、现实的方法材料、方法理论综合起来，进行科学的分类处理，运用分析与综合的统一方法，按照逻辑的与历史的一致的原则，分别地建立起各个分支学科方法论，并且在此基础上，按照各种方法论的结构和功能层次，建构起整体方法论大系统。

当然，把上述理想变为现实，是需要条件的。这就需要广泛地组织起各种实证科学工作者和工程技术工作者以及哲学、方法论工作者，发挥他们的积极性和创造性，进行通力合作，潜心地扎实地进行研究。中国的科学技术工作者，社会科学、人文科学工作者，哲学、方法论工作者的队伍是广大的，他们既有这方面的积极性和创造性，又有公认的刻苦钻研精神，并且中国科学发展史以及现实的许多国际科学活动，都充分证明了，中国人的理论思维能力是比较强的。他们完全有条件胜任这项方法论体系的创建工程，为方法理论建设做出贡献，为加速社会文明的发展做出贡献。

基于上述这些认识，我们已经在1987年就组织了起来，计划通过10年的艰苦工作，著就约1000余万字、10卷本的《方法论全书》。其中第1卷是《哲学逻辑学方法》，第2卷是《应用逻辑学方法》，第3卷是《自然科学方法》，第4卷是《工程技术方法》，第5卷是《人工智能方法》，第6卷是《社会科学方法》，第7卷是《符号学文艺学方法》，第8卷是《管理方法》，第9卷是《方法论历史》，第10卷是《方法论现代信息》。这10卷书，有论有史，以论为主，史论结合，运用了大量的现实的以及历史的材料，著成包括各个方法论分支系统与整体大系统在内的方法论系列著作。这10卷本的编排，主要是以相

近学科的联系性为出发点，同时也是为了便于应用。10卷本的划分，并不直接等于方法论体系分类。按《方法论全书》的科学分类来看，它包括五个有机联系的层次系统：第一层次为方法论原理。在此原理中，论述了方法的结构和本质特征、方法与方法论的发生和发展、方法与方法论类型、方法与方法论的评价和选用等一系列原理问题。这些原理贯穿于其下属各个层次的方法论之中。第二个层次为哲学方法论、逻辑学方法论、心理学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法论。这个层次的方法论，都具有普遍的应用性。虽然它们所研究的方法内容以及所提供的方法系统不同，但它们都对各大学科领域方法以及各实证学科方法和工程技术方法，普遍具有应用价值。第三层为三大学科领域的方法论，即自然科学方法论、社会科学方法论和文艺学方法论。它们是从各自的学科领域内的各具体实证学科方法和工程技术方法中，概括出来的方法论系统，又分别适用于它们各自的各种学科和工程技术。它们也带有较广的应用性。第四个层次是各大学科领域的各种实证科学方法论，也包括各实证科学的分支学科方法论。它们的应用范围基本上在本学科之内，但亦可在相关情况下，互相引进和移植。第五个层次，是各种工程技术方法论，其中也包括一些各种应用技术科学方法，而其主要内容是工程技术方法。工程技术方法，是科学技术转化为直接生产力的方法系统。一切工程技术的发明创造、产品的生产和开发，包括一切精神产品（例如诗歌、音乐等）的生产和开发，都要直接运用这个层次的方法。因此，这个层次的方法，是最生动最活跃的方法层次，它比较集中地具体地体现着科学技术和方法论体系的经济价值和社会价值；并且不断地以其新的创造性的成果，丰富着方法论的内容，以至创造出新的方法系统，推动着多层次的方法论以及整体方法论体系的革新和发展。当然，作为方法论的层次，还可依据一定标准，再划分下去，例如工业工程技术方法论，还可以划分为重工业的和轻工业的方法

论；重工业工程技术方法论还可划分为冶金业、制造业等方法论，一直划分到各种最具体的产品工程技术方法。但这些都只不过是工程技术方法范畴内的细节了。作为方法论大系统的体系层次，就没有足够的充分依据和必要了。

在这五个层次的整体方法论大系统中，包括着各种各样的方法系统，从大的类型说，有认识方法系统和实践方法系统。这两大类型的方法系统，分别地不同程度地包括在各个层次的方法论之中。而有些层次的方法论则只包括认识方法，例如哲学方法论、逻辑学方法论等；有的层次的方法论则既包括认识方法又包括实践方法，例如自然科学方法论、工程技术方法论，等等。

建立上列五个层次的方法论整体大系统，在历史上是未曾有过的。历史上所形成的方法论，多数是逻辑方法系统或某些哲学方法系统，还有某些具体的实证科学方法系统。历史上形成的这些方法论系统，比较成熟的还是逻辑学方法系统。例如，形成于古希腊的亚里士多德的形式逻辑系统，近现代以来引进数学方法于形式逻辑之中而形成的数理逻辑方法系统，继而结合哲学问题研究、法律问题研究、概率问题研究、量子问题研究，等等，而形成了许多应用逻辑的公理系统。这些逻辑方法系统都是很严密的，具有很强的科学性和可操作性。它们在实践中得到了广泛的应用，甚至在工程技术中起到了很大的开发作用，例如电路开关上逻辑线路的应用，电脑、机器人的集成电路以及其他软硬件设计方面的应用。至于历史上提出的某些哲学方法论，则往往没有严格的科学性的理论系统，而且往往和哲学问题本身混合在一起。历史上的经验科学方法，即为培根等创立的方法。这类方法，有不少是实验、观察等方法，到现在也有一定的应用价值。但这类经验科学方法论都有很大的局限性，已远远不能符合现代大大发展了的现代科学和技术的需要。现代的科学技术实际已突破传统方法很远很远，并且还在科学技术、社会实践中，已出现了许多新颖的有效的方法，例如创建了系统科学方法论系统。

这种方法论系统是建立在系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论、超循环论、混沌学、分形理论等科学的理论基础之上的，是具有广泛的实际效用的。但是，这类方法论，仍不等于各种具体实证学科方法论，而且它们也不可能互相取代，这一点包括哲学方法、逻辑学方法等等，都是如此。因为各种具体的实证学科的方法论，都有其特殊的构成和特殊的功能。再者，就是很有价值的系统科学方法之类的普遍性较大的方法，也需要把它们纳入方法论整体大系统之中，来加以分析研究，明确其与其他各种方法系统的关系。而使之更有效地发挥其特长。至于在实践中萌发的有价值的方法因素，也更需要加以精确化、科学化、系统化，而形成新方法理论系统。因此，建立各类学科的方法论及其整体大系统是势在必行的。当然，我们的工作，也仅仅是个初步的尝试，这样一项大的方法论理论系统工程，是很艰巨的，我们很明确，我们的工作不会尽善尽美，只是个开端。它同任何开创性的工作一样，不可避免地存在着这样那样的缺点和不足。我们宁愿抛砖引玉，引起广大的科学技术工作者、哲学、方法论工作者以及广大的多方面的实际工作者，对此项工程的关注和参与，使之不断地发展下去，逐步臻于完善。

《方法论全书》，实际上其内容是我们所创建的“方法论体系”的系列论著。各卷既是总体的有机组成部分，又各自独立成书。它虽然包括百科方法论，也有检索术语、人名的索引，也具有辞书的功能；但它已不是传统意义上的纯属工具书的“百科全书”。

参加《方法论全书》研究、著述工作的，有全国文理各科教授、研究员130余名，副教授、副研究员20余名，讲师、助理研究员、博士10余名。他们都是在有关学科获有显著成就的学者，有很多是国内著名学者，有些是国际知名学者。他们分别属于全国各重点高等院校和重点科学研究单位。在共同合作研究、著述《方法论全书》过程中，他们付出了大量的辛勤劳动，发挥了极大的创造性，充分发扬了中国知识界的艰苦奋斗的优良传统，

合力筑成了这座理论大厦。特别是二位顾问，莫绍揆先生、冯契先生，他们除了都亲自参加研究、著述之外，还对《方法论全书》的全面工作，给予了可贵的指导。没有上列诸多学者和顾问们的通力协作，这项大型理论工程是不可能完成的。这里还必须特别提出的是，南京大学出版社的大力支持，他们高瞻远瞩、远见卓识，把《方法论全书》作为重点科研项目出版。出版社社长时惠荣编审除了亲自主持有关的重大决策外，也亲自参加了研究工作，并且承担了《方法论全书》的总责任编辑，为出好这套书，做了大量的工作。很显然，没有他们的这种全面投入、全力以赴的精神，《方法论全书》的问世，也是不可能的。因此，我们向他们表示衷心的谢忱。同时，我们也在这里，对曾经帮助和支持我们的南京大学的副校长张永桃教授、科学研究处以及一些学界专家们，表示真诚的感谢！

由于我们的主客观条件都很有限，我们的工作存在着许多不足之处，特别是在书的内容方面，会有欠妥之处，欢迎批评指正。

《方法论全书》主编　李志才

目　　录

第一部　方法论原理

第二部　系统科学方法

第三部　数学方法

第四部　自然科学方法论

第 一 部

方法论原理

方法论原理

方法论，是关于认识世界和改造世界的方法的理论系统。它的原理应包括方法的内在结构、方法的本质特征、方法的来源和发展、方法的分类、方法的功能评价、方法的选择和运用等等一系列问题。就方法论的科学性质来说，它是一种软科学；就其与其他软科学（如决策理论、管理理论、智能控制理论、计算机软件等等）的关系来说，它是软科学的元理论；就其价值和意义来说，方法论则是一切科学技术（包括哲学、各种具体科学、工程技术等）的根本理论基础，是一切科学技术、一切实践活动的动力学，是一切发明创造的工具和“杠杆”，是理想通往现实的“桥梁”。在人类已经进入智能社会的时代，当科学技术已成为社会进步决定性力量，已成为物质文明和精神文明建设导向枢纽的历史时期，方法论就更显现出它的重要意义，它已成为一切理论和实践的开拓、改革、成功、发展的最基本的前提条件。因此，摆在我们方法论工作者和一切科学工作者面前的迫切任务，就是要总结一切科学技术、社会实践发展所提供的已经成熟了的科学技术资料和一切发明创造所取得的成功经验，继承前人关于方法论研究的成果，建立起各门具体科学和工程技术的方法论系统，并在此基础上构建起总体方法论体系，以适应时代的迫切需要，以推进科学技术、改革实践的加速进展。

创建方法论体系的需要是迫切的，条件已经成熟。但是，这是一项包括多方面多层次的大型理论系统工程，不是轻而易举的。需要做许许多多的潜心研究和创造性的工作，既要全面系统

地掌握资料，又要善于有力地运用理论思维手段，一个学科一个学科地去探索、总结和概括，并且还须依据科学的分类，在各种学科方法论的基础上，构筑起整体的有机大系统。

在这方法论总体系统的建构中，研究清楚方法论原理的一系列问题，成为不可缺少的组成部分和重要的理论基础。由于历史的原因，直到目前，方法论原理尚无经典系统可循。本文的宗旨就在于简要论述这种贯穿于各个层次、各种具体学科、各种工程技术方法论系统中的一般方法论原理。

1　方法的内在结构及其本质特征

1.1　方法的内在结构

“方法”是个多义词，在中国古已有之。例如《墨子·天志》中所说：“中吾矩者，谓之方，不中吾矩者，谓之不方。是以方与不方，皆可得而知之。此其故何？则方法明也。”这里指的是度量方形之法；唐韩愈在《昌黎集》中说：“为之奔走经营，相原隰之宜，指授方法”。这里指的是处理事情的办法。此外，如“道”、“术”、“规”等词，亦有“方法”之义。此词在西方，英语为“Method”，法语为“Méthod”，德语为“Méthod”，均源于由希腊文μετά(沿)和όδό s(途)组成的μετάόδόs，为“遵循某种道路”之义，与汉语“方法”之义很接近。总括起来说，“方法”一词可理解为表达“方向法则”的概念。而“方法论”则是研究“方法”的理论学说，亦称“方法学”。

无论人的认识世界的活动，还是改造世界的活动，都要遵循一定的方向法则，都要运用一定的符合其对象实际的方式、方法，否则就不可能有任何成功。正是由于人的活动具有着这种方

法的指导，才不仅能够摆脱“自在存在”状态，而成为“自在自为的存在”，把“非我之物”转化为“为我之物”；才不仅能够认清广袤的宇宙空间和深邃的微观世界，而且还能够改造它们，使之成为为人类服务的人工第二自然界，从而建立起高度的物质文明和精神文明。如果人类没有方法理念系统，那么这一切都是不堪设想的。

那么，方法到底是什么呢？作为理念系统的方法，它内涵着五个有机联系着的层次或要素，即：关于指明活动的目的方向的方法层次；关于达到目的方向所必须通过的途径的方法层次；关于达到目的方向所必须采取的策略手段的方法层次；关于达到目的方向所必须运用的工具的方法层次；关于有效地运用工具所必须遵照的操作程序的方法层次。人的活动是否能够取得成效的关键，就取决于这五个方法层次要素的有机系统的选择和运用。因此，应该给方法下一个较全面的概括的定义：方法是关于认识世界和改造世界的**目的方向、途径、策略手段、工具及其操作程序的选择系统**。

关于目的方向的方法问题，是方法的首要问题，它处于方法系统的最高层次。这是因为人的任何活动，只要是有意识的，无论是认识活动，还是实践活动，也无论是复杂的活动，还是简单的活动，总是为了实现认识对象或改造对象的某种目的。这也就是要明确“做什么”的问题，也就是通常人们针对对象所提出的要解决的问题。不明确目的方向，人的活动就成了盲目的活动，而盲目的活动是没有意义的活动。因此，关于目的方向的选择问题，就成了方法系统的首要内容和最高的层次。当然，这个首要问题的明确，完全是为了满足活动者的需要，没有需要，也就无须进行任何活动。这里的关键是，需要的满足并不取决于需要本身，在很大程度上，取决于选准能满足需要的对象。因为对象的本质特征及其发展规律是目的方向之从可能转化为现实的根据。因

此，选定目的方向，必须注意主客观的是否符合。不能随心所欲。

选定了目的方向之后，紧接着就要选定通过什么途径来达到这个目的方向的问题。达到某种目的方向的途径，可以只有一条，一般地是会有多条的。在只有一条途径的情况下，也有个认清认不清的问题。实质上也是个选择性问题，即关于是不是认准了那条唯一途径的选择问题。而在多条途径的情况下，对途径的选择就更加明显而重要了。途径可能有多条，但相对地具体地说，有的途径是“捷径”，有的则是“曲径”。“捷径”可以迅速达到目的方向，“曲径”不仅要走“弯路”，而且可能导致失败。当然，一般地说，这里的根本问题是对对象的符合程度问题，选择的自由度只在符合对象的大小幅度之间，要尽量选取“捷径”，并要根本避免不符合目的方向要求的错误途径。

途径确定之后，进一步就是选取有效的策略手段。策略手段，有恰当与否的区分。恰当的策略手段，就可以在通往目的方向的途径上畅通无阻，不恰当的策略手段，则会受到阻碍，甚至可以导致适得其反的结果。“为了达到目的不择手段”的说法，实际上是要选把人引向歧途的策略手段，是在选择不恰当的策略手段，也往往是选择不合道义原则的手段，这种不恰当的不符道义原则的策略手段，可能侥幸于一时，但终归难免于失败。因此，为了迅速有效地达到目标，必须选取符合目的方向和途径的客观要求，即符合活动的客观规律性的恰当策略手段。恰当的策略手段是实现目标的重要枢纽

有了恰当的策略手段，还须有有力的工具才能得以贯彻、实施。所谓“欲善其事，必利其器”，就是这个道理。人的最基本的活动，是生产活动，而生产活动的特点，就在于凭借生产工具来进行。从事物质生产活动，必须运用物质生产工具，从事精神生产活动，必须运用精神生产工具。随着科学技术的发展，为现

代生产所需的工具是种类繁多的，这就在运用上有个合适不合适与有力没有力的区别和选取问题。合适的有力的工具，则便于展现所定的策略手段；没有合适的有力的工具，再理想的目的方向、途径和策略手段，也都将束之高阁，无济于事。所以选好工具，也是方法系统构成上的重要一环。

选好了合适的有力的工具，还要善于运用工具，否则再好的工具也不会起作用。因此，这里的方法关键环节是，令工具发挥作用的操作程序。如果没有操作程序或不按操作程序来使用工具，则不仅不会使工具发挥作用，甚至有时连工具本身也会被毁掉。操作程序首先有物质生产工具操作程序与精神生产工具操作程序之分，在这种区分的基础上，还要制定或选用最简便易行的操作程序，并且还要熟炼掌握这种操作程序。使工具充分有效地发挥作用。

上列这五个方法要素或环节，是层层相联的，一环紧扣一环的，从而构成了有机的方法系统。它们形成方法系统内部相互制约相互作用的结构。在此方法系统的内在结构中，五个环节必须齐备，必须协调一致，哪怕是缺少一个环节，或有一个环节不协调，都不能成其为有效的方法系统。

从方法学的另一角度来说，可以明确：关于目的方向的方法问题，就是关于战略的方法问题；关于途径的方法问题，也就是关于路线的方法问题；关于策略手段的方法问题，也就是政策和策略的方法问题；关于工具及其操作程序的方法问题，也就是关于战术的方法问题。如果再进一步概括地说，如果目的方向的问题是关于"做什么"的方法问题，那么途径、策略手段、工具及其操作程序等问题，就是关于"怎么做"的方法问题。这两大概括的方法问题，普遍地存在于人的一切有意识的活动之中，不管人们是否能够自觉地运用它们，或自觉到什么程度来运用它们，它们都贯穿于人的认识活动与实践活动之中。

为了把包括五个环节的方法系统，理解得更具体更确切一些，这里举出相对论建立过程中如何运用方法系统的例子，作为实证。

相对论是研究物体运动与时间、空间关系的物理理论。它不仅是现代物理学的最大成就，给现代科学技术和社会生活带来了不可估量的变化，而且对整个哲学学说也产生了巨大的影响。有充分的理由说，相对论的创立，是人类活动的最典型的活动，它对方法系统的运用，也是现代方法系统的典型运用。相对论的创立经历了预备阶段、积极研究阶段和完成阶段。而每个阶段，都是方法系统的完整运用过程。其预备阶段，是开始于对“以太风”的研究。即测量地球相对于充满宇宙空间的静止不动的“以太”的速度（物理学史上称之为寻找“以太风”）。从方法论角度来分析，测量地球速度，就是关于研究的目的方向的选定问题；为达此目的方向，当时的物理学家们遵循了法拉第——麦克斯韦所建立的电磁学的测定途径；并且采取实验的策略手段；进而装置了互相垂直的两个干涉臂为实验工具；操作的程序是把整个实验装置转过90°。如果确实存在“以太风”，那么两束光的干涉条纹应有移动。但是，在各种不同季节的观察，都给出了否定的判决。

对为什么观测不到“以太风”。许多物理学家提出了种种解释。而大多数解释，都是以“以太风”具有绝对空间性质为出发点的。都囿于牛顿的绝对时空观。但是只有马赫指出了用绝对时空观来描述运动是不可能的，物体的运动只是宇宙中物体之间的相对转动，而不是物体相对于“以太”转动，“以太”是不存在的。马赫对绝对时空观的批判，关于物体之间的相互联系相互作用，并把运动看作是相对的，这些观点，对爱因斯坦创立相对论是一种有力的启迪。从方法论角度说，马赫关于物体运动的相对性的论断的推出过程，也是个方法系统的运用过程。马赫在其

《发展中的力学》一著中，批驳牛顿的绝对时间观说："……如果有一事物A随时间而变化，那末这只是说事物A的状态同另一事物B的状态有关。如果摆的运行同地球的位置有关，那末它的振动就是在时间上进行的。由于我们在观察摆的时候用不着去考虑它同地球位置的相依关系，而可以把它同任何别的事物作比较（……），所以很容易产生这样一种看法，认为所有这些事物都是无关紧要的，……我们无法量度事物随时间所发生的变化。时间宁可说是我们从事物的变化中所得到的一种抽象，因为，正是由于一切都是互相联系着的，我们就没有必要依靠一种确定的量度。"对牛顿的绝对空间观，也是用类似的方法进行批判的。马赫说："如果我们说，一个物体K只能由另一个物体K'的作用而改变它的方向和速度，那末，当我们用以判断物体K的运动的其他物体A、B、C，……都不存在的时候，我们就根本得不到这样的认识。因此，我们实际上只认识到物体K同A，B，C，……的一种关系。如果我们现在突然想忽略A，B，C，……，而要谈论物体K在绝对空间中的行为，那末我们就要犯双重错误。首先，在A，B，C，……不存在的情况下，我们就不能知道物体K将怎样运动；其次，我们也就因此而没有任何方法，可用以判断物体K的行为，并用以验证我们的论断。这样的论断因而也就没有任何自然科学的意义。""一个物体K的运动总是只有在相对于别的物体A，B，C，……时，才能加以判断。"① 马赫这里对牛顿绝对时空观的批判，就是他所选定的目的方向；为达此目的方向，他选定了理论分析的途径；采取了逻辑反驳的策略手段；运用了演绎逻辑的工具；他的演绎推论操作，完全合乎演绎论证规则。因而其论断强而有力，发人深省。

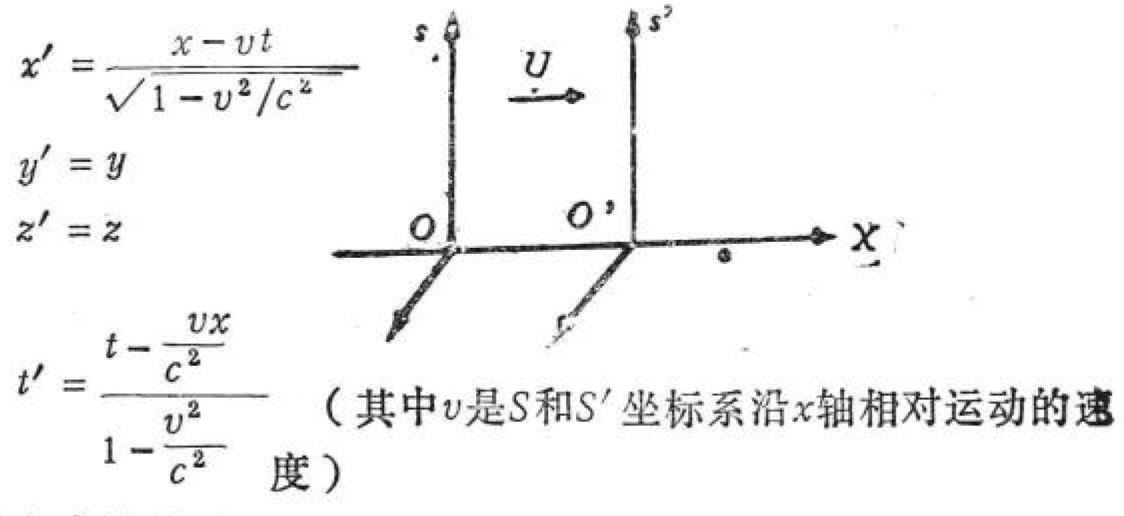
伟大的天才的物理学家爱因斯坦，受到了启迪，首先创立了

①爱因斯坦文集第1卷，第38—39页 商务印书馆，1977。

狭义相对论，在1905年发表的《论动体的电动力学》一文中，爱因斯坦说："下面的考虑是以相对性原理和光速不变原理为依据的，这两条原理我们定义如下：

（1）物理体系的状态据以变化的定律，同描述这些状态变化时所参照的坐标系究竟是用两个在相互匀速移动着的坐标系中的哪一个并无关系。

（2）任何光线在'静止的'坐标系中都是以确定的速度v运动着，不管这道光线是由静止的还是运动的物体发射出来。"①这里的第1条是相对原理，第2条是光速不变原理。爱因斯坦认为，这两条原理，在牛顿绝对时空观上来看，二者是不相容的。按绝对时空观，不同的惯性系S和S'所测得的光速C和C'是不同的，它们遵循通常的速度合成法则，即$C'=C\pm n$（n为两坐标系的相对运动速度）。他经过长期的思考之后认为，这个矛盾，是出在绝对时空观，特别是出在同时性的绝对性这些先验观念上。如果把这两个原理结合起来，即可导出新的时空关系。于是他给出了不同惯性系S和S'之间的时空坐标的变换关系式：



$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

（其中v是S和S'坐标系沿x轴相对运动的速度）

从这个变换关系式导出：

①爱因斯坦文集第2卷，第87页，商务印书馆，1977。

（1）“同时性”的相对性：即在一个参考系中是同时发生的事件，在对此参考系作匀速运动的另一个参考系中却不同时。

（2）长度缩短：即运动物体在其运动方向上的长度比静止时缩短。

（3）时钟变慢：即运动的时钟比静止的时钟进行得慢。

（4）质量增加：即物体的质量随运动速度的增加而增大。

（5）质能关系：即物体的质量与能量之间满足质能关系式：$E=mC^2$（E为能量，m为质量，C为光速）。

这五点表明，在狭义相对论中，空间、时间、质量的特性都是相对的，时空是相互联系的，质能是相关的。这种质能关系意味着从原子核内部获取大量能量的可能。狭义相对论创立后，不断得到π介子衰变实验、飞行μ介子寿命增长实验、电子电磁偏转实验、核反应实验等实践的检验和证实，充分证明了它的科学性和正确性。在爱因斯坦创立相对论的过程中，也同样贯穿着方法系统的运用。他在《相对论发展简述》中谈论到关键问题时，还反复强调“从方法观点看”。他选定的目的方向是物体运动的相对论；他沿着理论分析的途径；他所采取的策略手段也是逻辑论证；其工具主要是演绎推理；并且严格地按演绎推理规则进行了操作。爱因斯坦运用了对其研究颇为有效的方法系统，在前人成果的基础上导出自己的全新结论，获得了成功。在狭义相对论的基础上，建立广义相对论的过程，其所用的方法系统，基本上与建立狭义相对论的方法系统类型是相同的。广义相对论也得到水星近日点的进动观测结果、光线弯曲观测结果以及引力红移观测结果等的实践检证。

从以上相对论创建过程可以明确，科学活动是不能没有方法系统的运用的。实际上，人的任何活动，皆莫非如此，这是无须一一论列的。这里特别要指出的是，在以往关于方法的定义中，对方法的五个环节，往往缺乏全面的系统的概括，有的把方法仅

仅定义为“手段”；有的把方法仅仅定义为“途径”，有的把方法仅仅定义为“工具”或“操作程序”。再概括的多些的，也不过把方法定义为“途径和手段”等等。这些定义，都是“挂一漏万”、“只见树木不见森林”的。尤其是，几乎所有的方法定义，都把目的方向这一首要方法环节排斥在方法定义之外，似乎在活动的目的方向上就不存在方法问题。事实上，在目的方向的问题上，不仅有方法问题，而且有最主要的方法问题。弗·培根早就强调“探讨目标”的重要性①。把目的方向的方法问题排除在方法定义之外，则不构成方法系统了，那只能是某些方法片断，根本不成其为系统。不成系统的方法，是不会有效的，作为指导人的活动的方法系统，实质上是人的认识活动过程和实践活动过程一般规律的概括。这种概括必须涵盖活动方法的所有内容和所有方面。

1.2 方法的本质特征

由五个层次要素所构成的方法系统，具有着如下三个方面的本质特征。

1.2.1 主体能动性与客体必然性的高度统一

作为系统的方法，它是人所特有的，特别是就在科学意义上的方法系统来说，更是如此。虽然高等动物也有某些本能活动方式，很类似人的活动方法，甚至在悟性（知性）活动的一些形式上是雷同的。但是，在其性质上却有本质的区别，这一点虽然在某些动物心理学家那里还有不同见解的争论，但基本上是为人类学家们和哲学家们所明确。例如恩格斯就曾肯定过黑格尔关于此点的看法，恩格斯写道：“整个悟性活动，即归纳、演绎以及抽

①新工具，十六至十八世纪西欧各国哲学第30页，商务印书馆，1975。

象……，对未知对象的分析（一个果核的剖开已经是分析的开端），综合（动物的机灵的动作），以及作为二者的综合的实验（在有新的阻碍和不熟悉的情况下），是我们和动物所共有的。……——相反地，辩证的思维——正因为它是以概念本性的研究为前提——只对于人才是可能的。”① 这里首先一个本质区别就是，在高等动物那里，这些活动方式是与生俱来的，仅仅是本能的；而就人来说，则并不停留在这种本能上，而是在实践活动的基础上（在动物，谈不上什么实践），自觉地发展了这些悟性活动方式，将之加以科学化（例如制定出逻辑规则系统来），揭示出这些悟性活动方式的本质；明确出其必然性和必要性及其局限性，并把它们纳入辩证思维模式系统中，这就使得这些悟性方法，在整体科学思维方法大系统中，变成了一个必要的环节。因而在本质上已不同于本能意义上的活动方式了。这也就是自发与自觉的本质区别。再者，人类的活动方法是结合着知识（特别是理论知识）背景来运用这些方法的。而且在运用中能举一反三、触类旁通。在高等动物那里，这些活动方式，只局限在满足生理本能需要的有限物质对象上，根本就不是什么科学的认识活动和实践活动的方法，当然就更谈不上什么方法系统的选择了。

人所特有的方法系统，不仅是人的自觉能动性的标志，而且是人的主观能动性的最高标志。人之所以为人，不在于盲目地适应外在自然界，而在于凭借着自觉创造出来的方法系统，能动地改造世界，并且凭借着方法系统能充分地发挥人的主观能动性。同时也在改造世界的过程中不断地改造自身，完善自身，从而使自己成为主宰世界的精华。现代的高度物质文明和精神文明证明了，不仅由于人类运用了方法系统获得了这种现代的文明，而且是由于不断发展方法系统，使方法系统不断科学化，不断强化了

①马克思恩格斯选集第3卷，第545页，人民出版社，1973。

它的改造能力，才创造了现代的高度文明的结果。方法系统的这种强大的创造力量，正是人的主观能动性的最集中的表现。

为什么方法系统具有如此强大的创造力？为什么方法系统对人类具有如此重大的意义？这不是因为方法系统是什么人的主观任意性的产物，也更不是什么神秘魔术般的高妙技巧，而在于方法系统的科学性，在于方法系统是主观世界与客观世界的联系的有力中介，在于通过科学的方法系统，实现了主体与客体的高度统一。这种高度统一的根本实质是，通过方法系统，得以实现正确地反映主客体以及主客体关系的本质特征及其发展规律性，从而驾驭了这种规律性。这正如黑格尔所指出的："在探索的认识中，方法也就是工具，是主观方面的某种手段，主观方面通过这个手段和客体发生关系……在真理的认识中，方法不仅是许多已知规定的集合，而且是概念的自在和自为的规定性，这种概念之所以是中名词（逻辑推理的格中的中项），只是因为它同样也有客观东西的意义。……绝对的方法(即认识客观真理的方法)不是起外在反思的作用，而是从它的对象自身中采取规定的东西，因为这个方法本身就是对象的内在原则和灵魂。"① 这里所说的对象的内在原则和灵魂，就是客观世界的必然规律。人虽然不能从根本上改变这种客观必然性，但人却可以认识它以及它和人的关系，并根据它而创造条件，使它向有利于人的需要的方向发展变化。例如根据物体运动中的能量与质量和速度的必然联系($E=mC^2$)而获得原子能；利用价值法则控制市场导向，等等。如此，则人的方法系统，不仅能使人的活动正确地符合客观必然规律，而且能使人的主观能动性得到最大限度地发挥。实现主客体的高度统一。

①转引自列宁哲学笔记，第207—208页，人民出版社，1956。原文见黑格尔逻辑学中译本下卷，第532—537页，商务印书馆，1976。

1.2.2 层次有机性与功能互补性的高度统一

方法系统的巨大作用，除了因为它是主客体的高度统一之外，还在它是一个多层次的有机体，它的多层要素的功能是相互补充的、合力的。方法系统内涵着：关于人的活动的目的方向的方法层次；关于达到目的方向所要通行的途径的方法层次；关于达到目的方向的策略手段的方法层次；关于实现目的方向的工具及其操作程序的方法层次。只有这些方法层次的有机结合，才能起到整体功能的作用，发挥创造性的力量。这五个层次的方法要素，既不能缺少任何一个，又不能相互取代，而且层次顺序也是不能改变的。它们之间的这种有机的层次关系，同各个层次要素功能的互补关系一样，都有其客观的规定性和特质性，它们相辅相成，相互制约，浑然一体。一定的目的方向，规定着一定的途径；一定的途径。规定着一定的策略手段；一定的策略手段，规定着一定的工具和一定的操作程序。反过来看也一样，一定的操作程序，只适用于一定的工具；一定的工具，只适用于一定的策略手段；一定的策略手段，只适用于一定的途径，一定的途径只适用于一定的目的方向。如果无视方法系统的这种层次有机性与功能互补性的统一特征，而任意取其某个或某几个层次，予以任意地运用，则将破坏其有机的整体性功能，而失掉方法系统的作用。例如为了增产粮食，不仅只选定这个目的方向不行，而且即使还选定了扩大耕地面积的途径以及科学种田的策略手段，但却没选定有力的工具，或者连有力的工具也都选定了，但却不懂操作程序，不能进行操作，那么，增产粮食也就会落空。其他活动也都是如此，道理是显然的。

1.2.3 系统的多样性与选择性的高度统一

人的活动是多种多样的，因而指导活动的方法系统也是多种多样的。多种多样的方法系统，对于某种特定的具体的活动来说，并不一定都是合适的有效的。有效的合适的方法系统，一般

地说，总是从多样性的方法系统中选择出来的，总是体现着方法系统的多样性与选择性的高度统一的特征。

处于与自然界的复杂关系以及与社会的复杂关系下的人的活动，不仅受着环境条件的客观制约，同时也受人本身的生理的心理的以及知识的等等主观条件的制约，因而，人的活动及其所依据的方法系统，也就有多种可能性。究竟从事何种活动，运用什么方法系统指导活动，能够最佳地满足需要，这就存在着很大的选择性。例如，对人生有决定意义的社会职业的选择就是如此。摆在一个人面前的职业是多种多样的，但一个人不可能同时从事多种多样的职业，总须在多样性的职业中作出恰当的选择。职业的选择，就是方法系统的关于目的方向的方法层次的运用，并且还必须相应地作出从事选定职业的其他方法层次的选择。这种选择的正确与否，关系到成功或失败。同样的道理，可以推广到人的一切活动，包括一切个人的活动和群体的一切活动。

就方法系统总体来说，有个多样性与选择性的统一特征问题，就方法系统的各个层次环节来说，也存在着多样性与选择性的统一特征问题，关于目的方向的方法层次的选择，是第一层次的选择，具体情况有如上述，但这第一层次的选择，对其下属各层次影响甚大，有很强的制约作用。当然，这种制约不是绝对的，因为其下属各层次也各有其相对独立性，而且也都各有其多样性。关于途径的方法层次的多样性表现为“捷径”与“曲径”，“畅通”与“不畅通”等等的区别上，甚至“捷径”、“畅通”的途径，还有个具体的程度的差别的多样性问题。因此存在着很大的选择性。关于策略手段的方法层次，有恰当与不恰当与恰当的程度等等的多样性问题；关于工具的方法层次有有力与无力以及有力的程度等等的多样性问题；关于操作程序有个能行不能行以及能行的程度的多样性问题，等等。总之，有效的方法系统，总是在多样性的方法系统中选择出来的，不论是方法系

统整体还是系统的各个层次。

方法系统的多样性与选择性的高度统一，是任何具体的有效的方法系统的一种现实性和直接性的表现。它以方法系统的主客体高度统一、层次有机性与功能互补性的高度统一为基础和前提，并以其现实性与直接性集中地反映着主客体的高度统一和层次有机性与功能互补性的高度统一。所以，我们才在方法系统的定义中，把“选择系统”作为最高范畴来给“方法”下定义。

2 方法的来源与发展

2.1 方法系统的来源

具有上述内在结构和特征的方法系统，是从哪里来的？它不会是来源于人与一般高等动物的本能活动，也不会是来源于人的盲目性活动；而是来源于人的认识活动和实践活动，特别是直接来源于在实践基础上的认识活动所获得的结果——知识。

人类发展史表明，从类人猿发展为人的根本转化环节是劳动。而劳动的典型标志是制造劳动工具，制造劳动工具就是一种方法系统的运用。没有方法系统的指导和运用，是不可能制造出确切意义上的劳动工具来的。制造劳动工具，首先就有个目的方向、途径、手段、工具及其操作程序的选择问题。这一点无论是人类祖先制造简单的石器工具也好，也无论现代人制造高、精、尖电子仪器也好，莫非如此。人的劳动实践是由多种相关因素构成的，在从事劳动实践之前以及在劳动进行过程中，不断地、逐渐地认识了这些相关因素，其中最重要的是对劳动对象、对人自身以及人与劳动对象的关系、人与人之间的关系的认识。有了这些认识，才能据以明确如何处理这些问题，并进而在此基础上，实现进一步的认识上的升华，构造出能够控制、改造对象，控制

改造人与对象的关系，控制改造人间的关系，以及控制、改造人类自身的有效的方法系统。如果没有对上列诸种事物及其关系的一定的认识成果，即没有有关的系统知识，那么就无以建立什么系统的方法。例如，如果没有对某些植物果实的性质、生长条件及其生长规律的知识；没有果实对人体的营养价值关系的知识，那么也就不可能明确获取果实和选择何种果实的目的方向；也就更无从明确遵循什么途径，采取什么手段，运用什么工具和操作程序，来进行培植、耕作等方法系统了。同样的，如果没有关于原子核裂变、聚变的规律的知识，没有这种裂变或聚变能释放巨大能量的作用和价值的知识，也就不可能制定出研制原子弹、核电的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序的方法系统了。可以说，方法系统不仅不是与生俱来的，而且也不是直接产生于人的实践活动本身，而是直接来源于知识，是知识的升华，是对知识的创造性的运用的产物。

这里所说的知识，起码是在一定程度上反映了事物本质特征及其规律性的较系统的知识，而不是一知半解的知识，即使是经验知识，也须是较系统的，在一定程度上符合事物本质特征及其规律性的经验知识，在经验知识的基础上，可以总结、概括出经验的方法系统。例如中医药的许多方法系统，就是这类经验方法系统，而真正科学性的方法系统，则只能产生自对事物的科学理论的系统知识，即在理会水平上把握了事物的本质特征及其规律的科学知识，例如建立在元素周期律理论系统之上的化学方法系统，建立在量子化学理论基础上的量子化学方法系统等等。

这里所说的，方法系统是知识系统的升华，首先是意味着知识系统本身还不就等于方法系统。方法系统是以知识系统为前提条件，并运用知识系统，来选定活动的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序等方法系统。方法系统须依知识系统来选定，不仅就方法系统整体说是如此，而且方法系统诸层次要素的选定

也是如此，例如关于途径的选定，由于事物的发展变化，在不同的条件下，有着多种可能性转化为现实性，这就须具有关于主客观条件的知识，有关于具体事物的可能性与现实性的联系的知识等等才能做到最佳的选定。其他如策略手段、工具及其操作程序的选定，皆须具备有关的特定知识。所以，在这种意义上说，方法系统就是知识系统的运用，是由知识系统转化而来的，当知识系统转化为方法系统的时候，就具有了控制改造主客观世界及其关系的创造性的功能，因此说，方法系统是知识系统的升华。知识系统之转化、升华为方法系统，在近现代以来的科学技术活动中，表现为越来越大量，越来越突出，可以说大多数新兴的边缘学科方法系统，都是由相关的学科知识系统的汇合而来的。并且这种方法系统一旦形成，就常常带来新学科的创立。这真可谓方法系统与知识系统相互联系相互转化，相互创造。如果从广义上说，方法系统本身也是一种知识系统，但方法系统是一种具有创造性、改造性的功能的知识系统，因而它不同于一般的知识系统，宁可说方法系统是能驾驭知识的系统，是知识系统中的选择系统，是知识系统的动力系统。运用这种动力系统，就能够创造出新的精神产品（包括知识在内）或物质产品。

2.2　方法系统的发展

作为产生于知识系统基础上的方法系统，是随着认识世界和改造世界的活动的发展而发展的，它受制于社会生产力与生产关系；受制于社会文化、意识形态以及价值观念等等的条件；也还受制于人的生理的、心理的等等的条件。这些制约方法系统发生发展的条件的水平，决定着方法系统的水平。因此，为古代人所制定并运用的方法系统，只能是初级的简单的经验方法，例如古人的简单的狩猎方法、采集方法等等。进一步发展了的手工业方法，则为较复杂化了的方法，但却仍属经验方法范畴，直到文艺

复兴后的近代科学诞生之后，才有科学意义上的方法系统，即建立在科学理论知识系统基础上的方法系统。不过以近代科学为基础的近代方法系统，还仅仅是科学方法系统的初级形态。这种方法系统受着近代科学水平的制约，带有很大的局限性，其主要特点是静止、孤立、片面看事物的分析科学的性质。这类方法系统只能揭示对象的一般抽象性或对象的某些侧面的特征和规律性，而不能综合地把握对象的深层本质和广泛的多方位多层面的普遍必然联系规律。因而在哲学上把这种近代方法系统称之为形而上学方法。形而上学方法虽然已不属于经验方法范畴，而属于科学方法范畴，并且对分析型科学是必要的，但对更深刻的认识事物就不够用了。所以，恩格斯曾指出“一切差别都在中间阶段融合，一切对立的东西都经过中间环节而互相过渡；对自然科学发展的这种阶段来说，旧的形而上学的思维方法便不够用了。辩证法不知道什么绝对分明的界限，不知道什么无条件的普遍有效的‘非此即彼’，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了‘非此即彼’又在适当的地方承认‘亦此亦彼’，并且把对立的东西调和起来，辩证法是唯一适合于自然科学现在这个发展阶段的更高级的思维方法。自然，对于日常应用，对于科学的小买卖，形而上学的范畴仍然有其效力。”① 这就是说，形而上学方法对分析型科学还是有作用的，但是如果把形而上学当作世界观，把它绝对化，则成了反科学的哲学方法了。随着近代分析型科学向现代综合型科学发展的同时，则出现了分析与综合相统一的并以综合型为主导的现代科学方法系统，这就是辩证方法系统。这种方法系统是建立在物种进化理论、能量转化理论、细胞理论等等自然科学基础之上，并且得到了微观物理学、量子力学、相对论以及天体演化学等现代前沿科学成果的证实。辩证方法是由黑格尔

①恩格斯，自然辩证法，第175页，人民出版社，1955。

集前人成果之大成创立起完整的理论体系的，但这个体系是在他的客观唯心主义框架之内。后来经过马克思和恩格斯的创造性的改造，建立了唯物辩证方法，这种唯物辩证方法，是自古以来各派哲学家相继努力的结果，是人类认识世界和改造世界的最高结晶。它是具有最普遍意义的方法系统。当然这种唯物辩证方法系统，只能建成于近现代。就现代最新的方法系统成果来说，还有为贝塔朗菲等自然科学家所创立的系统方法论的方法系统。这种方法系统，在一些重要的方面上对唯物辩证法作出了更具体的发挥、补充和发展。对现代认识世界和改造世界起到了巨大的作用。

从方法系统的发展历史来看，方法系统的发展，呈现了从简单到复杂，从片面到全面，从感性到理性。从分析到综合等等的规律性，如果立足于现代科学技术活动和社会改革活动等现实实际来看，方法系统发展的趋势，有如下两大特点：第一，方法系统呈现出大一统的趋势。这很类似于爱因斯坦所预言的大一统物理学。方法系统的发展越来越突破它的局部性和孤立性。而呈现出各种方法系统的相互结合、相互渗透、相互转化；往往是在一个或几个领域内所创建的方法系统，却可以推广到其他领域，甚至推广到一切领域，这一点且不说哲学方法和逻辑方法是如此，就是植根于生物学、通讯学等等的系统方法，也越来越显示出它的普遍性效应。这就是说，创建于部门科学领域的方法系统往往具有较大的哲学方法性质。从而大大地充实丰富了哲学方法，使哲学方法越来越深入到一切具体的认识活动和实践活动中去。

与上一趋势相联系的另一个方法系统的发展趋势是，实证方法与理性方法的紧密结合，并且越来越侧重在实证方法基础上的理性方法，这种发展趋势的特点，特别表现在现代的尖端科学上，例如微观粒子科学、宇观天文学，相对论，脑神经科学等等的研究，主要靠实证基础上的理性思辨，爱因斯坦的相对论，主

要靠的不是一般的物理实验，而是靠的“思想实验”，靠的是逻辑推理方法，这种趋势，是根源于现代科学之从宏观向微观和宇观的发展。像微观粒子、宇观天体的研究，仅靠实证是无济于事的。尽管现代科学仪器和设备已空前的精良，也不能不如此。

3 方法和方法论的类型

3.1 方法系统的类型

经过漫长的发展历程，方法系统到现代已形成了种类繁多、丰富多彩的类型。它们各具特色、相互联系，共同构筑了现代方法系统的整体网络体系。这个网络体系具有着多种属性、多种特点、多种层面，包罗着既相联系又相区别的各种各样的子系统和分支系统，因而可以从不同的角度，依据不同的标准，进行多种不同的分类。

方法系统是人的活动的方法系统，因此一般地说，有多少种人的活动，就有多少种方法系统。从人的大的活动类型来看，首先划分为认识活动和实践活动，根据这种区分，就可有认识方法系统和实践方法系统。进而又可对这两大系统分别进行多层次的划分。

就认识方法系统来说，可以根据认识形式的不同，而分为感情认识方法系统和理性认识方法系统。感性认识方法系统又可根据其感性认识形式的不同，而分为感觉、知觉、表象、想象、联想等方法系统。同样地，理性认识方法系统，可以根据理性思维形式的不同，而分为逻辑思维方法系统，形象思维方法系统和直觉思维方法系统。而逻辑思维方法系统，又可根据逻辑思维形式的不同，而分为形式逻辑的思维方法系统和辩证逻辑思维方法系

统。进而还可根据这两种逻辑思维方法的基本组成要素的不同，而划分为两种逻辑思维方法的更具体的类型。例如形式逻辑思维方法可划分为概念的方法系统、判断的方法系统、推理的方法系统；概念的方法系统又可根据概念内涵与外延的方法区别分为定义的方法系统和划分的方法系统，等等。同样地，其他的认识方法，都可以依据不同的标准，而划分为许多层次。

就实践方法系统来说，也可以依据不同的标准而分为诸多类型。实践活动是一种变革主客体及其关系的物质性活动，它涉及到作为物质主体的人，涉及到作为客体的物质自然界，涉及到作为活动手段的物质工具，这些都是物质性的实体，这些物质性的实体的联结方式，就是方法系统，在方法系统的作用下，主客体及其相互关系则得到改造。因此，首先可以根据改造主客体和主客体关系的不同，而将实践方法系统划分为改造客体的实践方法，改造主体的实践方法，和改造主客体关系的实践方法，进而根据改造客体和改造主体和改造主客体关系的对象领域的不同，而将三者再划分为多个层次类型。例如改造客体的方法系统，可以根据其对象领域的不同，而划分为生产实践方法，科学实验方法；改造主体的方法系统，可以根据其对象领域的不同，而划分为教育方法、体育方法、医疗卫生方法等；改造主客体关系的方法系统，可以根据其对象领域的区别而划分为经济方法、政治方法、法律方法、军事方法、管理方法、人际交际方法等。这些实践方法，还可作进一步的划分，例如生产实践方法，就可以根据生产对象的不同，而划分为农业生产方法和工业生产方法；农业生产方法又可根据其生产种类的不同，而划分为粮、棉、林、牧、副、渔等方法；工业生产方法亦可根据其生产种类的不同，而划分为重工业生产方法和轻工业生产方法；重工业生产方法，又可分为冶金工业、制造工业等方法；冶金工业方法又可分为有色金属生产方法与黑色金属生产方法；有色金属生产方法又可分为金、银、

铜、铁、锡等的生产方法。如此，等等。

关于实践方法类型的划分中，须要说明的是，作为主体的人，在实践活动及其方法系统中，有时是处在主体的地位，有时也可以是处在客体的地位，例如在改造主客体关系的实践方法系统中，主客体都可以是人，像在经济、法律、军事、管理、社会交际等方法系统中，主客体都是人。当然，即使在这种情况下，主客体也都是作为物质实体而存在。因此，这类方法，仍属实践方法范畴。再者，关于改造客体的实践方法，也不是纯粹的只改造物质自然界，而是在一定程度上，也存在着改造主客体关系的作用。就改造主体的方法系统来说，也不是纯粹的单只改造主体，实际上，改造主体的同时和结果，也会在一定程度上起到改造主客体关系的作用。这就是说，即使根据事物本质的分类，也不是绝对的，而是相对的。事物的差别性是以同一性为存在的条件，反之亦然。因此，在对待分类的问题上，必须明确两点：其一，分类是有意义的，它可以使我们有条理地把握对象；其二，它的意义不是绝对的，必须从对象的联系上、相互渗透上、发展变化上来对待分类。方法分类可用树图(图3.1)显示得更明确

上面所论述的方法系统分类，都只是大概的情况，并非包罗无遗的。而就方法树图来说，甚至尚未列出论述中所提到的所有方法系列的所有层次，只是把认识方法中的逻辑思维方法的形式逻辑方法系列全部列出，把实践方法中的重工业生产方法的有色金属生产方法系列全部列出。如此以“窥一斑，而知全豹。”

3.2 方法论的类型

以上是就方法系统本身所具有的特征来进行的方法系统分类。这种分类对准确地有效地认识和运用方法系统都有重要的意义，如果就研究方法系统的理论学说来说，即就方法论来说，则也有多种多样的类型。随着人类社会实践以及科学理论（包括关于

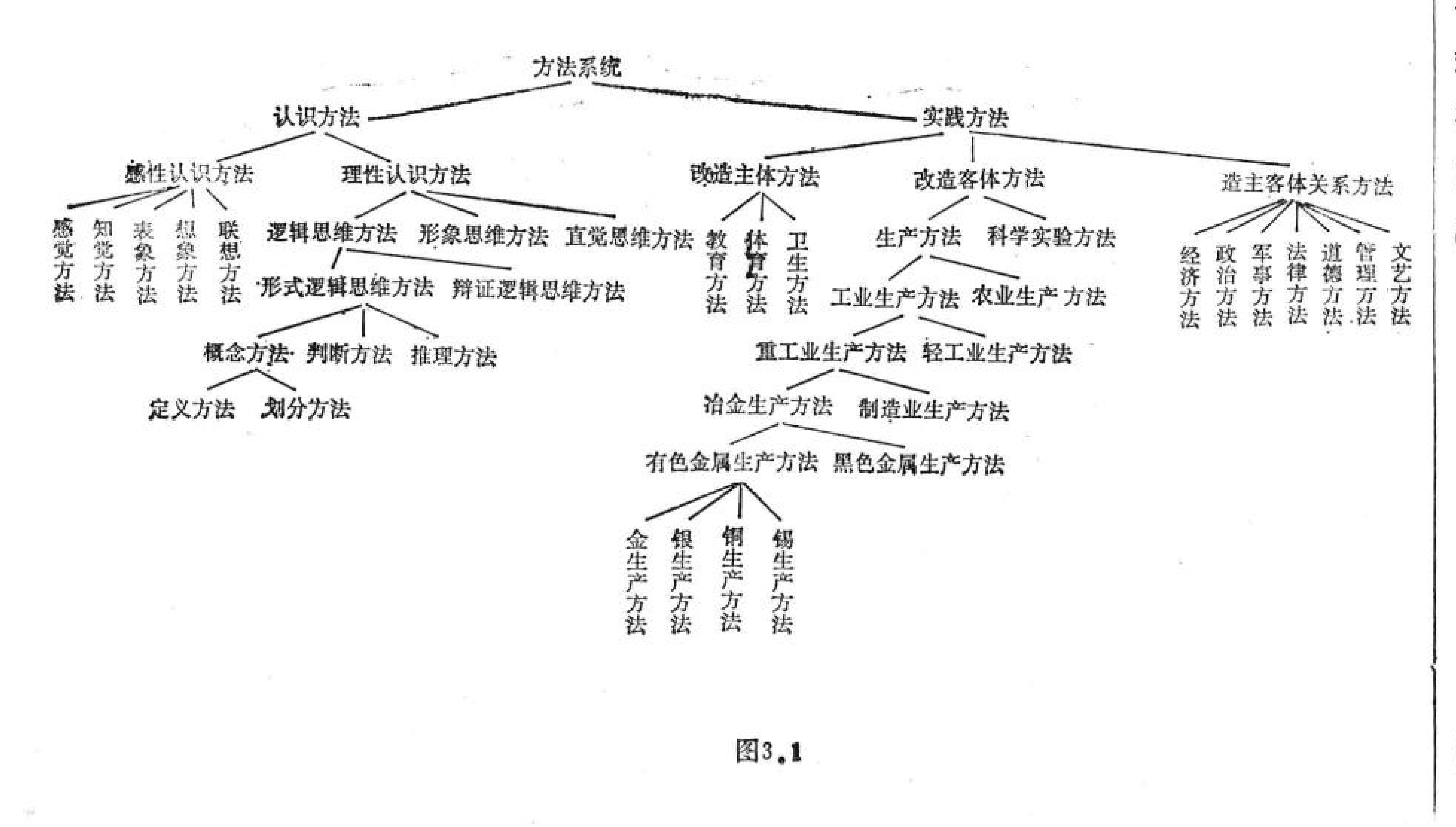

方法系统
认识方法
实践方法
感性认识方法
理性认识方法
感觉方法
知觉方法
表象方法
想象方法
联想方法
逻辑思维方法
形象思维方法
直觉思维方法
形式逻辑思维方法
辩证逻辑思维方法
概念方法
判断方法
推理方法
定义方法
划分方法
改造主体方法
改造客体方法
造主客体关系方法
教育方法
体育方法
卫生方法
生产方法
科学实验方法
工业生产方法
农业生产方法
重工业生产方法
轻工业生产方法
冶金生产方法
制造业生产方法
有色金属生产方法
黑色金属生产方法
金生产方法
银生产方法
铜生产方法
锡生产方法
经济方法
政治方法
军事方法
法律方法
道德方法
管理方法
文艺方法

图3.1

方法的科学理论）的发展，方法论到现在已形成了多层次的许多学科和分支。如数、理、化、天、地、生等学科方法论及其分支学科方法论；经济、政治、法律、管理等学科的方法论及其分支学科方法论；逻辑思维、形象思维、直觉思维等学科方法论及其分支学科方法论；认知心理、情感心理、意志心理等学科方法论及其分支学科方法论；文学、艺术、戏剧、音乐等学科方法论及其分支学科方法论；计算机科学、人工智能、知识工程等学科方法论及其分支学科方法论；自然语言、人工语言、情报、传播等学科方法论及其分支学科方法论；还有系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论等学科方法论。在这些学科方法论的基础上还形成了三大学科领域的方法论，如自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论以及哲学方法论。同时，也分别形成了以各种学科及其分支学科方法论为前提的生产物质产品和精神产品的各种工程技术方法，如电子、能源、超导、激光等工程技术方法；如小说、诗歌、音乐等创作工程技术方法，等等。并在所有这一切方法论基础上又形成了总括一切方法论的方法论原理系统。如此看来，方法论科学，已经形成了一个庞大的学科群体。这个学科群，不是散在杂陈的，而是一个包括多层次、多系列子系统的有机的整体大系统。它是人类智慧的最高结晶，它光芒四射，照耀着人类开拓、创造的宏伟途程。

这个方法论整体大系统，是把前面3.1节中所论列的各种方法系统作为研究对象的，认识方法系统和实践方法系统，包括二者的各层子系统，都分别在各种方法论中加以分析研究和综合研究，揭示出各种方法系统的本质特征及其规律性以及它们的价值性和应用性。当然，有的方法论系统既包括认识方法系统又包括实践方法系统。例如自然科学方法论系统中的工程技术层次方法论，就既包括认识方法又包括实践方法。还有的方法论系统只包括认识方法，而不包括实践方法，例如哲学方法论、思维科学方

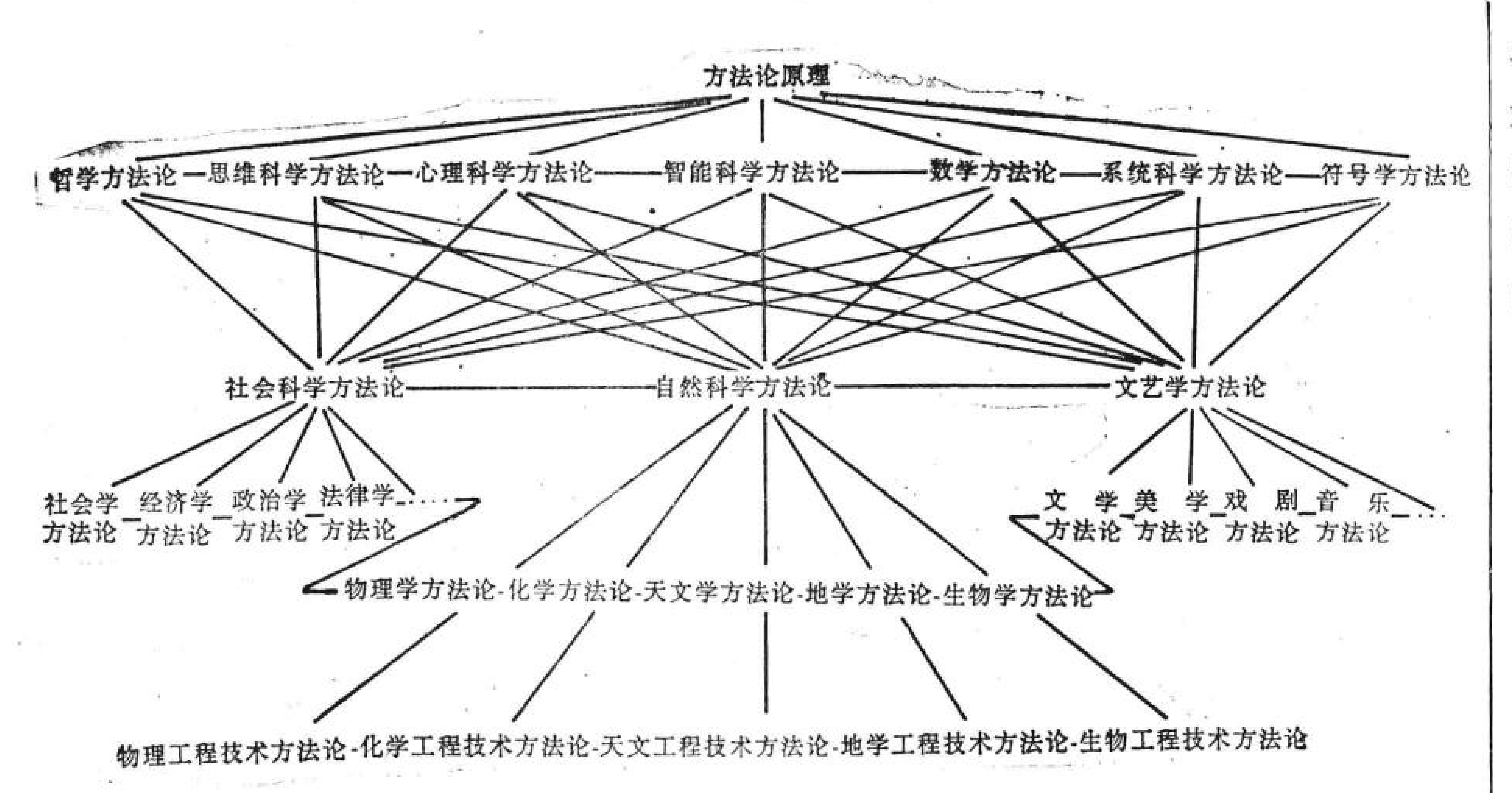

方法论原理
哲学方法论
思维科学方法论
心理科学方法论
智能科学方法论
数学方法论
系统科学方法论
符号学方法论
社会科学方法论
自然科学方法论
文艺学方法论
社会学方法论
经济学方法论
政治学方法论
法律学方法论……
物理学方法论-化学方法论-天文学方法论-地学方法论-生物学方法论
文学方法论
美学方法论
戏剧方法论
音乐方法论……
物理工程技术方法论-化学工程技术方法论-天文工程技术方法论-地学工程技术方法论-生物工程技术方法论

图3.2

法论等等。方法论这五个层次的整体大系统，用方法论分类树图(图3.2)可显示得更明确。

方法论体系中的各种方法论，还可以根据具体应用等情况，而作出其他类型的划分。例如把方法系统划分为研究方法和表述方法。还可以根据应用范围，划分为一般方法，特殊方法、个别方法，等等。在这里所作的层次划分，也是大致的、基本的划分。实际上，划分是无限的，随着认识和实践的发展以及具体实际的需要，还可以有更多层次的划分。

4 方法和方法论的评价

方法论中所论述的各种方法系统，是对认识活动和实践活动中，自觉和不自觉运用的杂多的方法，进行总结、提炼、升华的结果，是条理化、规范化、系统化了的理论形态上的方法系统。这种方法系统，要比自发的、散在的方法强而有力得多。因为理论化、科学化了的方法系统，更加符合对象的本质特征及其规律，因而方法的功能也就得到了加强，方法的作用也就更能得到充分的发挥。

所谓方法论的评价，主要是指对系统化、科学化了的方法系统的功能的评价。方法系统的功能，也就是人运用方法系统于对象，而发生主客体相互作用的功能。人在活动中运用方法系统于对象，或则达到认识对象，使人们认识符合于对象的实际；或则引起对象的改变，造成人所需要的结果。总括地说，就是人对主客体对象及其关系进行加工、制作和改造的能力。在现代方法论的总体系统中，包括着许多层次、许多类型的方法系统，而各种方法系统，都有其独特的结构和特征，因此，它们的功能、价值也各不相同。正确评价各种方法系统，无论在认识上，无论在运用上，都是方法研究上的重要一环。

方法论总体中，最高层次是方法论原理，它是所有方法论的

总体概括，它概括的是一切方法论、方法系统的共同本质特征及其发生发展的规律。它为正确地认识、把握和运用各种方法系统提供了根本的理论基础。

在各种类型的方法论总体系统中，处在第二层次的是哲学方法论、思维科学方法论、心理科学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法论。这些方法论所提供的方法系统，都具有普遍的应用价值。它们都以各自特殊功能被应用于自然科学、社会科学、文艺美学的各种方法论之中。哲学方法论所提供的方法系统，是关于自然、社会、思维的最一般的运动规律的认识方法。例如唯物辩证方法，它根据唯物主义本体论原则，提出了"实事求是"的方法；根据矛盾运动法则，提出了"矛盾分析"方法、"全面看问题"方法、"具体问题具体对待"方法等等。唯物辩证方法，是人类认识世界和改造世界的总体概括，是哲学方法的最高成就。相比之下，它比任何哲学派别的方法论都优越的多，其他哲学方法，如影响较大的现象学方法、实用主义方法、实证主义方法、结构主义方法、科学哲学方法等虽然也各有其独到之处，也都在一定范围内有其功能、价值，但总的来说，都不如唯物辩证方法那样深刻、全面、客观。因而不管人们自觉不自觉、愿意不愿意，都不能不在实际活动中遵守它、运用它。当然，必须明确，包括唯物辩证法在内的一切哲学方法（如美学、道德学等），都是属认识方法范畴，虽然哲学方法和其他认识方法一样，都要在不同程度上渗透到、运用到实践过程中去，但它们本身仍然是不属于实践方法范畴。

思维科学方法论，是关于各种思维的活动形式及其规律性的方法系统的理论，其中包括逻辑思维方法、形象思维方法和直觉（或灵感，顿悟）思维方法。思维方法也具有普遍的应用性，特别是逻辑思维方法，更是如此，就是形象思维方法和直觉思维方法，也须以逻辑思维方法为基础。之所以如此，是因为人是理性

动物，而理性的根本体现是逻辑思维，可以说没有逻辑思维人也就不成其为人了。所以自古以来，逻辑思维方法就被首先地进行了研究，并且较早地建成了科学方法系统，例如亚里士多德的《工具论》。在《工具论》中，亚氏就把逻辑定义为：关于科学研究的方法和原则的科学，关于证明的科学。它提出了关于概念、判断、推理、论证等系统的理论和运用规则，创立了完整的形式逻辑方法系统。随着近现代数理科学的发展，在形式逻辑中引进了数学方法，并创造了符号化、形式化、系统化的数理逻辑以及时态逻辑、道义逻辑、量子逻辑等30来个应用逻辑分支系统，这充分反映了现代认识和实践对逻辑思维方法的广泛的迫切的需求，也反映着人类的活动越来越向高精度的理性水平发展。当然尽管有如此多种形式逻辑方法出现，仍然不能满足现代思维的需要，因而在形式逻辑方法的基础上，又创建了辩证逻辑方法。因为形式逻辑方法只能反映事物的抽象性和事物的外在简单关系，而只有辩证逻辑方法，才能全面反映事物的内在深层本质及其发生发展的规律性。从而在形式逻辑方法所获得的抽象真理的基础上，获得具体真理。形象思维方法和直觉思维方法，也是具有特殊功能的思维方法。形象思维方法以意象等形象形式反映事物。主要适应文学．艺术、戏剧、音乐、影视等文艺创作活动的特殊需要。直觉思维方法，主要是表现在科技发明创造的活动中，它是一种突发型、飞跃型的思维方法，往往能够解决百思不得其解的问题，具有“偶有感触，豁然开朗”之功效。

心理科学方法论，也是具有普遍应用价值的方法论，它提供关于认识和运用人的心理（知、情、意等方面）的方法系统，心理方法适用于人的一切活动，包括认识活动和实践活动。对认识活动之不能离开人的心理因素及其方法且不必详论，只就实践方法来说，也离不开心理因素，例如改造人主体的活动就离不开心理方法，特别是生理心理方法和心理医疗方法。至于关于自然、

社会、文艺等等科学研究和创作就更须运用心理学方法了。

智能科学方法论，与心理学方法论有较密切的联系。但智能科学方法主要是研制和运用计算机、人工智能、知识工程等的方法。这种方法系统对于研究自然、社会、文艺都有用，特别对现代科学技术很有用。甚至这种方法系统本身就是一种最尖端的工程技术，是一种智能开发和应用的重要手段和工具。所以它也是具有普遍应用价值。

数学方法是关于数量和空间关系的研究和运用的方法系统。这种方法系统，是一切认识活动、一切科学活动所不可缺少的方法、对事物的定量认识，是现代科学认识的重要标准之一。凡是科学的认识，都须是定量认识与定性认识的统一。没有定量的认识，不可能达到精确的科学的定性认识，因为事物的量与质是统一的。当然，只有定量分析而无定性认识，那也是片面的，只限于形式上的认识。在一定的意义上可以说，精确的定量是为了达到精确的定性。

为贝塔兰菲（Ludwig von Bertalanffy）等所创立的全面运用数学方法的系统科学方法，也是一种普遍性很大的现代科学方法系统。这种方法系统在工程技术上得到了广泛的卓有成效的应用，并逐渐被普遍地运用于一切领域。特别是对大型的技术工程和经济工程，以及社会工程、军事工程，都有很大的效果。正是由于系统科学方法具有如此普遍的高效的功能，因而有些人认为它也是一种哲学方法。但这是不确切的。哲学方法主要是关于研究世界本原的本体论方法，也还包括认识论、道德论、美学等方法。而系统科学方法却不包含这些方面的方法内容。就系统方法与唯物辩证方法的比较而言，系统方法在系统的结构、层次、要素、功能等等方面，要具体得多。然而，系统方法却未及唯物辩证方法那样深刻地揭示了事物的矛盾运动法则；也未能确切地揭示出事物发展的内在辩证否定机制和辩证关系。

符号学方法论，是近年来发展很迅速的一种带有普遍应用性的方法系统理论。这种方法主要是为了精确地运用语言、信号而发展起来的。为了避免自然语言的模糊性和歧义性，而创制出人工符号语言，并从语法、语义、语用这三维上来分析研究人工符号语言；从语法的维面上构造出运用人工符号，按一定的能行规则进行操作运算的形式化系统。因此，可以把这种方法称之为形式化的方法。这种形式化的符号操作，能使思维活动大为方便、简捷、精确。因此，这种形式化的符号方法，不仅在一切科学研究中得到广泛地应用，而且在许多技术实践中也得到了广泛地应用。它不仅具有认识方法功能，而且具有实践方法功能。与人工符号语言相类似的其他各种指号，是应用得最广泛的，例如在技术设备上的指号、符号、信号等的应用。

上述这些具有普遍应用价值的方法论，除了哲学方法是以普遍世界为对象外，其他方法论都是从研究某类事物或其某些侧面的科学理论中总结出来的，但它们一旦形成，它的应用价值就具有普遍性，都是这样那样地贯穿于特殊的和个别的活动之中和有关的方法论之中；而这类具有普遍应用性的方法之间，也往往是互补的，都是处在相互作用的关系之中。

第三层次的方法论，即自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论。这三个大的学科领域方法论，是各自概括了其本领域所有实证的具体学科及其分支学科和技术学科的共同性的方法论问题而形成的，因而适用于本领域的各个学科。它们也带有较大的普遍性。例如自然科学方法论中的实验方法，社会科学方法论中的调查研究方法，文艺学方法论中的典型化方法等等。

第四层次的方法论，即各个大学科领域中的学科方法论及其分支学科的方法论。例如自然科学方法论领域中的物理、化学、生物、地理等等方法论；社会科学方法论领域中的经济、政治、法律、军事、教育等等方法论；文艺学方法论领域中的文学、戏

剧、美术等等方法论。这类第四层次的方法论一般都包括一些分支学科、边缘学科方法论，例如物理学方法论中的核子物理方法论和物理化学方法论；经济学方法论中的工业经济方法论和经济管理方法论；文学方法论中的外国文学方法论和影视文学方法论等等。这第四层次方法论，特别是分支学科、边缘学科方法论，往往带有一定的应用技术科学或工程技术方法论的成分，即属于实践方法的成分。例如物理、化学的实验，分支的、边缘的物理、化学的应用技术方法成分等等。

第五层次的方法论，是工程技术方法论，其主要内容是关于科技应用、产品开发等技术方法。这个层次的方法，实际上就是科学技术转化为直接的生产力的方法层次。这是这个层次方法系统的主要功能特点。这个特点表明着工程技术方法，主要的是属于实践方法，当然也包括着认识方法。例如，集成电路的设计、研制、生产程序等问题。都包括在集成电路的工程技术方法论之中。其中主要的是实践方法。因此，科学技术的经济效益和社会效益，都要在这第五层次方法论中具体表现出来。它是认识世界、改进世界最活跃最直接的方法层次。

总观方法论整体大系统的五个层次，可以明确，方法论大系统是一个上下左右贯通的有机大系统。高层次的方法原则，逐层地贯穿于低层次的方法论之中；反过来看，低层次的方法系统不断地以其所获取的生动的新鲜的内容，充实着、丰富着高层次的方法，不断地促进方法大系统的发展。

5　方法和方法论的运用

如前所述，方法系统本身就是一个关于目的方向、途径、策略手段、工具及其操作程序的选择系统。那是就方法系统内在结构的各个环节的有机构成上说的。如果就在具体活动中运用方法

的角度说，究竟运用什么方法，也有个选择问题。因为，就某种具体活动来说，一般的可能存在着多种方法，究竟何种方法论所提供的方法系统对当前的具体活动能产生最佳效果，这就要作出恰当的选择和有效的运用。因此，就必须遵循如下的一些选用规则：

（1） 针对活动特点，准确选用恰当方法

方法之是否恰当，一般地说，是指方法是否适合特定活动的需要。从大的类别看，认识活动就必须选用认识方法；实践活动就必须选用实践方法；从具体活动类型来说，例如理性认识活动，用感性经验方法不会有效；如果是工业生产活动，用农业生产方法也无济于事。再就某种具体活动具有多种方法存在的情况来看，那就更具有很大的选择性，那就更必须准确选用最恰当的方法。例如计算机或电视机的制造，可以是用电子管或晶体管来制造的方法，可以是用集成电路的方法，还可用大规模集成电路方法。甚至可用超大规模集成电路来制造的方法，在这种情况下，就要具体针对生产产品的诸多具体情况来准确选定有效的方法系统。

（2）注意方法系统的完整性，避免片面性

适用于特定活动的最佳方法系统，绝对不会是单一层次的简单方法。因此，在运用过程中，必须把方法系统构成的每一个层次都准确地有效地加以运用，因为各个层次的功能是互补地有机地联系着的。再一种情况是，一个方法系统，往往是个方法系统的网络，是大系统中包含着若干子系统，如果只选用了一个子系统，或者没有完全选用子系统，这都不会奏效。例如理性认识方法，仅用形式逻辑方法系统是不够用的，必须在哲学方法原则指导下，还运用辩证逻辑方法。只有完全用上理性认识的方法网络，才能获得具体真理。第三种情况是，大型的系统工程活动，所需要的是大型系统工程方法。这类大型系统工程，不仅其方法

系统是个多维的方法网络，而且其工程又具有明显的先后衔接的阶段性。这就需要既注意方法系统的多维性，又要注意方法系统的阶段性，从而完全掌握这种多维方法和阶段方法。例如美国权威系统工程专家华勒（A.D.Hall）认为：系统工程是具有知识维、逻辑维和时间维的系统。知识维即指有关系统工程的一切知识，包括对工程本身的认识和有关的专业知识；逻辑维是关于目标的选定、方案的优化、决策和实施等的系统分析和综合；时间维是把工程分为各个进展阶段，其中包括制订规划、初步设计、研制、生产、安装、运行、更新等七个阶段。对待类似这种大型系统工程，如果只注意到一维或二维，而忽略了其他，那是不可能完成工程的；即使注意到了三维，但对其阶段性的方法不明确，不能做到准确选用，那也是不能获得成功的。

（3） 重视方法系统的移植和开拓

在创造性的活动中，往往旧方法已不足用，或已完全不适用。在这种情况下，就必须引进移植其他相关方法系统。例如研究化学元素的深层结构，旧的化学方法已不足用，因而就必须引进量子力学方法，创建量子化学方法，并且因而创建了量子化学新学科。类似这样引进、移植相关方法，开创新方法新学科，是现代新兴科学的特点，很普遍。例如关于心理学的研究，由于引进、移植了社会学方法而创建了社会心理学；在语言学的研究中引进、移植了数理方法，而创建了数理语言学；在逻辑科学中引进了辩证方法而创建了辩证逻辑，如此等等，彼彼皆是。

根据各种方法系统之间的互补性、同一性，对某种旧方法的补充、完善，以及引进、移植相关方法而创建新方法新学科，这是方法系统发展的动力源泉，是新学科（包括新方法论）的创立的生长点。因此，重视方法系统的引进、移植和开拓不仅是为了解决某种具体活动的方法选用的问题，而且也是新方法论、新学

科的生机所在。

（作者 李志才）

1988年初稿，1990第四稿

参考文献

〔1〕亚里士多德，工具论，李匡武译，广东人民出版社，1984。

〔2〕培根，新工具，许宝骙译，商务印书馆，1984。

〔3〕笛卡儿，方法谈，载：16～18世纪西欧各国哲学，商务印书馆，1975。

〔4〕康德，纯粹理性批判，兰公武译，三联书店，1957。

〔5〕黑格尔，逻辑学，杨一之译，商务印书馆，1974。

〔6〕恩格斯，自然辩证法，人民出版社，1971。

〔7〕列宁，哲学笔记，人民出版社，1957。

〔8〕爱因斯坦文集，许良英等译，商务印书馆，1977。

〔9〕塔尔斯基，逻辑与演绎科学方法论导论，周礼全等译，商务印书馆，1963。

〔10〕鲍亨斯基，当代思维方法，童世俊等译，上海人民出版社，1987。

〔11〕Lakatos, 1: 'Falsification and the Metnodology of scientific Research Programmes ' Cambridge University Press, 1970.

〔12〕Popper, K.R: 'Qbjective Knowledge' Oxford University Prgss, 1972.

〔13〕钱学森，论系统工程，湖南科技出版社，1983。

〔14〕Simon, H.A: 'Information—Processing Theory of Human Problem Solving' in W·K·Estes(ed) Handbook of Learning and Cognitive Proces—ses(Vol.5), 1978.

〔15〕美国科学、工程和公共政策委员会编：科学技术的前沿学科展望，佟丕济等译，科学出版社，1986。

〔16〕富塚清，生活の中の科学技术，株式会社山海堂，昭和57年4月第1版。

〔17〕李约瑟，中国科学技术史，科学出版社、上海古籍出版社，1975。

第 二 部

系统科学方法

〔一〕 系统科学方法概论

系统科学是关于系统及其演化规律的科学。它是一个大科学，包括有一般系统论、控制论、信息论、系统工程、大系统理论、系统动力学、运筹学、博奕论、耗散结构理论、协同学、超循环理论、一般生命系统论、社会系统论、泛系分析、灰色系统理论等分支。这些分支学科，各自研究不同的系统。恩格斯说："宇宙是一个体系，是各种物体相互作用的总体。"①又说："世界不是一成不变的事物的集合体，而是过程的集合体"②这些话，就是对系统作为一种普遍存在形式的一种哲学概括，肯定了系统存在的普遍性。由于系统是一种普遍的存在，一切事物和过程都可以被看作组织性程度不同的系统，从而使系统科学的原理具有一般的性质，带有较高的普遍性。运用系统科学的原理，研究各种系统的结构、功能及其进化的规律，称作系统科学方法。它在各个不同的研究领域，获得了广泛的应用，被人们称作一般科学方法论。

1 系统科学方法的历史发展和基本原则

在古代，已有系统科学方法的萌芽，并应用于工程技术领域。但是，作为一种科学形态，它产生于20世纪上半叶。由于科

①马克思恩格斯选集第1卷，第449页。

②马克思恩格斯选集第4卷，第239页。

学技术的发展，传统的科学方法不能适应对事物复杂性的研究。工程问题的地位日益突出，也要求运用现代科学方法加以组织和管理。在这种形势下，系统科学方法在古代系统思想的启迪下，产生和发展起来了。

1.1　系统科学方法产生的历史条件

系统科学方法产生于20世纪上半叶，这是由当时的历史条件所决定的。现代科学技术的发展，对传统的科学研究方法和工程技术方法，提出了尖锐的挑战。由于传统的科学方法和工程方法不能适应现代科学技术发展的要求，迫切需要创造现代的科学方法和工程方法。这里的核心问题，是在科学研究和工程技术中，出现了复杂的系统。研究和设计复杂的系统，传统的方法显得不够了，而必须创造新的方法。

1.1.1　科学进步要求运用系统科学方法

近代科学是在分析方法的基础上发展起来的。自从哥白尼宣告自然科学从神学中的解放以来，实验方法成为近代自然科学发展的强大杠杆。近代的实验方法也就是分析方法，它把整体分解为各个部分加以深入研究，把因果链条切割，对原因和结果分别地给以规定。这种分析的方法，自然是科学进步的条件。例如，近代原子论方法，就是把物质进行分割，最终去寻找最原始的“原子”单位，以说明物质的结构和性质。这种方法，促进了物理学、化学的发展。分析方法、实验方法、原子论、还原论、机械论等，它们的名称虽然不同，但是，在方法论上，则有一个共同之点，即主张单纯的分析，所以，我们可以称它们为分析方法。这种方法的应用，需要有两个条件。第一个条件，是被分解的“部分”之间的相互作用不存在，或微弱到在某些研究任务中可以不予考虑的程度；第二个条件是描述“部分”的行为的关系式是线性的，可以通过“部分”过程相加来取得总体过程。在这

种情况下，分析方法是很有效的科学方法。近代科学的任务主要是分析，它满足应用分析方法的两个条件，因此，分析方法也就成为近代的科学方法了。

分析方法在近代物理学、化学的研究领域，获得了极大的成功。被这种成功所鼓舞，人们也就自然地将它应用于生物学的研究。因此，生命现象被分解为机械、物理、化学的过程，从分别地研究各种不同的过程入手，反回来说明生命现象。自然，对于生命现象的研究，这种分解是必要的。但是，仅仅限于分解，而且把这些机械、物理、化学的过程彼此分割开来，孤立起来，不能说明生命体的统一性，因而也就不能解释生命的本质。在这里，就开始暴露出分析方法的局限性了，要求有非单纯分析的科学方法来克服这种单纯分析的不足。

在生物学史上，由于分析方法的这种局限，活力论一直同机械论进行着长期的争论。活力论反对分析方法的还原论作法，认为生命现象不能还原为机械、物理、化学的过程。生命是一个有机体，有它特殊的本质，这种本质是由生物体内存在着一种特殊的“活力”所决定的。活力论对机械论的批判是可取的，也是有力的，但是，关于特殊的“活力”主张，却难以被人们所接受。

到底怎样说明生命现象的本质？科学要求有新的方法。

生命是一个有机整体，如果把它们分解为各部分或过程，这个整体也就被破坏了。分解后的这些部分或过程的简单相加，也就不能再构成生命有机整体。因此，单纯运用分析方法是不能说明生命现象，而必须把生命看作一个有机的整体加以研究。于是，产生了机体论的思想和方法，以代替机械论和活力论的方法。1925年，英国数理逻辑学家、哲学家怀特海（A.N.White head，1861—1947）发表了《科学与近代世界》，批评了生命现象研究中的机械论和活力论，提出了机体论的主张。他说：“现代理论的基本精神就是说明较简单的前期机体状态进向复杂机体

的进化过程。因此，这一理论便迫切地要求一种机体观念作为自然的基础。”①系统科学方法就是在这种情况下产生的。贝塔兰菲（L.Bertalanffy，1901—1972）在1924—1928年间，已开始了系统科学方法的研究，多次表达了系统科学思想和方法。

1.1.2 近代科学需要系统科学方法解决自身的矛盾

热力学第二定律和生物进化论，是19世纪中叶的两个重大发现。但是，在这两个发现之间，却存在着尖锐的矛盾。

热力学第二定律反映热从热物体传至冷物体的自发运动的规律，说明热不可能自发地、没有补偿地从冷物体传向热物体；在一个孤立的系统内，热总是从高温物体传向低温物体去。或者说，不可能从单一热源吸取热量，把它完全变为有用功而不产生其他影响。为了描述热力学第二定律，物理学家克劳修斯（R.Clausius，1822—1888）引进了“熵”的概念，说明热力学过程的这种不可逆性。熵被定义为物体所得到或失去的热量除以物体的（绝对）温度。如果一个物体的绝对温度为T，加给该物体的热量为$\triangle Q$，那么这个物体所增加的熵为$\triangle Q/T$；如果从这个物体取去热量$\triangle Q$，那么这个物体减少的熵为$\triangle Q/T$。用熵的概念，热力学第二定律则可以表述为：任何孤立系统的熵只能增加或保持不变。因此，热力学第二定律又称熵增原理。

熵增原理正确地反映了有限范围内孤立系统中所发生的一切热运动有关的物理、化学过程的不可逆性，是物理学上的一个重大发现。后来，分子运动论又对它作了解释：从统计理论的观点来看，熵增原理不过是说，在一切自然过程中，分子的有序运动都有变为无序运动或无规运动的趋势。所有过程进行的方向都是从不太可能的分子运动模式转向可能性更大的运动模式。因此，热力学第二定律给出了系统演化的一个基本方向，即从有序演化

①怀持海，科学与近代世界，第104页，商务印书馆1956。

为无序。

差不多在同一时期，生物学家达尔文(C.R.Darwin，1809—1882)发现了生物进化论，认为生物种不是被创造出来的，也不是绝对不变的。一个物种是从原来的另一物种传下来的。由于生物界进行着剧烈的生存斗争，每一种生物，为了生存繁殖，都要进行斗争。同时，生物界又普遍地存在变异。凡是具有能够较好地适应环境的变异的个体，在斗争中将有较多的机会得到生存繁殖，反之则被淘汰。这样，生存斗争导致自然选择，被选择的有利性状，将在世代传递过程中逐步积累，从较小的变异转变为较大的变异，形成新的物种。生物就是在这种进化的过程中，从简单的机体发展到复杂的机体，从低级的生物种进化到高级的生物种。生物进化论表明，物种进化是从较低的有序发展到较高的有序的过程。

矛盾发生了。热力学第二定律表明系统演化的方向是从有序到无序；生物进化论表明系统演化的方向是从无序到有序，从较低的有序到较高的有序。因此，在系统演化的方向上，发生了尖锐的冲突。到底系统是朝着哪一个方向演化的呢？是热力学的方向，还是进化论的方向？我们应该如何走出这两种演化方向的冲突呢？这不能不引起科学家们的深思。普里戈金(I.Prigogine，1917—)说："现在又加上了一个问题，这个问题已经纠缠我们一个多世纪了，这就是：生物的进化在热力学所描述的世界里，即在一个不断增加无序性的世界里，究竟有什么意义？在趋于平衡态的热力学时间与发生着趋向增加复杂性的进化的时间之间存在着什么关系？"① 要解决经典科学中的这个矛盾，必须求助于系统科学的方法。耗散结构理论等就是在解决系统演化方向的矛盾中发生和发展起来的。

①普里戈金等，从混沌到有序，第173页，上海译文出版社，1987。

1.1.3 现代工程技术需要系统科学方法来设计和管理

现代科学应用于生产过程，使机器体系发生了变革。在近代第一次技术革命中所形成的机器体系，是由工作机、动力机和传动机三大部分构成的。对机器的管理和控制，完全由劳动者承担。但是，随着科学的发展及其在生产过程中的应用，机器体系的构成逐步地发生了变化，出现了担任控制和管理的机器，这就是控制机。于是，机器体系不再由三部分组成，而是有四个部分了。在工作机、动力机和传动中，又加进了控制机。控制机的使用，涉及到了系统的信息和控制问题，要求有新的方法，从而使系统科学方法应运而生。正是现代技术的这种要求，促使了控制论、信息论等学科的发生和发展。

随着现代科学技术的发展，知识量迅速地增加，各种物质流、能量流、人才流、资金流等等也空前增长，信息的作用和地位获得了极大的提高，从而使物质、能量、信息成为社会物质文明的三大要素。信息处理工作的重要性，不仅空前突出，而且处理工作复杂性也不断地提高，传统的科学方法不能适应信息量的增加和信息处理工作日益复杂的要求，必须创造新的方法。系统科学，尤其是信息论、控制论等学科的方法，就是适应这种要求而产生的。

20世纪中叶，大科学、大技术登上了历史舞台，尤其是现代工程技术中的大系统，要素众多，结构复杂，规模宏大，整体化趋势日益加强，工程所经历的时间漫长，随机性、模糊性、非线性关系等情况，都增加了工程设计和管理的困难。传统方法已经不能适应这些大技术、大系统的工程设计、控制、管理的要求，必须有新的方法，满足现代工程技术发展的需要，因此，系统分析、系统工程、系统动力学等方法，在现代工程技术发展的推动下，发生和发展起来了，它们成为现代工程技术的设计、控制和管理的方法。

1.2 系统科学方法的产生和发展

系统科学方法产生于本世纪的三四十年代，最初出现的是一般系统论方法，控制论方法、信息论方法等。经过50年代的发展，到了六七十年代，产生了现代系统科学方法，其中最突出的是描述系统演化的方法。它对现代科学发展，具有重大的意义。

1.2.1　一般系统论方法

20年代，奥地利学者贝塔兰菲（L.Von Bertalanffy）在生物学的研究中，提出了有机体系统的概念。1932年发表了《理论生物学》，1934年发表了《现代发展理论》，阐述了生物学研究的数学方法和模型方法，批评了机械论方法，认为这种方法不能正确地解释生命现象。他发挥了机体系统论方法，把协调、秩序、目的性概念应用于有机体的研究。贝塔兰菲的机体系统论方法，成为一般系统论方法的萌芽。1937年，他参加了芝加哥大学哲学讨论会，在会上第一次提出了一般系统论概念。但是，他在大会上的报告没有能够及时发表，至1945年他发表了《关于一般系统论》，标志着一般系统论的诞生。但由于二次大战的缘故，他的一般系统论没有得到广泛的传播和被人们普遍接受。1947—1948年，贝塔兰菲在美国讲课和专题讨论中，再次阐述了一般系统论的思想和方法。他说："我们提出了一门称为普遍系统论的新学科。普通系统论乃是逻辑和数学的领域。它的任务乃是确立适用于'系统'的一般原则。"① 作为一门新学科，一般系统论便开始形成。在六七十年代，一般系统论才得以普遍的重视。

一般系统论在产生之后，获得进一步的发展。一般系统论在工程技术方面的应用，是系统工程，它是组织管理各类系统的规划、研究、设计、制造、试验和使用的科学方法。系统工程萌芽

①贝塔兰菲，普通系统论的历史和现状，国外社会科学1978年第2期。

于30年代，美国贝尔电话公司的工程师首先采用系统方法解决巨大工程项目问题，在1940年首创了系统工程学的名称。1957年美国密执安大学的哥德和迈克尔两人合著的《系统工程学》一书，初步奠定了系统工程的基础，1965年迈克尔编写了《系统工程手册》，论述了系统工程方法，构成了系统工程比较完善的学科体系。

数学工具方面，后来发展了运筹学、模糊数学等学科，使系统方法获得了发展，随着电子计算机的运用，又增添了系统方法的运算工具。

1.2.2 信息论方法

信息论是以信息系统为对象，研究信息的计量、传递、交换和贮存的科学。运用信息论的原理研究信息运动的方式，就是信息论方法。从本来意义上讲，信息论是关于通讯技术问题的理论。自从近代以来，人类已经注意对通讯问题的研究，在现代通讯技术发展的推动下，加速了通讯问题研究的开展。1928年，美国物理学家哈特利发表了《信息传输》一文，首次把代码、符号、序列称作消息，并认为它是信息的载体，成为现代信息通讯理论的起源。1945年，美国贝尔电话公司电话研究所的数学家申农(C.E.Shannon，1916—)，发表了《通讯的数学理论》，奠定了现代信息论的基础，创立了信息论。他第一次从理论上阐明了通信的基本问题是精确地或近似地在一端复现另一端选择的信号。他区分了通讯的语义方面问题和技术方面问题，只考虑信息的形式，撇开信息的内容，从而提出了度量信息量的数学公式。他用熵来表征信源的特性，把它定义为该信源发送每个消息的平均信息量。对信息论的建立，维纳（N.Wiener，1894—1964）也做出了卓越的贡献。他把通讯看作统计问题，同样地利用熵定义连续信号的信息量。50年代，物理学家布里渊在更广泛意义上解释信息论，将它推广到物理学中去，把信息熵和物理熵直接联系起

来，成功地建立了信息的物理模型。

申农的信息论实际上属于通讯的技术方面问题，它未能解决通讯的语义问题和有效性问题。六七十年代，信息论在语义问题和有效性问题方面，有了进一步的发展。1964年，卡尔纳普(R.Carnap)提出了语义信息论问题。1964年贝里斯(M.Belis)和高艾斯(S.Guiasu)首先提出了有效信息的度量问题。1978年，夏尔马(Sharma)等人提出非可加性的“广义有效信息”概念，作了进一步的推广。在模糊数学创立后，又被应用于信息论的研究，以模糊集合定义模糊信息。在70年代，以信息论为基础，运用电子学、计算机和自动化技术、生物学、数学、物理学等学科，研究信息的性质，研究机器、生物和人类对于各种信息的获取、变换、传输、设计和研制各种信息机器等。信息论便由此发展成为信息科学，使信息方法具有更为普遍的意义。

1.2.3 控制论方法

控制论是关于机器、生物和社会中控制和通讯的一般规律的科学。运用控制论的原理研究控制和通讯系统的方法，就是控制论方法。

在古代，已有控制论思想的萌芽，近代也提出过有关控制的问题。本世纪二三十年代，关于控制和通讯问题的研究已极为活跃。美国生物学家坎农，提出了同态调节的概念，英国生物学家艾什比(W.R.Ashby，1903—1972)建立了中枢神经活动的准数学模型。

维纳在1919年，就产生了有关控制论的思想。经过二三十年的研究，他于1943年发表了《行为、目的和目的论》一文，奠定了控制论的思想基础。他通过对机器和生物动作的类比，发现目的性的行为可以用反馈来代替，从而把生物所特有的目的行为赋予机器。他还把控制和通讯统一起来处理，把信息看作是我们对外界进行调节，并使我们的调节为外界所了解时而从外界交换的

东西，从而把信息作为研究控制和通讯过程的关键因素。这样，就可以把控制和通讯问题看作是信息和反馈的问题。于是，作为一门新学科，控制论诞生了。1948年，维纳出版了《控制论》一书，宣告控制论的诞生。

控制论建立以后，应用于广泛的领域，产生了各个部门的控制论。

工程控制论是运用控制论的基本原理研究工程中自动控制系统的设计、分析的科学。1954年，我国科学家钱学森发表了《工程控制论》一书，标志经典工程控制论的建立。60年代前后，适应现代工程技术的发展，又建立了现代工程控制论，它以状态空间作为描述系统的工具，在电子计算机的帮助下，可以解决时变和多变量系统的工程技术问题。

生物控制论是运用控制论的基本原理和方法研究生物系统新陈代谢规律的科学。它对生物所特有的机能和行为，建立数学模型，从而揭示生命活动的内在控制。1954年，英国生物学家艾什比发表了《大脑设计》一书，1956年，又写了《控制论导论》标志着生物控制论的诞生。目前，生物控制论的研究已进入分子水平。神经控制论是运用控制论的基本原理和方法研究生物的神经系统的信息处理的科学。1943年，匹茨和麦克卡发表《神经作用中的内在概念和逻辑运算》一文，奠定了神经控制论的基础。1960年，英国学者斯坦利·琼斯发表了《自然系统的控制论》，对生物系统和神经系统中的非线性过程，做了深入的研究，推进了神经控制论。目前，大脑的机理问题，成为神经控制论研究的重要课题。

经济控制论是运用控制论的基本原理和方法研究经济系统的科学。经济活动和管理的过程，是一个控制的过程。在50年代，西方学者已经开始进行这一方面的研究。60年代，苏联和东欧国家开始陆续发表有关文章，探讨经济过程的控制问题。波兰经济

学家奥斯卡·兰格写了《经济控制论导论》一书，这是一本较早的经济控制论著作。1978年，罗马尼亚总理、经济学教授曼内斯库（A.M.MANescu，1916—）发表了《经济控制论》。经济控制论的研究，对经济管理有着重要的作用。

社会控制论是运用控制论的基本原理研究社会系统的科学。从六七十年代以来，社会控制论研究比较活跃。主要探讨人口、政治、军事、管理以及人类未来的发展等方面。当前，社会控制论主要研究社会信息管理系统、社会结构、社会语言交往及管理等。由于社会系统极其复杂如何应用模糊系统理论进行社会控制论的研究引起了人们的广泛注意。

1.2.4 系统自组织方法

从六七十年代以来，系统科学又获得了新的发展，涌现了一系列新的学科。这些学科比较集中地探讨了系统的演化问题，建立了系统自组织理论。

耗散结构理论是关于耗散结构的形成和演化规律的科学。一个远离平衡态的开放系统，由于与外界不断地交换物质和能量，当到达一定阈值时，便由无序状态变为有序状态，形成新的结构。这就叫作耗散结构。比利时学者普里戈金在1969年首次提出这一理论。离开平衡态的开放系统，之所以能够形成耗散结构，在于系统内部存在有非线性的反常涨落。涨落总要导致在远离平衡处出现的耗散结构存在一系列多级分支点。在分支点之前，系统处于靠近平衡的状态；在分支点之后，出现新的结构；在分支点附近，系统有几种状态可以选择。当涨落呈现为宏观涨落并稳定下来时，就达到有序，形成新的结构。耗散结构理论揭示了结构、功能与涨落之间的关系，具有重要的方法论意义。

协同学是研究由许多子系统构成的系统如何协作而形成宏观尺度上的空间结构、时间结构或功能结构的科学。它是一门关于系统自组织的理论，1976年西德斯图加特大学理论物理学教授赫尔

曼·哈肯（H.Haken，1927—），在研究激光理论的基础上提出了“协同”概念，发表了《协同学导论》一书。协同是指子系统之间的相干效应，它根源于各子系统之间的非线性相互作用。协同学比耗散结构理论具有更大的普遍性，它不以远离平衡为条件。只要系统中的各个子系统之间具有非线性的相互作用，就能产生协同现象。哈肯认为，一个系统的稳定性受两种变量的影响，一种叫快弛预变量，当系统受到干扰而产生不稳定性时，总是企图使系统重新回到稳定状态；一种叫慢弛豫变量，当系统受到干扰而产生不稳定性时，总是使系统离开稳定状态走向非稳定状态。在系统从稳定态向非稳定态的过渡中，慢弛豫变量起着决定性的作用，当系统到达一个新的稳定态时，快弛豫变量就使它处于稳定态的位置，由此形成新的有序结构。协同学很好地说明了物理学中的一些自组织现象，而且还被运用于生物、经济、社会等研究领域。

超循环理论是生物领域中的系统自组织理论。它由柏林大学生物学家爱根（M.Eigen，1927—）于1971年提出。1977年，爱根发表了《超循环——自然界的一个自组织原理》一文，系统地阐述了这一理论。爱根认为，生命的起源和发展，经历三个阶段，第一阶段是化学进化，无机分子通过合成简单的有机分子产生核酸和蛋白质；第二阶段是生物大分子的自组织阶段，通过核酸和蛋白质的相互作用产生原生细胞；第三阶段是达尔文进化阶段，原生细胞逐步进化产生各种生物种。生物大分子自组织阶段形成一种超循环的组织。在这种循环系列中，每一元素既能找到自我复制，又能对下一元素的产生提供催化作用。这种超循环组织，保证了遗传密码的自我复制。因此，进化原理可以理解为分子水平上的自组织。

1.3 系统科学方法的结构

系统科学对系统的研究，由于抽去了系统的具体形态及其特定的结构和功能，只着眼于一般形态的系统的类型、性质及其运动规律，因此，它对各种具体系统的研究，具有方法论的意义，从而使系统科学成为现代的科学方法。

系统科学包括多种学科。它本身的结构，一般可分为基础理论、应用科学和工程技术三个不同的层次。因此，系统科学方法，也同样存在有三个层次的结构。

1.3.1 系统科学的一般方法

系统科学的基础理论，国内称它为系统学。它研究一般系统的结构、功能及其进化的一般规律。从系统观点出发，探讨整体与要素、要素与要素、整体与外部环境之间的相互联系，并运用系统、信息、熵、控制、反馈、稳态、功能、结构、涨落等范畴，刻划系统的性质及其进化，都是研究一般系统的方法。这些方法，包括结构方法、功能方法、历史方法等。可以应用于一切领域的系统研究，因此，是系统科学的一般方法。

1.3.2 系统科学的特殊方法

系统科学的各个分支学科，例如，控制论、信息论、博奕论、决策论等，既研究具体领域的系统，又有横断学科的性质，因而它的基本原理可以成为较普遍的科学方法。但是，它的普遍性又次于系统科学的一般方法，因而称为系统科学的特殊方法。贝塔兰菲称这种系统科学的特殊方法为"系统技术"。他说："技术上的要求导致出现需要创建具有新的基本观点的新概念和学科，比如控制论、信息论、对策论、决策论、回路理论与排队论等等。这里一般的特点仍然在于上述事物是特定和具体技术问题的产物，但模型、概念、原理（例如信息概念、反馈、控制、稳定性、回路理论等）已经远远超出专门家的业务范围，具有跨学

科的性质，并且独立于他们的专业知识。”① 在系统科学的特殊方法中，可以提炼出系统科学的一般方法。但是，这种特殊方法的基本特征，在于它是特殊系统的研究方法。例如，控制论是研究控制和通讯系统的科学方法。系统科学的特殊方法主要有信息方法、反馈控制方法等。

1.3.3 系统工程方法

系统工程是组织管理系统的规划、研究、设计、制造、试验和使用的工程技术。它是运用系统观点和方法处理巨大规模的复杂工程、科研和生产任务而创造的系统工程方法。

系统工程的基本思想是把工程方法引入组织管理，用概率、统计、运筹、模拟等方法，对组织和管理的对象进行分析，建立系统模型，运用最优化的方法，求得系统的最佳结果。这种方法曾被应用于美国原子弹研究的组织和管理工作，60年代，美国阿波罗登月计划工程，也运用了系统工程方法，顺利地完成了任务。70年代以来，出现了社会工程，把系统工程方法应用于国民经济的计划、协调，并从事能源、环境、生态、城市、水资源、医疗、产业系统、国力开发等研究，初步获得成效。系统工程方法主要有系统分析、网络分析、分解、协调方法等。

1.4 系统科学方法的基本原则

系统科学方法的一般原则，是根据系统的性质和运行规律制定的。它是我们运用系统科学方法时必须遵守的规则。这些基本原则是：整体性原则、相关性原则、综合性原则、目的性原则、层次性原则和历时原则等。

1.4.1 整体性原则

在系统科学中，系统是最为重要的范畴。贝塔兰菲指出：

①贝塔兰菲，一般系统论，第10页，社会科学文献出版社，1987。

"系统的定义可以确定为处于一定的相互关系中并与环境发生关系的各组成部分（要素）的总体（集）"①。系统是各个要素相互作用的整体。系统的性质，不是由某些要素独立决定的，而是整体与部分、部分与部分、系统与外部环境相互作用的统一性的表现。一个组成部分在系统内部的行为不同于它孤立状态中的行为，不能从各个孤立部分概括出整体的行为。无论要了解整体或部分的行为，都必须把上述的三种关系都考虑进去。系统的这种整体性，可以运用联立微分方程来说明。元素 P_i（$i=1, 2, \cdots, n$）的某个测度记为 Q_i，对于有限数目的元素和最简单的情况，这些测度有如下形式：

$$\frac{dQ_1}{dt}=f_1(Q_1, Q_2, \cdots, Q_n)$$

$$\frac{dQ_2}{dt}=f_2(Q_1, Q_2, \cdots, Q_n)$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{dQ_n}{dt}=f_n(Q_1, Q_2, \cdots, Q_n)$$

展开为泰勒级数：

$$\frac{dQ_i}{dt}=a_{11}Q_1+a_{12}Q_2+\cdots+a_{1n}Q_n+a_{111}Q_1^2+\cdots$$

方程表明，任何 Q_i 的变化都是所有从 Q_1 到 Q_n 的量的函数；反过来，任何 Q_i 的变化会使所有其他测度及整个系统发生变化。因此，贝塔兰菲说："为了理解一个整体或系统，不仅需要了解各个部分，而且同时还要了解它们之间的关系（细胞中酶的相互作

---

①普通系统论的历史和现状，科学学译文集，第315页，科学出版社，1981。

用、个性中有意识和无意识过程的各种各样的相互影响、社会制度的结构和运动等等）。甚至在物理中也出现这类问题，例如，许多一般的'力'或'通量'的相互作用（不可逆的热力学，参看翁萨格当量关系）。因此，首先需要按其特征实事求是地研究我们所观察的宇宙中的大量现实的系统。其次，找出各个'系统'的一般方面，一致性和同态性。”① 这是对整体性原则的很好的叙述。我们在运用系统科学方法时，必须坚持这一原则，从系统、要素、环境的相互关系中，把握系统的整体性。

1.4.2 相关性原理

相关性是系统诸要素之间的相互作用，具有一种异常的特性，即有机关联性。这种特性说明，各部分之间的联系是不可分割的，从而使系统的增长不是机械的汇集。

整体与部分的关系，有两种不同的性质，一是加和性，二是非加和性。加和性是指一个复合体能够通过把原先分离的要素集合拢来的办法，一步一步地建立起来；反之，复合体的特征能够完全分解为各个分离要素的特征。如果一个系统内部的各个要素之间的相互作用比较弱，对于某种研究，可忽略不计，那么，各部分之间的关系具有线性关系，这时，整体和部分的关系具有加和性，系统是部分之和。但是，一般说来，要素之间都存在着相互作用，而且当这种相互作用对某种研究成为不可忽略的时候，整体与部分的关系，就不再具有加和性，而具有非加和性。由于各部分之间存在着相互作用，每一部分的性质和行为，都依赖于其他部分，而且各部分之间都相互影响。因此，在系统内部的各要素的性质和行为，不同于孤立状态下的性质和行为。由于这种各部分之间的相互作用，使系统形成一定的结构，共同地规定整体的性

①普遍系统论的历史和现状，科学学译文集，第314页，科学出版社，1981。

质和行为，从而使系统出现了它的组成部分所不具有的新性质和新行为，出现了整体性。这就使整体和部分之间产生了一种新的关系，即非加和性。这种非加和性说明系统内各要素之间的相互作用具有非线性的特征。例如，当两个氢分子（H_2）和一个氧分子（O_2），经过化学反应产生两个水分子（H_2O）时：

$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$

新产生的水分子的性质，既不同于氢分子，也不同于氧分子。它不是氢分子和氧分子性质的简单叠加，说明整体与部分之间存在着非加和性。因此，各部分之间是有机关联的，它们具有相关性。

可见，系统诸要素之间的相互作用，存在着非线性关系；系统的整体与部分之间存在着非加和性。我们运用系统科学方法研究系统的整体性质时，必须揭示和遵循这种非线性关系、非加和性。这就是相关性原则。

1.4.3 综合性原则

整体性和相关性，使系统的性质趋于最大的综合。尤其是复杂的巨大系统，系统又成为更高层次系统的子系统，更高层次的系统又成为比它更高层次系统的子系统，形成了网络结构，极大地突出了综合性的特征。拉兹洛（E.Laszlo，1932—）说："作为一个系统的那个网络的情况，跟组成它的任何系统或超级系统是不一样的。整个网络的系统性，表现包含的那些系统的联合体的功效或输出上。这种系统性表明该网络内部所有活动都趋向于那种最综合的状态。"① 系统的这种性质，使系统思维成为整体综合的思维。

传统的分析方法，把整体分解为部分，一旦了解了部分的性

①拉兹洛，用系统的观点看世界，第45页，中国社会科学出版社，1985。

质，把它们加和起来，就是整体的性质。这就是先分析，后综合的方法，而且，这里的综合是线性相加。但是，系统由整体性和相关性，使传统的分析一综合方法失去了效用。它要求把综合作为分析的出发点，经过分解之后，再回到综合。这里的综合，不是线性的相加，而是非线性的非加和性的。也就是说，考虑要素之间的相关效应。因此，从综合出发，经过分析，又回到综合，这个“综合—分析—综合”的公式，反映了系统科学方法的综合性。根据这个公式来运用系统科学方法，就是综合性原则。

静止地看待综合性原则，就会出现逻辑矛盾。为了分析，必须从综合出发；可是综合又是分析的结果。原苏联系统论学者萨多夫斯基(B.H.СадоВскuū)分析了这个悖论，他说：“把给定系统描述为某种整体性的任务，只有在解决了把该系统以‘整体性的方式’划分为部分的任务之后才能解决，而以‘整体性的方式’把该系统划分为部分的任务，只有在解决了把该系统描述为某种整体性的任务之后才能解决。”① 为了解决这个悖论，必须引入时间参数。萨多夫斯基接着指出：“我们是把系统思维的悖论性当作在时间中发展着的过程的一定的矛盾来谈论的。企图静止地，即按照不具备发展性质的系统知识来解释所研究的悖论，必然会得出结论说，系统思维是不可能有的。”② 关于综合的知识，是随着认识过程而不断地发展着的。作为出发点和结果的综合，在认识的深度上是不同的，表现了思维的运动。因此，综合性原则的悖论性，是思维过程中辩证矛盾的反映。

1.4.4 目的性原则

一切系统的进化，是从无序走向有序，而且以到达平衡态为目标。这种有序性和方向性，说明系统具有目的性。机器、生物

①一般系统论原理，第257页，人民出版社，1984。

②同上，第291页。

和人类都是如此。贝塔兰菲指出："我们考察生物就会发现惊人的秩序、组织、不断变化中的维持、调节和表观目的论。同样在人类行为中，即使我们持严格的行为主义观点，也不能忽视寻的和目的性。。"① 任何系统都有自己的目的，通过反馈调节加以实现。目的是行为的向导，是行为最终所要达到的结果。一切有目的的行为都可以看作需要负反馈的行为。机器和生物，一般都是通过负反馈来达到行为的目的的。

近代科学把"目的性"神秘化，用先验的目的论加以解释。反辩证法的形而上学者在反对目的论时，完全否定了目的性，走向了另一个极端。我们否认目的论，同时又承认目的性的存在，而且，确认它是系统进化的一种动力、吸引力。系统似乎都以一个未来到达的平衡态为目的。一切偶然发生的事件，都是对这个目的的偏离。

系统的目的性，为认识系统的思维活动规定了一个方向，要求揭示系统为实现这个目的的运动。同时也为运用系统科学方法规定了一个准则，要使认识到达于某种目的。"综合—分析—综合"这个公式，正是这种认识活动的有目的性的体现。从综合出发，到达于综合的结果。我们的认识活动，通过负反馈调节，实现这个行为的目的。这就是系统科学方法的目的性原则。

1.4.5 层次性原则

当我们把一个极其复杂的研究对象称为系统时，组成这个系统的内部要素便是这个系统的子系统。由于这些子系统的相互联系和相互作用，构成了一个有机的整体，使它具有特定的结构，因而具有特定的功能。就子系统来说，它本身又可以成为系统，它的内部又包含低一层次的子系统，这些子系统之间的相互联系和相互作用，构成了有机整体。这个子系统内部的每个子系统，

---

①一般系统论（基础、发展、应用）第76页，社会科学文献出版社，1987。

又可以成为一个相对独立的系统，它又由更低层次的子系统构成。依此类推，我们可以不断地分析下去，表明系统是具有多种等级层次结构和功能的有机整体。从相反的方向考察系统，我们就会发现，一个相对独立的系统，它又是高一层次的系统的一个子系统，那个高一层次的系统，又可以成为更高一级层次的子系统，依此类推，我们也可以不断地综合下去，同样表明系统是具有多种等级层次结构和功能的有机整体。可见，系统具有独立性，但是，这种独立性是相对的，系统中的每一子系统，可以成为一个独立的系统，而每个系统本身，它又可以成为更大系统的子系统，从而使每一系统都处于多级层次的复杂联系之中。

系统的这种层次性，把多级系统排列成由简单到复杂、从低级到高级的等级序列关系。系统的性质，也只有通过分析这些多层关系才能被认识。每一个系统都处于三级的直接联系中，即同自己内部各子系统的直接联系；同外部环境的直接联系，作为子系统同更高一级多层次系统的直接联系。在这三种直接联系中，系统所表现出来的性质和行为，都是不同的，因而要作不同层次的分析。除此之外，系统还参与同更低级层次系统和更高级层次系统的多种间接的联系。这些联系，也间接地影响系统的性质和行为。因此，系统科学方法的层次性原则要求，由于系统联系的层次性，在研究系统的性质和行为时，首先必须确定系统的层次等级，其次是分析系统在直接联系的层次等级上的性质和行为；最后将分析的结果加以综合，获得整体的认识。既不能把高级系统的性质和行为，归结为低级系统性质和行为，也不能用高级系统的性质和行为来代替低级系统的性质和行为。在注意到各级不同层次的联系时，又要严格地把它们区别开来。

1.4.6 历时性原则

系统的历时性就是系统的状态随着时间的持续而变化的性质，又叫做系统的动态性。一般说来，一切系统都是动态系统，

它的状态变量是时间的函数。静态系统不过是动态系统的近似和抽象。在静态系统中，决定状态特征的状态变量与时间变化无关，这是动态系统的简化描述。

由于约束条件的不同，系统可以处于三种不同的状态，一是定态，它包括平衡态和稳态；二是周期性变化状态；三是发散性变化状态。系统状态之所以能够随着时间的变化，一方面是由内部结构的变化，系统的要素在系统内部的位置分布随时间的变动；另一方面是系统与外部环境进行物质、能量、信息的交换，随时间的变化，这是由系统的开放性所决定的。任何开放系统，都具有历时性。一切具体的系统，都是开放系统，因此系统都处于随时间的变化之中。这种内部变化和外部变化是相互联系着的。外部变化，即系统与外部环境的物质、能量、信息变换的变化，必然要引起内部结构的变化。而且，外部变化又总是通过内部变化而起作用的。

历时性是有方向性的。它的一种方向是逐渐分离。由于系统的整体性和相关性，每一要素的变化都可以导致其他所有要素和整个系统的变化；可是，每一要素的变化又依赖于其他要素的变化。当要素之间的相互作用随时间而减弱时，系统的整体状态将会过渡到各要素相互独立的状态。于是，系统内部的相互作用逐渐分离成独立的因果链，系统的关联性和可调节性变弱，系统逐步地变成为各独立部分的总和。贝塔兰菲指出：“系统将从整体的状态逐渐演变为各元素独立的状态。最初状态是统一的系统，后来逐渐分解为独立的因果链。可以把这种情况叫做逐渐分离。”①

历时性的另一种方向是逐渐集中化。原始状态是系统行为来

①贝塔兰菲，一般系统论（基础·发展·应用），第57页，社会科学文献出版社，1987。

自等势性部分的相互作用的状态；系统在进化的过程中，逐渐出现了从属于支配部分的部分，它保证系统的整体性可调节性，从而使整体成为不可分解的个体。贝塔兰菲说："只有来自逐渐集中化的、进化和发育过程中的逐渐个体化，一些部分起支配作用并确定整体的行为。所以逐渐集中化的原理也构成了逐渐个体化。"①

系统的历史性，要求我们在研究系统的性质和行为时，必须把握系统状态随时间的变化。这就是系统科学方法的历时性原则。

2 结构方法

系统是由两个以上的要素构成的集合体，各个要素之间的相互联系和相互作用，形成特定的整体结构。系统的结构是要素之间相互联系和相互作用的形式。要素的相互联系和相互作用，必须通过交换信息来实现。因此，在形式上，要素之间就要发生加和性和非加和性、正反馈和负反馈，以及因果等联系和作用。我们称这种联系和作用为形式结构。它又是同系统的空间结构和时间结构结合在一起的。要素在空间上的排列秩序，构成了系统的空间结构，要素在时间上前后相继的顺序，构成时间结构。因此，系统科学的结构方法，是根据系统科学的基本原理，研究要素之间的相互联系和相互作用的形式，并运用形式化和数学工具，给出系统结构的定量模型的科学方法。它包括形式结构方法、空间结构方法、时间结构方法、空—时结构方法等几个方面。

①一般系统论（基础·发展·应用），第60页，社会科学文献出版社，1987。

2.1 形式结构方法

对系统结构的研究，应该撇开具体系统的特殊内容，即特殊要求的特殊联系和作用，从一般的共性上，研究这种相互联系和相互作用的共同形式。因此，系统科学所研究的系统结构，首先是一种形式结构。

系统的结构是整体与部分之间相互关系的中介。整体不等于部分的总和，是通过特定的系统结构来实现的。这就涉及要素之间的加和性和非加和性的联系。由于这些联系是通过交换信息来实现的，因此，要素之间必定存在着反馈作用。通过反馈作用，在要素之间就产生了因果关系。要素之间的加和性和非加和性的关系、反馈的作用方式及其因果关系等，就构成了形式结构的内容。研究系统的要素之间的加和性和非加和性、反馈作用和因果关系等方面，并根据这些研究，建立系统的结构模型的方法，就是形式结构方法。因此，形式结构方法的任务，必须研究以下几个方面的内容。

2.1.1 加和性和非加和性分析

相关性原则是系统科学方法的一个基本原则。系统之所以具有相关性，在于系统与要素之间的关系，除了加和性之外，更重要的还有非加和性，即非线性关系。加和关系使系统的功能依赖于诸要素功能的总和。要素功能的最充分发挥，也就构成系统的最佳功能。加和关系的数学表达式为：

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n = \sum_{i=1}^{n} S_i$$

式中的S为系统，S_1，S_2，S_3，…，S_n为n个子系统。

非加和性是诸要素之间的耦合关系。系统中的要素所具有的性质和行为，不同于它孤立在系统之外时所具有的性质和行为。

由于系统的要素之间具有这种非加和性的关系，使整体不等于部分的总和。非加和关系的数学表达式为：

$$S=S_1\times S_2\times S_3\times\cdots\times S_n=\prod_{i=1}^{n}S_i$$

在具有相同要素的两个系统中，如果系统与要素之间关系不同，一个系统具有加和性关系，另一个系统具有非加和性关系，那么，这两个系统就具有不同的结构，因而也就有不同的功能。因此，分析系统的加和性和非加和性是形式结构方法对系统结构研究的重要任务。

2.1.2 判定正反馈和负反馈

在系统中，诸要素之间都要相互交换信息，从而在它们之间形成了相互制约和相互促进的作用。一个系统为了实现自己的目标状态，必须把系统的输出信息再次输入，影响信息的再输出。这就是用系统活动的结果来调整系统的活动。可是，系统的行为取决于内部诸要素的协同，因此，在要素之间也必定存在着一种反馈关系。在运用形式结构方法研究系统结构时，必须分析诸要素之间的反馈类型。

对于一个系统的演化来说，反馈是同目的性联系在一起的。如果通过反馈活动，使系统的状态越来越偏离目标，这种反馈是正反馈；如果通过反馈活动，使系统的状态越来越接近目标，这种反馈是负反馈。系统内部诸要素之间的反馈作用，也存在这样两种情况。要使系统处于稳定状态，必须保持系统的稳定结构。负反馈正是保持系统的稳定结构的重要机制。要素之间反馈的目的，就是维持系统的稳定结构。正反馈则相反，它会破坏系统的稳定结构，使系统偏离稳定状态。形式结构方法必须分析要素之间的反馈类型，从而判定系统所处的状态。

必须指出，无论是正反馈，还是负反馈，都要通过物质、能

量、信息的交换来实现的。例如，在无机系统中，存在着通过场的四种相互作用，即引力相互作用、电磁相互作用、强相互作用和弱相互作用。这些相互作用是要素之间相互作用的具体内容，而不是相互作用的一般形式。形式结构方法并不研究这些相互作用的具体内容，而只是研究相互作用的一般形式要素与系统之间的加和性和非加和性，要素之间的正反馈和负反馈，以及因果联系，就是这种一般形式，从而造成形式化的结构模型。但是，一般形式又总是通过具体内容来实现的，因此，在具体运用这种结构模型时，又必须同它的具体内容结合起来。

2.1.3　区分因果关系的类型

在系统的要素之间相互联系和相互作用中，还存在着一种因果关系的形式。一种要素的变化，引起另一种要素也随着变化，前者为原因，后者为结果，它们之间的联系，就是因果关系。形式结构方法在分析系统内部要素之间的因果关系时，同样也撇开了要素的具体内容，着重于对因果关系类型的研究。

（1）因果长链

在系统中，如果存在着A、B、C三种要素，而且三者的关系是：由于A的变化引起B的变化，由于B的变化又引起C的变化。这种因果联系就是因果长链，以图来表示，则有：

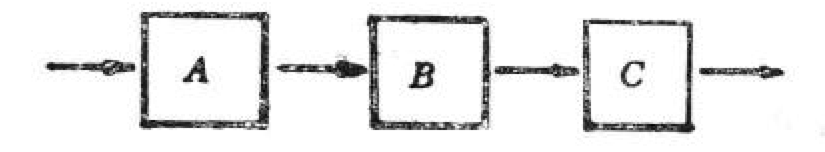


图2·1　因果长链

长链型的因果联系，在系统中是普遍存在的。但是，由于系统内部要素之间的关系极为复杂，单纯的长链型因果联系，只是一种抽象。一方面，它撇开了原因和结果的相互作用；另一方面，它只是在无限的联系中，截取了一段有限的因果联系。尽管如此，

对于一个有限的系统来说，这种方法仍然有着重要的意义。它可以用来以原因寻求结果，也可以用来以结果追溯原因，这就是所谓溯因法。

（2）因果链环

要素之间的因果关系，往往是相互的，从而构成互为因果联系，即因果链环。如图2.2所示。链环型因果联系它同长链型因果联系比较起来，更为复杂，因而，更符合实际的情况。例如，如果把鹿群、森林、捕食者（狮、狼）三个要素构成一个系统，森林和狮、狼的数量都影响鹿群的生长；鹿群的数量也影响森林和狮、狼的生长，这就形成了一个因果链环。在这种因果链环相互联系中，系统的状态不断地在平衡与非平衡的循环中运动。如图2.3所示

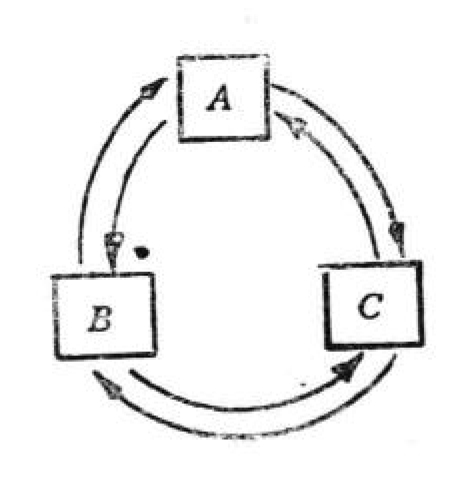


图2·2 因果链连

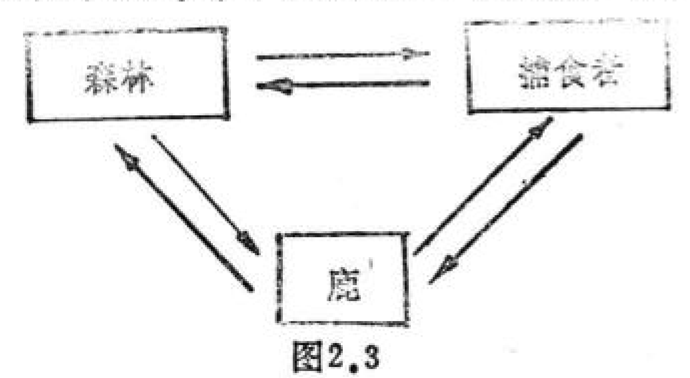


图2.3

（3）因果网络

在一个较为复杂的系统中，要素之间的关系，比因果链环还要复杂得多，它们相互交叉作用，形成了一种网络结构，称作因果网络（图2.4）。这种网络型的因果联系在复杂的系统中，尤其在大系统中，也是普遍存在的。在国民经济系统中，我们可以把钢铁、煤炭、电力、石油、运输等工业部门，做为一个系统来考察，便构成了因果网络的复杂联系。正确地把握这种因果结

构，对于经济的发展是极其重要的。

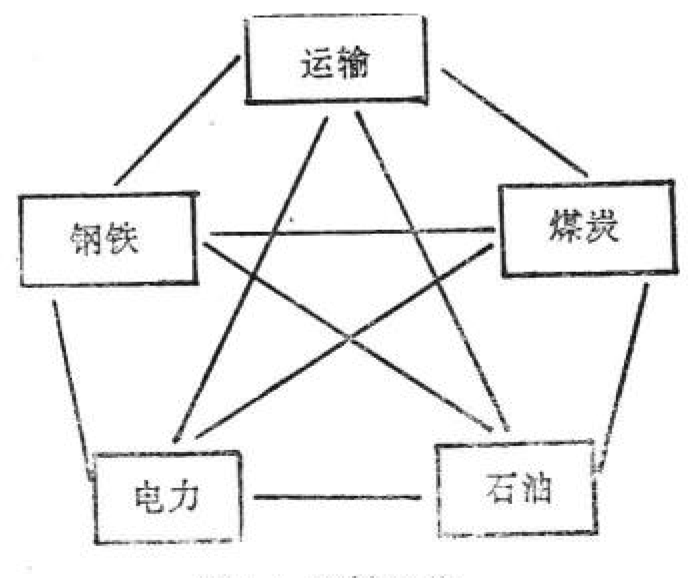


图2·4 因果网络

（4）概率因果

因果联系和作用也是通过物质、能量和信息来传递的。由于它们的输入和输出都带有概率的特征，这就使因果联系也带有不确定性。原因不是必然地要引起结果，不同的原因，可能要引起不同的结果，也可能会产生相同的结果，这就使原因和结果之间，出现了概率性的联系。这就是概率因果。因此，形式结构方法在分析因果关系时，要作出概率描述。

2.2 空间结构方法

空间结构是系统的要素在空间上相互结合时的排列次序和方式。例如，原子内的电子和原子核相互结合，排列成的次序和方式，是原子结构。在原子核内中子和质子相互结合的排列次序和方式，是原子核结构。晶体中原子相互结合时的排列方式，是晶体结构。宇宙中的星系结构，社会中的阶级结构、产业结构，思维中的逻辑结构、语言结构等，都存在着要素在空间上相互结合时的排列次序和方式，因而都具有空间结构。研究系统的要素在空间上的排列次序和方式的方法，就是空间结构方法。

系统的空间结构，有三种类型，第一种类型是等级结构，第二种类型是并列结构，第三种类型是等级—并列综合结构。因此，空间结构方法也有三种，即等级结构方法，并列结构方法和等级—并列结构方法。

2.2.1 等级结构方法

系统的等级结构是指系统在纵向上由若干等级组成的层次结构。各等级层次之间，存在着高级和低级的区分。它们以特定的关系，构成一个整体。例如，基本粒子—原子核—原子—分子—化合物，这就是一种空间等级层次结构。化合物是由若干分子构成的，分子是由若干原子构成的，原子是由原子核和若干电子组成的，原子核是由若干基本粒子（中子和质子）构成的。从基本粒子到化合物，它们的结构一级比一级复杂，形成从低级到高级的运动。在宇宙中，同样存在这种等级层次结构，从我们生活的地球出发，这种等级层次有：太阳系—银河系—星系—星系团—超星系团—总星系。由许多的太阳系构成银河系；由许多银河系构成星系；由许多星系构成星系团；由许多星系团构成超星系团；由所有的超星系团构成“我们的宇宙”，即总星系。上述的例子，都属于现实空间中的等级层次结构。如果把空间概念加以推广，不仅指现实空间，同时包括抽象空间，那么，在抽象空间里也同样存在着等级层次结构。例如，在思维结构中，存在着“概念—判断—推理—理论体系”这种等级层次结构。在这种结构中，由概念构成判断，由判断构成推理，由概念、判断、推理构成理论体系。等级层次结构是一种普遍现象，任何系统都不能例外。

把复杂的系统，按照它的实际构成，划分为若干等级层次，逐次研究各等级层次的结构，综合地确定系统的整体结构，这就是等级结构方法。我们通常所说的系统结构，是指某一等级层次的结构。例如原子是由原子核和电子构成的，它是一个系统。可是，在物质结构中，原子是一个许多等级中的一个层次，介于分

子和原子核之间。因此，等级结构方法要求我们在从事物质结构的研究时，必须把它划分为各个不同等级的层次，然后，对每一层次的等级结构进行逐个研究。对于一切结构的研究，都是如此，必须区分不同层次的等级，分别地研究它们的结构。

2.2.2 并列结构方法

系统的并列结构是指系统在横向上由若干平行的子系统组成的层次结构。各并列的部分之间存在着相互联系和相互作用，构成相互平行的横向多层次结构。例如，在人体结构中，有神经系统、血液循环系统、呼吸系统、消化系统、泌尿系统等并列结构。人体中的脏器有心脏、脾脏、肺脏、肝脏、肾脏等五脏，也是并列结构。在社会结构中，有国防系统、外交系统、邮电系统、商业系统、教育系统、财政系统、卫生系统、农业系统、工业系统等等，也都是相互联系和相互作用着的平行部分。在社会意识形态中，也存在政治和法律思想、道德、艺术、科学、宗教、哲学等并列的层次。系统中的每一个并列层次其本身都是一个系统，但同时又都是系统的子系统，通过相互联系和相互作用，构成一个统一的有机整体。

并列结构方法是把系统划分为若干平行的部分，并揭示各部分之间的相互联系和相互作用的科学方法。例如，在研究社会生产时，把它划分为两个部类的生产，第一部类是生产资料的生产，第二部类是生活资料的生产。这两个部类的生产既相互促进，又相互制约。要使社会生产正常地发展，必须使两个部类的生产获得平衡地增长。农业、轻工业和重工业的关系，也是并列结构。农、轻、重的划分就是并列结构方法的具体运用。以农业为基础，以工业为主导，优先发展重工业，反映了并列部分的关系，即是它们的并列结构的具体内容。

2.2.3 等级—并列结构方法

一个复杂的系统，它既存在着等级结构，又存在着并列结

构，是等级结构和并列结构的统一。例如，分子是由原子构成的，对于分子来说，原子是并列结构；原子之所以能够结合成分子，是由原子的最外层电子的得失或共有而形成化学键，这就形成了“电子—原子—分子”的等级结构。因此，在分子中並列结构通过等级结构而形成分子的有机整体。这就是等级—并列结构。在社会机构中，中央机构下属的各个部委，是并列结构，各部委又在各级地方政府（省、地、县）又有相应的组织机构，是等级结构。由于相应于部委的地方机构的双重领导，它们既受中央部委领导，又受地方政府的领导，这就形成了条条块块的关系，即等级—并列结构。这种具有等级—并列结构的系统，既存在不同层次的等级之间的相互联系和相互作用，又存在并列部分之间的相互联系和相互作用，使系统的结构出现极其复杂的情形，需要更强有力的协调。

等级—并列结构方法是等级结构方法和并列结构方法的综合，它既要把系统划分为不同层次的等级，又要把系统划分为不同的并列部分；既要研究不同层次的等级之间和不同并列部分之间的相互联系和相互作用，又要研究不同层次的等级和不同并列部分之间的相互联系和相互作用，从而确定系统的整体结构。对分子结构的研究，就是等级—并列结构方法的具体运用。根据并列结构方法，把分子划分为各个原子的并列部分；又根据等级结构方法，把分子划分为“分子—原子—电子”三个等级，再把等级结构和并列结构综合起来，揭示它们之间的相互联系和相互作用，求得分子的整体结构。

2.3　时间结构方法

系统是随着时间而变化着的，当系统处于稳定状态时，只经历着量的变化；当量变达到一个临界点时，系统就处于失稳状态，可能要进入一个新的稳定状态。这时，量变也就转化为质变

了。处于稳定状态的结构，是系统的稳态结构。系统随着时间的延续，由一种稳定状态进入另一种稳定状态时，系统就以一种新的稳态结构代替原来的稳态结构。于是，在系统的进化史上，就出现了有先后顺序的各种稳态结构，反映系统进化过程的延续性和顺序性。例如，加拿大的野兔以植物为生，山猫以野兔为生。当山猫增加时，野兔大量地被吃掉，使山猫的食物减少。由于缺乏食物，山猫也随之减少。山猫减少的结果，又使野兔增加，而野兔的增加又提供了山猫的食物，山猫的数目随之回升。这样，野兔和山猫的数量显示出周期的变化。这种物种数量的时间振荡，使山猫—野兔系统的进化形成了周期振荡的时间结构。又如，阶级社会的进化，从奴隶社会形态，经过封建社会形态，到达资本主义社会形态，对应于这些不同的社会形态，都有不同的社会结构与之相适应。当我们把阶级社会作为一个系统来考察时，奴隶社会、封建社会和资本主义社会就成为它的子系统。但是，这些子系统不是空间上排列，而是时间上的延续，所以，系统的时间结构是系统进化过程中各种稳态结构在时间上的延续顺序和方式。

系统的进化是从低级到高级、从简单到复杂的发展过程。高级形态对低级形态的否定，是扬弃，它把低级形态的有利结构，包括自身中去了，从而使高级形态比低级形态具有更强的生命力。资本主义社会吸收了奴隶社会和封建社会中的生产力结构、经济结构、政治结构、意识形态结构中的积极的有用的成分，从而新建了资本主义的稳态结构。因此，当把资本主义社会作为一个系统来考察时，在资本主义社会的稳态结构中，就会发现奴隶社会、封建社会的稳态结构的痕迹。资本主义社会把奴隶社会、封建社会和资本主义社会的稳态结构统一于一身，形成了资本主义社会这 系统中的时间结构。

把系统中的结构按时间上延续的顺序，划分为若干独立的部

分，揭示系统的进化过程和各相继延续的稳态结构之间的相互联系和相互作用，这就是时间结构方法。人们在研究人脑物质的演化时，发现人脑物质又有三部分结构，第一部分是爬行动物脑，它是从爬行动物那里继承下来的，人的一些本能的、无意识行为，由它所控制；第二部分是缘脑，它是从哺乳动物遗传下来的，它从事控制人的情感活动；第三部分是新皮层，是尼安德特人到智人阶段进化的产物，是智力、想象力、辨别力、计算力的发源地。人脑中的这三部分结构，就是系统（人脑）的时间结构，反映了脑物质从低级到高级、从简单到复杂的演化过程。这三部分结构的相互联系和相互作用，全面地说明了系统（人脑）的性质和行为，对人脑物质进行研究的方法，就是时间结构方法。

由于系统具有历时性和动态性，时间结构方法对研究复杂系统是一种重要的科学方法。它既可以应用于历史上相继的稳态结构(如社会发展形态)相互联系和相互作用的研究，又可以应用于复杂系统内部包含的历时结构相互联系和相互作用的研究，以更全面地认识系统的整体结构。

2.4 空—时结构方法

空间和时间是不可分割的，它们都是系统的存在形式。只有把空间结构和时间结构统一起来，才能真正地把握系统在空间和时间上的进化。系统的空—时结构是空间结构和时间结构的统一。在系统进化的高级形态中，由于包含着低级形态的稳态结构，使时间结构表现为各稳态结构层次的结合，构成了形态的空—时结构。由于系统进化的不平衡，不同历史阶段上的系统稳态结构同时在空间中的并列分布，构成了历时的空—时结构。运用这两种不同的空—时结构研究系统的性质和行为，就形成了形态的空—时结构方法和历时的空—时结构方法。

2.4.1 形态的空—时结构方法

系统的时间结构产生于系统的空间结构的更替。例如，阶级社会经历着奴隶社会、封建社会和资本主义社会三种形态。它的每一种社会形态，都有自身的空间结构。这就是奴隶社会的空间结构，封建社会的空间结构，资本主义社会的空间结构。这三种空间结构的更替，就形成了阶级社会的相继延续的时间顺序，即这一系统的时间结构。

系统的空间结构又是系统的时间结构轨迹。系统在进化过程中，不断地更替稳态结构。每一低级形态的稳态结构，都以扬弃的形式遗传给高级形态，残留于它的稳态结构中。这些历时的稳态结构，在高级形态的系统中，就构成它的空间结构。脑物质经历着爬行动物脑、缘脑和新皮层等三种历时稳态结构，它是系统的时间结构。这些结构遗传给人脑，便在人脑中形成了空间结构。

空间结构和时间结构在系统的最高形态的稳态结构中获得了统一。在这种高级形态的系统中，空间结构表现为时间结构的缩影，同样，时间结构在空间结构中获得遗传。因此，对于高级形态的系统结构的研究，必须在空间结构中揭示它的历时性，在时间结构中揭示它的层次性。这种研究方法，就是形态的空—时结构方法。这种方法，可以帮助运用关于高级形态事物的认识，来揭示低级形态事物的特性。正如马克思所说的，“资产阶级社会是历史上最发达的和最复杂的生产组织。因此，那些表现它的各种关系的范畴以及对于它的结构的理解，同时也能使我们透视一切已经覆灭的社会形式的结构和生产关系。”①从资本主义社会形态的空间结构的研究，揭示历时更替的时间结构，认识前资本主义社会形总的空间结构，这是形态的空—时结构方法的具体运用。

①马克思恩格斯选集第2卷，第108页。

2.4.2 历时的空—时结构方法

系统的时间结构，再现了系统进化过程中在时间上相继延续的各种稳态结构。由于事物发展的不平衡，使同一类型的系统在进化过程中。不可能同时处于一个阶段，从而使同一类型的系统，在同一时间点上，处于进化过程中的各个不同的形态，各自具有不同的空间结构，并列地分布在空间中。例如，一个恒星的演化，经历着这样的一些阶段：星际弥漫物质—原恒星—恒星—主序星—红巨星—白矮星—黑矮星—星际弥漫物质。这种演化过程的完成需要几十亿年的漫长岁月，人们无法作跟踪的研究。但是，由于恒星发展的不平衡性，一些恒星刚从星际弥漫物质中产生，另一些恒星已进入了壮年，有些恒星则已到了暮年，正在消亡中，重新转化为星际弥漫物质。在宇宙空间中，在同一个时刻，同时并列着不同年龄的恒星，即在时间上相继延续的各种稳态结构。如果我们把这些形态划定为一个系统，就形成了系统的空间结构和时间结构相统一的历时的空—时结构，反映了系统在漫长历史时期的演化。

根据系统历时的空—时结构，可以通过同时研究系统在空间上并列存在着的各个历史时期的稳态结构，揭示系统进化的规律。这就是历时的空—时结构方法。本世纪初，丹麦天文学家赫兹伯伦（E.Hertzsprung，1873—1967）和美国天文学家罗素（H.N.Russe，1877—1957），根据各种不同恒星的颜色、光谱型、表面温度等的相互关系，以绝对星等为纵坐标，以光谱型或表面温度为横坐标作图，称作赫罗图，发现了恒星演化的序列为：主序星、红巨星、白矮星、黑矮星。这就是历时的空—时结构方法的应用。人类社会发展史的研究，亦可采用这种方法。在现代的地球上，尚存留前资本主义的社会形态，在一些落后的地区，仍然保留着原始社会、奴隶社会的结构，这样，我们不必沿着某一个国家的历史发展，只要研究尚在地球上残存的前资本

主义的社会形态，以及资本主义社会形态和社会主义社会形态，就可以认识整个人类社会发展的历史。对人类个体发育和智力发展的研究，也没有必要对某一个体进行跟踪研究，只要采用历时的空—时结构方法，对现存的婴儿、儿童、少年、青年、壮年、老年各种稳态结构同时进行研究，就可以揭示人类个体发展和智力发展的历史。

历时的空—时结构方法，适用于系统进化的稳态结构研究。但是，它未能揭示系统进化的内部动力，只有历史方法才能完成这一任务。

2.5 结构方法的意义

结构对功能具有决定的作用。系统的性质和行为，主要地取决于系统内部的要素及其结构。因此，结构方法对认识系统的结构、功能，有重要的意义，并且，根据认识的结果，可以进行结构设计，预测系统发展的方向。

2.5.1 探求系统的性质和行为

一切系统都具有结构，而且它是系统的整体性的根据。系统的行为，也取决于系统的结构。结构的普遍性及其与系统的性质和行为的关系，使我们有可能运用结构方法，通过对结构的分析，研究系统的性质和行为。

结构分析对人类认识物质运动规律起到了重大的作用。通过对物质物理结构的研究，弄清了原子结构、原子核结构，现在正在探讨基本粒子结构，使人们认清了物质的物理性能；通过对化学结构的研究，使人们认清了物质的化学性能；通过对生物大分子的生命结构的研究，使人们认识了生命现象的本质，以及遗传和变异的规律。所有这一切，都为现代材料学科技术提供了理论基础，推动了生物工程的发展。

社会问题的研究，同样离不开结构方法，例如，产业结构、

能源结构、经济结构、阶级结构等等，都是决定社会发展的基本要素。对于这些结构问题深入研究，都必须采用结构方法。罗马俱乐部在研究全球性问题时，把世界作为一个系统，并提出了作为这个系统的要素的五个变量：人口问题、工业化的资金问题、粮食问题、不可再生的资源问题、环境污染问题，运用结构方法分析这五个变量之间的相互联系和相互作用，即它们的结构，并建立模型，说明经济增长的极限。尽管这种研究忽视了经济增长的社会因素，例如，社会制度，生产关系，精神作用等，其结论也未必可取，但是，它开创了以结构方法，建立全球发展模型的研究，却受到了全世界的重视。

对系统的性质和行为的认识，必须从研究系统的结构入手。结构方法为这种研究，提供了有力的手段。

2.5.2 预测系统发展的方向

结构分析的一个重要任务，是寻求系统的稳态结构，预测系统进化的方向。任何系统都是处于一定的环境中，因而不断地受到外部的干扰，使系统偏离所处的状态。如果系统内部的相互作用，能够排除干扰，使系统回到原来所处的状态，那么，这种状态就是稳定态。系统所具有的这种在干扰作用下的不变性质，就是系统的稳定性。如果干扰达到一个临界点时，系统再也不能回到原来的状态，那么，它也就进入失稳状态。但是，系统最终还是要到达另一种新的稳定状态的。在这个状态上，系统又能在干扰作用下，不变所处的状态。就是说，稳定态是系统进化所要到达的目标。如果我们知道了系统的稳定态，那么，我们也就能够预测系统发展的方向。

系统能够稳定，取决于它内部的结构。系统处于稳定状态时的结构，称作稳态结构。这种稳态结构的特点是：当系统控制参量发生小的变化时，不会引起系统状态大的变化。反之，如果系统控制参量发生小的变化，就能导致系统状态的大变化，那么这

个系统的结构就不是稳态结构。系统的稳态结构可以运用方程来描述。如果系统具有势函数，那么势曲线的极小值，就是系统的稳定状态。如果系统没有势函数，则可以采用线性稳定性分析，确定系统的稳态结构。

系统总是自动地趋于稳态结构，所以，我们可用稳态结构来预测系统进化的趋势。液态的水在低洼处是最稳定的，所以水总是从高处向低处流。在高温和氧充分的条件下，水和二氧化碳是稳定的，因此，碳氢化合物在燃烧后，必须最终生成水和二氧化碳。一个孤立系统，其内部的均匀、无序结构是最稳定的，因此，孤立系统的熵总是趋向极大。由于条件不同，系统的稳态结构，可能是有利的，也可能是不利的。一旦知道了稳态结构，也就知道了系统发展的趋势，我们就可以作趋利避害的工作。

2.5.3 进行结构设计

运用结构方法，对系统的结构作定量的研究，是进行结构设计的必要条件。结构设计包括结构复制、结构还原和结构模拟等方面，以认识和实现系统的功能。

用人工的方法，复制与自然结构相同的系统结构，称作结构复制。如果我们能够运用结构方法，掌握了生物大分子的结构，那么，我们就可以复制出生物大分子来。人工合成蛋白质、生物酶的研究，就是结构复制的例子。这种方法，可以大大地缩短自然系统结构自发生成的过程。

在考古研究中，运用结构方法根据系统科学方法的整体性原则，利用部分要素和成分，演绎出原系统的结构。根据这种研究的结果，再现系统的原来结构，这就是结构还原。在考古学的研究中，复原猿人、古生物以及古代文物的工作，都属于结构还原，是结构方法的具体应用。

结构模拟是仿造一种比较简单的结构取代一种比较复杂的结构，以获得类似的系统功能的方法。结构仿生，以人工器官代替

人体器官等，都是结构模拟方法所取得的成就。上述这些工作，都是结构设计。

3 功能方法

系统不仅具有结构，同时还具有功能。结构反映系统内部要素之间的关系，功能则反映系统与外部环境之间的关系，表达系统的活动和行为。系统的功能是系统整体在与外部环境相互作用中表现出来的适应环境、改变环境的能力和行为。或者说，一个系统的功能是从外界对系统输入到系统向外界输出的变换。如果外部环境是另一些系统，那么，系统与外部环境的关系，也就是不同状态的系统之间的关系，这样，系统的功能就表现为不同状态的系统之间相互影响的能力。显然，系统的功能是以系统的结构为基础的。相对于外部关系来说，系统的结构是相对不变的，功能则与外部的输入有关，体现着物质、能量和信息的输入与输出的变换关系。

可见，功能不是一个孤立的概念，它只有在系统同要素结构和环境的关系中，才能得到表现。功能方法就是在与要素、结构、环境的相互关系中，把握系统的能力和行为的研究方法。它包括功能分析方法，功能模拟方法和黑箱方法等。

3.1 功能分析方法

功能分析方法是从分析系统与要素、结构、环境的关系来研究系统功能的系统科学方法。它分为要素—功能分析、结构—功能分析和环境—功能分析等方法。

3.1.1 要素—功能分析方法

系统是由要素构成的。不同的要素构成不同的系统，便造成了系统功能的差别。因此，在对系统进行功能分析时，必须研究

要素对系统功能的影响。

（1）要素的数量不同，决定了系统功能差别

要素的不同数量，对系统的功能有着显著的影响。例如，由两个氧原子组成的氧分子（O_2）和由三个氧原子组成的臭氧分子（O_3），虽然它们的要素都是氧原子。但是，由于数量不同，它们的化学性质也根本不同。要素的数量决定系统的功能，是量转化为质的普遍规律的具体表现。因此，在对系统进行功能分析时，首先要从要素的数量入手，分析各种不同系统的功能。

（2）要素的质量不同，也影响着系统功能的差别

相同要素的不同质量可以看作要素的不同功能的表现。系统功能是系统的整体效应。在这种整体效应中，每一个要素都处于系统的特定地位，发挥特定的功能。个别要素的功能差异，直接影响到整体效应，从而影响到系统的功能。尤其是处在中心地位的要素，它的功能差异对整个系统功能的影响更大。一个政党或一个政府的首脑人物的素质，直接影响到这个政党或政府的优劣。一部机器是由许多零件构成的，零件的质量直接规定着机器的功能，若有部分零件损坏，整部机器就不能正常运行。

要素—功能分析方法是根据要素与功能的关系，通过对系统要素的质量和数量的分析，研究系统的功能的科学方法。要素的数量和质量直接影响着系统的功能。因此，要研究系统的功能，必须分析要素的数量和质量。为了达到系统的特定功能，也必须对系统的要素，进行合理的设计要求。

3.1.2 结构—功能分析方法

要素对功能产生影响，是以结构为中介的。因而，要素—功能分析也必须建立在结构—功能分析的基础上。结构—功能分析是功能分析方法的核心部分。

结构—功能分析方法是依据结构决定功能的原理，通过分析系统的结构及其变化来研究系统的功能的科学方法。结构与功能

的关系，可以从以下三个方面进行分析。

（1）同构同功，异构异功

由于系统的结构决定系统的功能，因此，结构相同的系统，具有相同的功能，结构不同的系统，具有不同的功能。一方面，要素数量的变化，可以引起结构的变化，从而引起系统功能的改变；另一方面，系统要素的排列组合不同，使系统的结构发生变化，从而引起系统功能的改变。同分异构，从而导致系统功能的改变，就属于这种情形。这种同分异构的生成，主要是由要素在系统结构中的地位和作用的变化而引起的。在能源系统中，它的要素有蒸汽能、电能、原子核能、太阳能、化学能、海洋能等等。这些要素在历史上曾经有过变化，在近代只有蒸汽能，没有电能，更没有原子核能，后来电能代替了蒸汽能，现在，核能又登上了历史舞台，并正在开发太阳能、海洋能。能源系统要素的变化，引起了能源结构的变化，从而使系统功能随之改变，生产力得到了不断的发展。能源结构中的中心要素的改变，例如，近代以蒸汽能为中心，现代则以电能为中心，同样引起了能源结构的变化，导致了系统功能的改变，改善了能源状况。因此，在进行系统的结构—功能分析时，要看到系统要素变化对系统功能的影响。但是，更重要的是，要研究在系统要素不变的情况下，如何改变要素之间的组合方式而引起系统功能的改变。在相同的系统要素的情况下，可以有多种组合方式，造成各种结构。结构—功能方法要求分析多种组合的可能，以供选择最佳系统结构，从而实现系统的最佳功能。

（2）异构同功

在系统的结构和功能的关系中，一方面，结构决定功能，另一方面，功能对结构又有相对的独立性。因此，在结构和功能的关系中，出现了不同的结构具有相同的功能的情况。例如，电脑系统的结构同人脑系统的结构是完全不同的，但是，电脑却具有

人脑的部分思维功能。机械手表系统的结构与电子手表系统的结构也是根本不同的，但是，它们都具有相同的计时功能。甚至古代的日晷那种简单的系统结构，也同样能够实现计时的功能。对系统作异构同功的功能分析，对于结构设计具有重大的意义。为了达到某种特定的功能，可以研究各种不同的结构，既可以设计复杂的结构，也可以设计简单的结构；既可以设计比较稳定的结构，也可以设计稳定性较差的结构。我们可以根据系统的具体条件和外部环境的具体关系，从价值、成本、功效等方面的不同要求，选择其中的某种结构。在特定的情况下，要求系统有较好的稳定性，但是，在另外的特定条件下，系统的稳定性降为次要的地位。显然，异构同功的研究和结构的设计，是功能模拟的前提。要进行功能模拟，必须懂得结构—功能分析的方法。

（3）同构异功

异构同功与同构异功，两者是相辅相成的，都是功能对结构的相对独立性的表现。同构异功指的是，同一种结构，可以发挥多种功能。例如，国家是一个复杂的系统，它具有多种功能，对内它具有经济职能、组织生产建设和社会生活，并镇压敌对阶级的反抗；对外它具有防御外国侵略的职能。一个美观的玻璃杯，它可以作茶杯，可以作容器，还可以作为艺术品来珍藏等，也具有多种功能。当然，每一个系统，尽管它具有多种功能，但是，在特定的条件下，总有一种功能是主要的。其他的功能只是作为一种可能状态而存在。当条件发生变化时，作为可能而存在的功能，就会转化为现实发挥作用的功能。而且，随着科学技术的发展和人类认识的提高，本来未知的功能，不断地被发现，从而增加了系统的功能。我们运用结构—功能分析方法研究同构异功的现象时，既要把握多种功能的可能性，又要抓住现在发挥作用的主要功能，而且还要分析可能状态的功能向现实性转化的条件。同时，由于系统具有多种功能，我们就面临着如何正确地选择系

统的最佳功能的问题。对于这些问题的研究，都具有极为重要的现实意义。

3.1.3 环境—功能分析方法

系统的功能是系统与环境相互作用的结果，环境的不同，必定要引起系统功能的变化，或者要影响系统功能的发挥。因此，在分析系统的功能时，必须注意系统与外部环境的相互联系和相互作用。环境—功能分析方法，就是根据系统与环境相互关系的原理，分析环境变化对系统功能的影响和系统功能随着环境而变化的科学方法。它包括以下两个方面的内容：

（1）功能适应环境

系统的功能只有在系统与环境的相互作用的过程中，才能得到发挥。环境总是不断地变化着的，系统的功能必须适应环境的变化。一方面，系统功能发挥到什么程度，依赖于环境。例如，一个工厂或车间的生产系统，都有一定的生产能力，这种生产能力就表现为系统的功能。它是否得到完全的发挥，则要依赖于市场，即产品销售市场和原料供应市场的状态。如果原料不足或产品过剩，必定要造成开工不足，系统的生产能力不能充分地得到发挥。所以，系统的功能总是适应外部环境的变化而变化着的。另一方面，系统功能对环境的关系，也不是完全消极被动的，它还能积极地改造环境，使自己的功能得到更充分的发挥。由于生产系统、市场状况也不是不可改善的，运用各种方法，打开产品市场和原料市场，都是改善环境，从而促进系统功能的发挥。

（2）环境选择功能

环境对系统功能的选择，是多方面的。由于系统存在着多种功能，随着环境条件的变化，它的功能也在不断地变换。例如，我国人民民主专政的国家职能，随着党的中心工作的转移，它的经济建设的功能日益增长。这就是外部环境对国家系统的功能的选择。在生物进化过程里，由于自然环境的变化，通过自然选

择，使生物种能够适应环境而生存的那种功能被保存下来，并得以进一步的发展。显然，在选择的同时，必定要淘汰不适应环境的功能。生物进化过程中，器官的用进废退，也正是这个道理。这不仅是生物进化的现象，也是社会进化的现象。一切专业技术人员的一技之长、熟练技术，都是在特定的环境中生长起来的。

环境—功能分析方法要求着眼于从环境和功能的相互关系来认识系统的功能，把环境看作是发挥系统功能的基本条件。既不能离开特定环境的要求来探讨系统的功能，同时也不能把系统的功能看作单纯是消极地适应环境的产物，从而更好地发挥系统功能的相对独立性和能动作用。

应当指出，环境与功能的作用，同样要以系统的结构为中介。外部环境同系统发生物质、能量、信息的交换和流通时，必定影响到系统的要素和结构，从而影响功能对环境的适应和环境对功能的选择。因此，在对系统进行环境—功能分析时，要结合对系统结构问题的研究。

3.2 黑箱方法

功能分析方法，依据要素与功能、结构与功能之间的关系，研究系统的功能，存在着一个困难问题，即它是以已知系统的要素和结构为前提的，因而首先要认识系统的要素和结构，然后才有可能分析系统的功能。如果可以打开系统了解它的内部要素和结构，自然这种功能分析是可行的。可是，当系统的内部要素和结构都是未知的时候，而且又不能把系统打开，这时能否对系统进行功能分析，认识系统的功能，并根据对功能的分析，推断系统内部的要素和结构呢？

黑箱方法为我们提供了在未知系统内部要素和结构的情况下进行功能分析的方法。

3.2.1 黑箱方法的含义

科学家艾什比在他的《控制论导论》中，比较系统地阐述了黑箱方法，用于对系统的行为和功能的认识。

所谓黑箱，就是对它的内部要素和结构全无知晓的系统。比如，给电机师一个密封的箱，看不见内部的线路结构，上面有些输入接头，可以随意通上多少电压、电击或任何别的干扰，此外，有些输出接头，可以借它作所能作的观察。对于电机师来说，这个密封箱就是一个黑箱，因为他对这个密封箱内部的电结构一无所知。如果把这个密封箱打开，当然就可以了解内部的要素和结构了。如果不能打开它时，该如何认识它呢？在医学上，面对一个病人，不能进行手术和解剖，对他内部的病情也一无所晓，只能用视诊、化验等来判断，对医生来说，病人也是一个黑箱。一辆自行车，它的机械结构都是外露的，似乎它不再是黑箱了。可是，脚踏和轮子的最初联系在于把金属原子聚在一起的那些原动力，这些原子我们却一点也看不到。骑车人只要知道踏脚板能使车轮转动就够了。对骑车人来说，自行车也仍然是一个黑箱。所以，黑箱是这样一个系统，我们只能获得它的输入值和输出值的情况，而不知其内部的要素和结构。

我们怎样去认识这样的黑箱系统呢？方法很简单，就是使观察者（人）作用于这个箱子（输入），使箱子对观察者的作用产生反应（输出）。我们就可以分析这种作用和反应之间的联系，研究箱子的行为和功能。当我们采用这种方法时，箱子就与人耦合起来，两者形成一个有反馈的机器（系统）（图3.1）。

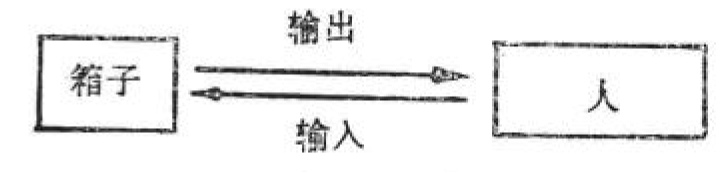


图 3·1 黑箱与人的耦合系统

因此，黑箱方法是通过观察对象的输入、输出及其动态过程，研究对象的行为和功能及其内部结构和机理的科学方法。黑

箱方法提出了认识论的一个重要问题，即观察者（认识主体）与环境（认识客体）的相互关系问题，只有认识主体通过实践手段作用于认识客体，才能了解认识客体所发生的反应。所以，艾什比认为，“黑箱理论无非是观察者与其环境之间的关系的理论”①。在这个过程中，不仅客体，而且主体与客体的相互关系，也成为认识的对象了。

3.2.2　黑箱方法的步骤

黑箱方法的实际应用，大致有以下几个步骤：

（1）建立观察者与黑箱的耦合系统

应用黑箱方法，首先要确定黑箱，即研究对象，其次要选择作用和观察的手段，并让黑箱作出反应，记录于仪器中。这样，就形成了一个有反馈的观察者（人）与黑箱的耦合系统。

（2）规定黑箱的输入

对于一个现实的系统，可能有无穷多种输入，同样，也会有无穷多种输出。到底规定怎样的一种或一组的输入，主要取决于认识的特定目标。根据研究的目的，从两个方面来规定输入，即规定输入的具体内容和规定输入的数量及形式。后者是输入的数量化和形式化，它可以使我们对黑箱作定量的研究。

（3）制定登记表

将输入和输出数据详细地记录在表上，表征黑箱在一串时间内的状态。这种基本数据的记录，可以采用下列形式：

时　间	输入状态	输出状态
……	………	………
……	………	………

①艾什比，控制论导论，第111页，科学出版社，1965。

这样一串记录，叫作登记表。对黑箱作任何研究的原始数据，总是一串含两个分量（输入、输出）的矢量值。

（4）判明状态的性质

状态的性质是指所研究的黑箱的状态是确定性的，还是不确定性的。有了登记表后，试验者就可以从中找出规律，判定状态有无重复出现的情况。给定了输入状态之后，输出状态是确定的，就是说，变换是单值的，那么，黑箱的状态是确定性的。如果变换不是单值的，黑箱的状态是非确定性的。只有在判明状态的性质之后，才能建立表达式。

（5）推出标准表达式

表达式取决于黑箱的状态。如果黑箱状态是确定性的，在输入和输出之间存在着单值变换关系，就可以根据登记表推出标准表达式。如果黑箱状态是非确定性的，那么就去改变原来的一组输入与输出，即多考察一些变量，然后看看该系统是不是确定的。当系统变成确定的了，就可以从新的登记表中推出标准表达式。如果系统是不确定的，也可以用统计确定性来表达，考虑能否从记录登记表中，寻找平均确定性，由此推出标准表达式。

（6）推导联系

用推导方法得出黑箱内部的一些联系，即由标准表达式推出内部联系图。应该看到，内部联系图不是唯一的，每一个输入状态各有一幅联系图。拿无线电机来说，从电气方面来看可以得出一幅内部联系图，若从机械方面来看又可以得出另一幅联系图，像绝缘体就是这样的元件，它能产生牢固的机械联系而不产生电气联系。因此，得到什么样的联系图，就要看用的是哪一组输入和输出，性状不能唯一地决定联系，在推导内部联系时，必须小心谨慎地从事。

由于黑箱是一种普遍的存在，因此，黑箱方法也具有普遍的意义，它有广泛的应用。

3.2.3 同构方法

黑箱方法不仅要分析系统的行为和功能，而且还要预测系统的内部结构。这种结构可由内部联系图来表述。内部联系图又由标准表达式推出。但是，由于性态不能唯一地决定联系，其输入和输出的不同，可以得出不同的标准表达式，即使给出相同的标准表达式，也可能有无穷多的内部结构，因此，认识系统内部结构是一项复杂的任务。为了把问题简化，可以运用同构方法。

两个有相同结构的实物系统，例如，两台相同的机器，是同构的。但是，这种同构，并不能简化问题的研究。画得准确的地图和它所代表的地面是同构的，地面上的各种不同的地彩关系，经过画成地图这一变换后，仍然使这些关系保持不变。如果以地图来代替它所代表的地面来研究问题，这就方便和简化得多了。有两台不同的机器，在它们的输入端辅入同样的值，在它们的输出端也输出同样的值。如果把机构的中间部分遮盖起来，那么不管你试多少次，也不能分出两者的区别。虽然从别的角度看，两台机器是完全不同的，但是，它们的性态，却表现得极其相似。这样，它们就表现出一种同构的性质。因此，同构的定义可以做这样的表述：两台机器的标准表达式，如果有个一一变换，能将一个机器的状态（输入和输出）变成另一机器的状态，而同时把一种表示式转变为另一种表达式，则说它们是同构的。如果这样的两台机器混在一起，仅仅根据性态的测试是不能把它们区别开来的。从行为和功能来看，这两台机器是等价的，因而它们可以相互代替。

同构概念为我们提供一种重要的科学方法。当测试某一系统而遇到它的不便之处时，应该着力去寻找它的同构系统来代替它，这个同构系统的相应之处，应该是易于理解或易于控制或者易于研究的。这就称作同构方法。例如，以地图来代替它所代表的地面；以一个数学模型来代替一个机械系统，以求方程解来代

替实际的测试。这些都是一个同构的表示，代替不方便的实物。同样的，可以用一个方便的实物来代替不方便的实物，以一个模型来代替实物等。这些东西之所以能够相互代替，因为它们是同构系统。所以，同构方法是以一个更方便的、更易于理解、控制、研究的同构系统来代替另一个系统的科学方法。在科学中，处处都用到同构方法。我们应该学会善于把问题化为同构系统的问题，便于问题的研究和控制。

在运用同构方法时，要注意同构的相对性。同构只能在一定的范围内有效。从性态（输入和输出的状态）上，两台机器表现得极为相似，但是，从别的观点来说，它们则是完全不同的。因此，同构系统还不足以给出绝对可靠的结果，在实际的应用中，要注意这个局限。不过，这并不否认同构方法是一个经常使用而又重要的方法，对研究工作者带有最有用而又最实际的帮助。

3.2.4 同态方法

同构的概念规定了最严格意义下的“等价性”。只有当两个黑箱混在一起，单从测试性态的方法，不能把它们区别开来，他们才算是同构的。同态的概念则不同，它只是反映程度较差的类似性。例如，有两个钟摆，一个是一秒摆动一次，另一个则是半秒摆动一次，虽然看起来它们很类似，但是，在严格意义下，它们是不同构的。然而，经过变换之后，也可以形成同构的关系。就是说，以不同的时间单位来量度不同钟摆的时间，使其中一钟摆的计时单位是另一钟摆的一半，这样，它们就成为同构的了。经过每一变换后变成同构的两个黑箱，则是同态关系。在两部机器之间，对较复杂的机器施加一一变换后，把它变成一种新的形式同构于较简单的机器，这两部机器之间也有同态的关系，而且，较简单的机器便是较复杂的机器的同态象。

与同构关系提供一种同构方法一样，同态关系也提供了一种同态方法。把认识对象变换成它的同态象，并通过研究同态象来

研究认识对象。这种研究方法，称作同态方法。同态象实际上就是一个简化模型。建立同态模型比建立同构模型要容易得多，因为它对等价性的要求比同构模型要弱得多。对于一个复杂的系统，比如生物系统，我们不可能对它的所有方面都能够认识穷尽。我们所能做到的，只是认识它的某些方面。但是，就这一部分的认识来说，它本身是完整的。这样，我们就可以把一个动态系统换成它的同态系统，并研究这个同态系统，从而掌握复杂系统的某一方面的知识。这样做，实际上是把复杂系统简化，获得比较简单的系统。尽管这个简单系统是复杂系统的一部分，或某一方面，但它本身是完整的，因而我们能够掌握复杂系统中某一部分的完整知识。在认识了许多的部分状态之后，以适当的方式把它们合并起来，把它简化成新的形式。这就是研究复杂系统的科学方法。

同态方法的运用，要服从于实用的目的。由于黑箱的复杂性，它有无穷的性质，到底把哪一部分建立同态模型，完全依赖于观察者的研究目的。同是一个黑箱，对于不同的观察者，就有不同的性态，因而可以建立不同的同态象。因此，对于不同的观察者，都可能有各自的发现。但是，其中的每一个发现都不过是整个黑箱的一部分或一方面。这样，我们对黑箱的认识，逐步地通过局部走向整体，从片面走向全面。

同态方法提出了认识论的另一个问题，即认识的主体性。艾什比认为，离开了一个确定的观察者，对于特大系统来说，谈不上有什么唯一的状态。因为，同是一个实在系统有多少观察者，就很可能有同样多的（同态）子系统，从而有同样多的性态。而且这些性态又有可能确不相同，以致若它们出现在同一系统内时会变得彼此不相容。就是说，认识的内容也部分地依赖于认识主体，它们都是综合不同观察者的发现。

3.2.5 特大黑箱方法

如果把一组黑箱耦合起来，构成一个更加复杂的系统，这个系统就是特大黑箱。研究每一黑箱，得出它的标准表达式，再把它们耦合起来，把一个黑箱的输入接到另一黑箱的输出上，从而形成新的系统，求得这个系统的新的性质。这种方法，称作特大黑箱方法。

系统科学告诉我们，整体大于部分的总和。一组黑箱耦合成特大黑箱之后，特大黑箱的性质，并不等于这一组黑箱的总和，而整体必定具有部分所没有的新性质。例如，氨是气体，氯化氢也是气体，当这两种气体混合在一起时，便得到固体，这是氨和氯化氢这两种反应物质原来都不具有的性质。弹性橡皮是由分子构成的，但是构成橡皮的分子并没有弹性。这是因为，当许多分子挤在一起时，使大部分分子的长度比应有的最大长度小。因此，在研究一个特大黑箱时，由于变量太多，不可能实际地一一加以研究。这时，就应该运用特大黑箱方法，不必去研究它的每一个变量，也不可能去研究每一个变量，只要研究每一个黑箱的行为，推出它们的标准表达式。然后把它们耦合起来，求得它们的耦合方式，这样，就可以得到特大黑箱的新性质。马克思在研究资本主义社会的再生产过程时，并没有去研究经济大系统这个特大黑箱的每一个变量，而只是把整个社会的生产划分为两大部类：生产资料工业的部门（P_1）和消费资料工业的部门（P_2）。这就是经济大系统（特大黑箱）的两个子系统（一组黑箱），研究了这两个子系统的行为，而且也求得了P_1和P_2耦合起来的方式，得到下列的表达式：

$$P_1 = C_1 + V_1 + m_1$$

$$P_2 = C_2 + V_2 + m_2$$

$$V_1 + m_1 > C_2$$

式中C表示不变资本，V表示可变资本，m表示剩余价值。只有当$C_1 + m_1 > C_2$时，才能进行扩大再生产。如果$C_1 + m_1 = C_2$，它

只能维持简单再生产过程。这样，我们就知道了这个经济系统的行为。

特大黑箱方法要求我们，在研究复杂系统的行为时，我们应该把它简化为许多比较简单的系统。只有这样，才能避免陷于对无穷变量的无休止的研究。对简单系统的研究，也要着眼于它的整体行为和相互耦合的方式。通过耦合，求得复杂系统的行为。

特大黑箱方法是一种科学抽象的方法。因为它把系统化繁为简，舍弃了许多次要的变量，而抓住主要的变量。同时，它也舍弃了系统的其他性质，只研究它的行为和功能。

3.2.6　部分可察黑箱方法

黑箱对于观察者来说，是全然不知的系统。如果观察者部分地知道了系统的性质，但是，对它的其他部分的性质，仍然是未知的。这样的系统称作部分可察黑箱或灰箱。当我们在认识黑箱时，全都依靠于观察输入和输出的状态。这是全部可察黑箱。如果黑箱的行为不能全部可以观察到，只能观察到一部分，这样，我们就不能对这个系统作出确定的预测。要想作出确定的预测，还必须有关于这个系统的部分知识。于是，对于观察者来说，这个系统并不是全黑的，而是部分白的、部分黑的；因此它是灰的，故称作灰箱。

有一个黑箱是由两个互相作用的部件A与B构成的，它又受同一输入I的影响。就是说，对A来说，有两个输入，即B和I；对B来说，也有两个输入，即A和I。当I的状态是a，B的状态是y时，全会呈现性质K。现在的观察者只能观察I和A，不能观察B的状态。当看到I是a时，能否确切知道A的状态呢？这是无法确定的。但是，观察者可以了解I

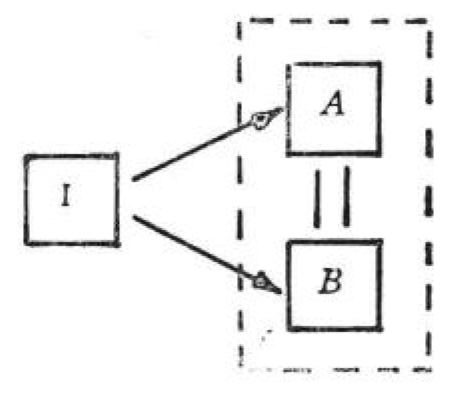


图3.2　部分可察里箱

的历史同B的关系。

I在以前取x值$\Leftrightarrow B$现在取y值

I在以前不取x值$\Leftrightarrow B$现在不取y值

由于这是一一对应关系，所以只要知道I在前一步的状态，就等于知道B在现在的状态。这两种知识是可以代替的。如果B不可观察，可以用关于I的历史状态代替B的现时状态，来判断A的状态，这样就可以做出A的确定的预测了。如果观察者不具备关于I的历史知识，那么，对于他来说是无法作出关于A的确定的预测的。由于观察者对系统已经有了部分知识，相对于观察者来说，这个系统不再是黑箱，而是灰箱。

因此，对于部分可观察黑箱，由于只能部分地被观察到，使它成为不可预测，这时，如果能够运用知识，弥补不能观察到的缺陷，那么，这个系统又成为可预测的了。这种方法，称作部分可察黑箱的方法，或灰箱方法。在这里，要紧的是已有知识与不能观察部分具有一一对应的关系，因而可以互相替代。只具有与不能观察部分无关的知识，自然是没有用处的。

所有的科学问题，都是从黑箱问题开始的，所以黑箱方法是一个重要的方法，并且具有普遍的意义。但是，黑箱方法也具有某些局限。例如，荷兰的艾克霍夫说："虽然从理论的观点看，'黑箱法'是可取的，但是由于忽略了某些可以利用的知识却使它往往导致一些十分没有价值的解。在许多实际情况下，除输出量外还不可能有更多可测的过程量，如果利用这些信号，就必然意味着对可用信息的一个浪费。"①

3.3 功能模拟方法

功能方法的目标，是认识系统的行为和功能，从而对系统作

①系统辨识一状态和参数据计，第20—21页，科学出版社，1980。

出解释。但是，解释系统的行为和功能，还不是功能方法的最终目的，无论是功能分析，还是黑箱方法，它的最终目的是为改造世界，控制系统的进化。因此，我们还必须把功能分析发展为功能模拟，在不了解系统的内部结构的情况下，以功能相似为基础，用模型再现原型的功能，为实践服务。这就是功能模拟方法。

3.3.1　模型和模拟方法

进行功能模拟，必须运用模型。从相对意义上说，一切系统都是黑箱或是部分可察黑箱，它们的内部结构是未知的或是部分未知的。作为模拟的对象，这些黑箱和部分可察黑箱都是原型。模型是相对于原型而言的，它是对原型的解释。模型是一定知识领域的事实、事物和关系在这个领域或另一领域的简明反映。模型之所以能够成为认识世界和改造世界的工具，就在于模型与原型之间具有相似性；在具体的研究过程中，模型可以代替原型；通过对模型的研究，能够得到关于原型的信息。模型不仅需要成为已知事实的总结，而且还有任务把来自事实的，或多或少不完全的映象补充为一幅完整的映象。因此，模型本身是一种抽象，从而使人们对原型有所理解和控制。维纳指出："所谓抽象，就在于用一种结构上相类似但是又比较简单的模型来取代所研究的世界的那一部分"。"①模型总是比原型简单，否则构造模型也就失去它的意义了。所以，原型是具体的、特殊的，模型是抽象的、一般的。

从不同的分类根据出发，对模型可以作不同的划分。

以构造模型的材料为根据，可将模型分为两类：理论模型和实物模型。数学和逻辑学中的公理系统模型，各种具体科学中用概念、原理和数据构造的科学模型以及工程技术中的设计方案

①维纳，模型在科学中的作用，载自然辩证法学习通讯，1981年第4期。

等，都是理论模型。凡是用具体物质材料构造的模型，都是实物模型。当然，理论模型和实物模型在形式上是不同的，但在内容上是相同的，因而它们可以相互转化。根据理论模型可以制造相应的实物模型，实物模型也可以抽象为理论模型。

以模型反映原型的内容为根据，可将模型分为两类：结构模型和功能模型，结构模型是原型的内部结构的反映。这种反映，可以是一种简化，也可以是局部结构的复制。但它要求在结构上要与原型具有类似性。功能模型是原型的行为的反映，即在行为上，使模型与原型具有相似性。由于结构和功能是不可分割的，一种结构模型总要表现为特定的功能，并以呈现某种行为功能为目的；同样，功能模型必须以某种结构为基础，但它并不要求在结构上与原型具有类似性。所以，结构模型和功能模型也是相互转化的，以服务于实用目的为转移。

以模型与原型的相类似程度为根据，可将模型分为两类：同构模型和同态模型。同构模型是原型的同构象，经过一一变换，可以把原型的表达式转变为模型的表达式。同态模型是原型的同态象，必须经过一一变换，使原型和模型成为同态关系。同态模型比同构模型的等价性弱得多，因而设计比较容易，应用也更为广泛。

以相似性为基础，用模型仿造原型并代替原型的方法，称作模拟方法。根据模型的种类，模拟方法也可相应的划分，它包括理论模拟方法和实物模拟方法；结构模拟方法和功能模拟方法；同构模拟方法和同态模拟方法等。功能方法中的模拟方法，主要指功能模拟方法，即以功能相似为基础，用模型再现原型的某种功能的模拟方法。例如，以电脑来模拟人脑的部分功能，就是功能模拟方法的具体应用。

在结构与功能的关系中，存在异构同功的现象。不同结构的系统，可以达到相同的功能。结构与功能的这种关系，就是功能

模拟方法的现实基础。要使模型系统呈现原型系统的某种功能，不一定要与原型系统具有相同的结构。在未知原型系统结构的情况下，可以设计模型系统的某种结构，使它的功能与原型系统相类似。这就提供了以简单结构代替复杂结构、以人工结构代替自然结构的可能性。为模拟方法开辟了广宽的道路。

3.3.2 同构功能模拟方法

黑箱方法阐明了两个系统同构关系的条件。如果两个系统的标准表达式存在着一一变换的关系，能将一个系统的状态（输入和输出）变为另一个系统的状态，同时把一种表达式转变为另一种表达式，那么，这两个系统具有同构关系。我们在知道了这种同构关系的条件之后，就可以设计一个模型系统，使它成为原型系统的同构象，从而使模型系统和原型系统在功能上达到等价性。根据同构关系的变换，以同构象再现原型的功能的方法，称为同构功能模拟方法。

两个计时系统，一个是机械系统，一个是电子系统，它们的输入值和输出值经过一一变换，将会得到相同的结果。若都用指针来报时，把它们的内部结构遮盖起来，我们就不能确认哪一个是机械计时系统，哪一个是电子计时系统。在这种情况下，我们可以把电子计时系统看作模拟机械计时系统的同构象；反之亦然。到底怎样模拟，则要看实用的目的。

4 历史方法

根据系统同环境的关系，可将系统划分为三类：孤立系统、封闭系统和开放系统。同外部环境不发生物质、能量和信息交换的系统，是孤立系统；同外部环境只发生信息交换而不发生物质和能量交换的系统，是封闭系统；同外部环境发生物质、能量和信息交换的系统，是开放系统。孤立系统和封闭系统不是绝对

的，它只是相对的意义，不过是一种理想状态，或是为了便于研究的一种简化。绝对孤立和绝对封闭的系统，在现实世界中是不存在的，现实的系统都是开放的系统。

凡是开放系统，它必定与外部环境不断进行物质、能量和信息的交换。因此，开放系统绝不是静态的，而是一个动态的系统。每一个系统都有产生、发展和衰老的历史，这就是系统的进化。研究系统进化的科学方法，称作历史方法，即对系统的进化做历史的分析。

历史方法，也就是自组织系统方法，是现代系统科学发展的产物。现代一般系统论、耗散结构理论、协同学、超循环理论、突变理论等，都是关于自组织系统的理论。运用这些理论来研究系统的进化，它也就转化为历史方法了。

4.1 历史方法的对象

简而言之，历史方法的对象就是自组织系统。只有自组织系统，才有自我进化的内在动力，因而具有从简单到复杂、从低级到高级的发展历史。单纯的结构分析和功能分析，都不足以揭示这种历史规律，只有对演化的进程作历史的分析，才能揭示自组织系统的进化规律。因此，历史方法的任务，就是分析自组织系统的历史进化及其规律。

4.1.1 可逆过程和不可逆过程

在经典物理学中，时间和空间都是对称的。牛顿运动方程和薛定谔方程，对于时间都存在着反演对称性，即用 $(-t)$ 来取代 (t)，其结果是一样的，就是说，在物理过程中，时间是可逆的，过去和未来没有区别。如果自然过程都是可逆过程，过去、现在、未来都没有差异，那么，自然也就没有进化可言的了。

热力学第二定律的发现，揭示了宇宙的熵不可能减少而只能增加的热力学方向。对于一个孤立系统来说，过程都向着使熵

增加的方向发展，而不是相反。一切不平衡态都最终地达到熵最大而趋向平衡态。因此，热力学过程是一个不可逆过程。

但是，热力学的不可逆过程，还不是进化过程。而是退化过程。熵趋于最大，就是破坏有序结构，使系统从有序走向无序，从高级走向低级，从复杂走向简单。这是退化的方向，同生物进化论的进化方向是截然相反的。必须把热力学方向和生物学方向统一起来，才能揭示系统进化的共同规律。

任何系统的熵的变化(de)，都由两部分组成：

$$dS = deS + diS$$

在这里，deS是系统与外界交换物质和能量而引起的熵流，diS是系统内部自发产生的熵，它总是大于零，即$diS > 0$。

在孤立系统中，$deS = 0$时，说明不存在熵流，系统没有与外界发生物质和能量的交换，因此，$dS = diS > 0$，熵总是增加的。

在开放系统中，$deS \neq 0$，若$deS < 0$，且$|deS| > diS$，则$dS < 0$。这就是说，负熵流可以使系统的熵减少，增加系统的有序性。因此，开放系统和孤立系统的过程，是方向截然相反的两个过程，前者是从有序到无序的过程，后者是从无序到有序的过程。这样，热力学和生物进化论之间的矛盾被克服了，实际上，它们代表着同一进化过程的两个不同的方向，都可以统一到从无序到有序或从有序到更高层次的有序的过程中去。这个过程的持续，就表现为系统的进化，系统是一个从简单到复杂的历史发展过程，认识系统进化的这个历史，就是历史方法的任务。

4.1.2 系统进化过程

系统的进化，应该是连续性和间断性的统一，因而也应该是稳定性和非稳定性的统一。因此，要研究系统进化的历史，必须了解稳定性的特征。

系统处于同环境的一定联系中，总要受到外部环境的各种偶

然的作用，迫使系统偏离原来所处的状态。外界对系统的这种偶然的作用，称为干扰。当干扰消除后，系统仍然回到原来的状态，就说这个系统是稳定的。相反，如果系统受到外界的干扰而偏离原来所处的状态，而且越偏越大，再也不能回到原来的状态了，就说这个系统是不稳定的。系统在消除干扰后又重新回来的那个状态，就是系统的稳定状态。

静止状态是稳定状态，但是稳定状态不只是指静止的稳定状态，更主要的还是指运动着的稳定状态。平衡是稳定状态，但是，稳定状态也不只是指平衡态，而是指定态。远离平衡的有序状态，同样是稳定状态，而且是更为普遍的稳定态。

任何一个系统，当它处于非稳定状态时，总是要发展到稳定状态去。从非稳定状态向稳定状态演化，这是系统进化的规律。因此，稳定状态似乎就成为一个吸引中心，系统行进所要到达的目标。当系统到达了稳定状态时，它的进化也就完成了一个里程碑，系统开始处于相对静止状态，开始了新的进化史。

系统进化的出发点和归宿都是稳定态。一个处于稳定态的系统，由于外界的干扰到达于临界点，系统偏离稳定态之后，不能回到原来的稳定状态，但又未到达新的稳定态，这时，系统处在失稳态。经过失稳态，系统才到达新的稳定态。因此，系统的进化是“稳态—失稳—稳态”的不断循环。每经过一次循环，有序程度都提高一步。所以，系统进化的基本方向是从无序到有序，从低序到更高层次的有序。

系统从稳态向失稳态发展时，它的方向是必然的。但是，系统到达失稳时，就出现了分叉点。系统到底往哪一个分支发展，这就依靠涨落和偶然性了。经过偶然的选择，系统进化到一个新的分叉上的稳定态。从这以后，又开始了新的循环，又达到失稳，面临着新的选择。这种“稳态—失稳—稳态”的不断循环，系统进化的道路就不断地分叉，最初分成两叉，两叉又分成四

叉，进而分成八叉，又进而分成十六叉、三十二叉、……，这样不断地分叉下去，系统的有序程度不断提高，最后便实现由有序到混沌的宏观转变。这就叫作周期分叉序列。混沌也是有序的一种形式，过去把混沌与无序等同对待，这显然是不正确的。

系统除了进化的方向，即除了从无序到有序以外，还存在着相反的退化方向。这就是系统的衰老，最后到达于系统的崩溃。这个方向，就是热力学第二定律所揭示的熵增加的方向。对于每一个经历产生和发展的现实系统，有朝一日，总会转入老化的时期。例如，基本功能的减退，某些次要功能的消失，发展速度减慢，甚至停止和萎缩。系统老化的进一步发展，必定要走向消亡，系统的结构崩溃，功能完全丧失，整个系统被分解，各子系统获得独立。在新的条件下，这些子系统有可能重新构成新的系统，开始新的进化生活。

4.1.3 系统进化的特征

系统的进化过程，包括系统的发生、发展和消亡的过程。这里要说明的核心问题，是系统的自我进化，即自我发生，自我发展，自我消亡。这个问题，也就是系统的自组织问题。

系统的有序结构，是从无序状态中产生的。所谓自组织，就是系统自己从无序走向有序结构的行为。具有这种行为的系统，称作自组织系统。一个系统，它可以与外界进行物质、能量和信息的交换，但不需要外界的命令和组织模式，内部各要素自动地协调起来，自发地构成某种有序结构。就是说，这种有序结构的形成，完全依赖于内部的要素。系统内部要素的质量、数量、运动量等等的变化，都会引起自组织现象。同时，系统的控制参量的变化，也可以促进自组织方式的出现。

系统的进化，主要是自组织系统的进化，因此，它是“自己运动。”这种进化的特点，就是它的自控制、自调节、自适应等。这些特征的实现，则依赖于系统的自同构、自复制、自催

化、自反馈等机制。

一个系统能获得不断地进化，必须有自适应的能力，在环境迅速变化的条件下，获得生存和发展。为了维持生存，在环境发生变化时，系统要适应环境的变化，而保持自己的稳定状态，不至于被淘汰。这种系统必须具备将组织结构维持在稳定状态中的能力。显然，这种对系统稳定性的维持，并不是保持结构和功能的绝对不变性，而是不断地按照外界环境条件的变化，自动地调整系统自身的结构和行为，从而使系统在适应环境的过程中获得进化。这种进化过程，就是自适应过程，这种系统，就是自适应系统。可见，系统的进化，既是对外部环境的适应过程，又是对内部要素和结构的调整过程。这种“适应”和“调整”都是自动地实现的，因而是自组织的过程。

系统自动地组织、协调起来，形成一种有序结构，可以采用多种形式。例如，先生成核心，后形成系统的形式，是系统生成的一种基本形式。首先由几个少数子系统产生联系，形成核心，向周围环境吸收物质、能量、信息，逐步壮大，构成系统。晶体生长过程就是这种形式，首先形成晶核，接着是不断吸附离子而成长为晶体。由几个小系统合并协调构成大系统，也是系统生成的一种形式。另外，自繁殖构成系统，也是经常见到的，细胞分裂繁殖成生物系统，是生物界中的一种普遍现象。通过因果关系，使有关的系统构成因果链环而形成新系统，也是系统生成所不可缺少的形式。这些形式，各有特点，也有各自发挥作用的领域，显得彼此差别也很大。但是，它们却都有一个共同的特征，就是自组织，都是“自己运动”的表现。

系统的进化，是一个从简单到复杂，从低级到高级的过程，因而是一个不可逆过程。这个过程的基本特征，就是“自己运动”，是自组织现象。历史方法不仅要分析系统进化的这个历史过程，更重要的是要运用有效的方法，说明系统进化的这种“自

己运动”。

4.2 状态空间方法

要描述系统的进化，不仅要了解系统的功能，而且，更重要的还要把握系统的结构，这就必须用各种状态变量及其相互关系，来描述系统所处的状况。尤其是现代的复杂系统，多输入、多输出，参量随时间变化迅速，适应环境的变化极为强烈，系统进化具有非线性的复杂关系。因此，必须创造现代的方法，来适应系统描述的需要。

1960年前后，卡尔曼提出了状态空间方法，满足了描述系统进化的要求。从此，经典控制理论便发展成为现代控制理论。

4.2.1 状态空间

黑箱方法从分析系统的输入和输出的状态，来研究系统的行为。由于它只是描述系统的外部状态，所以，它对于系统进化的研究，是显得不够的。要了解系统的进化，必须研究系统的内部状态。

系统的状态是系统所处的状况，它要用状态变量来描述。例如，气体的温度、压强和体积，这三个量，可以描述气体的热学状态。随着这三个量的变化，气体的热学状态也会发生变化。任何系统的状态都可以用一组变量来描述。状态变量就是能确定系统状态的最少一组变量。描述气体热学状态的量，最少必须有温度、压强和体积三个变量，它们就是状态变量。一般说来，描述一个系统状态至少需要变量 q_1，q_2，…，q_n，则这一组变量就是该系统的状态变量。

系统的状态变量是随时间而变化的量。当$t=t_0$时，为系统的初始状态，状态变量组的值分别为 $q_1(t_0)$，$q_2(t_0)$，…，$q_n(t_0)$，系统的初始状态就由这一组状态变量所决定。在 $t>t_0$ 的任何时刻，状态变量组 $q_1(t)$，$q_2(t)$，…，$q_n(t)$，决定系统在任一时

刻$t>t_0$的状态。这样，系统在不同时刻的状态，就可以用不同的一组状态变量来描述。

如果系统有m个输入变量x_1，x_2，…，x_m，有n个状态变量q_1，q_2，…q_n，有i个输出变量y_1，y_2，…，y_i，那么，系统的状态变量可用图4.1来表示：

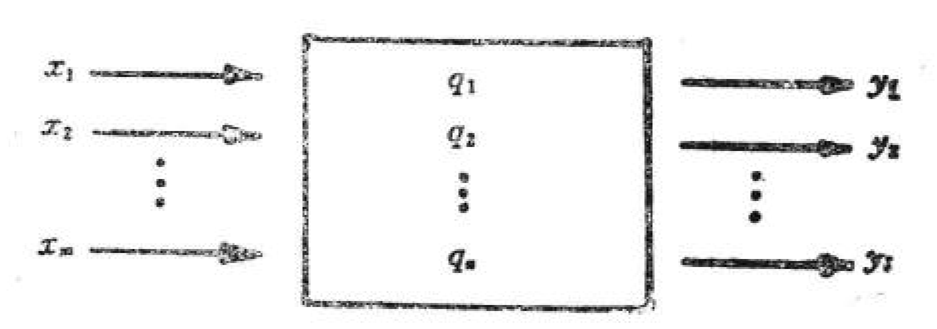


图4.1　多变量系统的状态变量

它们可以分别用矢量来表示：

输入矢量：$x=\{x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m\}$

状态矢量：$q=\{q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_n\}$

输出矢量：$y=\{y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_i\}$

写成矢量形式，则有

$$x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix};\qquad q=\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix};\qquad y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{pmatrix}$$

这个系统是多变量系统，它有多输入变量，多状态变量，多输出变量，一共需要$m+n+i$个变量来加以描述。这个系统的任意一种状态是$m\times n\times i$种状态中间的一种，也可以看作是$m+n+i$维空间中的一点。这个多维空间，就是系统的状态空间，它是状态向量的所有可能值的集合。

运用状态空间方法来研究系统时，可用状态方程来表征系

统。状态方程是描述状态变量之间关系的参量方程。

4.2.2 可观性和可控性

运用状态空间方法，可 以 确 定 复杂系统的可观测性和可控性。可观测性是指对系统输出的观测，能否由此推知 系 统 的 状态。如图4.2所示，在输出y中，只有S_1的信息，没有包括S_2的信

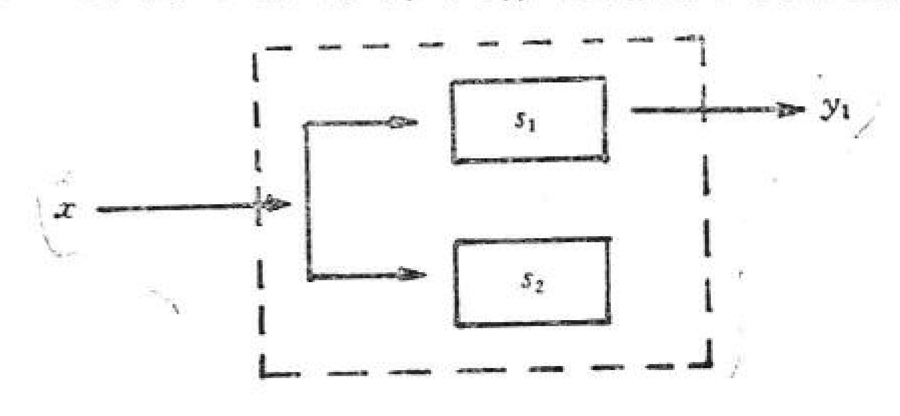


图4.2　不可观测系统

息，所以，在对这一系统的输出变量y_i经过一段时间（$t_0 \rightarrow t_n$）的观测之后，也不能知道这一系 统的状态$S(t)$。到底在什么样的条件下是可观测的呢？必须提供一些具体的判定方法。

可控性是指用现有的控制手段（如输入），能否使系统达到预定的 目标。如图4.3所示，S_2完全不受外 界输入x的影响。这样，就无法控制和影响S_2，使整个系统达到预定的目标。同样，对可控性也要提供有效的判定方法。

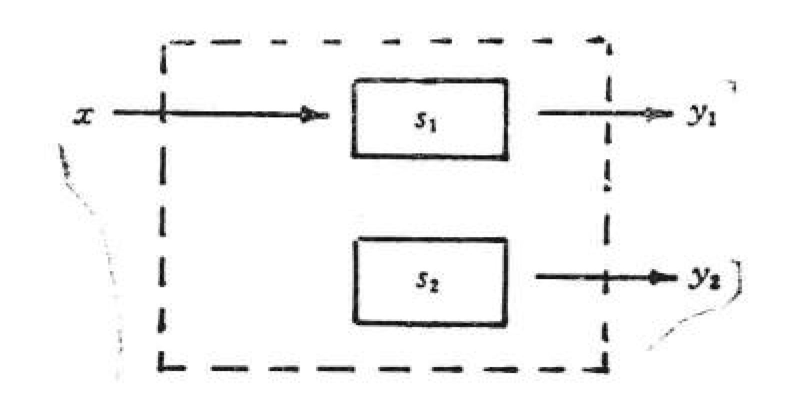


图4.3　不可控制系统

运用状态空间方法，可以给出系统的状态方程。根据这个方程，可以推导出完全可观测和可控制的充分必要条件，并给出一些具体的判定方法。

4.2.3 状态滤波器

控制系统经常受到随机因素的作用，这是不可避免的。因此，我们必须估计随机因素给系统带来的不确定性。以概率统计理论为工具，在有噪声干扰的情况下，确定或估计信号的量值，称为估计理论。滤波理论就是估计理论的一个分支。

在40—50年代，维纳提出了维纳滤波器，对控制系统的有关参数进行估计。但是，维纳滤波器有不少弱点，所需的存贮量和计算量都很大。随着现代空间技术的发展，越来越不适应实际的要求。因此，在60年代初，卡尔曼等人将状态空间方法引入滤波理论。卡尔曼滤波器本身就是一种很重要的递推估计方法。它给出一种类似于线性动态系统的状态模型，解法比较容易。卡尔曼的递推估计，特别适用于小型的在线数字计算机。当测量可以周期得到的，过程中每一组新的测量都可以用来改进状态估计值。

卡尔曼滤波器，引入了状态空间方法，处理了多变量系统的滤波问题，在最优控制方面，起到了很重要的作用。

4.2.4 最优控制

任何控制过程的任务，都是对需要控制的对象，施加主动的影响，使它的行为达到某种目的。这样，就要使对象采取“较好的”行为。最优控制就要求被控制的对象采用“最优的”行为。所以，最优控制的任务，就在于找到和实现这样一个控制变量，使所选的数据取最优值。当然，被控变量只能在给定的范围内变化，不能超出一定的允许值范围，而且，对系统还将有附加的一些限制。这就使最优控制带上了相对性。所以，应该把最优控制理解为这样一组控制作用，它们满足加在系统上的限制，并将保

证有效性数据取“最好的”值。显然，最优控制不可能要求每项指标都是最优的，只是某一性能的指标为最优，而且往往是要求达到这一指标的极小值。例如，燃料消耗最小，控制误差最小，控制时间最短，等等。这样看来，最优控制实际上是一种极值控制。

运用状态空间方法研究最优控制，就可以把最优控制问题化为确定代表控制系统状态的点位于哪个区域的问题。所谓最优控制，就是要选择一个信号区，把它输入被控系统中去，使得系统的某一动态性能指标达到最优值。这样就可以写出被控制系统的状态方程。为了描述系统的动态性能指标，应引入一个目标函数，同时还要接受一个限制条件。然后，从中求得最优控制的各项有关指标。

采用动态规划来解决最优控制问题，可以求得最优控制的必要条件。将一段时间划分为若干阶段，逐步解决各阶段决策过程的最优化问题，在每一阶段上都要求作出决策，每一阶段的目标，都要为整个决策达到最优效果。这种方法，就是动态规则，它是解决分阶段决策过程最优化的一种方法。

4.2.5 自适应和自学习

状态空间方法可以建立自适应、自学习和自组织系统。

系统的进化，必须适应变化了的环境。当发生使系统不能选择所需反应的情况时，要维持一个系统的生存能力，就必须改变这个系统的结构及其行为方式，并改变这个系统对干扰所作出反应的本性。这种改变一个系统的性质，使它能在变化着的环境下达到最好的、至少是容许的功能的过程和行为，称作适应。

生命有机体有能力把它们的最重要的变量维持在容许的生理范围内，既使机体所生存的环境发生了重大的变化，这个范围也不会突破。但是，体内平衡机构可以调节其他的变量，以保证机体与环境的平衡。例如，温血动物在比较低的温度下，通过改变

体表组织的血流量以保证身体与环境之间的最优势传导条件；如果环境的温度高了，借出汗和呼吸以保证充分释放过剩的热量来实现体温的控制。因此，在环境条件变化的情况下，系统要改变自己的行为，以保证实现稳态。

为了保证人造控制系统在变化很大的条件下工作，人们就试用一种类似于自然界里发展起来的适应机构。自适应系统能够根据环境或其他条件的变化，自动调节有关的参数，以持续保证系统处于最优状态。对于这种自适应系统的研制，现代一般都采用状态空间方法。

识别和决策是自适应系统的两种功能。能够自动地测量和分析环境、对象的特性，这是识别问题；根据识别的信息，改变调节规律，保证系统的稳定和最优控制，这是决策问题。因此，这对于控制系统来说，必须选择一种最合适的体制，以实现适应活动。

适应的本质，就是给定一种工作条件，要求系统在这种条件下工作。这时，我们就要应用状态空间方法，作出工作条件空间，在这个空间中的点，表示系统的工作条件。控制系统总应当使工作值保持在其变化范围内，这就保证了代表点位于这特定的领域空间内。艾什比曾模拟活机体的适应特性，设计一个体内平衡器，类似于以体内平衡现象表示出来的活机体的行为，它能对其工作条件的任何变化作出反应，使其主要坐标保持在容许的范围内。无论系统的工作条件如何变化，不管加在系统上面的外部作用是什么，只要确实存在一组参数能使体制稳定，这样，就能迟早找到一组参数，结果就重新建立起它的稳定性。在这里，需要探索的是，工作条件、优越的状态、优越的参数组。这一系列探索，都是状态空间方法的具体运用。

自学习系统是自适应系统的进一步发展。自学习系统能够综合地选出一些目标参数来衡量控制行为的“好”和“差”，并相

应地作出对原来的系统作“加强”与“修正”的选择，使有关系数逐步达到最优或较优的程度。自学习系统以及自组织系统的设计，都离不开状态空间方法，原则上是同自适应系统的设计相一致的。

4.3 非平衡系统方法

“非平衡是有序之源”，这是普里戈金创立的耗散结构理论的一个基本思想，也反映了这个理论所蕴涵的科学方法的基本特征。它为科学所提供的研究方法，是关于非平衡系统方法。这个方法是现代系统科学的历史方法的重要组成部分，是研究系统进化的科学方法。

4.3.1 系统开放分析

统一热力学第二定律和生物进化论之间的冲突，早已成为科学家们关心的一个重要问题。这个问题的解决，成为非平衡系统方法的出发点。

严格地说，热力学第二定律是关于孤立系统的规律。克劳修斯把宇宙也看作是一个孤立系统，因而宇宙也应服从热力学第二定律，宇宙的熵也要随时间不断增加，最终地达到热平衡状态，即宇宙热寂状态。但是，这个宇宙演化的方向，同生物的进化、天体的进化、宇宙的进化等一系列事实相矛盾。大量的事实表明，还存在着另一种演化方向。同有序走向无序的方向相反。

布里渊从一种新的思路讨论了热力学与生命问题。他认为热力学的两个定律都只适用于孤立系统。这种系统是与外界隔绝的，不发生任何物质、能量和信息的交换，因而是一个禁闭的状态。热力学第二定律意味着：由于禁闭而致死亡。生命经常受到这种死亡的威胁。但是，生命又为什么会发展起来呢？因为地球不是一个封闭系统，太阳的热和雨提供了生长的源泉。因此，他认为，生命“由于生活在一个非禁闭的、非封闭的世界中，这就

避免了由于禁闭而致死亡的宣判”。① 布里渊又给我们提供了另一条思路：避免死亡的唯一方法，就是冲破禁闭。就是说，有序结构之所以能够获得进化，在于它是一个开放系统。

热力学第二定律表明一个孤立系统随着自身的熵的增加会自发地由有序走向无序，由非平衡走向平衡。怎样才能在热力学第二定律的基础上，说明从无序到有序的进化，而不是与它相冲突？这里的出发点是开放系统。这也正是布里渊所提供的新思路的价值。

对于一个开放系统，熵(S)的变化可以分为两部分，一部分是系统本身由于不可逆过程引起的熵的增加，即熵产生(diS)；另一部分是系统与外界交换物质、能量引起的熵流(deS)。整个系统熵的变化(dS)，可以表示如下：

$$dS = deS + diS$$

在孤立系统中，没有与外界发生物质和能量的交换，因而没有熵流，即$deS = 0$，而熵产生(diS)这一项永远是正的，因此，系统的熵在增加，从有序走向无序。这就是热力学第二定律所说的情形。在开放系统中，熵流可以是正的，也可以是负的。如果deS为负值，而且当它的绝对值大于熵产生diS时，系统的总熵在减少，可以由无序走向新的有序。这种进化并不违背热力学第二定律，而是在热力学第二定律的基础上对系统的描述。可是，这又是进化论的推广，使进化走出生物领域而进入了物理、化学的研究领域，从而达到了关于自然界的统一描述。这是系统开放分析的贡献。

开放系统，说的是系统进化的外部环境。但是外部环境只是系统进化的条件。事物发展的根本原因是事物的内部，而不是外

①布里渊，生命、热力学和控制论，载控制论哲学问题译文集，第163页，1956。

部。系统进化的内部原因又是什么呢？“非平衡是有序之源”的判断，向我们指明了系统进化的内部原因。

4.3.2 局部平衡方法

热力学第二定律证明一切非平衡态最终结果都是趋向于平衡态。平衡态的基本特征是熵达到最大值，无序度最高。平衡态是一种稳定态。但是，非平衡同样可以是稳定态，开放系统在一定外界条件下所维持的稳定态是非平衡的稳态，过程是不可逆的。但是，在平衡态与非平衡态之间，也没有绝对不可逾越的界限，它们仍然是可以相互过渡和转化的。

一个平衡结构从宏观上看是平衡的，系统并不随时间而变化。但是，从微观上来看，却又存在着涨落，因而又是不平衡的。所以，在宏观平衡的系统中，存在着局域非平衡的微观现象。

同样，一个在宏观上是非平衡状态的系统，若采用一定方式把它分为许多单元，每个单元从宏观上看是充分小的，因而在很短的时期内，可以看作是平衡的；从微观上看，每一个单元又还是足够大，内部仍然包含有许多微观客体，可以把它看成是一个宏观热力学系统。对于这些从宏观上看来仍然是平衡的小单元，可以用平衡态热力学函数来描述。可见，一个非平衡系统，相对地说来，它的局域是平衡的。因而可以把它转化为平衡系统，运用平衡热力学的概念和方法来研究它。这种方法，称作局域平衡方法。

在连续介质力学和平衡态统计力学中，已经采用过局域平衡方法。这种方法，实质上是元过程方法的具体运用，它的基本思想是把非平衡系统看作由无限多的平衡子系统构成的，并通过局域描述，使其转化为全域描述。关于熵的概念，原是平衡态热力学的概念，局域平衡方法把它推广用来研究远离平衡态热力学问题，因为，远离平衡态的局域也是平衡的，可以引入局域熵的概

念，对各个单元的局域熵求和，就可以得到整个非平衡系统的总熵。

局域平衡方法是普里戈金建立耗散结构理论的一个重要方法，它在平衡态热力学和非平衡态热力学之间，架起了一条由此达彼的桥梁，实现了从平衡态到近平衡态直到远离平衡态的进化描述，从而把平衡态热力学和非平衡热力学统一起来，揭示平衡态与非平衡态之间的辩证关系。

4.3.3 非线性相干

尽管非平衡态与平衡态没有不可逾越的鸿沟，非平衡态可以化作平衡态研究。但是，在非平衡态与平衡态之间，仍然存在着根本性质的差异，不能同等看待。

系统的非平衡态可以划分为两大区域：一是线性区（近平衡区），一是非线性区（远离平衡区）。在线性非平衡区，随着时间的发展，系统总是朝着熵产生减少的方向进行，直至达到定态，它是渐近稳定的。当系统受到干扰和涨落的影响时，不会长久地偏离定态，最终还是能够回到原来的稳定状态。所以，在线性区，系统不会发生失稳，因而不可能出现新的有序结构。非线性区的非平衡态则不同，系统的状态出现了稳定、不稳定和临界稳定三种不同的情况。当外界条件变化时，系统开始偏离平衡态，当它仍处于线性区时，系统还是稳定的。当外界条件变化达到某个特定值（分支点）后，系统失稳，进入不稳定状态，有可能通过涨落进入一个新的稳定有序状态，形成耗散结构。为什么在非线性的远离平衡区，系统出现这种情况呢？原因就在于系统内部出现了新的相互作用。

系统在远离平衡态的非线性区，内部结构出现了个体协作的相干性（协同性）。个体间的相互作用，不再是线性相加，而是非线性的协同，从而导致无序到有序的转变。例如，重力场中的重力效应，在平衡态热力学中，由于实际变化极小而忽略不计。但

是，在非平衡的状态下，就有可能出现重力场的"放大"效应。"贝纳德花纹"中形成的贝纳德层的厚度可以仅仅几个毫米，就是由于非平衡态下的重力场"放大"效应。以相干的有节奏的形式进行的化学反应，在外物的一定浓度范围内，会出现浓度随时间周期性改变的化学振荡，一切分子都在有规则的时间间隔内同时改变它们的化学同一性，出现了时间性的耗散结构，这是非平衡态的催化过程。这些事实表明，耗散结构只能在非线性因素相干作用下出现。

对非平衡系统的研究，在注意系统与外部环境相互关系的同时，具体地分析系统内部各要素之间的非线性的相干作用，称为非线性相干分析。它是研究非平衡系统的基本方法，对系统的开放分析，揭示了系统进化的外部条件，对系统的非线性相干分析，则揭示了系统进化的内部根据。"非平衡是有序之源"，说的正是非平衡态中的非线性相干作用，是非平衡系统进化的根本原因。

事物的发展，主要是由它的内部矛盾所推动的，但是，相互联系的普遍性，事物总处于与外部条件的相互作用之中，所以，对于事物的发展来说，条件同样是不可缺乏的。由于系统的开放性，不断地产生负熵流，使系统的总熵不断减少。这里可能产生耗散结构的外部条件。外因是通过因内而起作用的，把产生耗散结构的可能性转变为现实性，其根据还在于系统内部各要素之间的非线性相干作用。系统的开放分析和非线性相干分析的结合，反映了事物发展过程中的外部条件和内部根据的辩证法，是非平衡系统方法的基本内容。

4.3.4 涨落关联

将形成耗散结构的可能性转变为现实性，它的中介环节是涨落。在不同的系统中，涨落的作用是很不相同的。在平衡态中，不会发生涨落现象，在热力学平衡中，微小的涨落可以用统计平

均方法加以消除。在近平衡态，涨落可以使系统偏离定态，由于具有抗干扰的能力，系统能够消除涨落而回到原来的定态。在这两种情况下，系统都不会形成新的稳定结构。在远离平衡的非线性区的情况就不同了。由于系统在热力学分支点上是不稳定状态，加之系统内部各要素之间存在着非线性相干作用，一个微小的涨落，就会通过相干作用而得到放大，形成宏观整体的"巨涨落"，使系统由不稳定态进入一个新的有序稳定状态。在这种情况下，涨落并不起破坏系统稳定性的作用，而是形成新的有序稳定状态的一个环节，起到了触发的作用。而一个微小的涨落之所以能够被放大，根源于系统内部的非线性相干作用。涨落的放大，也正是这种非线性相干作用的表现。所以，对系统进行非线性相干分析时，必须进行涨落相关分析，才能具体地了解形成耗散结构的可能性是如何向现实性转化的。正是涨落把这种可能性与现实性关联起来了。

涨落的关联性，还表现在结构与功能的相互关系中(图4.4)普里戈金说："在耗散结构中通常是下列三者彼此关联的：化学方程所显示的功能，由不稳定性获得的时间—空间结构，以及激励不稳定性的涨落。这三者的相互作用，导致一些包括'来自涨落的有序'等极其意外的现象。"① 远离平衡系统在失稳之后，形成新结构的重要条件之一，是非线性的反常涨落。这种涨落的生成，又来源于系统本身的结构。新结构又影响着功能。在结构和功能之间，涨落起着中介的作用，它触发着失稳现象。

涨落关联的实现，还需要分支点理论加以说明。一般说来，当我们增大某一特征参数的数值时，就会得到逐次相继的二分支。从图4.5可知，在λ_1处，有一单值解，而在λ_2处，解变得

①普里戈金，时间、结构与涨落，载系统论控制论信息论经典文献选编，第177页，求实出版社，1989。

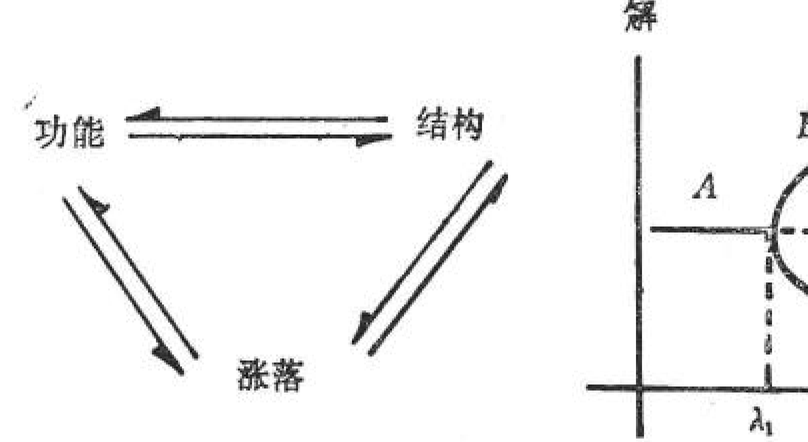


图4.4 结构、功能、涨落的关联

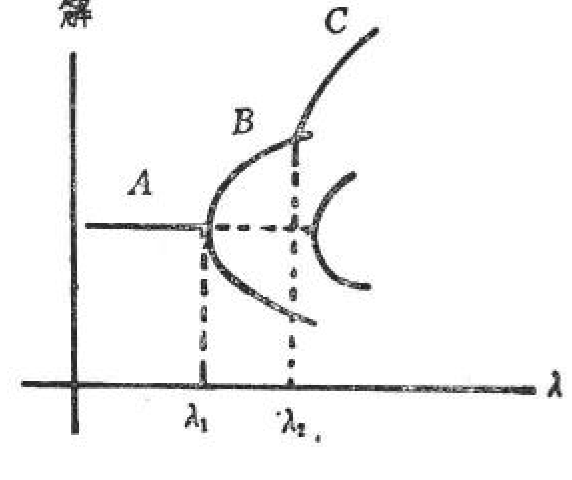


图4.5 多级分支

多值的。在接近分支点时，涨落变得异常地大，以致系统可能在不同的状态之间作出“选择”。而且，也正是在这里，长程关联出现了。相隔宏观距离的粒子变成连接的，局域的事件在整个系统中得到反响。这种长程关联精确地发生在从平衡态到非平衡态的过渡点上，系统通过这些长程关联而组织起来。这种长程关联，就是前面所说的非线性相干作用。一方面，由于涨落的放大，依赖于长程关联；另一方面，出现涨落的同时，长程关联也出现了。涨落的放大，导致了系统对状态的“选择”。于是，在这里又把确定性和随机性统一起来了。对于一个含有二分支系统的每种描述，将包含有确定的和随机的两种因素。在两对分支点之间，系统遵从确定性定律和化学动力学的某些规律，但是，在各分支点附近，涨落起着重要的作用，从而决定了系统所追随的支线。

以涨落为中介，分析形成耗散结构的可能性和现实性、系统的结构和功能、确定性和随机性的相互关联，以及系统的内部分子长程关联的出现，说明非平衡系统的进化，称作涨落关联分析方法。这种方法，深入地说明了非平衡系统进化的具体机理，在非平衡系统方法中，占有极其重要的地位。

4.4 序参量方法

普里戈金把系统的有序结构的形成，仅仅限制于非平衡态。因此，他所提供的系统进化研究的历史方法，是非平衡系统方法。协同学研究表明，系统从无序向有序进化，不必一定都要以非平衡为条件，主要是系统内部各分子之间的协同作用，在平衡态的情况下，系统内部各分子也可能自己组织起来，成为有序结构。为了揭示系统进化的这种协同作用，协同学采用了序参量方法。这种方法，比非平衡系统方法，具有更大的普遍性。

4.4.1 支配原理

任何系统都有自己进化的历史，不仅非平衡系统有自己的历史，平衡系统也应有自己的历史。无论从平衡系统出发，还是从非平衡系统出发，都可以自发地形成有序结构。不仅如此，系统内部各部分自行组织起来的现象，同系统内部组成部分的性质无关。因此，哈肯为自己提出了一个带有普遍意义的任务，找到支配存在于各类系统中的自组织现象的一般原理，这种原理与系统组成部分的性质无关。他阐述这种一般原理的方法，就是有序参量方法。

系统的自组织现象，不是通过执行外部的命令而形成的，而是系统组成部分通过自己形成的实体运动。比方说，有一楼梯，其上端和下端分别有人群，上端的人群想下楼，下端的人群想上楼，这许多人群上下楼的状态可能会怎样的呢？在现实生活中，可能会形成两种状态：一种状态是人们在上下楼梯时是完全混乱的；另一种状态则是完全有规律的，即人们选择楼梯的一半向下，另一半向上。后一种情况，就是有组织的状态，而且在上下楼梯的过程中是自动地形成的，因而也是一种自组织现象。在自然界中，可能存在着各种集体运动的组态，像上下楼梯一样，或

者是完全混乱状态，或者是有组织的状态。这两种集体运动组态进行着竞争，最后使其中的一种集体运动组态被选择。显然，这种选择的实现，不是一下子从接受外部的命令而实现的，而是各部分相互协同的过程。在这个过程中，一种组态逐渐被减弱，另一种组态逐渐增长。哈肯说："'增长的组态将决定最终结构'。这种增长的组态的大小或幅度在协同学中被称为有序参数。"①

系统的进化是由序参量（数）决定的。序参量是各种状态变量，系统在有序与无序之间的转化，以及有序的不同状态，都是由序参量所支配的。哈肯指出："我们在这里接触到十分值得注意的规律性。就像一条红线贯穿于自组织的所有现象之中。我们将看到，各个部分像由一只看不见的手在驱动排列；另一方面，正是这些个别系统通过其协同作用，又反过来创造了这只看不见的手。我们把这只能安排一切的看不见的手，称为'序参量'。"②一个系统中包括两类不同的序参量。一类序参量在系统受到干扰而使系统产生不稳定性时，它总是企图使系统重新回到稳定状态，阻止系统离开稳定状态走向非稳定状态，因而它的作用类似于阻尼作用，而且衰减得很快，称作快弛豫（衰减）参量，也叫快变量（图4.6）。另一类序参量在系统受到干扰产生不稳定性时，它总是使系统离开稳定状态走向非稳定状态（图4.7）。当系统到达于稳定与非稳定的临界区时，表现出无阻尼作用，并且衰减得很慢，称为慢弛豫（衰减）参量，也叫慢变量。因此，它在系统从稳定态向非稳定态过渡的过程中起了决定的作用。哈肯证明，快弛豫参量被迫跟随于慢弛豫参量。这就是

①协同学：理论和应用，载系统科学第423页，上海人民出版社，1987。

②协同学—自然成功的奥秘第7页，上海科学普及出版社，1980。

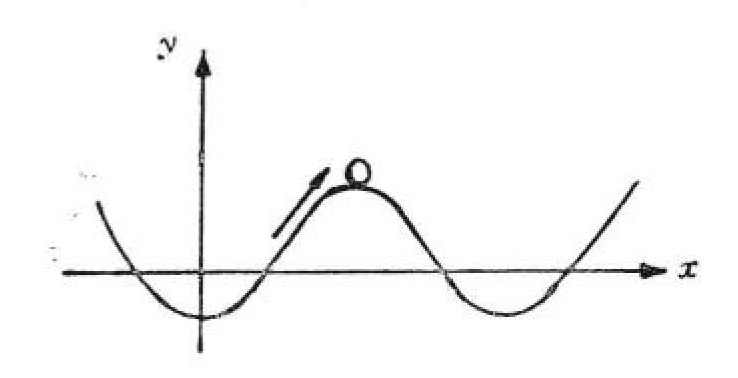


图4.6 快变量示意图

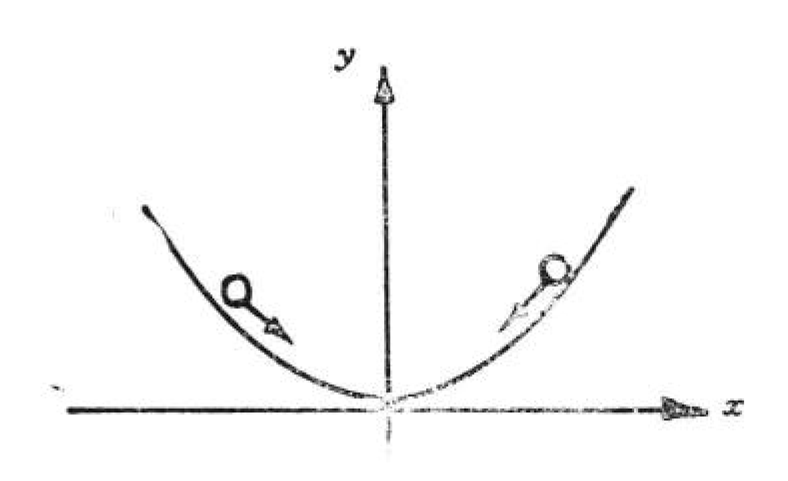


图4.7 慢变量示意图

协同学的支配原理，慢变量支配快变量，建立系统的有序结构。当一个系统有 n 个序参量时，每一个序参量支配一种微观组态，产生一个宏观图样。系统就产生n个不稳定的模式。系统到底将是哪一种模式，则取决于序参量的合作和竞争。

运用支配原理可以分析各种有序结构的形成。例如，在激光中，光场是慢变量，原子是快变量。当外界泵动率比较小时，不同原子中的电子从外轨道向内轨道的跃迁并非同步进行，这时，激光器形成的光场事实上是杂乱无章的，激光器发出的光与普通灯光无异。当增大泵动率达到某一临界值时，所有原子中的电子能以一种相当规则的方式从外轨道跃迁到内轨道，这时，光强度骤然上升，效率猛然提高，激光器形成了一种有序状态。可见，原子

中的电子运动是受光场支配的，从而决定着有序结构的形成。

支配原理是协同学的基本原理。序参量是系统形成有序结构的决定因素。在研究系统进化时，找出系统的序参量，并区分快变量和慢变量，分别地考察它们对系统进化的作用，这种方法，称作序参量方法。在研究社会现象时，亦可采用这种方法。例如，用序量方法进行语言学的研究时，作为社会交往媒介的语言，是慢变量，每个社会个体一生的语言变化是快变量，前者支配后者。一个小孩从呱呱坠地开始就必须学习语言，这种学习则受社会语言环境的影响和支配。类似地，我们可以把传统、文化、教育系统看作慢变量，而相应地把每个社会个体看成快变的量、适应的量、衰减的量，后者受前者的影响和支配。

4.4.2 协同作用

有了序参量方法，就可以分析系统内部各部分的协同作用。在各部分之间是否存在协同作用，将会产生不同质的区别。一个兵团的进攻力量，与单个步兵分散展开的进攻力量的总和，有着本质的区别。同样，单个劳动者的力量的机械总和，与许多人手同时共同完成同一不可分割的操作所发挥的社会力量有本质的区别。马克思说："这里的问题不仅是通过协作提高了个人生产力，而且是创造了一种生产力，这种生产力本身必然是集体力。"① 这里所讲的协作，就是许多人在同一生产过程中有计划地一起协同劳动的形式。在协同学中，就是协同作用。

通过序参量方法，可以获得关于系统进化的一般方法：

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{N}(\alpha, \boldsymbol{q}, \nabla, x, t) + \boldsymbol{F}(t)$$

这是一个非线性随机偏微分方程。$\boldsymbol{N}$是确定性的驱动力，$F(t)$是随机性的涨落力。$\boldsymbol{q}$表示状态向量，x表示空间向量，α表示控制参量。∇表示微分算子，t表示时间。

①马克思，资本论，第362页，人民出版社，1976。

这个方程可以描述很多现象。例如q可以是速度、密度，这样就可以处理流体力学；q可以是不同种类分子的浓度，这样就可以描述化学反应；q可以是电场或磁场，这样也就可以描述激光现象或非线性等离子现象；等等。所以，这个方程反映了系统进化的普遍规律，同时也说明协同作用。在激光形成过程中，状态向量q表示光场，x和t就是它的空间和时间坐标，控制参量α就是外界控制激光器的泵功率。光场支配电子，反过来，电子通过它们相同的振荡，产生光场。一方面出现光场，另一方面电子的相干作用，使彼此相互制约，这就是一个典型的协同行为。使电子能以同一节奏振荡，必须有光场，但光场的产生又必须通过电子的相同振荡。这似乎是一个悖论，到底是先有相同的振荡，还是先有光场的产生？其实，两者就是在协同作用的过程中产生并放大的。犹如一位木偶戏演员，他操作木偶舞蹈，而木偶又反过来对演员施加影响，操纵演员。

在这种协同作用下，又表现出了偶然性和必然性协同。实际上，激光在每一次发射之初，就存在不同的光波。这些光波彼此竞争，要求由其他受激的光电子使自己得到增强。电子本身在加强不同的光波时并不完全相同，对某些光波有所选择，最后战胜了所有其他的光波。只要这种波一旦得逞，便会不断地迫使每一个新受激的光电子在波的轨道上有节奏地共同振荡。可见，不同的波，开始纯粹是由电子自发地偶然地产生的，然后根据竞争原则有所筛选，必然地产生有序结构。在这里，“偶然”是由自发的发射来表示的，而“必然”则与不可抗拒的竞争原则联系在一起。

4.4.3 系统的目的

进化方程给出了系统进化的路线，变量的不同初值，决定了系统进化路线的差异。尽管系统进化的路线不同，但是，它们都被终点所吸引，最终都要到达于某个终点，这个终点，称作吸引

子，或目的点、目的环。这里所说的吸引子，就是在把相空间某一区域的点都取作初值时，其轨道在 $t\to\infty$ 下的极限集合。钱学森指出："哈肯的贡献在于具体地解释上述相空间的'目的点'或'目的环'是怎样出现的。他的理论阐明，所谓目的，就是在给定的环境中，系统只有目的点或目的环上才是稳定的，离开了就不稳定，系统自己要拖到点或环上才能罢休。这也就是系统的自组织。"①

系统的进化，一定要到达于某一个终点，这个终点，就是系统进化的目的。关于目的性的思想是创立控制论的理论基础。维纳认为，一切控制系统的行为，都是以达到某种目标为目的的。因为他把一切有目的的行为都看作需要负反馈的行为。并在这种意义上，对目的论作了有限制的解释，并规定目的论行为是受负反馈控制的行为的同义语。这样，就把目的论、因果性、决定论统一起来了，确认目的论系统同非目的论的系统一样，是决定论的。哈肯运用序参量方法，把目的论引入系统的进化，从理论上阐明了目的论与系统稳定性的关系。从而揭示了系统进化的普遍规律，这自然是一种新的贡献。

根据进化方程，系统的目的有各种不同的情形。如果 $t\to\infty$ 时，系统趋向一个与时间无关的定态，即相空间中一个特定的点，称作不动点，这是零维的。一维以上的系统，原则上可能具有不动点。如果 $t\to\infty$ 时，系统中剩下一个周期振荡，这就是极限环，它是一维的。在二维以上的吸引子，表现为相空间中相应维数的环面。环面上的运动是否表现为周期性的，要看诸运动方向频率之比而定。不动点、极限环和环面三种吸引子，通称为平庸吸引子。与此不同的，还可能出现混沌吸引子，或称作奇怪吸引子、随机吸引子。

①钱学森等，论系统工程，第245页，湖南科学技术出版社，1982。

序参量方法对系统进化的研究表明，系统进化的趋向是各种各样的吸引子，这就是系统进化最终所要达到的目的。实现了这个目的，系统才是稳定的。不稳定的系统，总是为着到达于这个目的而努力，从而使自己进入了一个定态。

4.4.4 软控制

协同学是关于自组织系统的科学，序参量方法是研究自组织系统的方法。因此，它是与控制论的方法既有联系又有区别。控制论所研究的是组织系统。组织与自组织的区别，在于控制的方式。控制论系统都具有目的性，对它所施的控制是外部控制，或外部的指令，这种控制称为硬控制、直接控制或确定控制。自组织系统同样具有目的，也存在控制参量，但是，它所依赖的不是外部的指定而是自己内部的协同作用，不需要外部的控制。这种控制是软控制、间接控制，或者说是不确定控制。通过这种不确定的控制，自组织系统可以实现某种目的，形成新的有序结构。

序参量方法所揭示的这种软控制，具有更大的普遍性，更符合"自己运动"的思想。对于复杂的社会系统，可以同时采用两种类型的控制，既运用硬控制，又运用软控制，把确定性和不确定性统一起来。例如，在宏观组织管理中，计划经济模式是硬控制、直接控制、确定控制；市场经济模式是软控制、间接控制、不确定控制。在西方市场经济宏观间接控制手段中，最主要的手段是政府的财政政策与金融政策。在社会主义商品经济中，则把硬控制与软控制、直接控制与间接控制结合起来了。哈肯认为，如何在组织与自组织之间，或者说在硬控制与软控制之间，寻找一种平衡，将是协同学理论研究的一个发展方向，也是我们在应用协同学理论时所应注意的一个关键。

4.5 超循环方法

西德的生物化学家艾根用超循环方法研究了生物系统的自组

织现象。他的超循环理论就是关于分子自组织的系统科学。虽然分子自组织系统是一种特殊的自组织系统，但是，其中包含着自组织系统进化的一般机理。艾根认为，关于生命的选择和进化原理的抽象公式，“可以帮助我们分析模型，告诉我们如何去进行可重复的实验，最后可以引导我们去重建某些进化事件。”①因此，超循环理论同样具有系统科学的一般方法论意义，对系统科学的历史方法也是一个丰富和发展。

4.5.1 超循环方法的客观基础

达尔文的进化论阐述了生物物种的进化过程。物种的进化，只是自组织系统进化的一个阶段。系统进化还有广阔的领域。在逻辑上可以把系统进化分为在时间上并不是截然分开的三个时期：

（1）前生物期的“化学”时期；

（2）复制“个体”的自组织时期；

（3）物种的进化。

在第一个时期，即前生物期的“化学”时期，无机分子逐步地进化为简单的有机分子，简单的有机分子又逐步进化为复杂的有机分子，最后产生核酸和蛋白质。在第二个时期，即复制“个体”的自组织时期，就是生物大分子的自组织阶段，是从无生命到有生命的进化，通过核酸和蛋白质的相互作用，产生最早的原生细胞。第三个时期，即物种的进化，就是达尔文生物进化阶段，从原生细胞开始，逐步进化而产生各种生物物种。长期以来，生物学家主要研究第三个时期的进化。艾根的工作则是研究第二个时期的进化。他运用超循环方法，解决从生物大分子到原生细胞的进化问题。这里的进化，就是分子自组织的进化过程。

①艾根，物质的自组织和生物高分子的进化，载系统论控制论信息论经典文献选编第255页，求实出版社，1989。

分子自组织的先决定条件是什么？这就涉及到进化的开端。艾根认为，开端是一个分子的无序，就是说，进化是从化学分子开始的，而在极为多样的化学分子中间没有任何功能的组织。怎样从这里产生出自组织呢？可以肯定，同“生命起源”联在一起的自组织必定是从随机事件开始的。这里的“随机”是什么意思呢？它只是指不存在有功能的组织，而不是指没有物理（如原子的、分子的或超分子的）结构。

把随机的事件联合成有功能的组织，必须有某种指令。而指令的运输，又需要信息。经典信息论撇开了信息的具体内容，只是计算信息的量值，而不探讨信息的意义。可是，进化产生的信息是“重要的”信息，关于它的功能意义，单凭信息量、比特数是不能告诉我们太多的东西的。对进化有意义的信息，必须是有价值的信息。所以，研究分子自组织系统，需要一个新的变量，这就是价值参数。

信息的价值是指什么呢？达尔文的自然选择原理认为，自然选择或适者生存的意义是指：有利的个体差异和变异的存在，有害的个体差异和变异的淘汰。这里所说的“有利”和“有害”，就包括价值的意义。只有通过选择，“有利”的差异和变异才能得到保存，从而淘汰掉“有害”的差异和变异。这就表明，只有通过“选择”，才使信息获得价值。这样，艾根就把“选择”引入分子动力学，并使它与已知的分子参数建立联系。只有通过选择，才能解释生长和进化。

选择性生长和进化的先决条件是什么？它就是自催化体系。生命是从化学进化中产生的，它的基础物质是核酸和蛋白质等大分子。从这些物质中产生生命物质，需要有催化作用。具有自我生长作用的增强系统，具有各种反馈机制。催化作用与这种反馈作用结合起来，就是自组织的决定性的先决条件。根据耗散结构理论，产生自组织的环境条件，必须出现“产生过多的负熵”的

涨落，这就是定态的不稳定性。因此，这种不稳定性就是选择性生长和进化的先决条件，而自催化体系就是这样的一个系统，所以它是选择性生长和进化的先决条件。

催化作用是一个循环反应，超循环是在它的基础上建立起来的。对选择和进化的先决条件的分析，说明了超循环方法的客观基础。这种方法是普里戈金的非平衡系统方法的具体运用和发展。普里戈金认为，自催化反应与输运过程相结合会导致反应中的作用物的特殊空间分布，称之为“耗散结构”，即结构的产生不是由于守恒的分子力，而是由于能量的耗散。艾根说：“我高度评价这个原理，但它的应用需要新的参数，这样就会使我们超出现代热力学理论的范围了。”① 选择价值就是这种新参数之一，从而说明了选择和进化的基本机理。

4.5.2 超循环方法的内容

在化学进化的过程中，循环反应构成了一个网络体系。所谓循环反应，是指化学反应过程中周而复始的变化。例如，催化反应是指催化剂参加的化学反应。在这种反应过程中，催化剂能改变化学反应的速度，但它本身在化学反应前后的化学组成和数量都保持不变，总是在反应过程中周而复始地出现。考察一个反应序列，其中无论有否附加反应物的帮助，每一步的产物都要再进行下一步的转变。如果反应序列总是不断产生相同的产物，这个系统就类似一个“反应循环”，它整体上相当于一个催化剂。这种循环反应网络可分成三个等级：

第一等级是反应循环。在一组相互关联的反应中，如果任一产物与前面某一个步骤中的反应物相同，就形成一个反应循环。催化剂由一个分子来代表，比如酶(E)，它能把底物(S)转变成

①艾根，物质的自组织和生物高分子的进化，载系统论控制论信息论经典文献选编第247页，求实出版社，1989。

产物(P)：

$$S \xrightarrow{E} P$$

这一反应的实际过程是：自由酶(E)与底物(S)结合成“酶—底物”(ES)，ES再转变成“酶—化合物”(EP)，然后，EP又释放出P和，E完成一个循环，接着E又重新与S结合成ES，再转变为EP，重新释放出P和E，不断循环往复。在底物(S)到产物(P)的转变中，酶的不断重复催化和中介体的不断循环复原。其机理如图4.8所示：

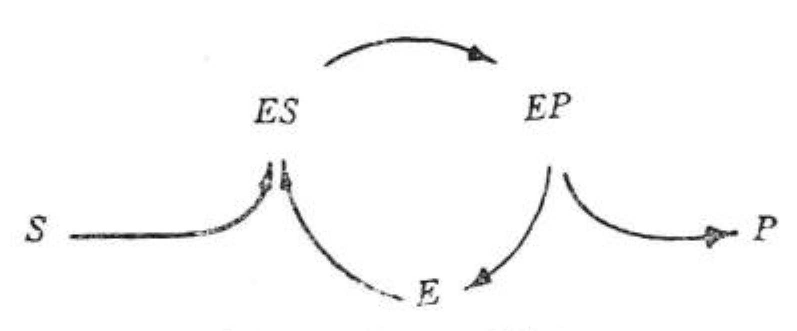


图4.8　普通的酶催化机理

第二等级是催化循环。如果一个反应循环中至少有一个中介物（也可以是全部中介物）是催化剂，就形成一个催化循环。作为催化剂，这些中介体必须在反应过程中保持不变，它们都是靠前一中介体催化作用产生的富能物体流形成的。如图4.8所示。循环的组成部分$E_1 \to E_n$自身是催化剂，它们形成于一些富能底物(S)，同时，每个中间价E_i又是形成E_i+1的催化剂。这个催化循环整体上相当于一个自动催化剂，它指导着自身的复制。这类反应系统最简单的代表是单一的自动催化

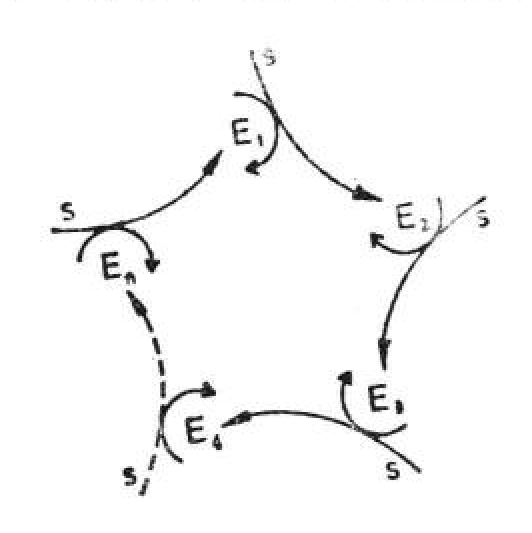
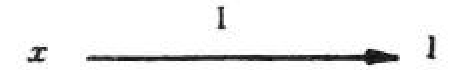


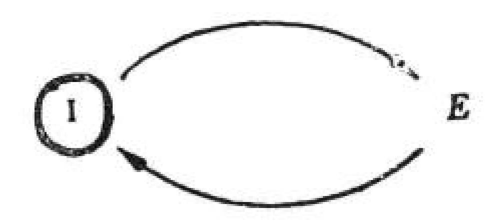
图4.8　催化循环

剂，或自我复制单元，其过程可以写成如下的形式：



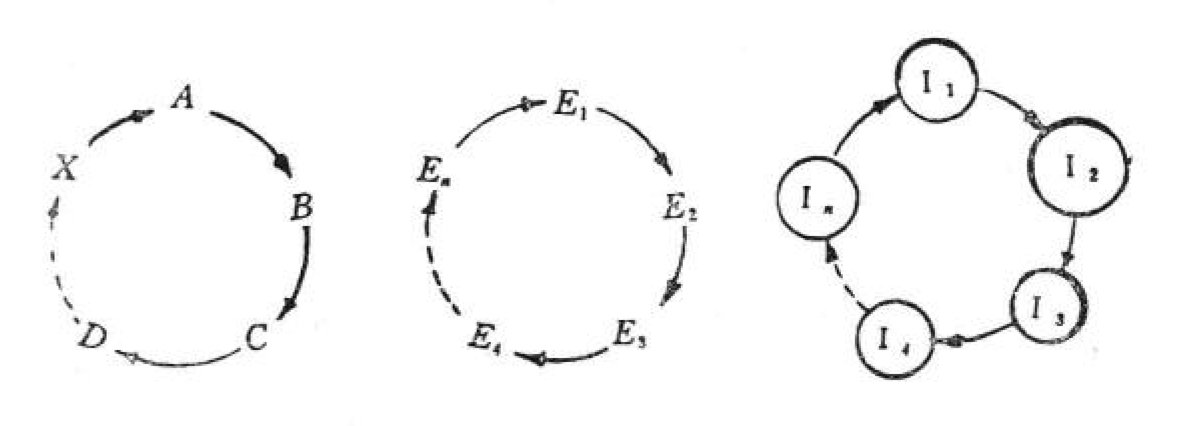
其中x为高能底物。这种反应可用符号[illegible]来代表。

第三等级是催化超循环。它是自我复制循环之间的偶联而形成的最高层次的循环，能达到更高程度的自我复制。它的各中介物本身是自我复制单元，其过程可简化表示为：



其中I_i具有双重循环功能，它既能指导自己的复制，又能为下一个中介物的产生提供催化支持。

将这三个不同等级的循环反应，由图4.10表示如下：



a.催化剂E　　b.自动催化①(自我复制单元)　　c.催化超循环Ⓗ

图4.10　循环反应网络

从图中可知，超循环代表着一种新的组织水平，具有建立综合组织形式的能力。

从生物大分子的水平来看，选择和进化的分子基础主要是代谢、自复制和突变。这些都要有超循环组织来保证。代谢是生命

现象的一个基本特征，对于处在代谢过程中的分子种，选择才有意义，而代谢是在不平衡系统中进行的合成与分解的循环。自复制使进化和选择的信息得以积累，而超循环组织能确保功能上相关联的一些自复制单元的共存，它是使可以自复制的功能联系能够进化的最简单系统。突变是指自复制中的错误，因而产生新的信息和新的突变种，破坏原先的稳定性，建立新的稳定性。可见，生物大分子的自组织过程，离不开超循环过程，它们是一个超循环的进化，它能保证遗传密码的复制。运用超循环的机理分析生物大分子自组织的形成和进化，说明大分子的形成和组织有一个类似达尔文生物进化的过程，称作超循环方法。运用这种方法，在分子水平上去研究进化，对于寻求化学进化与生物进化之间的联系，沟通非生物与生物这两个截然不同的领域，具有重要的意义。

4.5.3 超循环进化原理

我们可以应用超循环方法解释生物分子的进化和自我复制过程。例如，双链DNA的合成，是一种真正的自我复制形式，它的两条链是由多聚酶同时合成的。单链RNA的复制，是生物学上重要的催化循环。正链RNA可以作为模板，指导负链RNA的合成，而负链RNA也可以作为模板，指导正链RNA的合成。这种复制过程，还必须在各复制单元之间通过一种附加的特异偶联，使复制过程直接或间接得到推动和延续。这种偶联是前一个RNA循环的翻译产物蛋白质建立起来的。这些蛋白质起着特异复制酶，或阻遏消除物，或抗降解特异保护因子的作用。

偶联强度可以是等价的，也可以是不等价的。两个突变种基因I_1和I_2，对它们自己的复制酶E_1和E_2进行编码，E_1→Ⓘ₁ [11]、E_2→Ⓘ₂[22]是自强化，Ⓘ₂→$E_{_}$[21]Ⓘ₁→E_2[12]是互强化（见图4.11）。由于它们的密切亲缘关系，对自强化和互强化可能显示等价偶联。但是，在通常情况下，两个蛋白质未必同

样好地识别两个序列，并且又完全不去识别不相联系的序列，所以，偶联强度会有所差别，可能出现偶联中的某些偏爱，产生四种不同的情况，须分别给以说明。

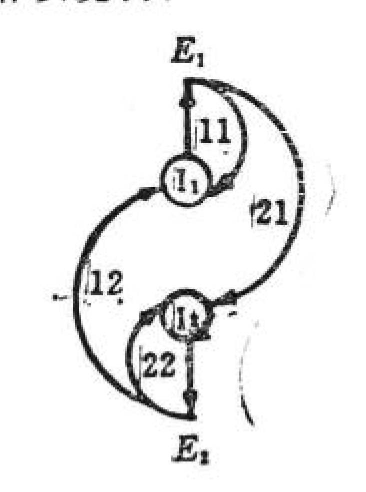


图4.11 突变种基因I_1与I_2的等价偶联

第一，E_1偏爱I_1，E_2偏爱I_2，结果是，I_2和I_1分别被它们各自的酶以超循环方式强化，从而导致激烈的竞争，只有一个突变种幸存下来，即使两者在选择上是等价的，但是也由于微小涨落的影响，使一个胜过另一个而获得幸存。

第二，E_1和E_2都偏爱I_1，结果是I_1在竞争中取胜，I_2消亡。

第三，E_1和E_2都偏爱I_2，结果是I_2在竞争中取胜，I_1消亡。

第四，E_1偏爱I_2，E_2偏爱I_1，结果是I_1和I_2通过超循环联系而稳定地共存。

可见，只要各组分之间出现对互强化的偏爱，就能产生出超循环组织，而且这个超循环组织可以向更复杂的超循环组织发展。这种从无生命到生命进化的机理，称作超循环的进化原理。它是应用超循环方法所得到的主要结果。

分子自组织的进化，总是通过选择实现的，因此，这个过程不是完全决定的。选择通常是从少数突变种开始，甚至是从一

个突变种开始的，所以它在很大程度上依赖于涨落。但是，超循环方法的成功，说明选择和进化的过程原则上可以用物理学、化学的原理来描述，可见，它们又是决定的和不可避免的。所以，生命的出现是非决定的，又是决定的。生命现象能够用物理学理论来解释，这也是超循环方法的一条基本原则。

4.5.4 选择价值在超循环方法中的意义

超循环方法为我们揭示了进化的动力，这就是“选择价值”。这个“选择价值”是与不可逆过程热力学相联系的一个新的变数，但它超出了现在的不可逆热力学的范围。

选择和进化需要信息。但是，进化的选择，是在“利”与“害”之间所作出的选择，单纯的信息量不能提供选择，还必须有信息的意义。有意义的信息，就是有价值的信息，它给出关于“利”和“害”的判断。因此，对于选择和进化，价值参数是一个极其重要的变量。只有选择有价值的信息，才能使信息对进化有意义。就是说，只有通过选择，才能使信息获得价值。把价值参数应用到分子自组织，就可以为分子生物学提供一个定量的基础。

一个突变种的产生，包含比原来的具有更高的选择价值。这相当于熵产生中的一个负变化，这种负涨落会破坏现有定态。在热力学理论中，不稳定性的出现，表征着进化行为。如果我们在重新建立定态之后，比较两个被选择的品种，那么，真正“有价值”的信息有了改变，这种变化，表现为增加了有序。选择价值的改变，反映在进化的行为上。因而，对选择有决定意义的量是选择价值。利用同高“选择价值”有关的信息，是决定进化的因素。当然，这也并不否认信息量的作用，由于选择的随机性，信息量的作用也就被突出来了。所以，进化包含了提高选择价值信利用更大信息量这两个方面的内容。

选择价值是进化的动力。物种的差异是进化过程中无数复制

和突变步骤造成大量分支的结果。这包括在同源的竞争者之间的选择，但也有躲入小生境中造成的隔离，还有十分温和的选择压力下形成的互容或共生。所有这一切，都与选择价值相联系，说明进化是多种多样的。但是，分子进化过程最终造成了使用统一密码的细胞机器。这种统一密码的最终建立，也并不说明完全决定论的物理事件确定了前细胞进化的唯一历史道路，也并不是因为存在着唯一的候选系统，而是由于一种特殊的"一旦一永久"性选择机理，它可以从任何混乱无规则的承担者开始。这种"一旦一永久"性选择是超循环组织的结果。

超循环方法揭示了大分子复制的机理，表明催化超循环是大分子组织具有积累、保存和加工遗传信息能力的最基本要求。虽然超循环方法所处理的是生命系统，但是，由于它揭示了自组织系统进化的规律和动力，因而具有普遍的意义。

5 信息控制方法

信息控制方法是系统科学特殊方法的总称，包括信息方法、反馈控制方法等方面。

把信息控制方法看作系统科学的特殊方法，只有相对的意义。事实上，系统科学一般方法的运用，离不开信息和反馈。在这种意义上说，它们同样具有一般方法的效用，可以应用于极其广泛的领域。但是，这些方法，主要是由系统科学各个学科的理论原理转化而来的研究特殊系统的科学方法，都带有本学科的特点，因而，把它们归入系统科学的特殊方法。

5.1 信息方法

任何系统，都包含有物质流、能量流和信息流。我们可以分析各种流的过程，从事系统的研究。从信息的观点出发，抓住系

统的信息流，而撇开它的物质流和能量流，把系统的过程作为信息过程来研究，这种研究方法，称作信息方法。所谓从信息的观点出发，也就撇开系统的物质、能量状态，不从物质的、能量的观点出发。信息方法以信息概念为基础，主要是对信息进行定量的分析，同时也注意信息的内容，进行语法、语义的探讨。由于信息的普遍性，信息方法在各种研究领域得到了广泛的应用。

5.1.1 信息方法的科学基础

信息方法所运用的是信息观点，它的科学基础首先是信息概念。

在日常用语中，信息是指消息、情报、指令、密码等等，它是通过符号（如文字、图像等）、信号（如语言、手势动作、电磁波信号）等具体形式表现出来的。在科学上，信息是消息、情报、信号等中所包含的内容，消息等则是信息的载体。维纳认为，“信息是我们适应外部世界，并且使这种适应为外部世界所感到的过程中，同外部世界进行交换的内容的名称”①。维纳对信息的解释，是从控制论系统出发的。因此，他把信息看作是控制系统的一种普遍联系的方式。控制是通过交换信息来实现的。

为了研究通信问题，申农把信息看作通讯系统的一种普遍联系的方式。他撇开了各种消息形式的具体特点，认为信息是用来消除随机不确定性的东西。这里所说的不确定性，就是具有多种可能而难以确断的随机性。申农的信息论是关于通信的理论。他认为，“通信的基本问题是在通信的一端精确地或近似地复现另一端所挑选的消息”。②因此，在通信领域中信息是用以消除信宿对信源发出何种信息的不确定性的东西。

①维纳著作选，第4页，上海译文出版社，1978。

②申农，通信的数学理论，载信息论理论基础，第1页，上海市科学技术编译馆1965。

信息具有各种性质。例如，信息不是物质，也不是能量，但它又不能离开物质和能量独立存在。信息的作用和价值，随着不同的接受者而不同，因而带有某种程度的主观因素，等等。

由于信息撇开了实际过程中的各种消息的具体特点，撇开了传输过程中的物质和能量实际交换，这就使信息方法具有抽象性。只是从信息的角度分析实际系统，完全撇开了运动的具体形态，把系统有目的的运动，抽象为信息变换的过程。通过这种抽象以后，就可以研究系统对信息的接收和使用过程，以及系统与外界环境之间的信息输入和输出的关系。根据这种研究，揭示对象的特征，并把不同对象进行类比，以便作功能的模拟。

其次，信息方法的另一个基础是通信系统模型。既然把信息看作通信系统的普遍联系方式，那么在通信的两个系统之间必须有信息交换，以消除收信人的不确定性。这样，信息就是两次不确定性之差，用符号表示则有：

$$I=S(Q|x)-S(Q|x')$$

其中I代表信息，Q表示对某件事的疑问，S表示不确定性，x为收到消息前关于Q的知识，x'为收到消息后关于Q的知识。如果消息的内容是收信人已知的，那么收信人在收到消息之后，不会引起知识的变化，即$x=x'$，没有减少以至消除不确定性。只有引起收信人知识的变化，才能减少或消除不确定性。

两个通信系统的联系，就构成了通信系统模型：

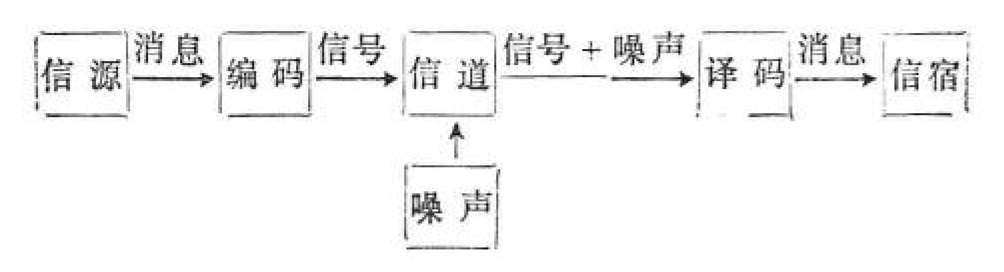


图5.1　通信系统模型

信源。即信息的发送源。发出信息源都来源于信源，故称信息源。它可以是人，也可以是机器、自然物等。

编码。它是把信息变换成信号的措施。“码”即是一个符号序列和将这些符号序列排列起来时必须遵守的规则。信号是多种多样的，如电信号、光信号、声音信号等。

信道。传递信号的通道。它是信息传输的媒质。信道也是多种多样的，有线信道，如同轴电缆、光导纤维；无线信道，如自由空间、电离层等。

噪声。在信号传递过程中，系统产生的或由外界混入的干扰，以致造成信息的某些失真。

译码。把信号译成语言（文字、图象等）所能表达的思想内容，它是编码的反变换。

信宿。信息的接收者，它可以是人，也可以是机器，如收音机、电视机等。

这个通信系统模型，不仅适用于通信系统，也可以推广到其他非通信系统。当然，应用通信系统模型的系统，必须是信息系统。但是，由于科学抽象方法的普遍运用，把系统运动的具体形态和特点都舍弃不顾，只着眼于它的信息变换过程。这样一来，原则上都可以把系统抽象为信息系统，因而都可以运用通信系统模型加以分析和综合的研究。于是，通信系统模型又为信息方法提供了另一个科学基础，使信息方法成为一种普遍的信息系统的研究方法。

5.1.2 信息变换方法

依据信息概念和通信系统模型，借助于科学抽象方法，把系统的有目的的运动抽象为信息变换过程，即信息的获取、传送、加工、处理，实现其目的性运动的过程。这种研究方法，称作信息交换方法。

系统的信息变换过程，如图5.2所示。

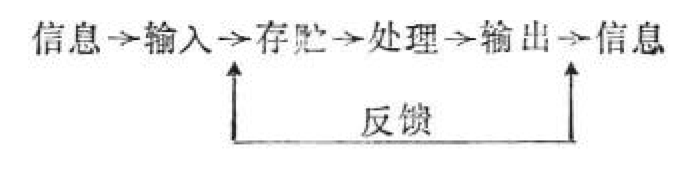


图5.2 信息变换过程

信息变换方法的任务，就是从系统的整体和过程出发，用普遍联系和相互转化的规律，以分析和综合相结合的步骤，考察系统的信息流程，研究系统的整体性。

在决策分析过程中，当进行定量化的分析时，信息的收集、整理和判断是重要的根据。收集新的信息，取得新的样本，修改原有的概率（称作先验概率），获得后验概率，这就是一个信息变换过程，称作根据抽样资料修改概率的信息流程。可以应用信息变换方法来研究这个流程，如图5.3所示。

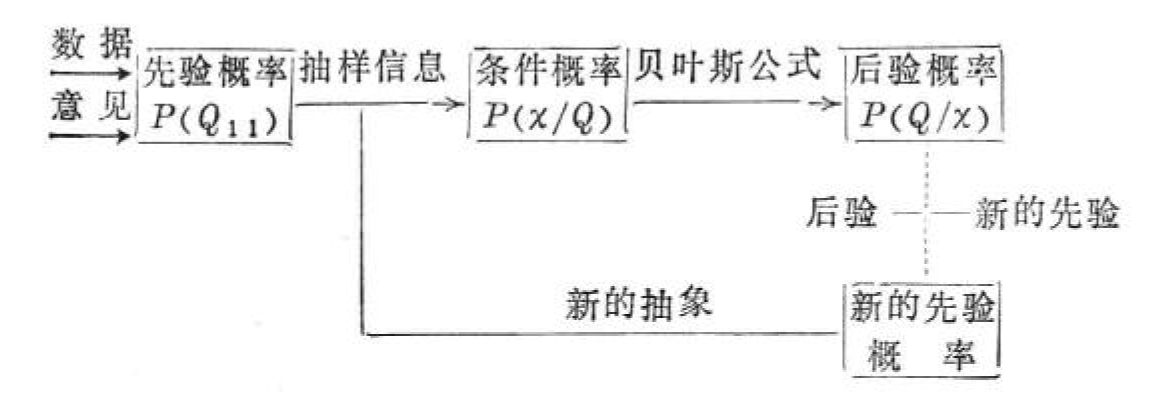


图5.3 根据抽样资料修改概率的流程

系统的信息变换同控制是分不开的。一个系统要通过控制的手段保持自己的稳定性，必须有信息的传输和变换。维纳说："任何组织所以能够保持自身的内稳定性，是由于它具有取得、使用、保持和传递信息的方法。"①为了保持组织系统的稳定性，信息变换方法是不可缺少的。

①维纳，控制论，第160页，科学出版社，1985。

唯物辩证法认为，世界上的事物都是普遍联系着的。事物之间的信息变换，则是这种普遍联系的重要方法，它是辩证法的辅助工具。图5.4表示事物之间的信息变换方式。

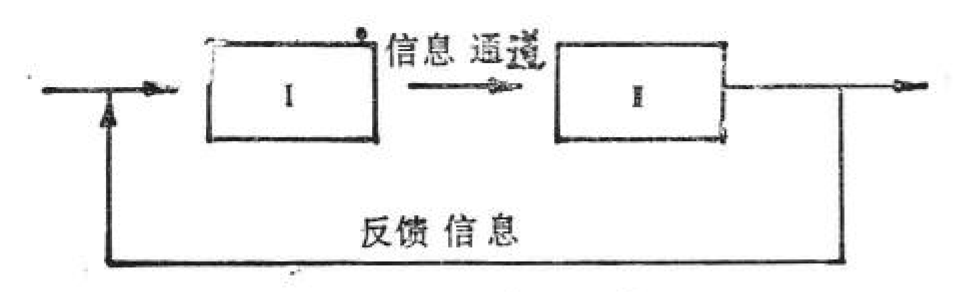


图5.4 信息变换方式

5.1.3 概率信息方法

信源发出的信息，具有不确定性。如果这种不确定性表现随机性，这种信息就称为概率信息。撇开信息所表达的具体内容，排除与通讯技术无关的语义（意义）因素，针对信息的随机性特点，用消息的可能数目的对数来度量消息中所包含的信息量的方法，称作概率信息方法。1948年，申农在《通信的数学理论》中就提出，“能否定义一个量，这个量在某种意义上能度量这个过程所‘产生’的信息量是多少？”“量$H=-\sum p_i \log p_i$在信息论中起着非常重要的作用，它作为信息、选择和不确定性的度量。”① H的公式与统计出量中的所谓熵的公式是一样的。

波尔兹曼（L.Boltzmann，1844—1906）在把熵引入统计物理学并把它与信息联系起来考察时，就认为“熵是一个系统失去了的‘信息’的度量”。申农把用于物理学的数学统计方法移植到通信领域，从而提出了信息熵的数学公式，从量的方面来描述信息的传输和提取的问题，并提出了信息量的概念。信息熵是从信源的整体角度来考察信息时，从平均的意义上表征信源的总体

①申农，通信的数学理论，载信息论理论基础，第7页，上海市科学技术编译馆1965。

特性，代表信源整体的不确定性的量。信息量是从信宿角度考察信宿收到信息后解除不确定性的量，它只有在信源输出符号而被接收者收到后才有意义。

如果某事物具有几种独立的可能结果：$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$，每一状态出现的概率分别为 $P(x_1), P(x_2), P(x_3), \cdots, P(x_n)$，而且，$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$，那么，该事物所具有的信息量 $H(x)$ 则有：

$$H(x_i) = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i) \log P(x_i)$$

当对数底为2时，$H(x)$ 的单位称为比特（bit）。意思是：一比特的信息量，是含有两个独立等概率可能状态事件所具有的不确定性被全部消除所需要的信息。

5.1.4 模糊信息方法

模糊方法是非概率方法，是同申农的信息量不同的另一种信息量度。1965年，数学家扎德（L.A.Zadeh）提出了模糊集概念和模糊数学方法，导致了对模糊信息的研究。因为信源发出的信息本身含义具有不确定性。若这种不确定性由概率所引起的，称为概率信息，若由模糊性所引起的，称为模糊信息。用普通集合（经典集合）来定义的概率方法，只能处理概率信息，对于模糊信息，则不能运用概率方法，必须运用模糊集合理论和模糊数学。

扎德认为，模糊数学可以用于信息的处理。他说："所要介绍的概念在性质上虽然是模糊的，而不是精确的，但最终将证明它在很多问题，例如信息处理、控制、系统辨识、人工智能，或更一般地说，在包含不完全或不肯定的数据的决策过程中都是有用的。"①

①扎德，通讯：模糊算法，载信息与控制第12卷，1968。

模糊信息是由于研究语义信息和语用信息的需要而提出来的，它可以用状态空间上的模糊集合表述，从而实现用模糊数学定量描述。但是，由于模糊信息论刚刚产生，还很不成熟，因此，定义还不统一。

模糊信息的定量描述，主要是信息熵概念的推广，这就是模糊熵的概念。70年代，考夫曼把模糊集合 $\underset{\sim}{A}$ 集的熵 $\underset{\sim}{H}(\underset{\sim}{A})$ 定义为：

$$\underset{\sim}{H}(\underset{\sim}{A})=-\frac{1}{l_n n}\sum_{i=1}^{n}\pi\underset{\sim}{A}(x_i)\,l_n\pi\underset{\sim}{A}(x_i)$$

其中

$$\pi\underset{\sim}{A}(x_i)=\frac{\underset{\sim}{A}(x_i)}{\sum_{i=1}^{n}\underset{\sim}{A}(x_i)}$$

$\pi\underset{\sim}{A}$叫做模糊集合$\underset{\sim}{A}$的隶属函数，函数值$\pi\underset{\sim}{A}(x)$代表元素x对集合$\underset{\sim}{A}$的隶属度。

德路卡（A.Deluca）从申农函数

$$S(x)=-xl_nx-(1-x)l_n(1-x)$$

出发，把模糊熵$\underset{\sim}{H}(\underset{\sim}{A})$定义为：

$$\underset{\sim}{H}(\underset{\sim}{A})=\frac{1}{nln^2}\sum_{i=1}^{n}S(\underset{\sim}{A}(x_i))$$

上述的两个定义，都是关于模糊集合$\underset{\sim}{A}$的模糊性程度的度量。当$\underset{\sim}{A}$表示一定模糊信息时，它们是对信息的模糊不定性的某种度量。

在一般的广义上说，信源往往既有随机性，又有模糊性，从而构成了双重的不确定性。因此，信息熵可能由两部分构成，一

部分是申农的概率熵，表达信源的随机性；另一部分是模糊熵，表达信源的模糊性。

5.1.5 有效信息方法

从更广泛的范围着眼，信息的研究，有三个方面的问题。一是技术上的正确性问题，即符号从信源到信宿传递的准确度问题，这是研究信息问题的第一步；二是语义学问题，即信号所表达的意义问题；三是有效性问题，即信息对行为能否产生有效的影响。申农信息论研究了第一个方面的问题。关于语义信息的研究，虽已有了研究，但是，度量问题尚未很好地解决。信息的效用问题，虽然尚未取得一致的认识，但也已提出了几种度量的方法。

信息的效用，是指信息对接受者的价值。同一信息，对于不同接受者的效用，可以是不同的，因而具有相对性。有效用的信息，称作有效信息，或相对信息。有效信息表明，信息不仅具有量的规定，同时也具有质的规定。因此，对信息必须作量和质相统一的量度。

1968年，贝里斯和高艾斯在申农的信息结构上引入了“有效分布”的概念。以$U=(u_1, u_2, \cdots, u_n)$为有效分布，每一个$v$是第i个事件出现的效果，有效信息结构$S^*$为：

$$S^*=\begin{pmatrix} e_1, & e_2, & \cdots, & e_n \\ u_1, & u_2, & \cdots, & u_n \\ p_1, & p_2, & \cdots, & p_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} E \\ U \\ P \end{pmatrix}$$

其中，$E\{e_1, e_2, \cdots e_n\}$代表随机事件集，$P=(P_1, P_2, \cdots P_n)$为遍于事件$E$上的概率分布。

从这一结构上，可以得到有效信息$I(P, U)$为：

$$I(P, U)=-K\sum_{i=1}^{n} u_i P_i \log P_i$$

其中$u_i \geqslant 0$，$P_i = 1$，K为常数，同选用的信息单位有关，若取以2为底的对数，单位为比特，则$K = 1$。

有效信息涉及到信源、信宿和信息三者的相互制约关系。在这种关系中，包含有客观因素和主观因素的决定作用。客观因素是指信息本身所固有的价值，主观因素是接受者对信息的使用。在客观因素的基础上，由于主观因素的不同，信息的使用必定是不同的。

5.2 反馈控制方法

我们运用信息的观点来研究系统状态，其目的是揭示系统运动的规律和工作机制，并根据这种认识，去实现一定的工作目标，即改造世界。这些目标的实现，都离不开对系统的控制，这就需要运用反馈方法。反馈的目的在于控制，使系统去作实现某种目的的运动，所以，反馈方法也就是反馈控制方法，是控制论的具体运用，它是建立在反馈控制机理的基础上的。

5.2.1 反馈控制机理

我们所生活的世界，是一个随机的世界。在这个世界中的任何系统，都要受到外部环境的带有偶然性的干扰，使系统偏离它的稳定状态，从而影响系统的功能。为保持系统的稳定和功能，必须对外部干扰进行积极的防御，这就需要控制。列尔涅尔对“控制”作了如下的定义，他说：“为了‘改善’某个或某些对象的功能或发展，需要获得并使用信息，以这种信息为基础而选出的、加于该对象上的作用，就叫做控制。”①所以，控制的任务是使对象保持状态稳定，因而它也就是一种对干扰的积极防御。

把控制看作一种作用，这就突出了作用者与被作用者的相互

①列尔理尔，控制论基础，第85页，科学出版社，1980。

关系。从控制论的观点来看，作用者是施控系统，被作用者是受控系统。如果把施控作用看作原因，那么，受控作用就是结果。两者的关系，就是因果关系。但是，在控制系统中的结果，是预期，是预先规定的一种目标。为了实现这个预期的目的，必须在许多可能的原因中，去选择相应的原因，并通过施控系统，作用于受控系统。所以，在控制的过程中，不仅有预期的目的，而且还应有主动的选择。事实上，不仅作为施控作用的原因是选择的产物，而且作为受控作用的目的（预期的结果），也是选择的产物。

控制与目的是不可分离的。离开了目的，也就无所谓控制了。控制的任务，就是使系统去实现预定的目标。由于系统向着目标的运动，受到外部不可预测的干扰，因此，系统向目标的运动，不是完全决定的，而是随机的。所以，它需要控制，以排除随机的干扰。

为了实现这种控制，达到预期的目的，需要有反馈机制。当然，不是所有的控制系统都存在反馈。以有无反馈回路为依据，可以将控制系统分为两类，即开环控制系统和闭环控制系统。如果在一个控制系统中，不把关于被控量的值的信息用来在控制过程中构成控制作用，那么这个控制系统就叫做开环控制系统。如图5.5所示。

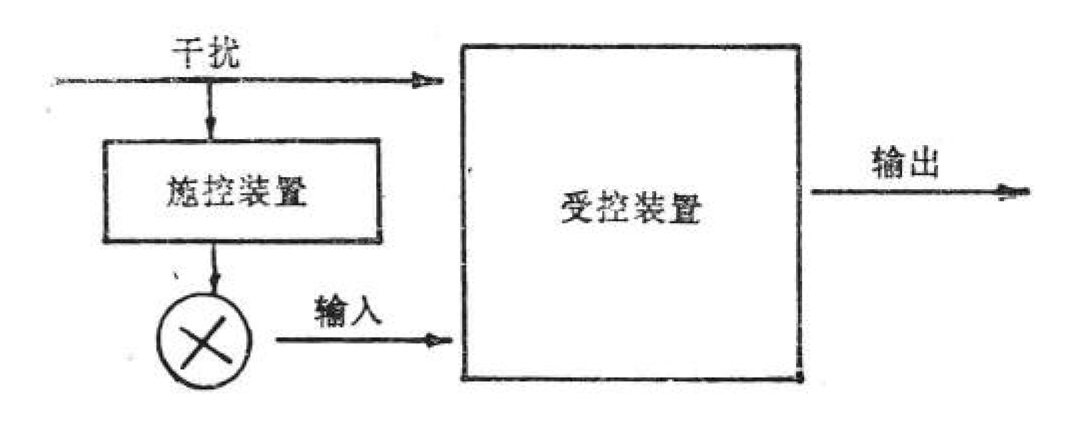


图5.5　开环控制系统

对于每一个干扰，使用变换，选定一个输入值，补偿干扰对受控装置的作用，即使干扰作用引起的偏差与控制作用引起的偏差之和等于零。在这种开环控制系统中，没有反馈回路装置。

如果在一个系统中，用关于被控量的值的信息来产生控制力，则这种系统叫做闭环控制系统。如图5.6所示。

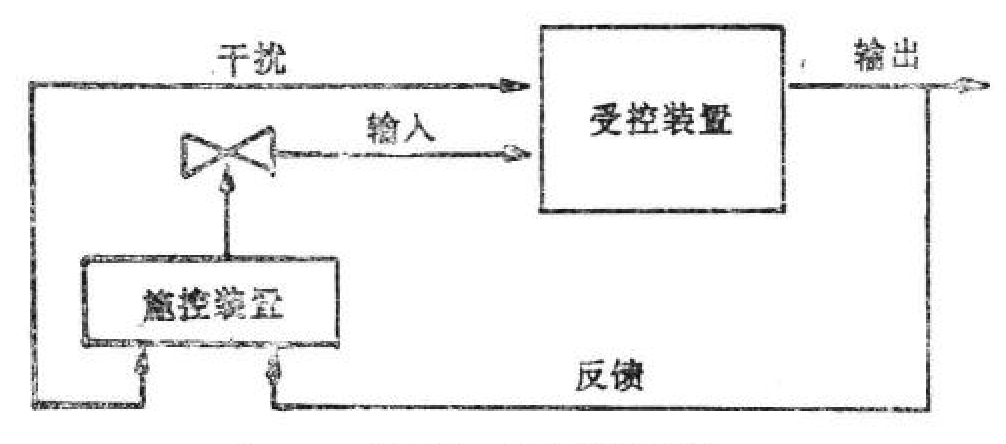


图5.6 闭环控制系统

在闭环控制系统中，将受控装置的输出，回输到施控装置中去，然后使用变换，输入受控装置。这就是反馈。就施控装置来说，在同一个元件的输出和输入之间的关系，叫做反馈。反馈是以活动的结果来调节活动。

开环控制系统的优点是，当扰动在某种程度上来得及影响被控系统的值之前，控制力就直接按照扰动的变化而变化。但是，它具有抗干扰能力差的缺点。闭环控制系统的优点是，在扰动相当大而并非所有扰动都是可测量的条件下，它可以完成必要的控制。如果作用在被控变量上的扰动的影响事先是不知道的，同样可以使用。这种优点，是由反馈回路所造成的。通过反馈对系统实施控制，称作反馈控制方法。

反馈控制方法不仅被应用于工程技术领域，而且在生命领域和社会领域都有广泛的应用。因为反馈控制机理是建立在目的性行为的基础上的，而目的性行为在机械、生物和社会等领域，都

有相类似的作用。一些机械装置具有内在的目的性，一定形式的反馈在生理现象中也是常见的，生物物种的进化也必须有反馈机制，在人的随意活动中，反馈作用也是一个极端重要的因素。反馈控制机理的普遍性，使反馈控制方法获得了一般科学方法的功能。

5.2.2 负反馈控制方法

在反馈控制方法中，负反馈起着特殊的作用。这是控制过程中的目的性行为所决定的。在一定意义上说，达到目标的问题，就是一个稳定性问题。控制过程也就是一种从不稳定到稳定的过程。在闭环控制系统中，存在一个通过控制所要达到的目标值。系统的稳定是相对于这个目标值而言的，即是对目标值的稳定。为了稳定，实现目标值，必须排除使系统偏离目标值运动的干扰。这就是负反馈机制。反抗系统偏离目标的运动，使系统趋于稳定状态，这种反馈称作负反馈。运用负反馈来控制系统的稳定性，称作负反馈控制方法。

机器和生物一般都是通过负反馈来达到控制的目的的，这是控制论的基本思想。技术系统和生物系统在功能上都具有自动调节与控制的行为，都由于通过负反馈使得这些系统得以趋近其目标值，即目的。所以，目的性行为和负反馈，实行上是同义语。维纳说："一切有目的的行为都可以看作需要负反馈的行为。如果有一个目标要被达到的话，那么来自该目标的若干信号就有必要在某一时候来校正行为。"①为了校正行为，首先要检出偏差，其次是纠正偏差。当然，这是可以一次完成的，也可以不是一次完成的，通过多次反复，运用一系列的输入、输出值的相应序列从总的趋势上逐渐地达到目标值。但是，一般说来，在总趋

①行为、目的和目的论，系统论控制论、信息论经典文献选编，第284页，求实出版社，1989。

势上并不排除可能出现来回偏离目标值的情况，这种偏离将越来越小，而逐步接近和达到目标。负反馈控制系统模型如图5.7所示。

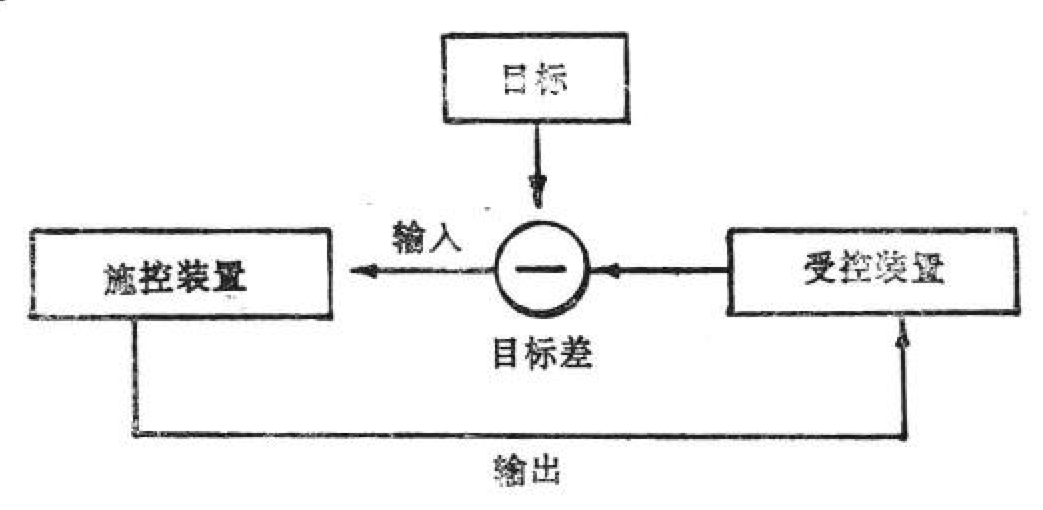


图5.7 负反馈控制系统

负反馈控制的过程，本质上就是目标差不断减少的过程。在这里，检出偏差，就表现为系统一旦出现目标差，便自动出现某种目标差的反应；纠正偏差，则表现为根据对目标差的反应，自动地出现某种减少目标差的行为。这样，减少目标差的调节一次一次地发挥作用，使得对目标的逼近能够积累起来，最后达到控制的目的。

负反馈控制方法可以应用于经济管理和社会管理等领域，也可以用于思维过程的分析。思维从抽象上升到具体的运动过程，有一个明确的目的，即以思维具体再现现实具体，在思维中形成具体概念。这个过程不是一次完成的，而要经过多次反复，才能使思维逐步地逼近现实具体。这个日益逼近的过程，就是一个负反馈控制的过程，如图5.8所示。

当人们初步获得某种思维成果时，就要运用各种思维方法将它同现实具体相比较，去发现思维成果与思维对象之间的目标差，这种关于目标差的信息输入思维主体，进一步调节思维活

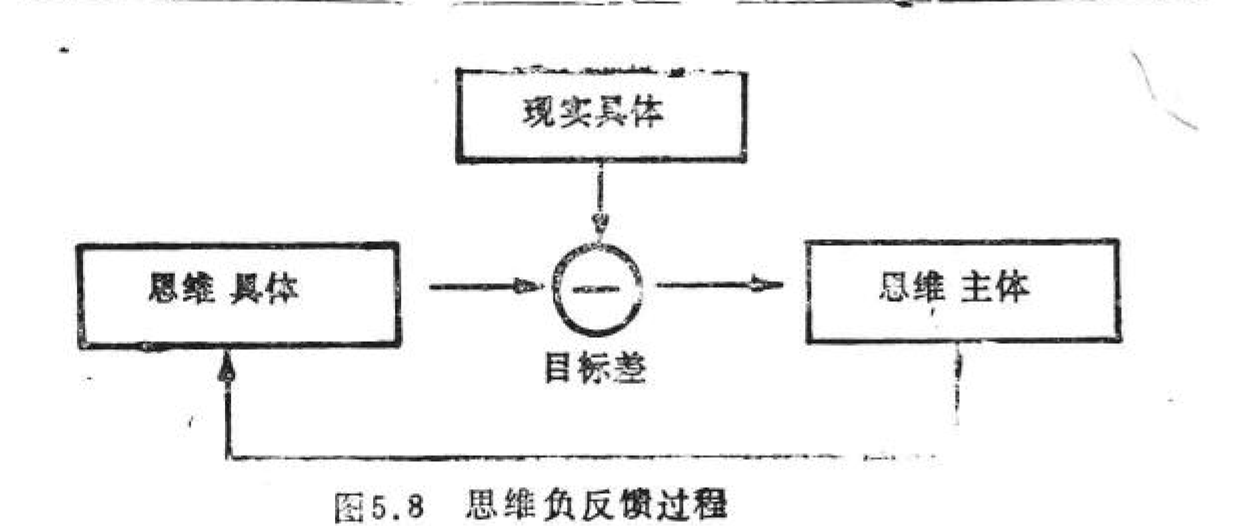


图5.8 思维负反馈过程

动，使思维成果不断完善，逐步把符合现实具体，最终达到以思维具体反映现实具体的目的。

5.2.3 正反馈控制方法

正反馈是系统越来越运离目标的运动。就是说，目标值与输出值出现了差值，经过一系列的输入之后，系统的输出值与目标值的偏差越来越大，离目标越来越远，这就是正反馈。运用正反馈对系统进行控制的方法，称作正反馈控制方法。

如何评价正反馈的作用，要作具体分析。对于一个需要保持稳定的系统，由于正反馈使系统进行越来越离开目标的运动，使目标差不断地扩大，最终要达到预定目标的控制过程的破坏，结果，破坏了系统的稳定性。这是一个失控的过程，必须加以避免。因此，对于以保持稳定为目标的系统，正反馈起着破坏稳定性的作用，它的意义是消极的。例如，在医学上，正反馈使人体稳定状态的破坏，导致疾病，具有消极的意义。但是，正反馈同样还具有积极的意义。系统的进化，不仅需要负反馈，同时也需要正反馈。例如，原子核裂变链式反应，就是一种正反馈过程。当铀235吸收一个中子后发生裂变，同时放出二到三个中子；除去损耗以后，这些中子至少能剩下一个以引起另一个铀235核裂变，链式反应就持续不断，并越演越烈。原子核反应堆就是使原

子核裂变链式反应能够有控制地持续进行而利用原子核能的大型设备。在原子弹的引爆装置中，也应用这种裂变链式反应。当用慢中子碰撞铀235时，所放出的中子越来越多，在极短的时间内放出巨大的能量，使越出临界质量的核装料发生猛烈的爆炸。

稳定总是相对的，稳定的破坏，则是绝对的。系统的进化，总是从旧的稳定状态走向新的稳定状态。稳定状态的实现，依赖于负反馈机制。但是，在新旧稳定状态的转变过程中，系统的失稳是一个中介。而失稳的造成，则是正反馈机制的产物。因此，只有负反馈和正反馈的结合，才有系统的进化。例如，国民经济的发展，要使各部门保持平衡。但是，消极的平衡，又会使国民经济停滞不前。因此，国民经济各部门之间的平衡，应是发展中的平衡，动态的平衡。就轻、重工业的关系来说，由于优先发展重工业，自然要减少轻工业的投资，但是，它可以为轻工业的发展提供更多的设备，从而使重工业和轻工业都得到发展，提高国民经济收入，使积累不断地增加。同时，在优先发展重工业的前提下，适当提高轻工业的投资 反而为重工业的发展提供资金和生活资料，促进重工业的发展。这样做的结果，不仅会增加重工业的投资，同时也会增加轻工业的投资，使整个国民经济获得更高速度的发展。这就是正反馈。我们应该运用正反馈控制方法，组织国民经济的发展。

在一些系统中，正反馈和负反馈之间存在着相互促进的关系，从而构成了正—负反馈控制方法。在捕食者与被捕食者之间，存在着生态平衡的关系。但是，这种平衡经常被打破，成为不平衡，这是正反馈的结果。由于负反馈的作用，这种不平衡又逐步达到平衡。一般说来，当系统的稳定性被外力所干扰时，负反馈就重新建立起这个系统的稳定性；一旦到达稳定状态之后，正反馈将产生一个比外力单独引起的偏差更大的偏差，又破坏系统的稳定性。系统就是在这种正反馈和负反馈的交替作用中进化的。

5.2.4 前馈—反馈控制方法

开环系统是没有反馈回路的系统，关于被控量的值的信息，对控制过程中的控制作用，并不产生影响。但是，为了有效地控制，排除外界对系统的干扰，可以事先测度外界的干扰，并根据这种测度，影响控制系统中的控制作用。这种控制称作前馈。开环控制系统可以有两类，一类是无前馈的开环控制系统，如图5.9所示。一类是有前馈的开环控制系统，如图5.10所示。

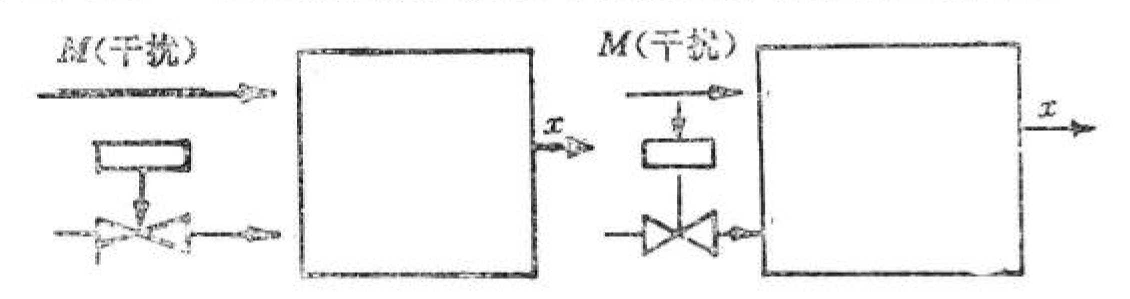


图5.9 无前馈开环控制系统　　图5.10 有前馈开环控制系统

运用前馈对系统进行控制的方法，称作前馈控制方法。对于比较巨大和复杂的系统，前馈回路装置是非常必要的。因为对于巨大而复杂的系统，外部对系统的干扰，不能立即地在受控系统中得到反应，因而反馈回路不能很快收输关于由干扰所产生的系统反应的信息，而一旦收输这种信息时，已造成对系统的重大影响，出现较大的偏差，而且纠正这些偏差又需化费巨大代价。因此，发挥前馈的作用，对可能出现的干扰进行预测，并根据预测的信息，采取相应的排除干扰的措施，避免系统出现大的偏差。

前馈可以同闭环控制系统偶合，这样就构成了前馈—反馈控制系统，如图5.11所示。这样，在系统中，除了前馈回路以外，还有反馈回路。这种控制系统，既对干扰作出预测，又对干扰的影响进行反馈，将预测信息和反馈信息统一起来进行研究，作出控制决策，自然会达到最好的控制效果。运用前馈—反馈来控制系统，称作前馈—反馈控制方法。

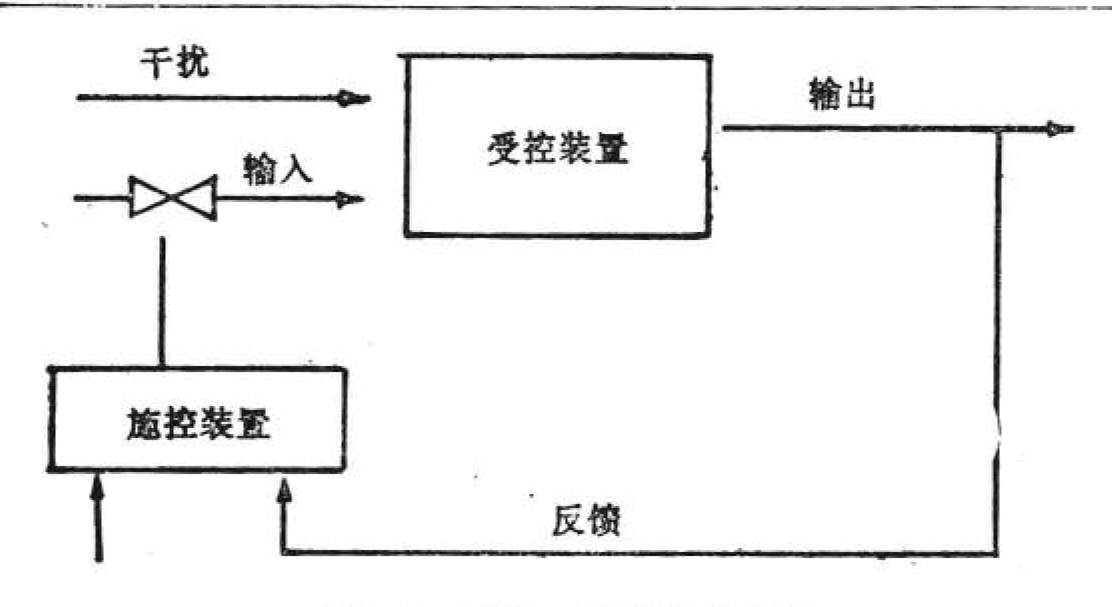


图5.11　前馈—反馈控制系统

对于社会决策，前馈—反馈控制方法是一个重要的方法。例如，制订生产计划，需要考虑市场情况，对供需关系做出预测，这实际上就是前馈，说明一个工厂的生产，受市场供需关系的干扰。根据市场预测信息制定计划，投产后，产品是否满足市场需要，将反馈信息通过反馈回路回输后，再根据反馈信息来修订生产计划。这样，就可不断地循环往复地组织生产，这是前馈—反馈控制方法在生产管理中的应用。如图5.12所示。

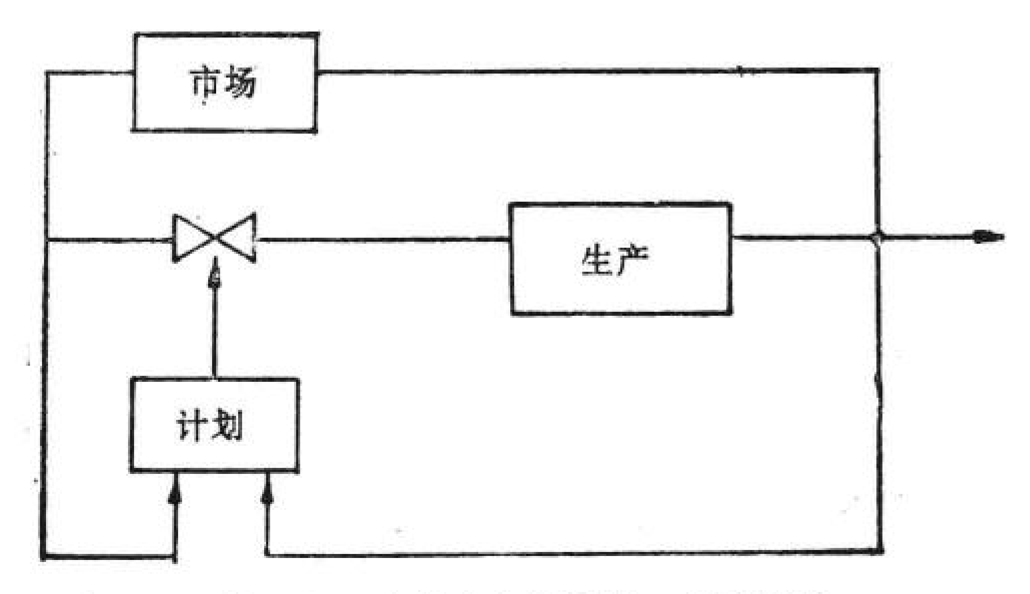


图5.12　企业生产的前馈—反馈控制

6 系统工程方法

系统工程是组织管理系统的规则、研究、设计、制造、试验和使用的科学方法。它运用工程的办法来进行组织管理，把组织管理的对象规定为系统，从系统的认识出发，进行合理的研究和设计的工程技术。因此，可以把系统工程称作为了达到系统目标，而对系统的构成要素、组织结构、信息流动和控制机构等进行分析和设计的技术。它包括各种原理和方法，例如，系统分析、网络分析、分解—协调技术等。它们都属于具体的科学方法，是各种人工系统的组织管理技术。

6.1 系统分析

系统分析是一门分析技术，最初由美国的军事研究机构兰德公司提出，它以系统理论、运筹学、信息论、控制论、计算机软件技术等为基础，研究在自然环境条件下受人控制和影响的有目的运行系统的机理。在系统工程方法中，系统分析起着核心的作用。

6.1.1 系统分析的目标

兰德公司最初提出的系统分析，是一种从费用和效果两个方面对符合确定目标的不同方案进行经济评价的方法。后来得到了进一步的发展。一方面，运用数学和经济学的原理和方法，研究新型防御武器系统，不仅在航天技术领域等军事方面得到广泛应用并推广到民用企业，用于改善交通、通讯、公共卫生、设施的效率和效能，使系统分析成为研究经济合理性的应用工具。另一方面，大学和研究机构的研究人员，逐步地把系统分析理论化、系统化，作为一般的方法，推广到各个研究领域，使它成为分析各种研究对象的理论体系。后来，又进一步获得综合，把应用工

具和理论体系融为一体，使系统分析成为一种有效的方法体系。

系统分析是一个思维过程。要分析一个子系统，首先要确定系统的边界。任何研究对象，同外部环境都有着普遍的联系。把研究对象规定为一个系统，必须把它从外部环境中划分出来而成为一个整体，并明确这个系统中的各个子系统及其相互作用。有了明确的边界，才能对系统进行要素—结构分析和环境分析。要素—结构分析是系统边界内的分析，找出主要矛盾，揭示矛盾的性质，提出解决矛盾的方法。环境分析主要是分析系统输入的变化，查明外部环境对系统的影响，同时分析系统输出的变化，了解系统对环境的影响。这两个方面的分析，都要围绕系统分析的目标。所以，系统分析首先要以系统观点明确所期望达到的目标。为了确定系统分析的目标，必须在收集、分析、处理所获得的信息资料的基础上，对系统的目的、功能、环境、费用、效益等问题，进行科学的分析。确定系统的目的，制定为达到这种目的的各种方案，通过模型进行仿真实验和优化分析，并对各种方案进行综合评价，从而为系统设计、系统决策和系统实施，提供可靠的依据。只有经过这样的分析过程，才能达到系统分析的目标。

6.1.2 系统分析的要素

系统分析的具体内容，表现为对系统分析的基本要素的研究。这些基本要素主要是指目的、可行方案、模型、费用、效果和价值标准。

（1）目的　系统分析的对象是人工系统。一切人工系统都具有目的性。因此，系统分析首先要明确所期望达到的目的。例如，完成或超额完成生产计划，达到规定的质量和成本利润指标等，就是企业的经营管理系统的目的。显然，系统的目的不一定是单一的，可能有多种目的，产量、产品质量、成本、利润等多种指标，就是企业的经营管理系统的多种目的。系统的目的不是

一次能够确定的，它也是一个反复的分析过程。必须运用反馈控制法，逐步地明确问题，选择手段，确定目的。确定系统目的的过程，如图6.1所示。

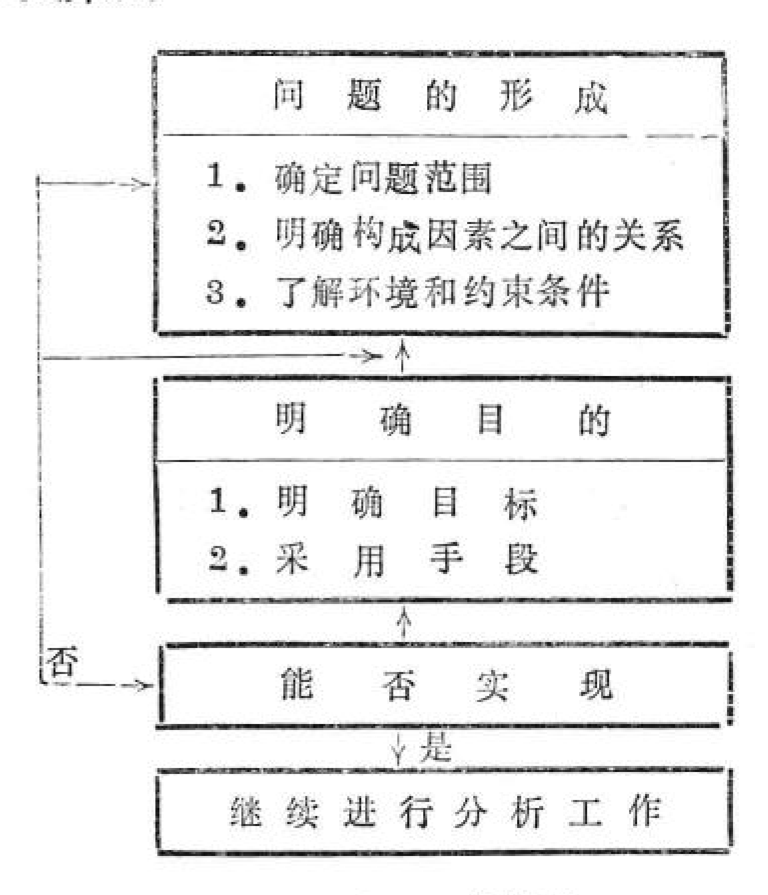


图6.1 确定目的过程

（2）可行方案 实现系统的目的，可以采用多种手段，因而可以产生各种可行方案。由于条件的不同，方案的适合性也不同。因此，在明确系统的目的之后，就要通过系统分析，提出各种可能的方案，供决策时选择。可行方案首先应该是可行的，同时还应该是可靠的。有了多种可行方案，决策者就可以根据当时的条件，选择其中最合适的方案。

（3）费用 任何系统目的的实现，都付出一定的费用，用于人、物、材、设备等资源的耗费。由于机会的丧失，而作出成本上的牺牲，也加入费用的构成部分。通过对费用的分析，了解经济可行性，即可利用资源的可能性，投产者盈利的可能性等。

（4）效果　对无目的系统，效果并无意义。由于人工系统都具有目的性，因此十分注重是否达到目的的成果，即达到目的的程度。这就是效果。目的与效果的这种直接联系，决定了对系统进行效果分析的重要性。在分析系统的效果时，必须注意直接的效果。同时也要注意间接的效果。对于企业的经营系统来说，直接效果是指本企业的利益；间接效果是指企业以外的社会效益。这两个方面的效果都要兼顾，而不能偏废。

（5）模型　系统设计需要有模型，以反映系统的要素和结构，以及它们之间的相互关系。形象模型、模拟模型和数学模型等形式，要根据实际的条件和需要加以构造。例如，为了分析目的与手段的关系，可以构造费用与效果的相互关系的数学模型。有了模型，就能在决策以前对结果作出预测。

（6）评价标准　衡量可行方案优劣的指标，称作评价标准。由于存在多种可行方案，因此，根据统一的评价标准，对各种方案进行综合评价，可以比较各种方案的优劣情况，确定对各种方案的选择顺序，为决策提供依据。

系统分析是从确定所期望的目的开始的。为了确定目的，必须提出问题，在收集资料的基础上，建立模型，通过模型来预测各种可行方案和效果，并根据评价标准进行分析和评价，确定各方案的选择顺序，若得到满意的结果，就做出最后的决策。这就是系统分析的过程，如图6.2所示。

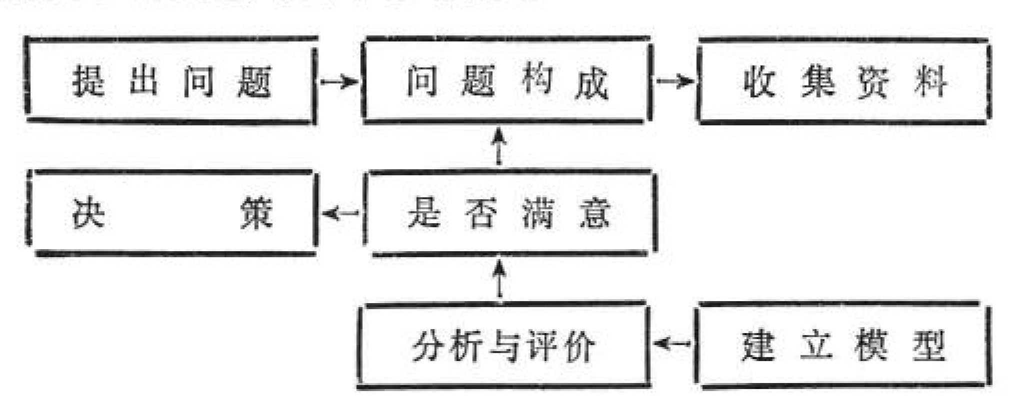


图6.2　系统分析的过程

6.1.3 系统分析的三维结构

由于所取的角度不同，对系统分析的方法和程序，也有不同的理解和规定。1969年，美国贝尔电话公司的霍尔提出了系统分析的三维结构方法，一般被认为是比较通用的方法。它的三维结构是：逻辑维（解决问题的逻辑过程）、时间维（工作阶段）和知识维（专业科学知识）。

（1）逻辑维　系统分析的逻辑维，是关于大型项目使用系统工程方法时的思维具体过程。霍尔（Hall）把这个思维具体过程分为七个步骤：

问题阐述　即摆明问题或确定问题，所谓问题，就是人们所期望的系统状态与实际状态之间的差距，即研究所要完成的任务，即消除这种差距。因此，摆明问题也就是提出研究任务。分析构成问题的诸要素。

目标选择　根据对问题的分析和理解，确定系统的目标，论证目标的合理性、可行性和经济性，建立目标的指标体系和系统功能目标函数。

系统综合　确定目标之后，就可以建立各种可行方案。对这些方案进行综合研究，比较它们各自的特点和优劣。并对全系统进行综合研究。

系统分析　经过系统综合之后，对提供为实现系统目标而准备采用的方案，它们之间的相互关系以及同系统的相互关系进行分析，考虑它们对实现目标、解决问题和满足需要的程度。

最优化　在备选的各种方案中，确定最佳方案，使它最好地满足目标函数的要求，并排列出各种方案的优劣次序，为决策时提供选择。

决策　根据最优化分析，选出一种或几种供采用的方案，做出最后的抉择。

实施计划根据最后选定的方案、制定行动计划，将系统具

体付之实施，总结实施的情况，决定下一步的工作，或者修订方案和计划继续实施；或者另选方案，再行计划；或者重新确定问题、选择目标，进行新的综合和分析。

（2）时间维　时间维是指进行系统分析的工作阶段。全部分析过程可分为七个阶段：

规划制订（调研、程序设计）阶段；

初步设计（具体计划）阶段；

研制（系统开发）阶段；

生产阶段；

安装阶段；

运行阶段；

更新阶段。

对于一个具体工程，时间维是指从规划开发，一直到更新的全部工作程序。

（3）知识维　进行系统分析，需要有一般的共性知识，同

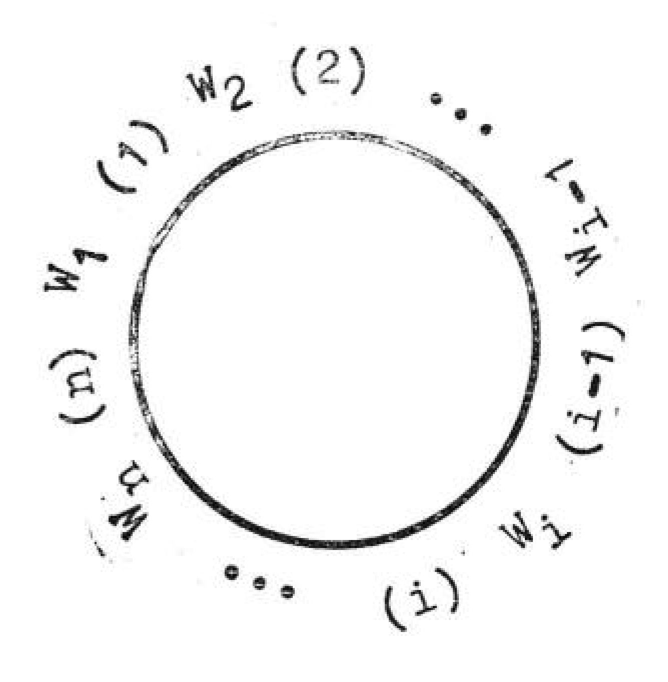


图6.3　系统分析三维结构

时，还需要有各科专业知识。霍尔把这些知识分为：工程、医药、建筑、商业、法律、管理、社会科学和艺术等。

（4）三维结构图　逻辑维、时间维和知识维的结合，组成了系统分析的三维结构。如图6.3所示。

6.2 网络分析

网络分析是系统工程方法的重要组成部分。组成元素众多、结构十分复杂的大系统，物质流、能量流、信息流也错综复杂。如果运用图论的有关概念和方法，以各元素的结点，以线路为路径来描述各种流量，便呈现为网络形态。把这种系统的网络状态作成图，即为网络图，从而产生了网络分析方法。

6.2.1 网络分析的类型和优点

网络分析的主要目的，是统筹兼顾，又快、又好、又省地完成工程计划。它的主要工具是网络图。能以网络表示的系统，称作网络系统。以网络为工具，将全部工程合理地分解为若干部历分，把字们之间普相互关系，表现为网络形式，从而研究和计划工程各部分之间的实施、协作、平衡和优化等关系，指明对全局有决定性影响的关键路线，反映整个工程的全貌的技术，称作网络分析。

一个系统，尤其是复杂系统，具有各种属性。网络分析只能着眼于某一方面的属性。因此，网络分析所得到的网络系统图式，也有多种类型。按照网络的流量来划分。可以将网络系统分为：物流网络系统，能流网络系统，信息流网络系统，以及以时间、费用、距离为流量的网络系统，等等。以时间为流量的网络系统，以工作所需工时作为时间因素，以网络图表示工作之间相互联系，通过数学的计算方法，确定对全局是影响的关键工作，对工程活动作全面规划。这种网络分析的优点是：①预见某一工作的进度对整个工期的影响；②可以确定对全局有决定性影响的

关键工作；③能够根据变化了的环境进行调整，保证对整个计划自始至终的有效控制和监督；④便于从许多可行方案中选择最优方案；⑤可以利用电子计算机进行分析和计算。

自50年代以来，网络分析也经历着发展过程。1957年，美国杜邦公司的数学家、工程师和管理人员在兰德公司的配合下，提出了一个运用网络图解来制订计划的方法，明确表示出工序和时间以及相互关系，这种方法称作“关键线路法”（Critical PathMethed），简称为CPM法，1958年，美国海军特种计划局在研制“北极星”导弹潜艇过程中，以数理统计学为基础，以网络分析为主要内容，以电子计算机为手段，提出了一种新型的计划管理方法，称作“计划评审法”（Progrum Evaluation and Review Technigue），简称为PERT法。60年代，美国在制订阿波罗登月计划时，把网络分析同概率论、模拟技术结合起来，分析随机类型的工程系统。这种方法，称作“图解评审法”（Graphical Evaluation and Review Technique）又称随机型计划协调技术，简称为GERT法。这种方法，克服了PERT法处理问题的“确定性”特点所带来的局限性，更适用于“随机性”问题的解决和处理。

6.2.2 网络图

网络图是网络分析的技术基础。可以把一项工程的各个组成部分，按照计划和工作流程方向，用箭头来表示它们工作衔接关系的先后顺序，画出各项任务相互有关的箭头图，并标注上时间。这个箭头图，称作网络图。

（1）网络图的基本要素 网络图的基本要素有：作业、事项和线路。

作业 每项工作都需人力、物力的参与，并经过一定时间的活动，才能完成。这种活动过程，称为作业，用箭头“→”来表示。箭头所指的方向表示作业前进的方向，水平箭杆上部标记作

业的名称，水平箭杆下部标注完成该项作业所需要的时间。如图6.4所示。

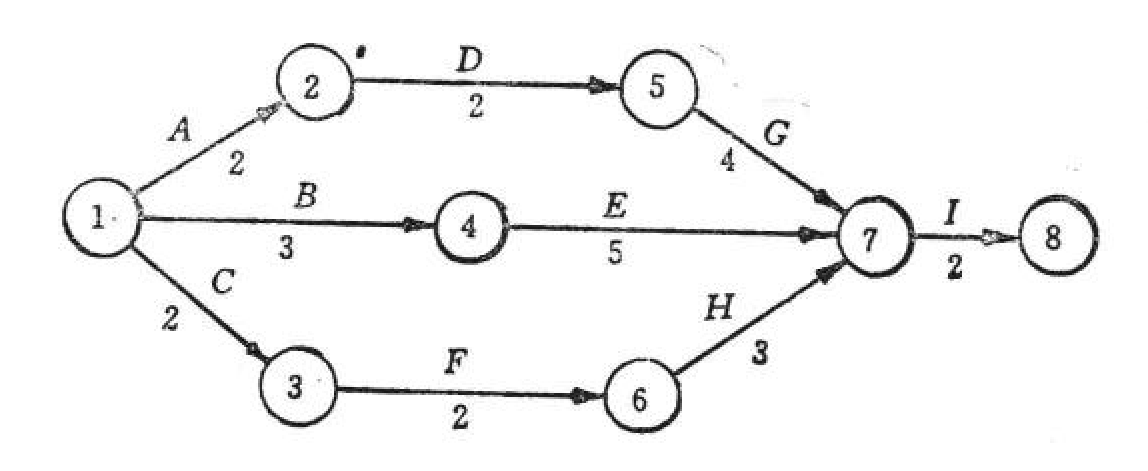


图6.4　网络图

事项　两个作业之间的衔接点称为事项。在网络图中用“○”表示。事项不占用时间，也不消耗资源，只是一种表示某项作业开工或完工的符号。在图6.4中，①、②、③等，都是事件，①是作业A的开工事项；②是作业A的完工事项。除了总开工事项①和总完工事项⑧以外，其他事项，既是开工事项，又是完工事项。

线路　在网络图中，从起点开始顺箭头所指方向，连续不断地到达终点为止的一条通道，称作线路，在图6.4中，从起点①开始，连续不断地走到终点⑧的线路有三条：

1）　①→②→⑤→⑦→⑧

2）　①→④→⑦→⑧

3）　①→③→⑥→⑦→⑧

（2）网络图的绘制步骤　网络图的绘制，一般可分为三个步骤：任务分解、作图和编号。

任务分解　将一个工程系统根据需要分解为一定数目的子系统，称作任务分解。经过分解，规定出子系统之后，又要确定各

子系统之间的联系，明确先行后继的顺序，在图6.4中，经过分解得到8个子系统，并具有三种先行后继的联系。

作图 根据任务的先行和后继的顺序，以作业符号“→”和事项符号“○”把各子系统的联系，绘成网络图。图形从左向右排列，不画回路，而且，只能有一个出发点和一个终点。

编号 对网络图中的事项统一编号，并由左向右、由上到下的顺序编排。

6.2.3 网络分析的具体内容

运用网络图对系统进行网络分析，大致有以下几个方面的内容。

（1）时间参数计算 为了编制网络图，必须进行时间参数计算，为寻找关键线路和完成优化控制，提供科学根据。时间参数计算包括下列内容：

作业时间参数计算 完成一项工作所需要的时间，称为工作时间。显然一次工作的完成时间，不会严格确定的，只能给出估计值。因此，在进行作业时间参数计算时，可以根据概率和数理统计的原理，求出完成时间的平均值。作业时间参数计算包括：作业最早开始时间参数计算，作业的最早结束时间参数计算，作业最迟开始时间参数计算，作业最迟结束时间参数计算，作业总时差和单时差参数计算。

事项时间参数计算 这种计算，包括三个方面：事项的最早开始时，事项的最迟结束时间和事项的时差。事项的最早开始时间是指从始点起到本事项最长线路的路长时间。事项的最迟结束时间，是指最迟必须完成的时间，在这段时间里，事项若不完成，就会影响紧随后的各个作业的开始时间。事项的时差，是指事项完成工期的可利用的机动时间，即完工期所可能推迟的时间。这种推迟，不致于影响整个工程的完工期，或不影响下一个事项的最早可能的开工时间。在网络图上对各个参数进行逐个计

算，把握整个工程的时期。既可以控制工程的进度，还可以尽可能地缩短计算完工期。

（2）网络计划的平衡与优化　为了较好的完成工程计划，不仅要对时间进行分析，而且还要对整个工程中各项作业的资源进行合理运用，适时地进行各作业之间的协调。这就是网络计划的平衡和优化。

网络计划的平衡与优化的主要内容：

①在规定的日期内，合理计算每项作业所需要的资源用量，在日程上作出进度安排；

②全面统筹规划各个作业，合理运用有限的资源，以保证总工期的完成；

③为了使合理利用资源，对总工期做出及时、适当的调整。

网络计划的平衡与优化的原则：

①优先保证关键线上关键作业所需求的资源量；

②充分利用时差、错开各作业的开始时间，平衡和协调各项作业的资源；

③推迟具有较大时差的作业的开始时间。在技术条件允许的情况下，为了减少每日所需要资源数量，可以采用延长任务的总完工期。

网络计划的平衡与优化的类型：

①工期与资源的平衡与优化。在工期固定的前提下，最合理地利用各种资源，取得最优的经济效益；当某种资源的供应能力有限时，在符合资源供应的前提下，寻求最短的完工期。

②工期与成本的平衡与优化。在工期固定的前提下，确定总成本最低的计划方案；在总成本最低的前提下，确定最优总完工期。

6.3 分解—协调方法

分解—协调方法是关于大系统解决多级递阶控制系统最优化问题的设计、决策和管理的科学方法，大系统是变量众多的多变量系统。它的规模庞大，结构复杂，目标多样，对控制也带来了许多困难。运用分解—协调方法，把系统的整体分解为各个部分，分别地加以控制；然后又通过协调将各个部分联合成整体，实现系统的整个功能和目标，从而解决了大系统的控制问题。分解—协调方法从系统整体的综合出发，经过对部分的分析，又回到系统整体的综合。

6.3.1 系统的分解

分解—协调方法的第一步，是对系统的分解，即把大系统按照不同的层次、序列或阶段分成许多简单的分系统，分别地研究各个分系统的结构和功能。系统的分解，大体可以分为三种具体情况。

（1）对大系统总目标的分解。把大系统的总目标，划分为各个分系统的分目标，称作对大系统的总目标的分解。一个大系统都是由许多分系统构成的。每个分系统又都有自己的目标。大系统的总目标，又是通过各个分系统的目标来实现的。因此，可以通过分解的方法，把总目标变换为分目标。分解后的分系统的单项目标，应具有相对的完整性。例如，医学上把人体结构分成神经系统、呼吸系统、消化系统、骨骼系统、血液循环系统等，各个分系统都有自己相对独立的完整目标，完成各自的任务。在生产领域，可以把一个产品的生产，分成多道工序，每道工序都有自己的特定生产任务。经过分解，对各分系统的分目标，可以分别地加以分析、处理和控制。

（2）对系统模型关联的分解。对大系统的总目标，可以建立总目标函数，将总目标分解为分目标之后，必须建立模型，用

图示或图表方法反映各分目标的相互关系，并建立定量描述的数学模型，这样就可以建立分目标函数，使总目标函数成为分目标函数的总和。这种方法，称作系统模型关联的分解。在这种分解的过程中，要区分主要和次要关系。例如，一个总公司的总利润是由它从属的分公司的利润额构成的，经过分解，建立各分公司的利润目标函数之后，使总公司的利润总目标函数成为各分公司的利润目标函数的总和。显然，总利润额不是平均分配于各个分公司的。这就要善于抓住对主要的分公司的控制。

（3）多级系统控制过程的分解。系统的多级分解，有几种不同的情形。一是多层分解，即把一个大系统分解为不同层次的分系统。例如，一个国家的中央政府，对全国进行管理与控制，可以分解为下属的各个省政府，每个省又分解为各个专区，每个专区又分解为各个县。每个层次的子系统，都对它所辖的地区进行管理和控制。二是多序分解，即把一个大系统分解为各个不同的序列。例如，国务院下属各个部、委，每个部、委都从事本部、委的业务管理和控制。三是多段分解，即把一个大系统分解为各个不同的阶段。例如，一个产品的生产分解为多道工序，分别完成各工序的目标。一个完整的工程，根据完成任务的时间先后，分解为几个阶段，分别完成各阶段的目标。这些时间阶段必须是首尾衔接的。

无论是哪一种情况，系统的分解都必须遵循以下的规则。即完整性规则，适应性规则，无漏项规则。

6.3.2 系统的协调

在各分系统最优配合的基础上，全面处理各分系统的相互作用，通过控制调节，达到系统整体的最佳，称作系统的协调。只有通过协调，系统才能达到整体上的步调一致，充分发挥系统功能，实现系统的总目标。协调的要求是达到动态平衡。大系统与分系统在目标和结构上，存在着相互作用和相互制约的关系。这

种关系，不仅是定性的，而且是定量的，必须作数量关系的分析。同时，它们的关系也是变动的，要预见到它们的变化。因此，系统的协调，要求达到系统内部的动态平衡。这种动态平衡，就是积极平衡。当然，绝对的协调是困难的，但要尽量地争取，努力做到最佳的协调。要实现最佳协调，关键是要抓住起主导作用的分系统，分析和处理它与其他分系统的关系，做到合理兼顾，保证重点，达到满意的最优控制。

系统的协调，是把各子系统合成为一个整体，是化零为整的过程，因而是系统分解的逆过程。如果系统分解时，采用“三步四级”措施，即把大系统分解为分系统，把分系统分解为子系统，再把子系统分解为若干组合环节，从而把大系统化整为零，那么，系统的协调则相反，把组合环节综合为子系统，把子系统综合成分系统，最后把分系统综合成大系统，这就是化零为整。如图6.5所示，这两个过程互为因果。

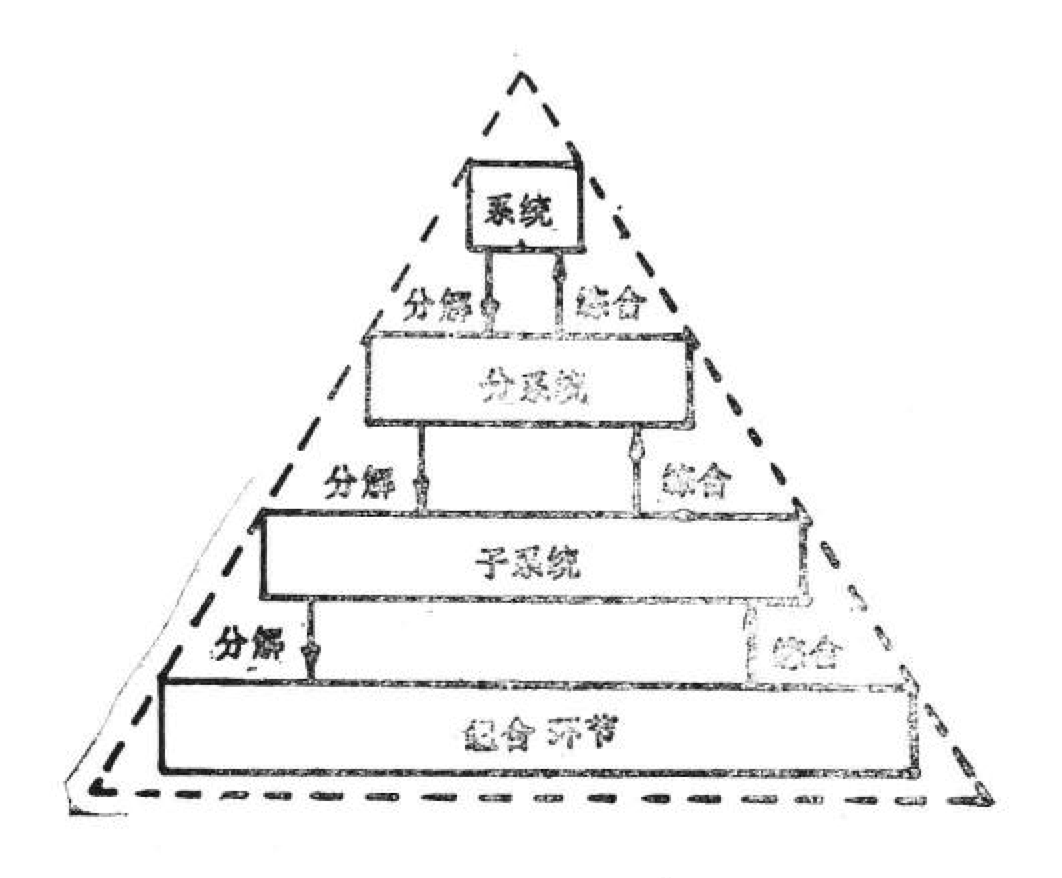


图6.5　分解—协调程序图

系统的协调是以系统的分解为前提的，没有分解，就无需协调。系统的分解又以系统整体为前提，目的是达到最优协调。分解和协调，都需要相应的数学方法，建立目标函数和状态方程。

6.3.3 分解—协调的结构形式

分解—协调的实现，需要一定控制的结构形式，系统的不同控制结构，也要求运用不同的分解—协调方法。大系统的分解—协调的结构形式，大致有以下几种：

（1）集中的分解—协调结构形式。集中的分解—协调的结构形式，是指一个大系统分解为各个分系统，由一个控制中心来协调各个分系统的关系。例如，中央集权制的国家，中央政府集中协调地方政府。在现代管理自动化系统中，握有一台大型电子计算机的中央控制室，对全过程和各部分直接进行集中检测和协调。如图6.6所示。

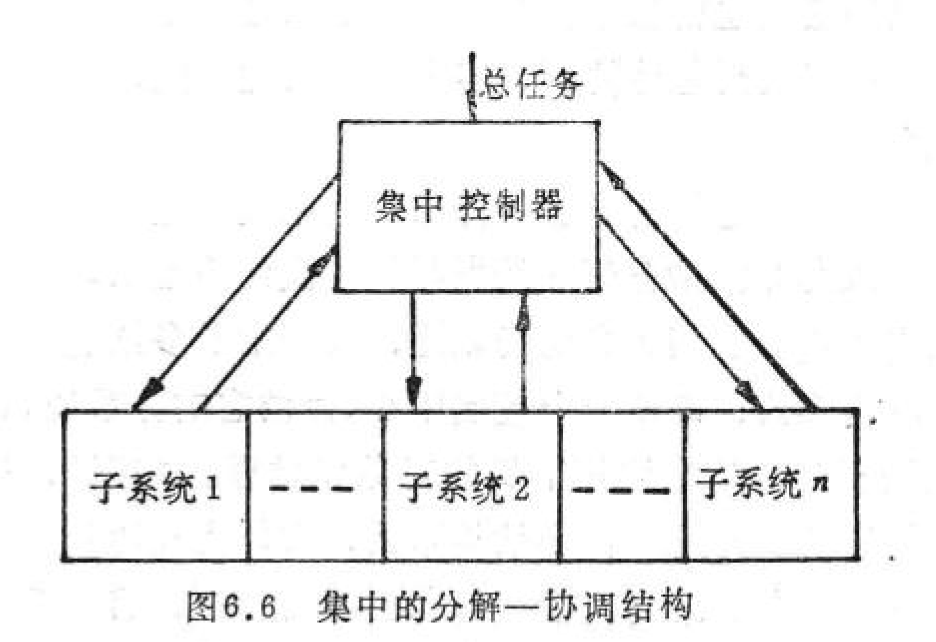


图6.6　集中的分解—协调结构

集中的分解—协调结构形式，能高度集中地对分系统进行协调，这是它的优点。但是，若过分地集中，往往缺乏灵活性，而且对于结构复杂的大系统的协调、控制的可靠性，也难以保证。

（2）分散的分解—协调的结构形式。大系统被分解为各个

分系统之后，各个分系统独立实现各自的目标，无需一个控制中心加以协调。称作分散的分解—协调结构形式。如图6.7所示。

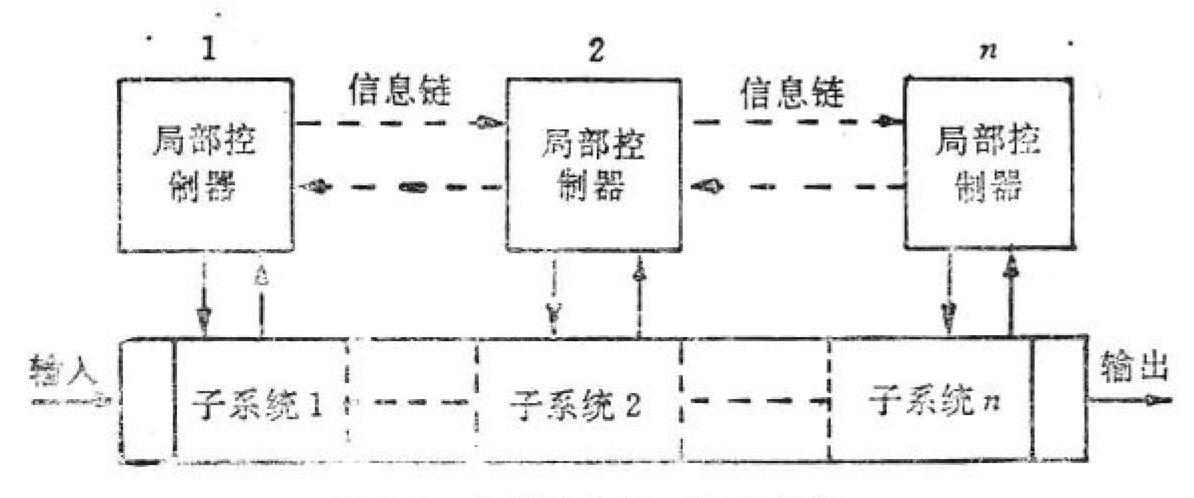


图6.7 分散的分解—协调结构

在分散的分解—协调结构中，各分系统之间是相对独立的，用以进行局部控制的各控制器是同级的，没有上下级关系。为了协调，它们之间也需要信息主流。由于缺乏集中，分散的分解—协调往往难以实现总体协调，容易产生彼此干扰，影响系统的整体最优化。

（3）多级递阶的分解—协调结构形式。把集中的分解—协调结构形式与分散的分解—协调结构形式结合起来，吸收它们的各自优点而克服它们各自的局限性，就产生了多级递阶的分解—协调的结构形式，即由一个控制中心，协调它的分系统，各分系统又通过局部控制器来协调下属的对象和过程。如图6.8所示。

多级递阶的分解—协调结构形式，大体上可以分为三类：

第一类 多阶结构。根据对象的不同特征，将大系统分解为分系统的阶层，由高一级阶层去协调低一级的阶层，实现递阶协调，达到统一的系统目标。例如，一个大企业的分级管理结构，可以采用三级递阶结构。第一级是公司的管理，协调全过程，实现最优化；第二级是工厂的管理，运用计算机进行全厂的生产调度；第三级是车间的管理，运用一般调节装置进行内部协调。在

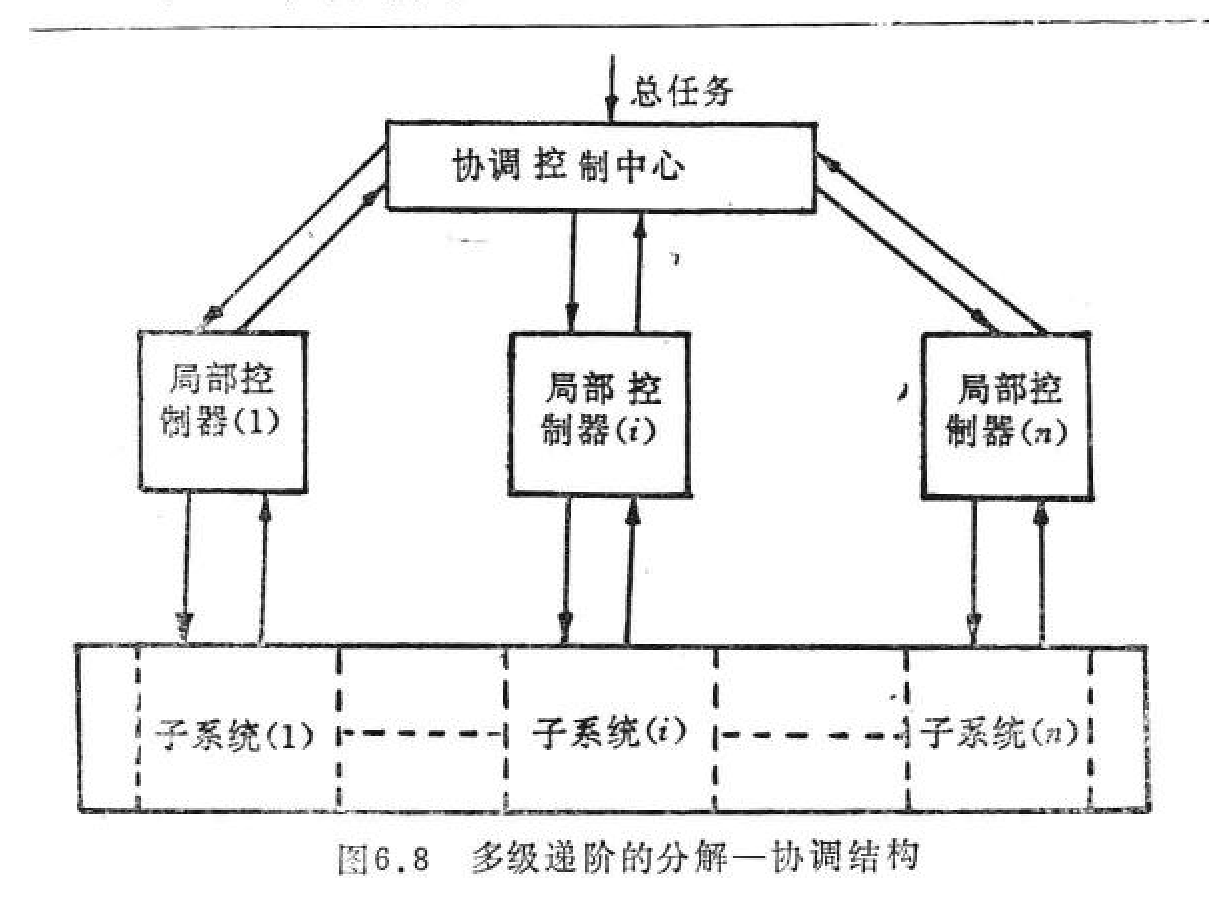


图6.8 多级递阶的分解—协调结构

三级的分解协调过程中，尽可能扬长避短，趋利避害，实现大系统的总目标。

第二类 多层结构。按任务或功能，将大系统分解为具有不同分工的层次。高层次的实现较复杂的任务和功能，低层次实现较单纯的任务和功能。图6.9所示的多层结构中，第一层是直接控制层，根据最优化层指令，直接控制对象的状态；第二层是最优化层，根据给定的目标函数及约束条件，进行最优控制；第三层是自适应层，根据系统的运行情况，采取适应性措施，保证系统的最优运行。第四层是自组织层，根据大系统的总目标、总任务和环境条件的变化，制定决策、计划协调与组织管理。

第三类 多段结构。根据对象的时序，把运行全程分解为若干段。例如，导弹的弹道可以分解为主动段、惯性飞行段和末制导段。各段相互衔接，对全程进行协调控制。图6.10反映了各段之间的相互关系。

（作者 孙显元）

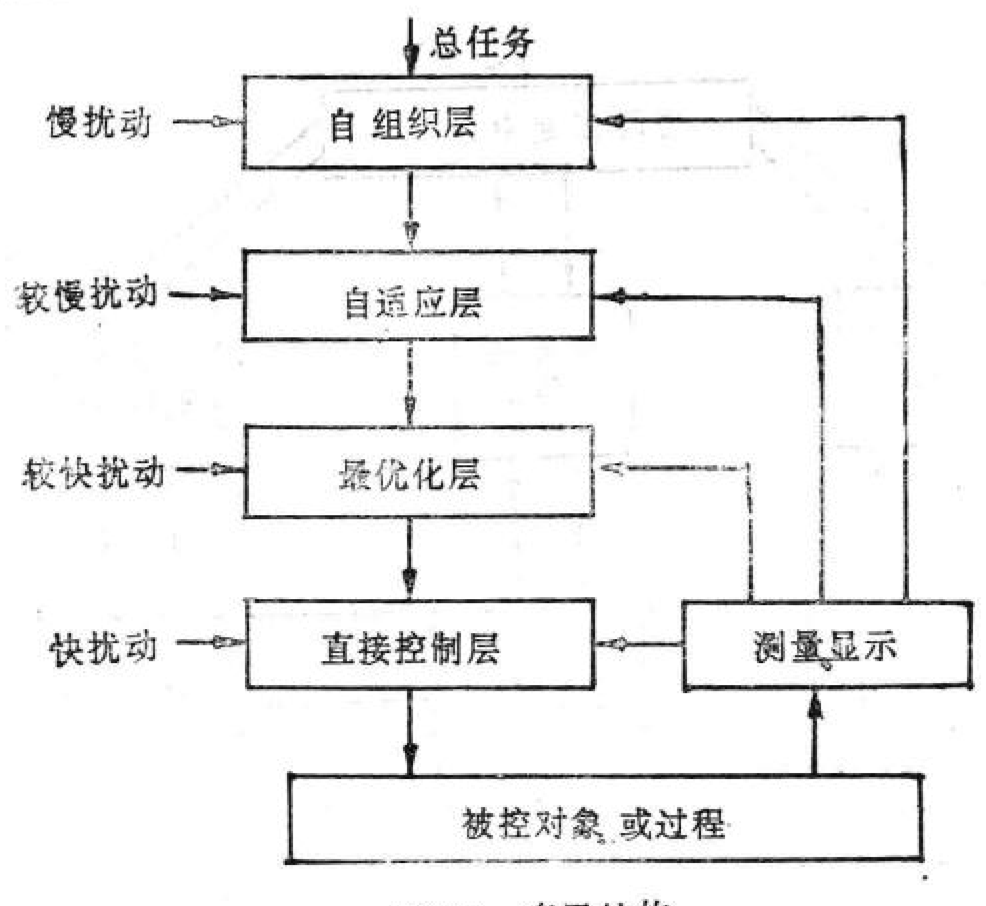


图6.9 多层结构

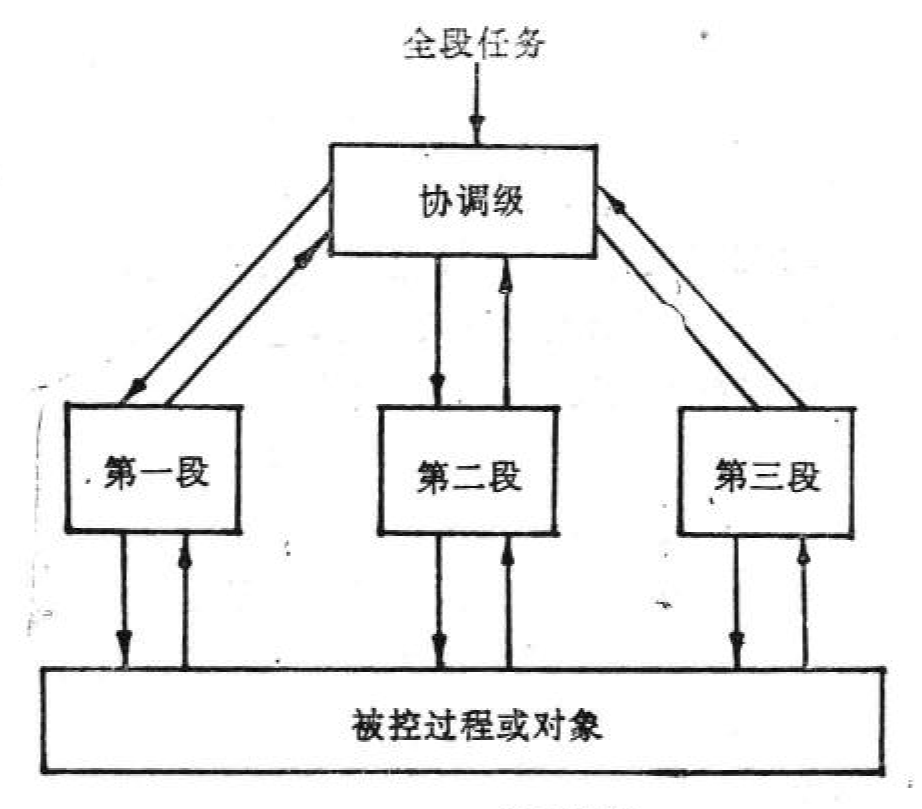


图6.10 多段结构

参考文献

〔1〕L 贝塔兰非，一般系统论（基础·发展·应生），社会科学文献出版社，1987。
〔2〕N.维纳，控制论，科学出版社，1962。
〔3〕N.维纳，人有人的用处，商务印书馆，1978。
〔4〕维纳著作选，上海译文出版社，1978。
〔5〕W·R·艾什比，控制论导论，科学出版社，1965。
〔6〕A·R·列尔涅夫，控制论基础，科学出版社，1980。
〔7〕钱学森，工程控制论，科学出版社，1980。
〔8〕钱学森，论系统工程，湖南科学技术出版社，1982。
〔9〕伊·普里戈金，从存在到演化，上海科学技术出版社，1986。
〔10〕伊·普里戈金等，从混沌到有序，上海译文出版社，1987。
〔11〕伊·普里戈金等，探索复杂性，四川教育出版社，1986。
〔12〕H·哈肯，协同学——自然成功的奥秘，上海科学普及出版社，1988。
〔13〕E·拉兹洛，用系统论的观点看世界，中国社会科学出版社，1985。
〔14〕E·拉兹洛，进化—广义综合理论，社会科学文献出版社，1988。
〔15〕瓦·尼·萨多夫斯基，一般系统论原理，人民出版社，1984。
〔16〕B·π·库兹明，马克思理论和方法论中的系统性原则，三联书店，1980。
〔17〕庞元正、李建华编，系统论控制论信息论经典文献选编，求实出版社，1989。

〔二〕 复杂性科学方法

科学在20世纪的发展是空前的，首先量子力学给我们打开了一个微观世界，相对论则将人类的认识扩大到大尺度空间。近20年来，又一场新的科学革命正在来临，这就是复杂性科学的问世。较之量子力学、相对论，复杂性科学尚鲜为人知，但其重要性却不亚于前面两次革命。因为复杂性科学是宏观领域的一场革命。与其他科学革命不同的是复杂性科学离我们最近，因此对人们认识世界的方式产生的影响更直接、更深远，并远远超出了自然领域。

长久以来，我们就知道我们生活在一个复杂的世界上，从破碎的浪花到喧闹的生活，从千姿百态的云彩到变幻莫测的市场行情，凡此种种，都是客观世界特别丰富的部分。但在种种清规戒律的束缚下，科学对复杂现象的认识却极为缓慢。我们能够精确地预言"哈雷慧星每76年回归一次"，却说不清为什么天气系统不能如法炮制。尤其重要的是，在一个由熵无情支配着的、正在朝着涣散和荒废而去的宇宙里，生命是从哪里来的？现在，复杂性科学提供了一种发现秩序和结构的新方法，事物在空间和时间中汇集的方式，无不暗示着某种规律性，并都可以用数学表述出它们的特性，带来的连锁反应是，整个科学界对宏观物理学的重视正在大大增加。

复杂性科学是一个由众多分支理论组成的群体。其中，每个分支都在探索复杂性这个方向上齐头并进，又各有特色和侧重点不同。经过几十年的量变积累和特定历史条件的孕育，复杂性科

学在本世纪70年代达到了一个起飞的临界点。首先是普里高津（I.Prigogine）的耗散结构理论揭开了它的序幕。而后，哈肯（H.Haken）的协同学、艾根（M.Eigen）的超循环理论、托姆（R.Thom）的突变理论相继建立。它们的重要性是从不同侧面揭示了在远离平衡条件下，开放系统自发进入有组织状态的可能性。混沌学和分形理论则从80年代起开始发展起来，它们的重要性是把“有序”和“无序”辩证地统一起来，成为为理解复杂性所进行的革命的一个新的组成部分。现在我们在原则上已经有理由相信，宇宙之中，在复杂性进化后面有一种普遍的、基本不变的过程。预言贝纳德对流就像预言石头落地一样，只要条件得到满足，有序和结构乃至生命的发生都是可预言的。

大凡一门新科学建立，总要提出一些新概念。起初它们可能是陌生的，但一旦为公众所理解，便使人大开眼界。复杂性科学正在编汇一套特别丰富的科学词汇，诸如开放、非平衡、分叉和自相似等等，其中有一些已经为公众所理解。细心的读者很快会发现，这些概念至少对社会的、经济的或政治的现实过程有类比意义，诸如“社会进步”、“经济腾飞”、“技术高涨”、“观念更新”等等，当我们用涨落、相变、对称性破缺等复杂性科学的语汇去思考它们时，便有了全新的含义。下面我们将从这些进展中提炼出最为核心的内容，从中我们可以领会探索复杂性的特殊方法和它们的意义。

1　耗散结构理论

耗散结构理论是由比利时化学家普里高津和他所领导的布鲁塞尔学派经过长时间研究，于1969年提出来的。耗散结构理论的建立结束了物理学把某些自然界实际发生的现象（即进化现象）排除在外的历史，使我们有可能研究非线性的开放系统在远离平衡

态所出现的自组织现象，从而揭开了探索复杂性的帷幕。由于这一杰出成就，普里高津荣获了1977年诺贝尔化学奖。

1.1 时间之矢

自西方科学诞生以来，时间一直是个挑战，它曾与牛顿时代的变革密切相关，它曾促使了玻耳兹曼的工作，现在它依然伴随着我们。

对于亚里士多德来讲，物理学是一门研究自然界发生的过程和变化的科学。可是，到了伽利略那里，唯一能够定量研究的“变化”就是加速度。这种看法最后导致了牛顿第二定律

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

牛顿第二定律关于$t\rightarrow -t$的时间反演是不改变形式的，因此科伊雷（A.Koyre）把这种运动称为“与时间无关的运动，或者说得更离奇一些，在没有时间的时间中进行的运动。”①这种没有时间箭头的运动，在相对论和量子力学中被原封不动地保留了下来。薛定谔方程和牛顿方程一样，对时间来说是可逆的。爱因斯坦则一而再、再而三耐心地说：“在物理学的基本定律中没有任何不可逆性，你必须接受这样的思想：主观的时间，连同它对‘现在’的强调，都是没有任何客观意义的。”②现代科学的一个主要迷惑之处是使人们确切地感觉到时间是被排除在科学之外的，只要借助于一些永恒不变的、不需要涉及时间的基本定律就能够完全描述世界。

在19世纪，当物理学研究的主要焦点从动力学转向热力学时，时间一下子变成了一个众所注目的问题。按照热力学第二定

①从存在到演化，第13页。

②从存在到演化，第174页。

律，宇宙中的能量不可避免地要有所损失，这意味时间有方向性。或如爱丁顿（A. Eddington）所说，有一个时间之"矢"："我们不必求助于神秘的意识就能够找到时间的方向。……我们任意画一个箭头，如果沿着这个箭头，我们发现世界状态的混乱程度越来越高，那末这个箭头是指向未来的；如果混乱的程度减少了，则是指向过去的。这是物理学所知道的唯一区别。"①

还存在着一类时间与复杂性进化有关的现象。在化石研究方面开创新纪元的达尔文进化论成了人类开始认识这种时间的决定性因素。生物进化之所以不可逆，是因为特定的变异物种和特定的环境的特定组合重复出现的可能性几乎是不存在的。机体和环境的条件越是复杂，逆着进化过程倒退回去的机会就急剧减少。这使我们认识到，进化是一个单向过程。正如一位研究时间的发展方向和进化问题的权威布拉姆所说，很难否认无所不在的进化作用是不可逆的，菊石和恐龙都永远地一去不复返了。

但从寻常的统计规律来看，物理学能预言的不可逆过程是系统被引导到它的几率最大的状态。于是19世纪以来，主张发展观念的人长期处于一种矛盾状态：在物理学中，不可逆和耗散被认为是衰退；而另一方面，明显地属于不可逆过程的生物进化却与向高级的发展（增加的复杂性）联系在一起。

普里高津的重要贡献是在物理学中重新发现了时间的实在性。通过耗散结构理论他证明，经典统计力学的结论不能够机械地外推到远离平衡的情况。如在二元贝纳德问题中可能出现的一种自组织过程的几率，当根据平衡态统计力学计算时是非常小的，但如果是在远离平衡的条件下，它出现的几率变成了1。

普里高津经过大量研究，提出了"非平衡是有序之源"的著

①科学与哲学研究资料，1980年第6期第62项。

名论断，开创了非线性热力学研究的新阶段。这一理论表明，一个远离平衡的开放系统（力学的、物理的、化学的、生物的、乃至经济的、社会的系统），通过不断地与外界交换物质和能量，可能从原来的混乱状态，自动转变为一种在时间上、空间上或功能上有序的状态。这种在远离平衡条件下形成的新型有序结构，普里高津把它命名为“耗散结构”。

系统自己走向有序结构，对物理认识来说是一个破天荒的发展，也是跨越物理学与生物学之间鸿沟的关键。像贝纳德花样、化学钟这些典型的自组织现象发生在无生命世界的物系中，但它们表现出来的特点却通常是在生命系统中才有的。更为重要的是，这并不构成对物理规律的挑战，只要条件适合，复杂性增加恰恰是这些规律的一个必然结果。这就带来关于发展（进化和退化）生物学和物理学的统一描述。

1.2 从孤立到开放

西方文明中得到最高发展的技巧之一是隔离，这种方法的关键就是把研究对象从其环境中孤立出来，以使问题大大简化。例如，摩擦是人人皆知的一种耗散形式，其重要性早在经典力学公式化以前很久就被人们所认识。亚里士多德认为地球上的物体都具有静止的普遍趋势。他在提出这一假设时，事实上就表达了某种“摩擦”使运动减慢的思想。牛顿则采用了忽略摩擦的理想化方法而得到经典惯性定律。但我们切不可忘记，在地球上要实现这种理想状态是不可能的，在真实系统中，时间一长，摩擦所起的作用毋宁说起着支配作用。牛顿经典理论忽视了热力学和生物学所反映出来的现实，从而制造出一个假象，似乎时间在物质运动中仅仅是一个参数，没有箭头，自然的运动能够独立于时间而存在。这种时间对自然的异化始于笛卡儿的一个设想，即世界是通过人与自然彻底隔离开来而组成的。科学研究方法就是在观察者与被

观察的事物之间建立起彻底的中立，以便操纵自然，使之为人类服务。

从历史上看，热力学是第一门“非经典科学”，它是对复杂性作整体研究的开端。但克劳修斯（R.Clausius）擅长的仍然是隔离法。根据热力学第二定律，在孤立系统条件下，物质演化规律表述为：系统将单调地朝向一个只有在将来才能建立起来的平衡态，这就是著名的熵增定律。

热力学首先向没有演化的经典科学提出了挑战，统计力学则进一步说明，不可逆变化乃是系统被引导到它的几率最大的状态。这就导致了在孤立系统中熵增加和封闭系统中自由能减少。但是开尔文、亥姆霍兹、克劳修斯等人把熵增定律不恰当地外推到所有事物，甚至整个宇宙，提出了所谓“热寂说”。所以受理想的方法所限，早期热力学并没有给生命起源和生物进化这类更高级的发展问题投射什么光明。

普里高津认为，不可能把事物从其环境中彻底隔离出来。遍及整个宇宙，封闭系统和孤立系统至多只是其中一个很小的部分。事实上，我们所感兴趣的绝大多数现象都是开放的系统，它们和它们周围的环境交换着能量和物质（人们还会加上信息）。生物系统和社会系统肯定是开放系统，就是说，企图用机械论的方法去认识它们，是注定要失败的。因此，我们必须把热力学第二定律放到开放系统中去重新加以认识。

普里高津指出，考虑到系统外部和内部都存在熵的交换，我们应把熵变ds分成两项，即

$$ds = d_e s + d_i s$$

$d_e s$代表系统边界上熵的传输；$d_i s$代表系统内的熵产生。系统内的熵产生总是正的，但系统边界上熵的传输却可正可负。当来自外部的是负熵流，并且大于系统内部的熵产生时，系统进化便发生了。

熵流可正可负赋予系统新的动态性质，贝塔朗菲（L.von Bertalanffy）对此作了概括："在封闭系统中，由于不可逆过程，熵（因而也是无序）必定增加。在开放系统中不仅因不可逆过程而有熵的产生，并且由于物质输入（作为自由能或负熵的潜在携带者），还有熵流的产生。这就是生命系统负熵趋势的基础，而且也是薛定谔的有机体靠负熵为生的陈述的基础。"①

1.3 从部分到整体

在西方文明中得到最高发展的另一个技巧就是拆零，即化整为零，把问题分解成尽可能小的一些部分。当代科学的一些最伟大的成功确实涉及到在微观水平如分子、原子或基本粒子水平上的发现。例如，分子生物学由于得到在生命机制中起根本作用的特殊分子而获得了巨大的成功。实际上，这个成功是如此压倒一切，以至对于许多科学家来说，科学研究唯一重要的方法，就成了"对客体进行微观解剖"了。

普里高津及其研究集体却不满足于仅仅把事情拆开。他们花费了大部分精力，试图去"把这些部分重新装在一起"。这是一个十分惊人的尝试，虽然很复杂，却提出了一种连贯的方法，使得那些看上去相距甚远甚至矛盾的现象彼此关联起来。

经典科学最关心的是封闭系统和线性关系。线性关系在作图时表示为一条直线。线性方程是可解的，而且解的任意叠加仍然是方程的解。线性系统具有一种重要性质，可以把系统分解，再把它们合并，各部分又浑然成为一体。

与线性系统不同，非线性系统难于计算，同时它也带来了在线性系统中未曾见到过的丰富多彩的行为。在流体力学中，一切变化都被纳入一个规范方程——纳维叶-斯托克斯方程。这个方

①系统论、控制论、信息论经典文献选编，第127项。

程出奇的简单，表达了流体速度、压强、密度和粘滞性间的联系，但它偏偏是非线性的。分析像纳维叶-斯托克斯这样的非线性方程的行为，就像走进一座迷宫，你每走一步，迷宫的墙都呈现出新花样。正如诺伊曼（J.von Neumann）所说："这个方程的性质……在序和度涉及到的所有方面都同时在变化，因此必然会碰到许多难以逾越的数学上的困难。"①普里高津正是通过非线性把部分重新组合起来，从而发现了复杂性进化的机制。

耗散结构理论指出，非线性是随着系统状态离平衡态距离的增加而得到加强的。在平衡态及其附近，涨落对体系的稳定性是一个消极的干扰，由于分子近独立，不断出现的微小涨落被衰减，对宏观面貌不起影响，在这个意义上，物质运动在本质上是决定论性质的，不会增加复杂性。但接近转变阈时，由于非线性，分子间出现了"长程关联"，可以遥相呼应。这样，微小的涨落被放大，会对整个宏观面貌产生重大影响，最后状态将取决于哪个涨落先发生。在这个意义上，物质运动成为一个随机过程，出现了质变和复杂性进化。

在系统包含大量子系统的情况下，涨落的原因在于系统自身。承认涨落的发生是一回事，涨落会不会对系统产生重大影响则是另一回事。著名的大数定律曾使人相信，涨落在微观上有意义，在宏观上意义不大。耗散结构理论将人们认识从平衡态推进到远离平衡态，上述涨落无关紧要的情况起了变化。首先，物质演化不是直线地进行，存在着一些"奇异时刻"或"分叉点"，系统将在多个方向上选择一步前进的道路。其次，当我们接近临界点时，涨落变得异常地大，大数定律被违背了，原来互不相干的分子间出现了非线性关联，于是系统自动进入按平衡态统计计算几率较小的状态。在所有这类情况中，一种新的有序原理出现

①混沌学，第16页。

了，它实质相当于涨落被放大，并通过与外界交换物质和能量而获得新的稳定。这个原理被称为“通过涨落达到有序。”

系统各部分之间相互关系对系统宏观面貌的影响在耗散结构理论中得到了充分的强调。耗散结构理论证明，长程相关在远离平衡条件下可以使系统作为一个整体行动而出现宏观有序化。活的有机体必然是包含物质相干态的“大”的宏观对象。这种物质的相干态是产生复杂生物分子以使生命能够存在所必不可少的。如果说在经典热力学中，近独立的分子力作用的特征掩盖了分子间的关联性，而在耗散结构理论中，关联性变得至关重要。系统自组织形成了新结构，也就是产生了新的元素和部分的划分，并在它们之间出现了新关系。系统因此而获得新特性，竟足以使系统离开热力学分支，自动进入从常识和传统理论看来高度不可几的有序状态。自组织的出现是复杂性进化的标志，它允许我们从一个最佳的角度，在部分和整体之间从动态关系上去剖析从低级运动方式到高级运动方式的变换。

2 协 同 学

耗散结构理论的提出，把我们带进了一个开放的非平衡世界。在这里不断发现有决定物质进化的新的基本形态。为了表达在组织现象中占支配地位的新的物理规律，热力学是有用的，但这不够。至今为止，热力学只允许我们得到稳定或不稳定的普遍条件，这些普遍条件讲明了开放系统中出现有序的可能性问题。但对这些自组织过程进行透彻的理论研究并不仅属于热力学，还要分析具体的动力学机制。60年代正是大量自组织现象开始被揭示出来的时候，激光就是一个极好的实例。德国物理学家哈肯发现他的激光理论有助于进一步阐明自组织的机理，经过一段思考和综合之后，哈肯于1970年首次引入了协同学的概念。1977年他

又出版了《协同学导论》，此书标志着复杂性科学一个新的分支——协同学创立。

2.1 相变与类比

在物理学方面，激光是一种典型的非平衡相变。所谓相，是物理和化学性质完全相同且成分相同的均匀物质的聚集态；相变则是物质系统的不同相之间的相互转变，最寻常的例子是水的气液相变。在相变中，当达到某一阈值时，机械的、热的、电的、磁的或其他宏观性质发生剧烈的变化。

关于平衡相变，已经有了透彻的科学研究，朗道（L.Landau）对平衡相变的本质作出了著名的理论解释。但平衡相变发生在封闭系统（与外界只交换能量不交换物质）中，它不能为解释开放系统中出现的相变提供答案。激光是一个典型的远离平衡的开放系统。当外界供给的能流很小时，激光器的作用像一盏普通灯，激活原子彼此独立地发出非相干波列。然而当输入功率超过一阈值，它就会发射出很长的相干波列（比如长达数百公里）。这表明激光器内部状态完全改变了，原来是无规振荡的原子发射系统现在完全以自组织的方式发生同相振荡。

一般来说，非平衡相变的内容比平衡相变的内容要丰富得多，也复杂得多。如果用耗散结构理论来研究激光现象是有困难的，因为普里高津研究系统在远离平衡的行为，引入一种“中观”处理的方法（即所谓“局域平衡”的假设），这只是远离平衡的一个特别区域，激光现象超出了这一范围。哈肯的独到之处是采用了类比的方法。哈肯将非平衡相变与平衡相变进行类比，发现它们中的一些性质严格地对应着：与一级相变相对应的非平衡过程，同样具有潜热、滞后等现象；与二级相变相对应的非平衡过程，同样具有对称性破缺不稳定性、软模、临界涨落、临界慢化等现象发生。类比的方法在协同学中是法宝，只要将激光同贝

纳德花样、化学钟等作一比较，就会发现惊人的类似性。在所有这类情况中，就像有一个麦克斯韦妖式的“精灵”在起作用，指示子系统怎样以很有组织的方式行动。哈肯正是经过类比，发现了完全不同的系统自组织的共同规律。

协同学一词来自希腊文，意思是协同作用的科学，即是关于系统中各个子系统之间相互协同的科学。在协同学中，我们考虑的子系统可以“身份”各异，如原子、分子等，也可以是生物中的细胞、器官，还可以是动物或者社会上的人。遍及自然和社会，我们经常观察到，许多系统的行为并不是其子系统行为的简单迭加，而是所有子系统相互配合对整个系统的贡献，好像是有指挥、有目的组织起来的。哈肯反复思考的一个问题是，这里是否存在着一个一般的原理，它支配着所有这些由于子系统协同而达到整体自组织的系统。因为如果有这样的原理的话，我们就可以把已知系统的规律，推广到未知领域。特别是我们可以从无生命世界简单得多的系统的组织行为作为研究起点，找到基本原理，而后用来阐明和理解极端复杂的生物现象，并最终引向生命的起源问题。

2.2 序参量和伺服原理

生命问题显然是“多体问题”，因为组织的形成和维持包含着大量分子的合作。这要求，机体中的分子必须能像在激光中那样产生相干信号，以使它们的全体采取协调有序的行动。描述这种集体行为，需要新的技巧。哈肯汲取了朗道在相变理论中的序参量概念和绝热消去原理，形成了独具一格的数学模型和处理方案。在这里，我们再次碰到了线性和非线性的本质区别：运动方程如果是线性的，它的解的任意叠加仍是这些方程的解。但控制自组织的方程是非线性的，于是众多“模式”之间发生竞争，最终只有一个“生存”下来，或者由于互相稳定化而共存。所以我

们要描述宏观物质进化，无需知道极多自由度的详情，而只需把握某一个或几个对系统的演变起主导作用的自由度，它们的大小代表了系统的有序程度，故把它们称为序参量。当系统处于完全无规律的混沌态时，其序参量为零。随着外界条件的变化（如激光系统的泵浦功率、磁化过程的温度），序参量也在逐渐变化。当接近临界点时，序参量增大得很快，最后在临界区域，序参量突变到最大值。序参量的突变意味着在宏观结构上发生了质变。根据具体条件列出序参量所遵守的演化方程，原则上讲就可以描写从无序到有序的变化过程及其所形成的结构了。

如何定量描述从无序到有序的转变呢？哈肯首先指明了（他）组织和自组织的区别：如果有一群工人，他们是在工长的统一指挥下行动的，我们称之为（他）组织。如果没有外部命令，而是靠工人们相互默契和协作，各司其职来生产产品，这样的过程则是自组织。

（他）组织并不超出经典科学，牛顿就不否认世界可以组织起来。在牛顿的世界模型中，所有存在的事物都可以被表明是系统地、即逻辑地或因果地连接着，一切按部就班，井然有序。但是在牛顿力学中没有自发的有序，只有外力组织的有序，因此“自动发展”和“自然发生”是不可设想的。哈肯则从内因上揭示了事物变化的根据，因此协同学是一个重大的科学进步。

为了阐明自组织，哈肯的方案是把外力放到系统内，作为整个系统的一部分来加以考虑。与（他）组织的经典描述不同的是，我们不能把外力当作给定的固定量，而要把它作为遵从运动方程的量。如此一来，对复杂系统，众多变量按其阻尼性质不同被分成两组：一组为稳定变量，另一组为不稳定变量。前一组变量数量多，阻尼大，衰减快，对系统的运动不起主导作用；而后一组变量数量少，会出现临界无阻尼现象，它们对系统的运动起支配作用。鉴此，哈肯提出了协同学的基本原理——伺服原理。

意思是说，在一个复杂系统中，并不是每一个自由度的作用都是等价的，只有少数几个序参量（慢变量）起着主导作用。伺服原理不仅通过消去大量自由度使方程易于求解，而且深刻地反映出子系统之间的协同作用是如何产生序参量，而序参量又是如何支配子系统运动，从而导致自组织和系统进化的。在耗散结构理论中，尽管已经提出几个发展判据，但是确定从旧结构中产生新结构这样一个困难任务仍未解决。通过对序参量方程的研究，该问题的解决已成为可能。

2.3 内因与外因

从协同学的观点来看，我们感兴趣的是质的变化，即从一个状态到另一个状态的变化。它的精神就是通过控制参量作一个全局性变化，在自组织的作用下，让系统发生质变。

协同学在阐明物质自己运动的内在根据的同时，也阐明了外因的作用，这是协同学另一精彩之处。在协同学的所有数学分析中，我们都看到了外因的作用。协同学把外因归结于“控制参量”，顾名思义，控制参量的大小可以直接“控制”系统的状态。实际上，在系统的量变阶段，随着控制参量的增加，系统的状态连续地改变，这说明控制参量付出的代价转换为状态变量的改变。然而，这种“控制”对孤立系统是无效的；对封闭系统由于只能通过能量交换进行，因而控制是很弱的；只有对开放系统，实施积极而有效的控制才有可能。在开放系统，外界通过能量流、物质流以及信息流可对系统施加强有力的影响。

应该强调，判断一个系统是不是自组织系统，不是看系统的运动受到不受到外因的影响。恰恰相反，自组织的首要条件就是系统开放。因此，自组织过程和孤立系统中熵增的那种自发过程不能相提并论。协同学不仅指明了内因是变化的根据，外因是变化条件；也说明了自组织的本质是什么？因为一方面，只有当控

制参量达到“临界值”时系统才能产生突变（宏观性质的改变），可见控制参量的大小是系统能否质变的决定性条件；另一方面，在相变点系统产生怎样的结构又与控制参量无关，在相变点控制参量处于“失控”阶段，系统内部异常活跃，微观涨落被放大，整个系统的宏观面貌被一举改变，正是这种控制参量的“失控”，是理解自组织的关键。因此，自组织不是对控制的否定，而是内因和外因联合作用的结果。

继耗散结构理论以后，协同学进一步阐明了系统进化的必要条件。阐明系统进化的必要条件，实际上是要在科学范围内，最终使生物进化、生命起源这类高级问题得到解释。耗散结构理论指出，只有系统“开放”，保持“远离平衡”和系统各要素之间关系呈“非线性”，系统自组织才成为可能。协同学则进一步说明，非线性要加上“协同”才能导致自组织。矛盾存在于一切系统之中，但这并不保证它们一定向上发展。如果要素之间的关系不是相互竞争而相互掣肘，不是相互协作而是相互摩擦，不是相互支持而是相互对抗，非线性也会使系统陷入一片混乱。任何组织都依赖于系统内部特定的协作关系，建立协作是为了使系统的所有部分能够对整体加以支持，协同学的“硬核”就在于此。

3 超循环理论

生命的最重要最普遍的问题就是演化问题，达尔文提出生物进化论，是构成科学生物学的决定性阶段。但这个理论同物理学并无多大联系，直到今天情况才开始发生变化。耗散结构论和协同学的研究使我们发现，序的产生是远离平衡的开放系统从一个失稳的状态跃变到相对稳定的状态时所发生的。但不少人因此而认为，有序结构只能在宏观尺度上才能出现。著名德国生物化学家、诺贝尔奖获得者艾根及其同事们提出的超循环理论证明，有

序结构在生物大分子这样的微观系统中也存在，从而给出了生物信息或遗传密码起源的一些基本线索。

3.1 生命起源的“因果”问题

生命起源是一个千古之谜。达尔文进化论指出，高等复杂的生物是由下等生物经过变化和自然淘汰而来的。但这还不能回答生物是怎样从无生物中产生出来的问题。矛盾在于，现在地球上的有机物是由植物的光合作用从二氧化碳制造出来的。另一方面，生物体又来自有机体，没有有机体就不能构成生物体；但没有生物体也就不能构成有机物。这恰是“蛋和鸡哪一个先产生”的循环论证的问题。本世纪初关于生命起源的学说，许多人认为最初是偶然合成的绿色原始生物来合成有机物的，但对生命起源这一问题没有作出任何解释。

近40年来分子生物学的发展揭示，携带遗传信息的是某些核酸分子，核酸是生物遗传的物质基础，是由许多核苷酸形成的高分子化合物，它指导蛋白质的合成。蛋白质是由许多氨基酸分子组成的高分子化合物，执行着代谢、运动、呼吸等各种功能，又控制着核酸的代谢。因此关于生命起源的问题就是一个关于“因”和“果”的问题：先有蛋白质还是先有核酸，“先”这个字，一般是表示因果关系，而不是时间上的前后。“蛋白质”和“核酸”这些词也可换成“功能”和“信息”。在现在的活细胞中，要问先有核酸还是先有蛋白质就会遇到困难。因为除非有“信息”存在，“功能”才会有意义，而“功能”又是由“信息”来编码的。

这个体系好比一个封闭的环。虽然形成环的线段总有一个开端，但是一旦成了封闭的环，起点也就失去了意义。现代的核酸和蛋白质的相互作用，相当于“封闭环”的一个复杂的等级组织。为了解决因果之间相互作用的问题就需要“自组织理论”，

这个理论可应用于分子体系。我们可以看到，这样一种分子的自组织过程，包括了许多没有指令意义的随机事件。重要的是，这些随机效应能够反馈到它们的起点，使它们本身变成了某种放大作用的原因。在因果之间多重相互作用的条件下，可能建立起一个宏观的功能组织，它包括了自我产生、选择以及进化到高度有组织的水平，这个水平上的体系可以摆脱它在起源时所需的先决条件，并按照自己的利益改变环境。

关于生命的起源和发展，人们常常把它分为化学进化阶段和生物进化阶段。在化学进化阶段，地球上形成了生命体的主要化学建筑砖块，亦即核酸和蛋白质。在生物进化阶段，原核生物逐步发展为真核生物；单细胞生物逐步发展为多细胞生物；简单低级的生物逐渐发展为高级复杂的生物。生物进化长期以来一直是生物学家研究的重点。科学家靠化石的帮忙，确定了进化路线。但是关于生物进化的起点，主要是遗传密码和它的翻译机制的起源是一个很难解决的问题。虽然说地球上的生物，已知者约有几百万种，但分子生物学已经揭示，所有生物有统一的遗传密码。

由此可见，认识了生物世界的差异性，这里还存在着一个如何理解亚细胞水平的统一性问题。对此，许多生物学家实际上是把前细胞进化的大量事件简单凑合在一起，以此作为“生命的起源”。这种看法实际上是把生命起源看作一个巨大的创世活动的结果，强迫人们接受一个超出物理学所有统计预期值的唯一事件，排除了关于“生命如何起源”问题的研究。

艾根认为，创世行为是不可能的。既然如此，从“非生命”到“生命”的转化并不是非此即彼，而在化学阶段和生物阶段之间有一个生命大分子自组织的阶段。在这个阶段中，大分子的形式和组织有一个同达尔文等人提出的生物进化相类似的逐步发展过程。在这个过程中，既有生物大分子潜在排列序列几乎是无限多的，又有实际上序列几乎是唯一择定的；既有协同又有竞争；既

有稳定又有选择；既要保持和积累信息，又要能选择和进化，最终导致采用普适密码的统一的细胞结构。这个自组织过程只有采取超循环的组织形式。

3.2 循环和超循环

为了了解超循环，必须先了解循环。循环是人人皆知的，例如数学中的循环小数、物理中的摆、化学中的元素周期、天文学中的日月食、生物节律等等。所谓超循环，就是较高等级的循环，或者说是由循环组成的循环。

但艾根所指的超循环是有循环功能的超循环，即经过循环联系把自催化或自复制单元连接起来的系统，其中每一个自复制单元既能指导自己复制，又对下一个中间物的产生提供催化帮助。自复制循环之间的耦联必然形成一个更高层次的循环，而只有这种完整的系统才称得上是超循环。所以严格来讲，超循环这类系统的反应表明其催化剂的组织分布至少还有第二个层次，所以它们实际上是第二级或更高等级的循环。

艾根考虑的是一个不断与外界进行单体交换的开放系统，系统内部进行着聚合物的聚合和分解。单体的任何一种顺序的聚合都以自复制的形式进行，其中也有错误的复制品。由于共处在同一环境中，这些新的超循环与旧的发生生存竞争，并且因为非线性，选择是很激烈的。在这许多竞争系统中只有一个能以可观的数量生存，也就是复制速率较衰减速率快的那些聚合物链将“存活”，反之就“消亡”。艾根模仿群体遗传学建立了超循环系统的选择动力学的数学模型，方程的近似解指出，随着时间的推移，所有其他的高分子都“消亡”了，只有具有最高选择价值的高分子存留下来。

艾根的模型是要证明，只有一种系统可以抵制这个自催化群体不断产生的“错误”，这就是对任何可能的“突变性聚合物”

来说是结构稳定的聚合物系统。这个系统由两组聚合物分子组成：第一组分子属“核酸”型，每个分子能再生其自身并在第二组分子的合成中起催化剂作用；第二组分子属于“蛋白质”型，每个分子催化着第一组分子的自我再生。这种在两组分子间存在的横向催化联系可能产生一个循环（每个“核酸”在一个“蛋白质”的帮助下重新生成自己）。于是这个系统能够稳定地生存下去，抵制具有较高再生率的新聚合物的不断出现。事实上，没有任何东西能够侵入由“蛋白质”和“核酸”组成的自复制循环。这样，生物进化的起点，主要是遗传密码和它的翻译机制的起源问题有了一种比较合理的解释。

在现代生物学中，对达尔文的原理有一种看法，认为“适者生存”不是别的，只是“能够生存的生存下来”的同语反复。这就是说，“不适者”所代替的不是一个客观的科学的价值判断，而是主观的价值判断。而超循环理论对最适稳定性的寻求为达尔文（C.R.Darwin）“适者生存”原理建立了物理基础。现在，一个系统只有当它初始不是充分稳定的情况，才能对差错发生响应并进一步演化。因此，人们设想生物前进化的最终结果应是引导系统到对其自身差错（或涨落）为最适稳定性的状态上去。这表明“选择”和“进化”在某些方面有点像热力学的“平衡”，可以用极值原理来描述。在最后状态，系统具有差错减少到最低限度的能力。这种机构可视为遗传密码的前身。

3.3 选择和博奕

凡是考虑生物进化的人都遇到时间问题。如果说生命由非生物产生而生物又是按照达尔文的学说进化的话，那么地球上产生如此大量的生物物种的时间是不是足够？由于生物高分子的信息容量极其巨大，在任何合理的条件下，对于一个相当短的链来说，根据经典统计找到一个与给定的顺序相同的几率实际上等于

零。因此，诺贝尔奖获得者莫诺（J.Monod）认为，生命的产生在宇宙中是绝无仅有的事件，是纯粹偶然的产物。

所以，固然同“生命起源”联在一起的自组织必定是从随机事件开始的，可是这种说法并不意味着我们现在知道的任何一种有机体，那怕是最低级的有机体可以以随机方式装配起来。维格纳指出，在大多数的可能状态中，要实现给定状态，必须要有指令。为了说明这一点，艾根认为，达尔文的物种进化论应当提前到形成第一个活细胞所必须经历的漫长的分子进化过程中来。前细胞水平进化应当受到类似达尔文自然选择原理的指导。这个分子进化过程最终造成了使用统一密码的细胞机器。至于密码的最终建立，并非因为它是唯一的候选系统，而是由于一种特殊的“一旦建立便永存”的选择机理。它是超循环组织的结果，可以从任何混乱无规则的承担者开始。大分子复制机理的精密研究表明，超循环是能够积累、保持和处理遗传信息的大分子组织的最低要求。

艾根运用博奕论的观点说明，产生如此丰富的生物物种的时间是足够的。进化同下棋有些类似，所不同的是没有棋手，进行游戏的人的智慧被随机事件中选择有利的“本能”所取代。假设在初始位置，每个棋手都可以用20种不同的走法来走。到后来，可能的走法或许增加到40种以上，但是思考之后实际可行的走法却反而减少了。直到最后阶段，即进入残局时，合理的走法的数目越来越少。棋手在动棋子之前不会考虑到一切走法的。每走一步，棋盘上就出现新的情况。类似地，进化演变到每一个新的层次，不仅表示演变着的个体起了变化，而且也表示环境的条件发生了变化。一切相互作用的物种都同时参与进化，当然各个物种的变化速率不一样。这就产生了通道，使进化的速度逐渐加快。在生物进化的每一个阶段，并不是随机地选取所有可能的突变，只有与已有生物体存在条件相容的那一些突变才参与选择。因

此，进化的道路受到约束和引导，包括经济地使用信息的原则。把博奕论引入复杂性科学，可以使一些高难度的问题得到解决。

4 突变理论

"突变"也可译成"灾变"。灾变这个词最早是被居维叶（G.Cuvier）引入生物学领域，用来说明地层的断裂、古生物的灭绝和大陆海洋的变迁等过程中发生的突变现象。百余年来，科学家们发现了大量连续作用引起突然变化的事例。但是，真正搞清楚"原因连续的作用有可能导致结果的突然变化"的机制，却是本世纪70年代的事情。突变理论是专门研究不连续现象的一个新兴的数学分支，它的提出归功于法国数学家托姆。托姆曾荣获菲尔兹奖章。该奖所带来的威望在多方面可以和诺贝尔奖相比，是当今中青年数学家可望获得的最高奖赏。

4.1 拓扑变换和形态形成

自然界许多现象都涉及不连续性，有的体现在时间上，如波的破碎、细胞的分裂或者桥梁的倒塌；有的体现在空间上，如物体的界面或者高山植物带。然而过去300年来，数学家可利用的绝大多数技巧是对连续性态作定量研究。这些方法主要是以牛顿和莱布尼茨时代就很熟悉的微积分学为基础的。而不连续性态的研究就显得薄弱得多、落后得多。

自然界中一般有两种基本过程：一种是连续的或"光滑的"变化，另一种是不连续的或"突然的"变化。使科学家最感棘手的是那些光滑变化和突然变化之间的连结和过渡，它们既不能靠微分方程来处理，又不能将它们当作完全离散的过程来研究。而这一类转变在自然科学乃至社会科学领域中都是司空见惯的。例如水的相变，就是一个最熟悉的例子。对于这一类现象，人们已经

习以为常了。但是由于缺乏这种连续性变化引起非连续变化的深刻的科学理论，在有些现象上却引起了众多的争论。例如在生物进化过程中，物种和物种之间的更替，常常留有一个化石记录的空白。大多数人怎么也弄不懂，怎么竟能指望在“一瞬间”形成新物种呢？

突变理论的建构是从托姆对形态形成感兴趣开始的。生物学中最有趣和最困难的问题之一是对发育的理解。发育是受精卵首先成为胚胎而后形成一个完全的生物体的过程，形态形成是其重要方面。如果要试图精确确定在发育过程中完成了些什么，就必须对两个个体是否“具有相同的形态”作出判断。与几何图形相比，拓扑关系对于形态改变是非常敏感的。所以拓扑学对发育具有根本的意义，其背后的物理根据是结构稳定性。人脑能够把各种特殊的人体形态经过拓扑变形还原成一个标准的、典型的人形。同样，人脑利用拓扑变换可以把大部分生物加以分类，尽管在许多物种之间存在细微的差异。数学家斯蒂恩指出：“当头脑仅与数打交道时，它是在一条轨线上线性地进行思维的。如果一个特定的问题可以被转化为图形，那么思想就整体地把握了问题并且能创造性地思考问题的解决方法。”拓扑关系表达的是不同对象之间的一种“相同关系”。如果两个几何对象之一可以连续地变形到另一个而无任何撕裂或粘合，则把它们看成拓扑等价。借用这种方法，突变理论显示了把几乎完全不同领域的现象联系起来的能力。

4.2 七种初等突变

考虑一个性态通常是光滑的，但有时（或在有的地方）也呈现出不连续性的系统。一般来说，任何时刻系统的状态需要知道几个状态变量（x_1，x_2，…，x_n）的值才能确定，这里n是有限的，但很大。在大脑的一个模型中，n高达百万乃至亿的数量

级。而外界对系统的影响归结为控制变量（u_1，u_2，…，u_m）。另外还假定系统的动力学可由一个光滑的势导出，例如一个李亚普诺夫函数。在这些条件下，突变理论告诉我们，可能出现的性质不同的不连续构造的数目并不取决状态变量的数目（这可能很大），而取决于控制变量的数目（这一般较小）。特别如果控制变量的数目不大于四，那么只有七种不同类型的突变，而其中没有一种牵涉到两个以上的状态变量（虽然状态变量有 n 个，但与不连续性有关的实质性状态变量不会多于两个）。

托姆要证明，尽管在科学的各个部门所能存在的不连续现象的个数几乎是无限的，但事实上可以把它们归并为只有一定个数的图形或“基本突变”。它们根据与之大体相像的一些简单的图形来命名。我们需要做的事情是：

①给出势$V(x)$；

②用方程$\nabla_x V = 0$定义其平衡曲面 M，其中下标 x 表示梯度仅就状态变量x而言。这个曲面由 V 的全部临界点构成，即由系统的全部平衡点（稳定的或其他的）构成。这是一个性态很好的光滑曲面；

③找到奇点集S，它是由 V 的全部退化临界点组成的M的一个子集；

④把S投影在控制空间C中（通过由S的定义方程消去全部状态变量的方法）以得到分歧点集B，它是C中所有使V的形式发生变化的点的集合；

⑤最后，决定在C中每一个点上V的形式。

七种初等突变以尖点突变最为典型，它涉及两个控制变量（u，v）和一个实质性状态变量(x)，其标准势是

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx$$

尖点突变用于解释气液相变、狗受攻击时的行为、股市行情等相当有用。

处理尖点突变的方法对处理较为复杂的系统也是有用的。如果共有 n 个状态变量和m个控制变量，则相空间将是$n+m$维的一个欧几里德空间。当控制点在m 维控制空间中移动时，相点在其上方的平衡超曲面（超过三维）上面移动。突变是由曲面上的“峰”、“坡”、“凹点”、“褶”等表示的。初等突变除了尖点突变之外还有六种，即折迭——可以用来说明雨滴引起阳光折散形成虹；燕尾——可以用来提供关于胚胎中细胞分裂的本性的新见解；蝴蝶——可以用来预见在神经错乱方面人的某些行为规律；双曲脐形——有助于分析桥梁的坍陷和发展声纳装置；椭圆脐形——为流体的流动提供了一种模型；抛物脐形——能作为语言学领域中解决问题的一种模型。

4.3 突变与质变

自然界形形色色的突变过程，有许多都是和事物的质变联系在一起的，以至于许多人把看到突变当作事物质变的判据。实际上，突变和质变是两个不同范畴的概念，前者用以反映事物变化的过程，突变与渐变构成一对完整的范畴；后者用以刻画事物性质的变化，质变与量变构成一对完整的范畴。因此就质变而言，可以通过突变和渐变两种方式实现。

过去人们只看到了突变与质变的联系，而没有清楚地认识到突变与质变分属不同范畴，结果给理论思维带来了困难和混乱。例如达尔文是主张生物进化的，但由于他只看到漫长历史自然选择的筛选作用，也主张“自然界没有飞跃”，结果物种的进化又似乎不可能。包括经济复苏、社会改革、水的挥发、移风易俗在内，有一大类质变很难找到发生飞跃的“关节点”，因此只承认质变的一种方式是不够的。

早在获得科学描述之前，哲学家就指明了突变和质变的联系。现在突变理论通过高深的数学证明，突变确实是事物质变的

一种重要方式。但更重要的是，突变也扩展了人们对渐变的认识。

在热力学中，由范德瓦尔斯方程所刻画的气液相变图就是一个典型的尖点突变（压强P和温度T是两个控制变量，体积V是状态变量）。突变机构的本性是结构稳定性，即总是寻找势的全域最小值，于是，当相点一碰到分歧点集，就出现气液两态的突变，这是人人皆知的。但是，尖点模型也清楚显示了连续相变的可能性。只要温度和压强能加以控制，相点也可以绕过分歧点集，在不失稳定性的情况下，完成两质态之间的连续过渡。这在物理学中叫做二级相变，也称高级相变。哲学家在总结质变量变规律时只引证了第一种相变，而没有引证第二种相变，所以对质变的渐变方式实际上持否定态度。

质变的两种方式不仅从方法论上解决了达尔文进化论和居维叶灾变论之间的矛盾，而且也指出了控制的重要性。一般而言，在给定环境中，事物质变只呈一种方式。比如核聚变只呈突变式，自然选择只呈渐变式。而受控核反应和人工选择都是对人类积极而有效的干预而言的，我们看到了新情况。于是突变论使我们又一次丰富了对内因和外因相互关系的认识。

5 混沌学

自组织现象作为崭新的科学范例，使人们可以设想出有序如何从无序中产生，以及可在何种程度上加以探索和研究。混沌学的问世，也大大改变了我们对复杂性的看法。“混沌”一词译自英文“Chaos”，又译“浑沌”、“紊乱”、“无规”等等。顾名思义，混沌学是一门直接以复杂现象为研究对象的科学。自本世纪60年代以来，混沌学的兴起导致一系列在“紊乱”现象背后的惊人发现，这是自然界鲜为人知的一面。用霍夫施塔特

(D.Hofstadter)的话来说："它证明，在表观的有序背后埋藏着一种奇异的混沌；而在混沌的深处又埋藏着一种更奇异的秩序。"

5.1 蝴蝶效应

量子力学的大师海森堡(W.K.Heisenber)在临终前宣布要向上帝问两个问题：为什么要有相对性？为什么要有湍流？海森堡说："我确认上帝能够回答第一个问题。"① 湍流指运动具有混沌和紊乱的特征，就像我们见到的瀑布和海滨激浪一样杂乱无章。湍流是一种典型的混沌态，长期以来它被认为是物理学中最难解决的问题之一。

真正的突破开始于本世纪的60年代。1963年，美国麻省理工学院的气象学家洛仑兹(E.Lorenz)提出了第一个关于流体运动中湍流出现的简化描述。当时他的动机是想弄清天气的不可预测性。他从流体的运动方程出发(大气可看成一种流体)，通过简化该方程而获得了一个仅有三个自由度的系统。但该系统具有一种无法用已知吸引子来描述的明显的随机行为。后来人们为之引入"混沌吸引子"的概念，这导致了混沌学的飞速发展。

混沌吸引子捕捉了湍流型对流的主要特征。这样一种现象每天都发生在地球的大气中，而且这正是天气预报难题的起因。它还迫使人们认识到，天气基本上是不可能长期准确预报的，因为它具有混沌运动的一种基本性质，即以一种极敏感的方式受制于初始条件，极小的差别会迅速放大，变成压倒一切的差别。

在经典科学中，极小的影响可以忽略不计，因为物体运动有收敛的趋势，任意小的影响不可能招致任意大的结果。如果对哈雷慧星位置的测量有一点点误差，这对于它76年后回归只会造成一

①混沌学，第115页。

个很小的错误，并且在未来的数百万年这个误差一直会很小。自牛顿以来，这种决定论的思想一直根深蒂固。蝴蝶效应意味着我们的预测能力受到了某种根本性限制，带来的结果是，复杂性的动力学机制被逐步揭示出来。

5.2 混沌吸引子

长久以来，我们就知道我们生活在一个复杂的世界上。但由于缺少合适的方法，科学对复杂性的认识却极为缓慢。牛顿给出的方法，对无机界的简单物系有效，但一碰到有机体这样的复杂系统就失灵了。甚至最小的细胞，原子数也在10^9以上，新陈代谢作用也包含几千个耦合的化学反应。所以复杂系统行为的数学描述要比简单系统难得多。

“吸引子”给描述复杂系统的运动规律带来了重要简化。虽然复杂系统由极多的“元素”所组成，可能发生的动力学态也不胜枚举，但由于系统寻找最适稳定态的“本性”，至少系统演化的终态是可以预言的。普朗克（M.Planck）写道，自然看来“偏爱”某些态。不可逆变化描述了系统趋于一个“吸引”它的态。该系统偏爱这个态，“按照这个观点，自然不允许有这样的过程：它发现它们的终态态比初态具有较小的吸引力。”① 吸引子表示系统行为的归宿或者说系统行为被吸引到的地方。因此，再复杂的系统，找到了它的吸引子，即把握了它的发展趋势。

吸引子用简洁而优美的方式，提供了一种研究复杂系统演化行之有效的方法。在混沌吸引子被发现之前，人们已找到的吸引子共有三种：不动点吸引子（如单摆）、极限环吸引子（如心脏）、环面吸引子。环面吸引子的重要特点是，虽然它比较复杂，但还是可以预测的。在环面上靠得很近的两点的轨道在运动

①从混沌到有序，第164页。

过程中将始终靠得很近，因此长期的预测是可靠的。一般把不动点、极限环、环面三种吸引子统称为平庸吸引子。

混沌吸引子的发现被认为是20世纪物理学最重大的发现之一。混沌吸引子的奇特之处在于，它把表观的无序与内在的决定论机制巧妙地融为一体。洛仑兹发现，区区三个因素的决定性系统也会产生随机性行为，这种随机性不是起因于任何外界因素，而是从决定论系统内部产生的。“混沌”就是这种内在随机性的代名词。

既然混沌是由某些本身丝毫不是随机因素的固定规则所产生，因而许多随机现象实际上比过去想象的更容易预测。混沌中也存在秩序，它的随机性具有某种精巧的几何形式。对于预测来说，混沌构成了新的限制，但它也在前人未曾料到的因果现象间指出了这种关系。

混沌不管怎么杂乱无章，但既然是一种吸引子，它的大小必定有限。在混沌吸引子上的两条轨道必定不能永远保持指数型发散趋势，恰似洗扑克牌一样，伸长和折迭需要反复进行，这就使得无规无序的运动只能占据有限测度的空间。混沌是吸引和排斥的对立统一。系统一切在吸引子外的状态都向吸引子靠拢，这是吸引的作用，反映系统运动保持“稳定”的一面；而一旦到达吸引子内，其运动又是相互排斥的，这对应着“不稳定”（创新）的一面。

5.3 混沌发生的机制

混沌运动的最早科学研究应该追溯到法国数学家彭加勒（H.Poincare）。“极小的影响可以招致极大的结果”，这超出了一般人的常规思维。彭加勒这位世纪之交的科学天才最早指出了这种可能性，他在《科学与方法》这部名著中写道：

没有被我们注意到的某一个非常小的原因，会确定出一个我

们不可能视而不见的相当重要的结果，而我们却说这种结果是偶然引起的。如果我们精确地知道自然界的规律和宇宙在初始时刻的情况，那么我们就能精确地预言同一个宇宙在以后时刻的情况。但是，即使情况是自然界规律对我们来说已经不再有任何秘密，我们依然只能近似地知道初始情况，如果能让我们以同样的近似预言以后的情况，那么就是我们所要求的全部东西，并且我们可以说现象已被预言了，它是由规律决定的。然而情况并非如此，初始条件中的微小差别会在最后的现象中产生极大的差别。前者的微小误差促成了后者的巨大误差。预言变得不可能，我们有的是偶然发生的现象。

彭加勒播下的种子，到了洛仑兹那里即成了“蝴蝶效应”。在生活中，我们有“差之毫厘，失之千里”之说；一连串事件中有一个能牵一发而动全身的临界点，这也是人所共知的。但混沌意味着这种临界点无处不在，它们是弥散性的，对初始条件敏感的依赖性乃是各种大小尺度的运动互相纠缠所不能逃避的后果。

“蝴蝶效应”又一次丰富了我们对非线性作用的认识。实际上，混沌是非线性现象的核心问题。正是由于非线性，洛仑兹抓住了问题的要害。在线性系统中小的偏差永远是小的，小的影响不可能招致大的结果。非线性系统则不然，差异的增长往往与其当前值成正比，即呈指数型增长。指数增长会很快造成庞大的数字。只要增长是指数型的，那么无论多么小的影响都会迅速扩大到宏观规模而表现出来。

对大多数科学家来说，他们更关心的不是混沌态本身，而是通向混沌的道路。目前在这方面研究最负盛名的是美国著名科学家费根鲍姆（M.Feigenhaun）。费根鲍姆得到本世纪的重大发现之一：对截然不同的函数进行迭代（例如生态学中没有世代交迭的虫口“逻辑斯蒂模型”），在迭代过程转向混沌时（倍周期分叉）它们竟然遵循着同样的规律，它们受同一个数字支配，

这个数就是费根鲍姆常数$\sigma=4.660201609\cdots$。从更一般的意义上看，迭代、映像、复制、重演、繁殖都是一个意思，即按照同样的模板制造出一个新的、但与原来相似的个体。这就加深了我们对遗传和变异这对矛盾关系的认识。混沌发生的机制告诉我们，导致变异的原因恰恰来自系统内部，每一次复制虽然是严格的，但它的积累都会意外地产生变异，最终还会丢失原有的特征，产生新的特征。

混沌本身是按自组织方式在人类认识史中经过多次认识而达到的一种新的认识。在古希腊时期，人类对自然的看法就带有多重性、暂时性和复杂性的特征，不过那时是笼统不清晰的。如今经过对机械论的否定，其认识则是历史的、辩证的和科学的。人们对自然的认识不再以简单性、必然性为根本标准，而是以互补的简单性和复杂性、必然性和偶然性的观点来看待自然和社会。当然，混沌的丰富启示还有待进一步探究，认识还要深化，混沌也还要发展。

6　分形理论

如果一个系统是混沌系统，那么它的混沌程度究竟有多大？复杂性的一个量度是运动的“熵”，这个概念提出已一个多世纪了。另一个统计量就是吸引子的“维”。在经典几何学中，点是零维的，直线是一维的，平面是二维的，立体是三维的。这种维数只取整数值，是拓扑意义下的维数。能够量度复杂性是一种新的分数维的概念，它来源于法国数学家曼得布罗特（B.Mandelbrot）所创建的分形理论。1975年《自然界的分形几何》一书出版，引起各个不同领域学者们的极大兴趣。如今“分形”一词在科学文献上几乎每天都可以读到，它已成为人们用以描述“无规性”的一个有力工具。正如曼德布罗特自己说的那样：“这是一

个美妙而又极富生命力的领域。”

6.1 自然几何

几何学的研究对象是物体的形状。在自然界中，许多物体的形状是极不规则的，例如弯弯曲曲的海岸线、起伏不平的山脉、粗糙不堪的断面、变幻无常的浮云、纵横交错的血管等，这些物体的形状有共同的特点，就是极不规则。但传统几何学（欧氏几何）的形体是线和面、圆和球、角和锥。对于现实的抽象，在许多场合它们给出一个很好的表示。比如把事实上凹凸不平的地球表面看成一个光滑球面，或者较精确地看成椭球面，在许多情况下，这样不妨碍我们得到非常符合实际的结论。它使人们领悟到以和谐而著称的柏拉图哲学。可是随着人类对客观现象的认识逐步深入以及科技的不断进步，它们在某些复杂现象面前，已经不能令人满意了，有时则成为一种错误的抽象。

曼德布罗特举出一例：英国的海岸线有多长？当然，教科书上有数据，但未必可靠，因为这要看你所用的尺有多长。当量尺变小时，海湾和半岛也就显露出愈来愈小的海湾和半岛，而海岸线测得的长度也随之增加，直至无限。测量出来的总长度（或总面积等）随着基本量度单位的减小而趋于无穷，这种特性为许多实际物系所具有。肺吸氧能力大致与其面积成正比，很小一个体积的人肺展开的面积竟大于一个网球场。

曼德布罗特总爱说，云不是球体，山不是锥体，闪电的展开也不是一条直线，大千世界充满着意想不到的复杂性。10年之后，他的发现把起初一种怪诞的想法发展成为一门成熟的几何学。它为人们讨论自然间的一个特别丰富的部分，也是科学研究特别薄弱的部分，提供了一种崭新的语言。如果说非欧几何以高度抽象为特征，代表几何学第二个里程碑，那么分形几何就以高度真实为特征，代表几何学第三个里程碑。

6.2 非整数维

曼德布罗特在0、1、2、3…维之外提出了一种令人难以置信的分数维的概念。这是科学上的冒险，容易遭致非议，但它却证明是特别有用的。

分数维概念的提出是从研究一种所谓分数维曲线开始的。早在19世纪，数学家发现一种“病态”曲线，例如皮亚诺曲线、科赫曲线。照理说，曲线上除个别几个点之外，到处都可以作出唯一确定的切线，但是这些曲线连续却处处不可微。而且曲线的长度趋于无限，其极限曲线却填满有限的面积，这曾使本世纪初许多研究过它们的数学家都感到困惑。

分数维成为一种新方法，用以量度舍此就无法定义的客体的性质：粗糙、破碎或不规则的程度。例如，曲折的海岸线，尽管我们已经知道它在长度上不能精确测量，然而其曲折程度却有某种特征。曼德布罗特详述了根据构造形体的一些技巧或数据计算客体的分数维的方法，这样，对于他所研究的自然现象中的不规则图形，曼德布罗特的几何学作了一种说明。从中我们了解到，不规则程度在不同尺度上重复叠合。令人惊奇的是，这种说明通常被证明是正确的。随着尺度一次次变换，世界呈现出一种有规则的无规性。

分形理论表明，一维的曲线只存在于数学家的头脑中，任何真实曲线都是分数维的，即都是一点几维。自然界的任何一真实线段都可随量度单位的减小而长度增至无限，但不同线段量得的长度趋于无限的速率又不同。比较科赫曲线和曼德布罗特曲线可知，分数维曲线的维数D是曲线复杂程度和空间填充能力的量度。曼氏曲线曲折得厉害，它的维数（$D\approx1.5$）大于科氏曲线的维数（$D\approx1.26$）。按变形规则，曼氏曲线趋于复杂的速率的确比科氏曲线要快。同理，真实的“面”都大于二维，真实的

“体”都大于三维。因此，分数维的确是一个具有深刻物理意义的描述物体表面几何形貌的参数。

6.3 自相似原理

曼德布罗特对分维的研究，是为理解复杂性所进行的革命的一个组成部分。特别令人鼓舞的是发现了一批细致现象，它们背后有一类无穷嵌套的自相似的几何结构。其结果，世上万事万物的“无规则性”以出人意料的规则性呈现在我们面前。如果在许多复杂的图形中取出一部分放大到原来的大小，看起来仍然与原来的图形没有区别，这就叫作“自相似性”。

光凭想象难以充分认识复杂整体可能具有的这种无穷自相嵌套。然而对于一个能像几何学家思考图形的人来说，摆在他们面前的这类尺度越来越详细的复杂结构，完全可以展现一个新天地。以科赫曲线为例，当你“对准镜头”，逼近再逼近，就会发现以线为特点的基本结构重复迭合。

曼德布罗特本人认为“自相似”的概念与我们的古老文明有关联。作为一种思维方法一直可以上溯到亚里士多德。莱布尼茨曾经设想一滴水中蕴含着整个宇宙。布雷克则要看到“一粒沙中的世界”。17世纪在围绕生物进化问题的斗争中，预成论曾十分流行。马尔丕基等人认为，动物的各部分可能在蛋中已经预先存在；植物也存在于没有发芽的种子里面。甚至有人宣称，不仅整个人类如此，即便是一切人体内的寄生虫，无不预先存在于夏娃的卵巢里。

今天看来，预成论观点十分可笑，“自相似性”作为一个原理日渐消逝。但曼德布罗特认为：“自相似性这一古老神话引出了适得其反的观点，当你逐步逼近，缩小距离时，每进一步，世界都在改变着。我们不去说什么原子像小小的太阳系，事实并非如此。可我仍要旧话重提，正是在这一古老神话中，我们可以看

到这一原理的用场。”①

事实的确如此，自相似原理所赋予的洞察力帮助科学家去研究事物融合、分离和散布的方式。以这种方式观察材料，诸如在显微镜下才能看见的金属的粗糙表面、渗有石油的岩石中的小眼和细沟、以及地震带断裂的地形构造等等，一种新型对称出现了。这不是那种左右或前后之间的对称，而是小尺度下的图案与越来越大的尺度下的图案之间的对称。如同椰菜花那样的自相似，这种花的花瓣上的细小分叉总是能看作花茎上分叉的翻版。分维运用于描绘事物在空间和时间中的荟集方式，从银河系的布局到高速公路上汽车分布的情况，从19世纪中棉花价格的起伏到尼罗河水两千多年的涨落。

自相似原理是一种从局部把握整体的方法。系统中每一个元素都反映和含有整个系统的性质和信息，即所谓“全息”的观点，这是分形理论的方法论基础。例如，金属微观表面的分数维数能够提供金属材料的成分和强度的信息，这是一种物理手段，可以取代化学分析手段，简单易行。同样一块石头微观表面的分数维数，也提供了整个地质构造的重要线索。

分数维形态对于混沌运动的描述是必不可少的。就像无理数远多于有理数的道理，非整数维给混沌运动的奇异轨道的构型提供了充分的选择余地。非整数维给出了一个对混沌吸引子的识别判据。混沌吸引子就是分数维图形，即在不断被放大时可显示越来越多细节的图形。混沌自然而然地产生这种图形：当邻近的轨道发散开来时，为了使运动保持在有限的范围内，这些轨道必须又要折迭过来彼此靠近。这一过程反复进行，在折皱中又产生折皱，直至无穷。结果是使混沌吸引子产生一种漂亮的微观结构，即“无穷嵌套的自相似结构”。

①世界科学，1987年第6期第54页。

对于混沌，分数维形态不是指它的实际几何形态，而是指它们的行为特征。当我们用相空间的轨线来描述系统的变化时，“无穷嵌套的自相似结构”指的是这种运动轨迹的几何形态。在混沌区内任取其中一个小单元，放大来看都和原来混沌区一样，具有和整体相似的结构，包含有整个系统的“信息”。自相似性又是和标度不变性相联系的。所谓标度不变性就是把标尺适当收缩后，吸引子的细节部分和整体具有同样的结构。费根鲍姆最早发现缩小因子趋于一个普适常数（$\alpha=2.502907875\cdots$）。根据自相似原理，混沌之中也有秩序。于是，人们在那些令人望而生畏的复杂现象中，发现了许多出乎意料的规律性。

（作者：张　彦）

参考文献

〔1〕尼科里斯等，非平衡系统中的自组织，徐锡申等译，科学出版社，1986。

〔2〕尼科里斯等，探索复杂性，罗久里等译，四川教育出版社，1986。

〔3〕普里高津，从存在到演化，曾庆宏等译，上海科教出版社，1987，

〔4〕普里高津，从混沌到有序，曾庆宏等译，上海译文出版社1987。

〔5〕湛垦华等译，普里高津与耗散结构理论，陕西科技出版社，1982。

〔6〕哈肯，协同学导论，徐锡申等译，原子能出版社，1984。

〔7〕哈肯，信息与自组织，郭治安等译，四川教育出版社，1988。

〔8〕哈肯，高等协同学，郭治安译，科学出版社，1989。

〔9〕艾根等，超循环理论，曾国屏等译，上海译文出版社，1990。

〔10〕艾根，物质的自组织和生物高分子进化，科学与哲学研究资料，1974年第1期。

〔11〕桑托斯，灾变论入门，凌复华译，上海科技文献出版社，1983。

〔12〕托姆；突变论：思想和应用，周仲良译，上海译文出版社，1989。

〔13〕格莱克，混沌学，张彦等译，社科文献出版社，1990。

〔14〕郝柏林，分岔、混沌、奇怪吸引子、湍流及其他，物理学进展，1983年第3期。

〔15〕Mandelbrot B, B., “Fractal Geometry of Nature.” W, H, Freeman, 1982.

〔16〕Michael Betty，分形-维数之间的几何，世界科学，1986年第12期。

〔17〕张彦等，系统自组织概论，南京大学出版社，1990。

第三部

数学方法

〔一〕 数学方法概论

1 数学方法引论

数学方法论是研究和讨论数学的发展规律，数学的思想方法以及数学中发现、发明与创新等法则的一门学问。

随着数学科学的深入发展，讲究数学研究的艺术，积极探索数学的思想方法及数学领域中发现、发明与创新的法则等已属事在必行；但是，只是到了本世纪的中期，数学方法论才得到了较为健康的、系统的发展；另外，经过近10年的持续努力，我国学者也对数学方法论发展作出了独立的重要贡献。

1.1 数学方法论研究的现代"复兴"

数学方法论的研究可以追溯到笛卡儿（R.Descartes）和莱布尼兹（G.Leibniz）的时代。这种早期研究的主要特点是对于所谓的"万能方法"的追求，即希望能找到这样一种"机械"的方法，用之即可有效地解决一切问题或从事数学中的发明创造。例如，笛卡儿就曾认为以下的方法是万能的：第一，把任何问题转化为数学问题；第二，把任何数学问题转化为代数问题；第三，把任何代数问题归结为解方程。另外，莱布尼兹也曾积极从事"发现的艺术"的研究。例如，在他早期的一部著作《论组合术》中，莱布尼兹提出了这样的思想：所谓发现，就是找出概念

的可能组合，也即“对给定的主词去建立一切可能的谓词，对给定的谓词去建立一切可能的主词”；进而，如果我们能建立这样的符号系统，在其中即以数表示最简单的项，并以数的乘积表示由相应的项经由组合而得出的较复杂的项，那么，在这样的系统中，只要弄清了各个主词的表示数，我们就可通过简单的计算求得它的各个因数，它们所代表的就是这一主词的一切可能的谓词，由此，发现的问题就较为彻底地得到了解决。

从现今的观点看，笛卡儿与莱布尼兹的上述想法显然是过于简单了。事实上，人们现在已经普遍地认识到：即如能把万物变化为黄金的“哲人之石”是不存在的，能有效地解决一切问题或从事数学发明创造的“万能方法”也是不存在的。但是，从历史的角度看，人们的思想却又一度从一个极端走向了另一极端，即由对于“万能方法”的追求转到了对数学方法论的彻底否定。

具体地说，后一种观念是与逻辑实证主义的“科学发现观”直接相联系的：按照逻辑实证主义的观点，我们应对“发现”与“检验”的问题作出明确的区分，而发现的问题则又完全属于心理学的研究范围——对此不需要、也不可能作出逻辑的分析，从而，也就不存在任何真正意义上的发现的方法。

逻辑实证主义的上述观念并由于一些著名科学家和数学家的论述得到了极大的加强。例如，彭加莱（H.Poincarc）关于数学（科学）发明的论述就曾得到了人们的高度评价。即如阿达玛（J.Hadamard）所说：“关于发明所需要的条件，已被近50年来最伟大的天才人物所阐明，……此人就是亨利·彭加莱。……他在巴黎心理学学会上的讲演给意识和无意识的关系，逻辑和因果的关系等基本问题投射了一束灿烂的光辉。”① 与莱布尼

①阿达玛，数学领域中的发明心理学，第11—12页，江苏教育出版社，1989.

兹相比，彭加莱更为突出地强调了发明创造的选择性。他写道："数学创造实际上是什么呢？它并不在于用已知的数学实体作出新的组合。任何一个人都会作这种组合，但这样作出的组合在数目上是无限的，它们中的大多数完全没有用处。创造恰恰在于不作无用的组合，而作有用的、为数极少的组合。发明就是识别、选择。"①那么，数学家是如何作出所说的选择的呢？彭加莱指出："数学的美感、数和形的和谐感，几何学的雅致感。这是一切真正的数学家都知道的审美感。……正是这种特殊的审美感，起着我已经说过的微妙的筛选作用。"②最后，彭加莱又突出地强调了这种思维活动的无意识性，即认为审美直觉是在无意识的状态下进行工作的。这就如同阿达玛在对彭加莱的有关观点进行总结时所指出的："彭加莱……认为：无意识不仅要担当起构造各种各样的思想组合的复杂任务，而且还要根据我们的审美原则去作最细微和最本质的选择。"③

由于彭加莱突出地强调了数学发明创造的无意识性，因此，也就极大地加强了这样一种观点，即数学的发明创造完全属于心理学的研究范围，对此不可能作出任何逻辑（理性）的分析，从而，除去检验（证明）的方法以外，数学方法论事实上就失去了存在的可能性和意义。

正是在上述的"严峻"形势下，美藉匈牙利数学家波利亚（G.Polya）自觉地承担了"复兴"数学方法论的重任。波利亚也认为所谓的"万能方法"是不存在的，但他同时又认为"各种各样的规则还是有的，诸如行为准则、格言、指南，等等，这些都还是有用的"。④特别是，波利亚认为，我们可以、而且应当

①彭加莱，科学的价值，第377页，光明日报出版社，1988.

②科学的价值，第383页.

③数学领域中的发明心理学，第28页.

④波利亚，数学的发现，第二卷，第136页，内蒙古人民出版社，1980.

由已有的成功实践总结出一般的方法或模式，这些模式，在以后的类似情况下，就可起到启发与指导的作用。这样，在上述的两极对立之间，波利亚事实上就开拓了第三个领域——关于数学启发法的研究

作为一个杰出的数学家，波利亚不仅在数学领域内作出了重要的贡献，而且以数十年的时间和精力积极从事了数学方法论及数学教学的研究。由于波利亚创造性地建立了自己的启发法理论，更由于广泛的实践已经清楚地表明了这种研究的意义。因此，波利亚就不仅“用朴素而现代化的形式复兴了启发法”，而且事实上为数学方法论的现代研究奠定了必要的基础。

综上所述，就数学方法论的现代研究而言，我们就应充分肯定波利亚的重要贡献，并应很好地学习和掌握他的关于数学启发法的理论。

1.2 我国独立的数学方法论研究

由于波利亚的方法论研究正是整个数学方法论历史发展中的一个环节，因此，在认真学习波利亚的启发法理论的同时，我们又应积极从事新的独立研究。一般地说，这也就是我国的数学方法论研究所实际遵循的路线。

对我国独立的数学方法论研究进行回顾，可以毫不夸张地说，著名数学家徐利治教授在其中起了核心的作用：徐利治教授不仅积极倡导数学方法论的研究，如在全国率先开设了数学方法论的专门课程，而且实际地从事了数学方法论的研究，并取得了一系列有意义的重要成果。

《数学方法论选讲》是徐利治教授在数学方法论方面的第一部专著。尽管这“并不是关于数学方法论的系统论述，而只是选择了十来个公认为比较有趣的专题，对它们作了介绍、分析和讨论”，① 但其中已经包含了一些有意义的成果，特别是关于关系

映射反演方法的系统论述。

关系映射反演方法的基本模式可以用图1.1表示如下：

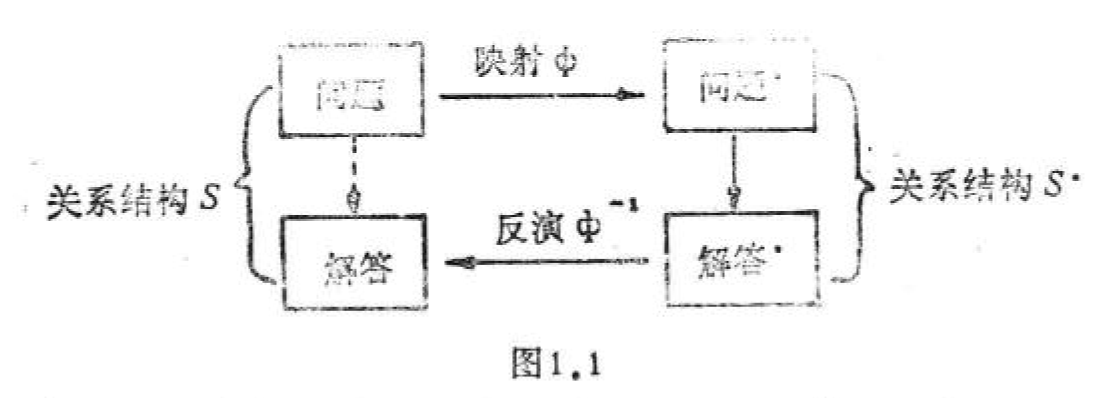


图1.1

由于关系映射反演方法集中地体现了数学的思维方式，因此，在数学中就有着十分广泛的应用。而又正如《数学方法论选讲》中所指出的，“即使在日常生活中，人们也经常自觉或不自觉地在运用着关系映射反演原则。比如说，一个人对着镜子剃胡子，镜子里照出他脸颊上胡子的映像，从胡子到映射的关系就叫作映射，所以，映射就是连系着原像和映像的一种对应关系。他用剃刀修剪胡子时，作为原像的胡子和剃刀两者的关系可以叫作原像关系。这种原像关系在镜子里表现为映像关系。他从镜子里看到这种映像关系后，便能调整剃刀的映像与胡子的映像的关系，于是他也就真正修剪了胡子。这里显然用到了反演原则；因为他已经根据镜子里的映像能对应地反演为原像的这一原理，使剃刀准确地修剪了真实的胡子（原像）”。② 正因为关系映射反演方法（或原则）有着如此广泛的应用，这一方法的明确提出就是我国学者对数学方法论研究的一个重要贡献。

另外，徐利治教授及其合作者在1985年又首先创立了抽象度分析法。所谓抽象度分析法，简单地说，即是关于数学抽象的定量分析，也即是用数学方法对数学理论的内在结构作出分析。由于任何具有丰富内涵的科学理论乃至社会科学理论都可看成一个

①徐利治，数学方法论选讲，前言，华中工学院出版社，1983。

②数学方法论选讲，第24页。

抽象结构，从而就可用抽象分析法对此作出定量的分析，因此，抽象度分析法也就具有十分广泛的方法论意义。除抽象度分析法以外，徐利治教授及其合作者还积极从事了数学抽象的定性分析。如明确提出了强抽象与弱抽象的概念，并对其相应的方法论原则进行了总结。这些方法论原则在一定意义上也是一种启发性的原则，因此，上述工作就可看成对波利亚数学启发法研究的继续；但是，就其所涉及的范围及所达到的深度而言，则又已经超出了波利亚的数学启发法。

还应提及的是，我国的数学方法论研究从一开始就体现了数学研究与哲学分析密切相结合的特点。例如，徐利治教授早在50年代初留英期间就已自发地学习了《反杜林论》、《自然辩证法》等经典著作。作为一个有贡献的数学家，能这样高度重视哲学和方法论是十分难能可贵的。另外，在以徐利治教授为首的研究集体中，数学工作者与哲学工作者更是互相配合、相互协作。一般地说，这事实上也就是我国独立的数学方法论研究能取得重要成果的一个必要条件。

综上所述，数学方法论的研究在我国已经取得了可喜的进展，而又只要我们坚持实践、深入研究、勇于创新，就一定可以在数学方法论的领域内作出新的更大的贡献。

2 从波利亚到拉卡托斯

波利亚是美籍匈牙利数学家，在分析数学、组合数学等领域内曾作出过重要贡献，他还曾以数十年的时间痒心研究数学方法论和数学教学。波利亚在数学方法论领域内的主要著作为《怎样解题》、《数学与合情推理》（中译本改名为《数学与猜想》）与《数学的发现》。在《怎样解题》中波利亚并曾对自己在这一

方面的工作目标作了明确的表述，即是希望“用朴素而现代化的形式复兴启发法”，而所谓的启发法则是指“研究发现和发明的方法和规律”。正如前节中已指出的，波利亚在这方面的工作事实上为现代的数学方法论研究奠定了必要的基础。下面就对波利亚的数学启发法作简要的介绍；另外，著名数学哲学家、科家哲学家拉卡托斯（I.Lakatos）所倡导的“数学发现的逻辑”则可说是对波利亚工作的进一步发展和必要补充。

2.1 波利亚的数学启发法

2.1.1 波利亚的基本立场

波利亚关于数学启发法研究的基本立场是：不存在万能的解题方法，如他所说：“从来就没有万能的完善的解题方法，没有能应用于一切情况的精确规则”；但是，“各种各样的规则还是有的，诸如行为准则、格言、指南，等等。这些都还是有用的。”① 具体地说，波利亚认为，数学方法论研究的主要目标就是应当依据成功的实践总结出一般的方法或模式，这种模式，在以后的类似情况下，就可起到启发与指导的作用。

波利亚并曾强调了数学启发法的“常识性”。他写道，这里提出的方法“对于那些认真对待其问题并有某些常识的人来说是很自然的。然而按正确道路行动的人往往不注意用明确的语言来表达其行动，而且他可能根本不会这样做……”② 因此，在波利亚看来，重要的问题就在于如何通过对“常识”的明确表述实现由对合理方法的天才的、不自觉的应用向有意识的、自觉的应用的转化。也正因如此，波利亚就十分欣尝波尔查诺（B.Bolzano）关于启发法的下述论述：“我根本不认为我在这里能够提出

①波利亚，数学的发现，第二卷，第135—136页。

②波利亚，怎样解题，第3—4页，科学出版社，1982。

任何早先未曾为所有具有才华的人所察看出的研究过程；并且我也根本不想允诺你们可以从我这里发现这方面的很新颖的任何内容。但是，我将煞费苦心地用清晰的词句来说明所有有才能的人所遵循的研究规则和方法，这些有才华的人在大多数的情况下，甚至不知道他们自己是遵循这些规则与方法的。虽然，即使正在做这件事的时候，我也不敢幻想我将会完全成功，但我仍然希望这里所提出的一孔之见会博得某些知音并在以后有所应用”。①

另外，尽管波利亚是以数学的发现或发明为直接对象从事启发法的研究的，他同时又突出强调了这种研究的普遍意义。波利亚写道：“在这种研究中，我们不应忽视任何一类问题，并且应当找出关于处理各类问题所共有的特征来；我们的目的应当是找出一般特征而与问题的主题无关。”② 这也就是说，数学启发法的用途“不限于任何题目。我们的问题可以是代数的或几何的，数学的或非数学的，理论的或实际的，……”③

显然，由所说的“常识性”与“普遍性”我们也就可以清楚地看出数学启发法研究的性质：波利亚在此所从事的主要是思想方法的研究。

2.1.2　怎样解题

波利亚是围绕怎样解题这一中心展开数学启发法的研究的。他写道：“现代启发法力求了解解题过程，特别是解题过程中典型有用的智力活动”。④ 波利亚并曾指出：“解决问题是一项基本的人类行为。事实上，我们大部分有意识的思维都和问题有关。当我们并未沉溺于娱乐或白日作梦时，我们的思想是有方向和有目的的：我们寻找方法，我们试图解决一个问题”。⑤ 从而，以解题为中心展开研究就保证了数学启发法具有最大的普遍

①、②、③、④、⑤，波利亚，怎样解题，第57、130、2、130、221—222页。

性。

其次，数学启发法的核心在于一套“定型的”问题和建议。这些问题和建议是针对解题过程的各个步骤，也即“弄清问题”、“制定计划”、“实现计划”及“回顾”这样四个阶段提出的；另外，提出这些问题和建议的目的则是希望这些问题和建议能起到“思想指南”的作用，即能给解题者以一定的启示，从而帮助他们去发现好的或正确的解题方法及解答。波利亚写道：“可能任何类型的思维守则都在于掌握和恰当地运用一系列合适的提问。”① 当然，这些问题和建议并非不费吹灰之力即可解决各种问题的灵丹妙药；但是，波利亚相信，“只要应用得当，……它们可以帮助你解决你的问题”。②

波利亚在《怎样解题》一书中所给出的解题表是这样的：

	弄清问题
第一 你必须弄清问题	未知数是什么？已知数据是什么？条件是什么？ 满足条件是否可能？要确定未知数，条件是否充分？或者它是否不充分？或者是多余的？或者是矛盾的？ 画张图。引入适当的符号。 把条件的各个部分分开。你能否把它们写下来？

	拟定计划
第二 找出已知数与未知数之间的联系	你以前见过它吗？你是否见过相同的问题而形式稍有不同？ 你是否知道与此有关的问题？你是否知道一个可能用得上的定理？ 看着未知数？试想出一个具有相同未知数或相似

①波利亚，数学的发现，第二卷，第127页。

②波利亚，怎样解题，第XVi页。

如果找不出直接联系，你可能不得不考虑辅助问题。

你应该最终得出一个求解的计划。

未知数的熟悉的问题。

这里有一个与你现在的问题有关，且早已解决的问题。

你能不能利用它？你能利用它的结果吗？你能利用它的方法吗？为了能利用它，你是否应该引入某些辅助元素？

你能不能重新叙述这个问题？你能不能用不同的方法重新叙述它？

回到定义去。

如果你不能解决所提出的问题，可先解决一个与此有关的问题。你能不能想出一个更容易着手解决的有关问题？一个更普遍的问题？一个更特殊的问题？一个类比的问题？你能否解决这个问题的一部分？仅仅保持条件的一部分而舍去其余部分，这对于未知数能确定到什么程度？它会怎样变化？你能不能从已知数据导出某些有用的东西？你能不能想出适于确定未知数的其他数据？如果需要的话，你能不能改变未知数或数据，或者二者都改变，以使新未知数和新数据彼此更接近。

你是否利用了所有的已知数据？你是否利用了整个条件？你是否考虑了包含在问题中的所有必要的概念？

第三
实行你的计划。

实现计划

实现你的求解计划，检验每一步骤。

你能否清楚地看出这一步骤是正确的？你能否证明这一步骤是正确的？

第四
验算所得到的解。

回　顾

你能否检验这个论证？你能否用别的方法导出这

个结果？你能不能一下子看出它来？
你能不能把这结果或方法用于其他的问题？

对上表进行分析①，容易看出，在所说的四个步骤中，“拟定计划”是特别重要的。而这就是“在原先是隔开的事物或想法（已有的事物和要求的事物，已知量和未知量，假设和结论）之间去找出联系。”②为此，我们通常采用“从后向前推的模式”，即是“从目标（即我们要求的东西，未知量，结论）开始从后向前，向那些‘我们能力所能及’的东西（我们已有的东西，已知量，假设条件）推过去。”③另外，除去较为简单的情况，为了找出所说的联系，我们又往往必须考虑所谓的“辅助问题”，即希望能通过其他问题的研究获得材料上或方法论上的帮助，甚至通过由原来的问题向辅助问题的化归④而解决原来的问题。就辅助问题的选择而言，波利亚在《怎样解题》中指出：“存在着某些变化问题的模式，它们是典型有用的，例如‘回到定义去’，‘分解与重新组合’，‘引入辅助元素’，‘普遍化’，‘特殊化’，以及利用‘类比’。”⑤波利亚同时又指出：“设有万灵的方法来发现合适的辅助问题，正如没有万灵的方法求解一样”⑥。由此我们也就可以更清楚地体会到“启发法”的含义：这并不是一种可以用以解决一切问题的万能方法，而只是希望能给解题者以有益的启示，从而帮助他们去作出独立的发现并最终成功地解决各自的问题。

《怎样解题》一书中最详尽的部分是一个“启发法小词典”，其中对数学启发法的各个主要概念作了简要的介绍。另

①对此並可参见数学的发现，第十二章．

②，③数学的发现，第二卷，第4、35页．

④关于化归方法的进一步分析，可参见3的讨论．

⑤，⑥怎样解题，第213、53页．

外，后期出版的《数学的发现》则可看成《怎样解题》的一个姐妹篇，其中对数学启发法作了更为系统、深入的阐述。例如，由上面的讨论可以看出，解题的过程在一定意义上即可看成一个选择过程，即如解题途径的选择、辅助问题的选择等。正因如此，波利亚在《数学的发现》中又明确地提出了如下的“择优原则”：

就解题途径的选择而言：

困难少的应先于困难多的。

较熟悉的应先于不那么熟悉的。

与问题有较多共同点的条款应先于与问题有较少共同点的条款。

就问题所固有的材料的分析而言：

整体应先于部分。

主要部分应先于其余部分。

较近的部分应先于较远的部分。

就辅助问题的选择而言：

在以前解过的问题中，与现在的问题有同一类型未知量的问题，应先于其他的解过的问题。

与现在要证明的定理有同样结论的过去已证明过的定理应先于其他的已证明过的定理。

与所提问题等价的问题应先于那些较强的或较弱的问题，而后者又先于其余的问题。或双侧变形的应先于单侧变形，单侧变形又应先于联系更松散的变形。容易看出，即如波利亚本人所强调的，这些规则与常识是完全一致的，而且又具有很大的普遍性。另外，还应指出的是，除去一般的分析以外，波利亚在《数学的发现》中并给出了几个较为特殊的模式，即所谓的“双轨迹模式”、“笛卡儿模式”、“递归模式”和“叠加模式”。由于这些模式在数学中都有着广泛的应用，因此，这些模式的明确提出也

就具有重要的方法论意义。

2.1.3 数学中的合理推理

除"怎样解题"外，波利亚在数学方法论领域内另一主要工作是关于合情推理的研究。所谓合情推理，简单地说，即是合理的猜测方法。合情推理（猜想法）与通常所说的论证推理（证明法）是很不相同的。对此波利亚指出："论证推理是可靠的、无可置疑的和终决的。合情推理是冒风险的、有争议的和暂时的。"① 但是，合情推理在数学研究中也有着十分重要的应用。例如，"在证明一个数学定理之前，你先得猜测这个定理的内容，在你完全作出详细证明之前，你先得推测证明的思路。你先得把观察到的结果加以综合然后加以类比。你得一次又一次地进行尝试"。② 一般地说，数学家的创造性工作成果是论证推理，即证明；但是这个证明是通过合情推理，通过猜想而发现的。这也就是说，在实际的数学研究中，论证推理与合情推理是互相补充的。从而，我们就不仅应当学习证明法，而且也应当学习猜测法。

具体地说，波利亚在此所希望的也是能为读者提供一些发现的模式。波利亚写道："如果你确实理解并感兴趣于你已经解决的一个问题，那么你就会得到一个宝贵的东西：一个模式，或一个模型，以后可模仿它去解决类似的问题"。③ 当然，波利亚所给出的又并非是万能的方法："我不相信十拿九稳的方法，用它可以学会猜测"；④ 但是，波利亚认为："假如我们能从一种情形学到适用于其他一些情形的某些东西，那么这种情形就是有启发性的，可能适用的范围越广就越有启发性。"⑤ 由此可见，波利亚关于合情推理的研究也属于数学启发法的范围。

①、②、③、④、⑤波利亚，数学与猜想，第IV、V页、134、VI、16—17页，科学出版社，1984.

"在数学发现中归纳推理与类比推理起着主要作用。"① 就波利亚关于归纳法与类比法的分析而言，以下几点是应当特别提及的：

第一，按照波利亚的观点，概念的明确化是类比的关键所在。如他所说："类比和其他类型的相似性之间的本质差别，在我看来在于思考者的意图。相似对象彼此在某些方面带来一致性。假如你想把它们的相似之处化为明确的概念，那么你就把相似的对象看成是可以类比的。假如你成功地把它变成清楚的概念，那么你就阐明了类比关系"② 但是，"类比（又）往往是含糊的。什么对什么类比？回答这个问题往往是含糊的。"③ 从而，波利亚就提出了这样的方法论原则："不要忽视含糊的类比，然而，如果你希望这些类比受人重视的话，你就应该设法尽量把它们说清楚。"④

波利亚並曾指出了类比法在解决问题中的应用。他写道："选出一个类似的、较易的问题，去解决它，改造它的解法，以便它可以作为一个模型，之后，利用刚刚建立的模型，以达到原来问题的解决。这种方法在外人看来，似乎是迂迴绕圈子的方法，但在数学中或数学以外的科学研究中是常用的。"⑤

在此并有这样的原则："如果一个猜想有任何新的结论得到证实，它就变得更为可靠。而且，假如有一个与此相类似的猜想变得更可靠，则这个猜想也就变得更可靠。"⑥ 从而，类比法就不仅被用于单纯的发现，而且也被用于对猜测的检验。

第二，与类比一样，在波利亚那里，归纳法不仅是指单纯的发现，而且也包括对所得出的猜测的检验和改进。具体地说，波

①数学与猜想，第二卷．

②、③、④、⑤、⑥、数学与猜想，第一卷，第12、28、14—15、49、23页．

利亚把归纳过程区分这样两个阶段：在第一阶段中，我们首先注意到了某些相似性，然后是一个推广的步骤，把所说的相似性推广到更多的对象，直至最终得出了一个明确陈述的一般命题。在第二阶段中，我们对第一阶段中所得出的一般命题进行检验，即就新的特殊例子去进行考察。如果在所有考察过的例子里，这个猜测都是正确的，我们对它的信心就增强了；如果出现不正确的情况，就应对原来的猜测进行改进。

波利亚并提出了这样的原则："你不应当过分相信任何一个未被证明的猜想，即使它是由一个大权威提出来的，甚至即使是你自己提出来的。你应当力求去证明它或推翻它；总之你应当去检验它。"①

又，"一个猜想性的一般命题，假如在新的特例中得以证实，那么它就变得更加可信了。"②

进而，相对于结论的最终证明而言，归纳阶段具有以下的作用：①通过考察定理的具体特例，我们就可彻底了解这个定理，懂得它的全部含意。②用好几个特例验证了定理之后，就得到不少归纳证据。归纳阶段的结果消除了我们起初对定理的怀疑，使我们对定理有了坚定的信心。"当你觉得那个定理是真实的，那你再去证明它。"——这一著名的格言是十分正确的。③通过特例的考察我们就有可能发现解决问题的关键所在。

第三，在众多实例的基础上，波利亚又给出了合情推理的一般模式。他所给出的归纳模式与类比模式是这样的：

归纳模式	类比模式
A蕴含B	A类似于B
B真	B真
A更可靠	A更可靠

①，②数学与猜想，第4、6页。

波利亚并对所说的归纳模式作了如下的推广：

首先，作为一种“对偶模式”，在此显然有：

B蕴含A
B假
——————
A较不可靠

这也就是说，在作为猜想的可能依据被推翻时，我们对猜想的信任程度只能减小。

特殊地，如果A与B是互不相容的两个命题，即两者不可能同时为真，则就有：

A与B不相容
B假
——————
A更可靠

这就是说，当一个不相容的对抗猜想被推翻时，我们对原猜想的信任程度只能增加。

其次，如果将所说的模式与相应的论证模式联系起来加以考察，并设想B的真值是“连续地”变化的，即由“假”经由“较不可靠”、“更可靠”而变为“真”，这时就可引进更多的模式（波利亚称为“被隐没的”），并事实上获得了如下的“模式串”：

论证的	（被隐没的）	（被隐没的）	启发的
A蕴含B	A蕴含B	A蕴含B	A蕴含B
B假	B较不可靠	B更可靠	B真
A假	A较不可靠	A稍微更可靠	A更可靠

这就是说，我们对猜想的信任是受我们对它的一个结论的信任的影响，并朝同一个方向变化的。

显然，依据“对偶”的关系，我们又可获得相反方向上的另一“模式串”：

论证的	（被隐没的）	（被隐没的）	启发的
B蕴含A	B蕴含A	B蕴含A	B蕴涵A
B真	B更可靠	B较不可靠	B假
A真	A更可靠	A稍微较不可靠	A较不可靠

再次，由基本的归纳模式出发，如果把没有A的B的可靠性也考虑在内，则就可以获得如下的“模式串”：

论证的	启发的	
A蕴含B	A蕴含B	A蕴含B
没有A的B根本不可能	没有A的B几乎不可能	B几乎总是可靠
B真	B真	B真
A真	A极为可靠	A微乎其微地多一（点可靠）

这就是说，结论的可靠性随着没有A的B的可靠性减少而增加。

当然，我们也可仅就B的可靠性去进行分析，这时就有

A蕴含B	A蕴含B
B几乎不可能	B几乎总是可靠
B真	B真
A极为可靠	A微乎其微地多一点可靠

这就是说，证实一个结论的价值的大小，是按这一结论本身的不可靠性程度而定的。最惊人的结论的证明是最有说服力的。

特殊地，我们还可通过与所已获得证实的A的其他结论B_1，B_2，……B_n的比较来判定B的可靠程度，从而就有：

A蕴含B	A蕴含B
B与所已证实的A的结论B_1，B_2，……B_n相比是十分不同的	B十分相似于所已证实的A的结论B_1，B_2，……B_n
B为真	B为真
A可靠得多	A微乎其微地多一点可靠

这就是说，证实新结论的意义的大小随新结论与前面已证实的结论之间的差异大小而定；其差异愈大，则意义愈大，反之，其差异愈小，则意义也愈小。

最后，波利亚强调指出，所有这些模式都只是定性的，而并非是定量的。例如，就基本的归纳模式

$$\frac{\begin{array}{c}\text{A蕴含B}\\\text{B真}\end{array}}{\text{A更可靠}}$$

而言，波利亚指出：“合情推理可以同一个有方向与大小的力相比较。这个结论朝某个方向推我们：A变得更可靠。这个结论也有某种程度：A也许变得可靠得多或者只是微乎其微地多可靠一点，结论没有充分表达出来并且没有得到前提的充分支持。方向为前提所表达、所蕴含；强度却不为前提所表达、所蕴涵。”① 事实上，由上述推广的模式即可看出，结论的可靠性是随B的可靠程度变化的，而对于后者的判断则又因人、因环境而异。由此，我们也就可以更好地理解“合情推理是有争议的和暂时的”。尽管如此，波利亚认为，合情推理作为一种猜想的模式又是有其普遍意义的。波利亚并以概率演算为工具对上述模式的合理性进行了论证；另外，正如波利亚本人所指出的，《数学与猜想》中所给出的大量实例也可被看成关于上述模式合理性的“归纳论据”。

自波利亚于1944年发表他在数学方法论领域内的第一部著作《怎样解题》以来，他的关于数学启发法的研究得到了数学家与数学教育家的高度评价，并已对数学研究、特别是数学教育产生了深远和重大的影响，他的著作也已成这一领域内的经典著作。例如，著名数学家瓦尔登就曾指出：“每个大学生、每个学生，

①数学与猜想，第125—261页。

特别是每个教师都应该读这本引人入胜的书。”① 应当再次强调的是，波利亚的数学启发法的意义事实上并不只限于数学，而是有着更为广泛的普遍意义。

2.2 拉卡托斯的数学发现的逻辑

2.2.1 拉卡托斯的基本立场

以波利亚的工作为基础，其他一些学者也积极从事了数学方法论的研究。在这些新的研究中拉卡托斯所提倡的数学发现的逻辑占有特别重要的地位。拉卡托斯在这一方面的代表性著作是《证明与反驳》。这一著作首次发表于1963年，拉卡托斯在前言中写道：“应当在波利亚对于数学启发法的复兴以及波普尔的批判哲学这一特定的背景下去阅读这一著作”。② 他又写道：“本文的目的是探讨数学方法论的某些问题”；“我是在类似于波利亚和贝尔纳斯的‘启发法’的意义上使用‘方法论’这一名词的”。③ 由此可见，在所说的意义上，拉卡托斯关于数学发现逻辑的研究就可看成对波利亚数学启发法的继承和发展；但是，拉卡托斯的工作在一定意义上又可看成对于波利亚某些观点的直接否定或必要补充，从而，拉卡托斯的数学发现逻辑就具有超出波利亚数学启发法的独立意义。

具体地说，拉卡托斯的数学发现逻辑中的创新成分主要来自波普尔（K.Popper）的批判哲学。波普尔是当代著名的科学哲学家。他对西方学术界中曾长期占据主导地位的逻辑实证主义的科学观进行了深刻批判，并发展起了自己的证伪主义科学观。按照这一观点，科学理论的严格证实是不可能的；与此相反，重要的问题恰恰在于证伪而不是证实：这不仅是指科学与伪科学的分界标

①怎样解题，第iii页。

②，③拉卡托斯，证明与反驳（Proof and Refutation），第XII、第3页。Cambridge univer press，1976.

准是可证伪性而并非可证实性，而且是指科学发展的根本动力即是批判的精神，或者说，“理性的方法即是批判的方法”。

尽管波普尔突出强调了批判方法的重要性，但同时却又认为并不存在任何发现的逻辑。例如、尽管波普尔在科学哲学领域内的第一部重要著作题名为《科学发现的逻辑》，但在这一著作内他却又明确断言科学发现的逻辑是不存在的。他写道：“我上面说到科学家的工作在于提出理论并检验理论。在我看来，在构思或发明理论的最初阶段，既不要求逻辑的分析，也不接受逻辑分析。一个人如何产生一个新的思想——不论是音乐主题，戏剧冲突，还是科学理论，这个问题对经验的心理学来说，是很重要的，但是对于科学知识的逻辑分析来说，是无关的。……我对这个问题的看法是，并没有什么得出新思想的逻辑方法，或者这个过程的逻辑重建”。①

对于波普尔的上述立场拉卡托斯是不赞成的。与此相反，拉卡托斯认为，在追求所谓的万能方法与绝对地否定任何发现的逻辑这两种极端的立场之间存在有第三种的可能性，这就是启发法，也即拉卡托斯所谓的数学发现的逻辑。另外，就启发法的具体内容而言，拉卡托斯又认为，波普尔的批判哲学事实上已经为发现的逻辑奠定了必要的基础。具体地说，拉卡托斯认为，由于数学的特殊性，我们应当充分肯定证明在数学研究中的地位，但是，证明的作用并非在于最终表明某一表述清楚的论断是真的（或者表明它是假的），而只是对原来的朴素猜想加以改进的一个重要环节。另外，作为波普尔的批判方法在数学中的直接应用，拉卡托斯又突出强调了猜想与反驳在数学发现中的作用，并认为归纳是不可靠的。从而，总的来说，拉卡托斯所提倡的就是一种证明与反驳的方法。这就如同他本人所指出的：“数学启发法与

①波普尔，科学发现的逻辑，第5—6页，科学出版社，1986。

科学启发法很相象，倒不是因为两者都是归纳的，而是因为两者都是以猜想、证明和反驳为特征。”①

由于证实在波利亚的数学启发法中占有核心的地位，因此，在所说的意义上，拉卡托斯所提倡的数学发现逻辑就可看成对于波利亚某些观点的直接批评。一般地说，拉卡托斯希望自己的工作能够清楚地表明这样一点：“非形式、拟经验数学的生长，靠的不是单纯地去增加无可怀疑的定理的数目，而是靠思辨和批判、依证明和反驳的逻辑不断地去改进猜想。”②从而，拉卡托斯的工作事实上也就是对于这样一种传统观念的深刻批判，即认为数学的发展就是无可怀疑的真理在数量上的单纯积累。

综上可见，正是波利亚对于启发法的复兴及波普尔的批判哲学为拉卡托斯关于数学发现逻辑的研究提供了必要的基础；但是，这又并非是两者的简单综合，而是一种创造性的工作，并事实上包含了对于波利亚及波普尔某些观点的直接批评。正因为此，拉卡托斯的研究就在一定程度上突破了前者的局限性，并标志着数学方法论的研究达到了新的、更高的水平。

2.2.2 数学发现的逻辑

拉卡托斯所谓的数学发现的逻辑，即证明与反驳的逻辑，又称为证明分析法，其主要内容为：

第一，拉卡托斯指出，我们的讨论是在“问题和猜想的阶段过去以后”开始的，因此，素朴的猜想就构成了证明分析法的实际出发点；另外，拉卡托斯所谓的证明是指对于素朴猜想的不严格的论证或思想实验，从而，我们也就可以说：“证明和反驳的逻辑以最始的由思想实验紧随其后的素朴猜想为出发点”。③

拉卡托斯并曾强调指出，素朴的猜想并不是归纳的结果，而

---

①，②，③拉卡托斯，证明与反驳，第36、5、86页，上海译文出版社，1987。

是靠多次猜想与反驳得出来的。他写道："素朴猜想不是归纳猜想，我们是靠试试错错，经过多次猜想、多次反驳才得到它们的。"①与归纳论者的观点相对立，拉卡托斯认为，如果我们对事实怀有过多的归纳的敬意，就"可能妨碍知识的增长"。②因此，在拉卡托斯看来，我们就应彻底抛弃所谓的归纳方法。

第二，证明分析法的核心思想是：我们应借助于反例对所已给出的"证明"进行分析，并使隐蔽的前提明朗化，从而达到对原先的猜测进行改进的目的。由于证明分析法的最终目标是获得改进了的猜想，因此，这就是一种发现的逻辑；然而，这种发现又是通过证明与反驳作出的，后者则显然属于检验的范围，因此，证明分析法的一个重要特点就是"'发现的逻辑'与'检验的逻辑'的内在统一。"③另外，由于反例的得出是对原来的猜想进行批判的结果，证明分析法事实上则是对原先的不严格的论证或思想实验的批判，因此，批判的精神即可看成证明分析法的精髓所在。

对批判方法的强调显然来自波普尔的批判哲学的影响；但是，拉卡托斯的独到之处却在于他依据数学的特殊性质把这种一般的批判方法发展成了较为具体的证明分析法。

第三，就证明分析法的实际展开而言，主要的环节即是"证明"与反例的交互作用　拉卡托斯写道："我要在证明与反例之间建立某种统一性，某种真正的相互制约。"④具体地说，拉卡托斯在此引进了如下的术语：驳倒引理（但未必驳倒猜想本身）的例子称为"局部性反例"；驳倒猜想本身的例子则称为"全局性反例"。证明分析法主要地即是就出现了全局性反例的情况而言的。拉卡托斯指出，这时我们既不应轻易地抛弃原来的猜想

①，②，③，④证明与反驳，第85、86、35、31页。

（“投降的方法”），或把反例视为“怪物”置之度外（“怪物排除法”），也不应采取对原始猜想加以过度的限制、也即全面撤退的方法（“例外排除法”）去解决矛盾，而应通过证明分析去找出其中的症结，也即努力去确定应对反例的出现“负责”的引理——在全局性反例同时也是局部性反例的情况下，所说的引理是比较容易辨别的；在全局性反例并非局部性反例的情况下，我们则应努力去找出“隐蔽的”引理——这样，通过引入适当的前提，我们就可获得改进了的猜想。

从而，在此也就有如下的启发性规则：

规则 1　如果你有一个猜想，就下功夫证明它并且反驳它。细心检查一下证明，开一份不平淡引理的清单（证明分析）；找出猜想的反例（全局性反例）和可疑引理的反例（局部性反例）。

规则 2　如果你有一个全局性反例，就放弃你的猜想，给你的证明分析添上一条会被反例驳倒的适当的引理，把放弃掉的猜想换成一个改进了的猜想，将添上的引理作为条件并入其中。不准把反例当怪物打发掉。设法把一切“隐蔽的引理”都公开。

规则 3　如果你有一个局部性反例，就检查一下，看看它会不会也是全局性反例。如果真是的，你不难再应用规则 2 。①

另外，由于证明与反例的交互作用是证明分析法的主要环节，因此，拉卡托斯又提出了如下的方法论建议：

“即使我们有一个猜想被反例驳倒了，不妨将反例搬在一边先设法用思想实验作个检验，……从而转向多证多驳法（即证明分析法）。”

又，“即使一个猜想看起来很合乎情理，甚至是自明的，也应当去证明一下。因为，这样也许会觉察出是依赖于很牵强附

①证明与反驳，第55页。

会、很成疑问的引理。反驳这些引理也许会引出对原猜想的某种意想不到的反驳”。①

第四，猜想的改进并不总是在原猜想中引入必要的条件，即是对“过强结论”的批判，而也可以是对“过弱结论”的批判，并由此而引出更为一般的结论。结合反例来进行分析，这也就是指，我们不仅应当善于利用全局性反例，而且也应善于利用局部性（而非全局性的）反例：由于局部性反例所驳斥的仅仅是某个引理（或证明中的某个环节）、而并非主要的结论，这时我们就应设法用未被驳倒的引理去替换被驳倒的引理并获得新的、“加宽了的”猜想。这也就是所谓的“规则4”。

规则4　如果你有一个局部而非全局性的反例，就设法用未被否证的引理换掉被驳倒的引理，来改进你的证明分析。②

一般地说，拉卡托斯认为，我们不应死死停留于某一证明，而应努力去发现新的、更为深刻的证明。也正因为此，拉卡托斯最终就把自己的方法称为“多证多驳法”。

第五，拉卡托斯指出，我们还可用所谓的“演绎猜测法”去引出新的、更为一般的猜想，也即可以由原始猜想出发，通过演绎而引出一连串的猜想，并使其“一个比一个宽，从特殊情况到了越来越一般的情况”。③（从而，我们就有了两种不同的猜测模式，即素朴猜测法和演绎猜测法。）

演绎猜测法也可看成消除反例的一个有效手段。因为，尽管演绎猜测并不以消除反例为直接目标，但是，随着理论的增长，原来的反例就有可能得到解释，并事实上转化为正面的论据。从而，在此又有如下的规则5。

规则5　如果你有任何一类反例，就设法用演绎猜测找出一个更深刻的定理，使它们不再是它的反例。④

①，②，③，④证明与反驳，第58、66、112、89页。

另外，这种新的认识反过来也可以被用于引出原猜想的某种反例（拉卡托斯称之为“启发性反例”）。显然，这就更为清楚地表明了在“证明”与反驳之间所存在的“真正的辩证统一性”。

最后，拉卡托斯在《证明与反驳》中主要是通过所谓的“笛卡儿——欧拉猜想”（这一猜想可简单地表述为：$V+F-E=2$，其中，V、F、E分别代表多面体的顶点数、面数和棱数）的历史发展进行论述的。拉卡托斯不仅希望能通过这一历史案例的分析引出一般的证明分析法，而且希望能由此而引出数学哲学上的明确结论：数学的发展并非是“无可怀疑的真理在数量上的单纯积累”，而是一个充满了猜想与反驳的复杂过程。从而，拉卡托斯研究的一个重要特点就是数学方法论、数学哲学与数学史的密切结合。普遍的看法是，拉卡托斯的这一工作事实上为数学哲学、数学方法论及数学史的研究开辟了一个新的重要方向。

综上可见，拉卡托斯的数学发现的逻辑就是现代数学方法论研究中一个十分重要的进展。

3 化归原则与关系映射反演方法

3.1 化归原则

在数学方法论的研究中，一个十分重要的问题是：与一般的科学家（例如，物理学家）相比，数学家们在思维方法上是否有其独特的地方？对此匈牙利著名数学家罗莎·彼得（Rozsa Peter）在其名著《无穷的玩艺》中曾通过一个有趣的例子进行了分析。罗莎·彼得所给出的例子是这样的：

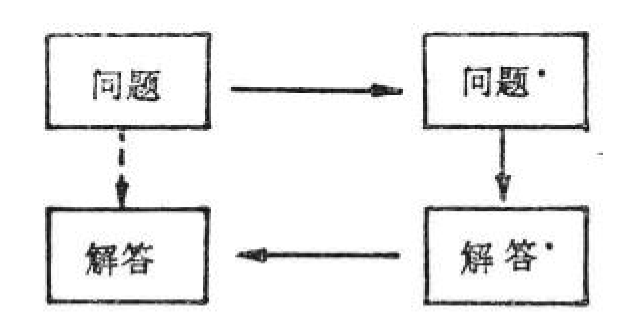
有人提出了这样一个问题：“假设在你面前有煤气灶、水龙

头、水壶和火柴，你想烧开水，应当怎样去做？”对此，某人回答说：“在壶中灌上水，点燃煤气，再把壶放到煤气灶上。”提问者肯定了这一回答。但是，他又追问道：“如果其他的条件都没有变化，只是水壶中已经有了足够多的水，那你又应当怎样去做？”这时被提问者往往会很有信心地回答说：“点燃煤气，再把水壶放到煤气灶上。”但是，这一回答却未能使提问者感到满意，因为，在后者看来，更好的回答应当是：“只有物理学家才会这样做；而数学家则会倒掉壶中的水，并声称我已经把后一问题化归成原先的问题了。”

罗莎·彼得指出，这种思维方式对数学家来说是十分典型的。这也就是说，“他们往往不是对问题实行正面的攻击，而是不断地将它变形，直至把它转化成能够得到解决的问题。”①

从而，如果把“化归”理解成“由未知到已知、由难到易、由复杂到简单的转化”，我们就可以说，数学家思维的重要特点之一，就是他们特别善于使用化归的方法去解决问题。从方法论的角度说，这也就是所谓的“化归原则”。

应用化归原则解决问题的一般模式为：



即如上面所已指出的，与原来的问题相比，经由化归后所得出的问题'应当是已经解决的，或是较为容易、较为简单的。

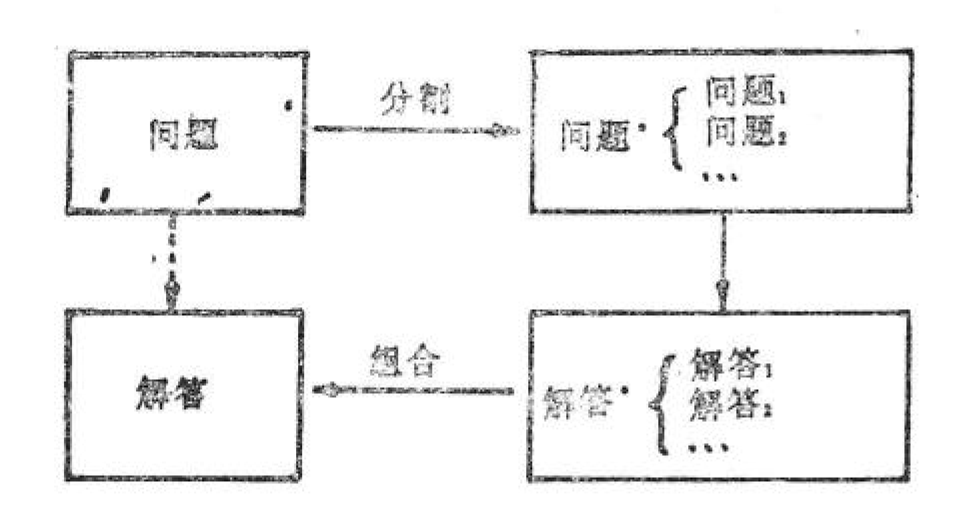
就化归原则的具体应用而言，其中的关键显然在于如何去实现由所要解决的问题向已经解决或较易解决的问题'的转化。数

①罗莎·彼得，无穷的玩艺，第84页，南京大学出版社，1985。

学中用实现化归的方法是很多的。以下即是常用的几种：

3.1.1　分割法

什么是分割法？对此可以用法国著名哲学家、数学家笛卡儿的一段话来回答。那就是："把你所考虑的每一个问题，按照可能和需要，分成若干部分，使它们更易于求解。"一般地说，利用分割法解决问题的过程可以归结为：



例如，在几何中我们就经常通过形体的分割来求得较为复杂的图形或立体的面积和体积。即如

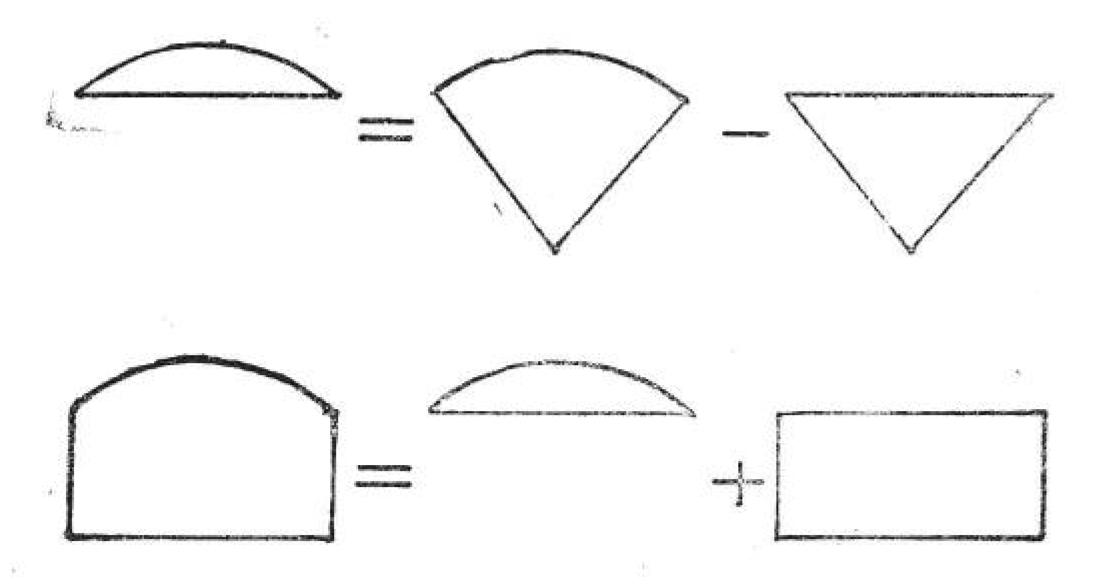


图 3.1

另外，几何作图中经常用到的“轨迹交会法”也可看成利用分割法解决问题的典型例子。具体地说，为了求得满足指定条件的对象（例如，点），我们可以首先对所说的条件进行分割，然后，只要分别求得满足各个“部分条件”的对象的集合（即相应的“轨迹”），通过求取其公共部分（也即所谓的“交会”），我们就可立即求得满足原来条件的对象。

例如，为了求得三角形ACB的外接圆的圆心，即满足条件$OA=BO=OC$的点O（图3.2），可以首先把这一条件分割成$OA=BO$和$OB=OC$，然后，只要分别作出满足这两个部分条件的轨迹，即线段AB及线段BC的垂直平分线，其交点就是所要求作的三角形外接圆的圆心。

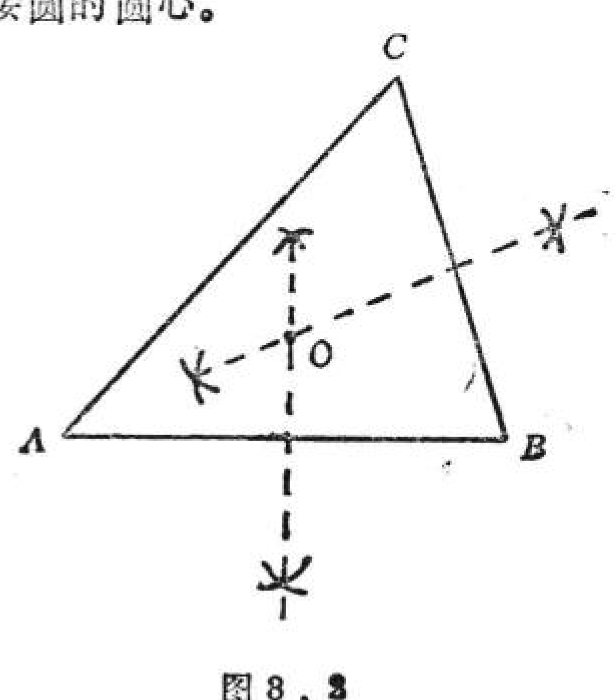


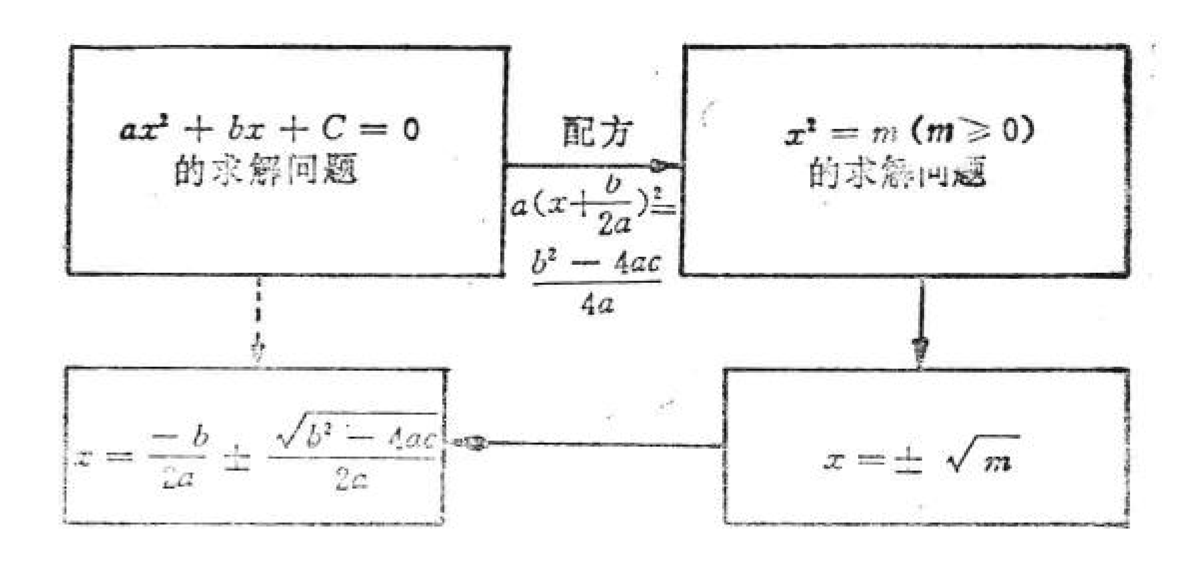
图8.2

3.1.2 特殊化方法

相对一般而言，特殊问题的解决往往是比较容易、较为简单的，因此，数学中就经常用到由一般向特殊的化归。

例如，由于特殊类型的一元二次方程$x^2=m(m\geqslant 0)$的求解问题是容易解决的，因此，只要能把一般的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$转化成这种特殊类型，一元二次方程的求解问题就得

到了解决。这也就是初等代数中所谓的"配方法"。



就一般向特殊的化归而言，前者可以表示成后者的线性组合的情况是特别简单的。这也就是所谓的"叠加法"。例如，为了证明"圆周角等于同弧所对的圆心角的一半"，可以首先就圆心在圆周角的一边上这一特殊情况进行分析：这时显然有$\angle ACB=\angle OBC$，从而就有$\angle AOB=\angle ACB+\angle OBC=2\angle ACB$（图3.3甲）。进而，由于圆心不在圆周角一边上的一般情况可以看成上述特殊情况的线性组合，即或者有$\angle ACB=\angle DCB+\angle ACD$或者

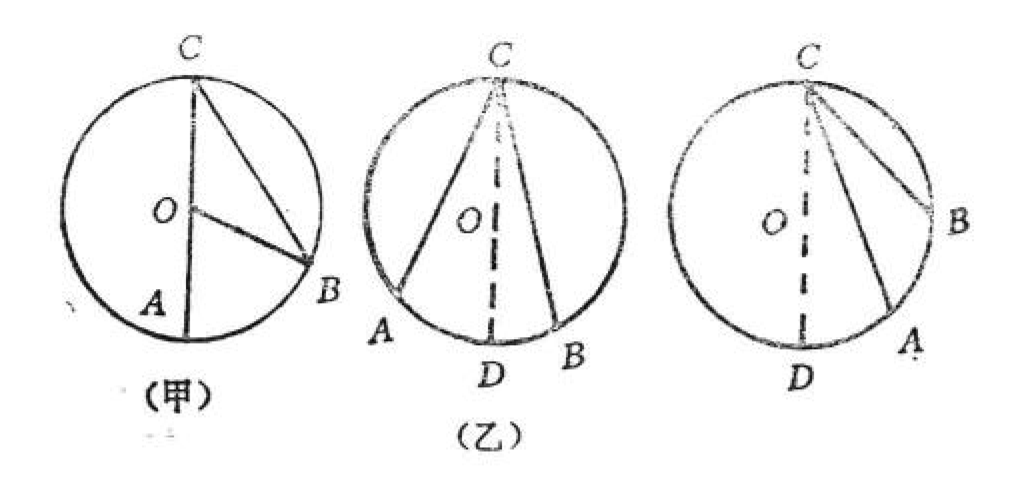


图3.3

有$\angle ACB=\angle DCB-\angle ACD$（图3.3乙）。这样，所说的结论就得到了证明。

3.1.3　恒等变形法

在数学中，恒等变形也常常被用以实现由未知（难、复杂）向已知（易、简单）的化归。

例如，由于“一项乘积为零，当且仅当它的某一因子为零”，因此，利用因式分解我们就可很快求得一些较为简单的方程的解。

如求解方程　$x^3-5x^2+6x=0$

由于　$x^3-5x^2+6x=x(x-2)(x-3)$，

因此原方程即为　$x(x-2)(x-3)=0$

从而得解　$x_1=0$，$x_2=2$，$x_3=3$

类似地，在求解三角方程时，三角式的恒等变形就是十分有用的。

如求解方程　$\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$

由于

$$\sin x-\sqrt{3}\cos x=2(\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x)$$

$$=2(\cos\frac{\pi}{3}\sin x-\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos x)$$

$$=2\sin(x-\frac{\pi}{3}),$$

因此，原方程即为　$2\sin(x-\frac{\pi}{3})=\sqrt{2}$，

即　$\sin(x-\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故有解

$$\begin{cases}x=2k\pi+\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\\ x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\end{cases}\quad（k\text{为整数}）$$

在一些特殊的情况下，为了得到所希望的化归，数学家们还必须引进若干参数，从而就有所谓的“参数变异法”。

例如，为了将三次方程$x^3+px+q=0$转化成二次方程来求

解，数学家们引进了参数u和v，并令

$$x=u+v,$$

这时原方程就变形为 $(u+v)^3+p(u+v)+q=0$

即 $u^3+3u^2v+3uv^2+v^3+pu+pv+q=0$

也即 $u^3+(3uv+p)u+(3uv+p)v+v^3+q=0$

从而，如果取 $3uv=-p$，对这样选择的u和v就有：

$$\begin{cases} u^3+v^3+q=0 & ① \\ 3uv+p=0 & ② \end{cases}$$

由于②式可变形为 $u\cdot v=-\frac{p}{3}$，即$u^3\cdot v^3=-\frac{p^3}{27}$，因此，由二次方程的有关知道可以知道，$u^3$和$v^3$就是二次方程

$$y^2+qy-\frac{p^3}{27}=0$$

的解。进而我们也就可以求得原来的三次方程的解。

显然，参数变异法的核心即在于通过引进参数使问题的表现形式或解的结构处于可变的状态之中，这样，我们就可通过参数的适当选择实现所希望的化归。

综上可见，化归原则在数学中有着十分广泛的应用；也正因为此，这一方法本身就随着数学的发展不断得到了丰富和深化。具体地说，下面所介绍的关系映射反演方法就可看成化归原则这一一般的方法论原则在现化数学形式下的进一步发展及主要表现。

3.2 关系映射反演方法

3.2.1 从映射法到关系映射反演方法

与分割法等相类似，映射法也可被认为是实现化归的一个重要手段。

例如，为了求得$s=\frac{729^2\times\sqrt[3]{3.24}}{12.01^5}$，可以用对数计算法计算

如下：

① 取对数

$$\lg s=\lg\left(\frac{729^2\times\sqrt[3]{3.24}}{12.01^5}\right)$$

$$=2\lg729+\frac{1}{3}\lg3.24-5\lg12.01$$

② 查表计算

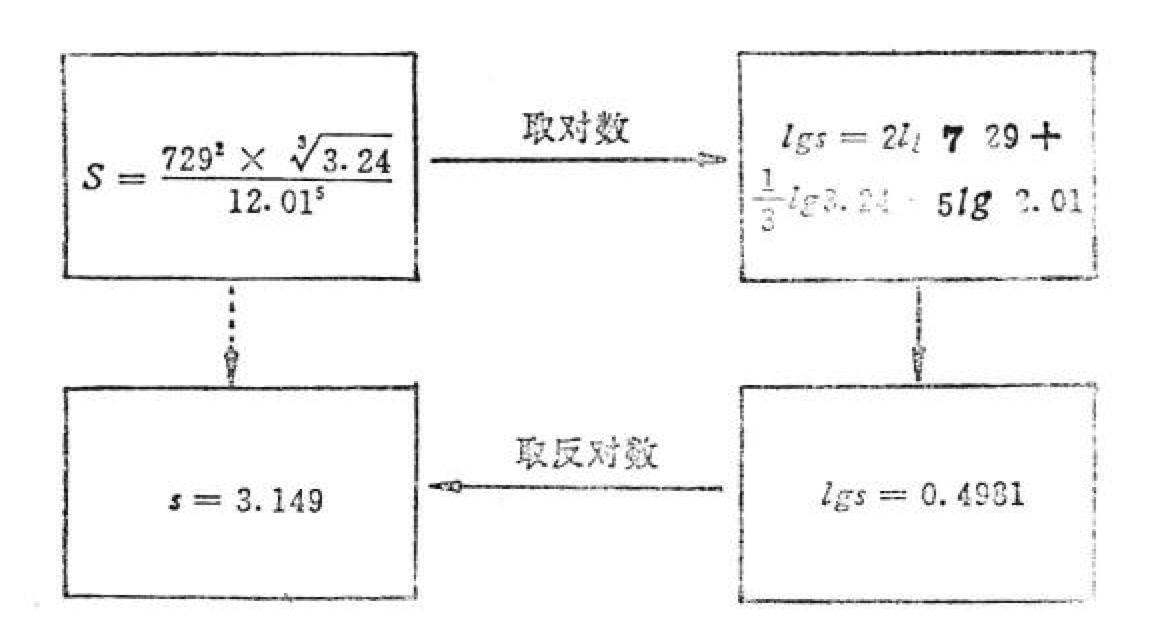
$$\lg s=2\times2.8627+\frac{1}{3}\times0.5105-5\times1.0795$$

$$=0.4981$$

③ 取反对数

$$s=3.149$$

显然，我们在此即是通过对数映射（s→lgs）把一个较为复杂的计算转化成了较为简单的计算。即



又如，为了证明"三角形的三条高交于一点"，可以采用如下的"计算法"：

如图3.4所示，以BC边为x轴，BC边上的高AD为y轴建立坐标系。不失一般性，可设A、B、C三点的坐标分别为$A(0,a)$、$B(b,0)$、$C(c,0)$。依据解析几何的有关知识，立即可

以求得三角形三条边所在直线的斜率分别为：

$$k_{BC}=0;\ k_{CA}=-\frac{a}{c};\ k_{BA}=-\frac{a}{b}.$$

进而，三条高所在直线的方程分别为

AD：$x=0$；

BE：$cx-ay-bc=0$；

CF：$bx-ay-bc=0$。

这三个方程显然有公共解：

$$\begin{cases}x=0\\ y=-\dfrac{bc}{a}\end{cases}$$

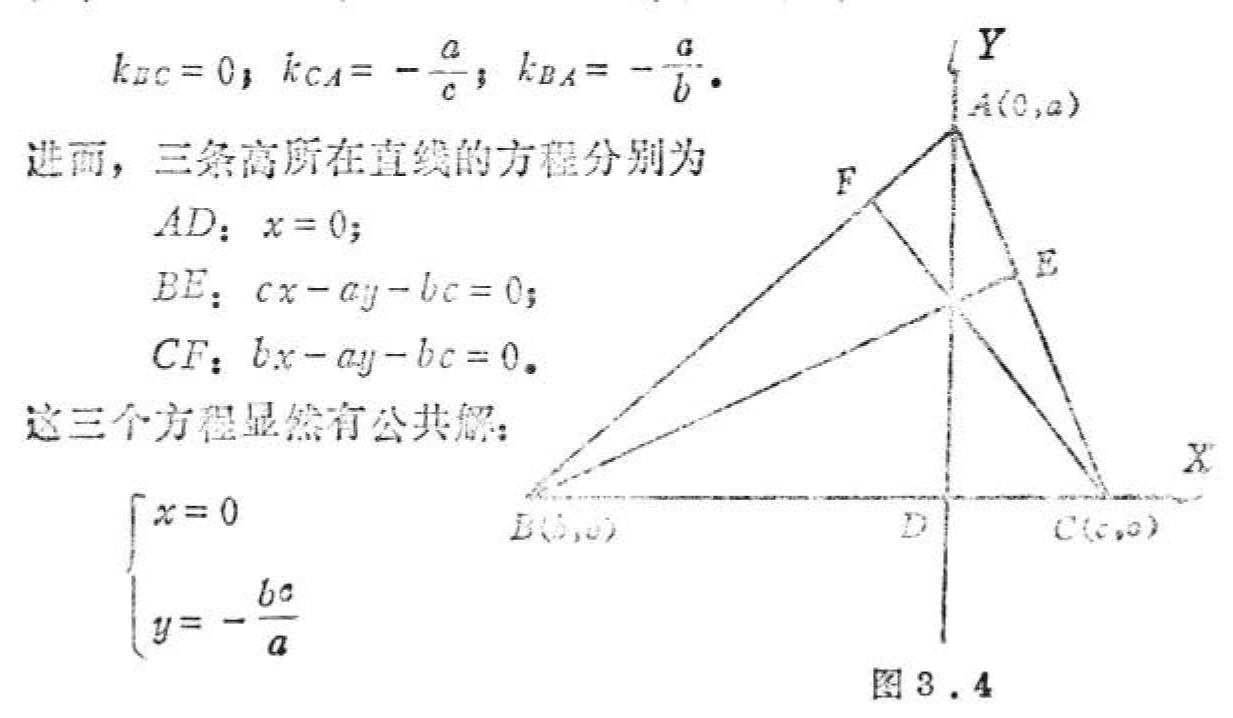
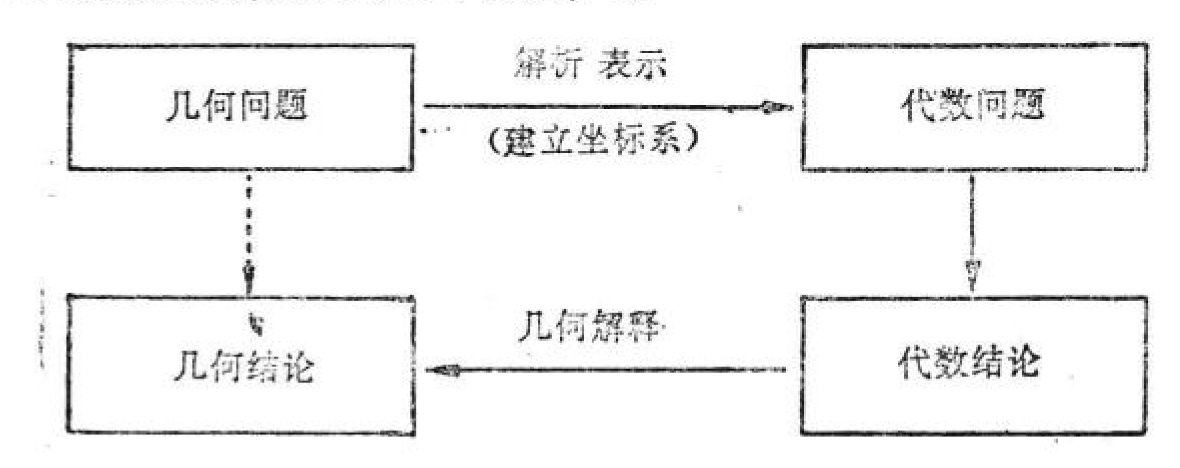


图3.4

从而就证明了三角形的三条高交于一点。

容易看出，这种“计算法”的实质即是通过建立坐标系在点（曲线）与数组（方程）之间建立对应关系，从而把几何问题转化成代数问题，这样，我们就可用代数方法（特殊地，计算法）来从事几何问题的研究了（诸如几何定理的证明）。一般地说，这也就是解析几何的基本方法，即



将上面两个例子与前节中关于化归原则的其他例子加以比较，不难看出，这种借助于映射而实现的化归具有以下的新特点：

第一，在这两个例子中，通过映射我们不仅解决了原来的特殊问题，而且事实上建立了一个普遍的模式，或者说一种普遍有效的方法，即所谓的对数计算法及解析方法，用此即可有效地解决颇为广泛的一类问题。

具体地说，解析方法事实上就为我们提供了这样一种对曲线进行研究的普遍方法：①根据曲线的几何条件，求得它的方程；②依据方程的代数性质去研究相应曲线的几何性质。例如，我们就可按照这样的程序去对椭圆、抛物线、双曲线等进行具体的研究。类似地，对数计算法显然也适用各种较为复杂的计算问题，因为，通过对数映射，我们即可把乘、除、乘方、开方等较为复杂的运算分别转化成加、减、乘、除等较为简单的运算。

第二，解析方法和对数计算法之所以具有上述的功能，主要是因为我们在此并非仅仅是在两个具体的问题（问题、问题*）之间实现了转化，而事实上是在两个对象系统之间建立了对应关系。例如，在解析几何中，我们通过建立坐标系在平面点集与二元实数偶的集合之间（进而，在曲线与具有两个变量的方程的集合之间）建立了对应，由于平面点集是一种几何结构，实数集则是一种代数结构，因此，这里所做的事实上就是在整体上实现了由几何向代数的化归。另外，在对数计算中，我们则是通过对数函数在正实数集与实数集这两个代数结构之间建立了对应。由于积与商的对数分别等于对数的和与差，幂的对数等于底数的对数与指数的积，等等，因此，这也就在整体上实现了由较复杂的运算向较简单运算的转化。

通常把彼此之间具有确定的数学关系（例如，运算关系、序关系等）的数学对象的集合称为关系结构。从而，我们就可以说，解析方法与对数计算法事实上是在两个关系结构之间建立了对应关系。

第三，在解析几何和对数计算的实例中，由复杂到简单、由

难到易的转化，都是在严格的数学形式下、即是通过在两个关系结构之间建立明确的对应关系得以实现的。例如，在建立了坐标系以后，平面上任何一个点都唯一地确定了一个实数偶，反之亦然；类似地，在确定了对数的底数以后，任一正实数都具有唯一的对数，反之亦然。不难看出，这种精确的对应关系保证了相应结论的可靠性（准确性）。

明确的对应关系在数学中被称为映射关系。由于在上述过程中所说的对应是在相反的方向上两次得到了应用，即首先被用于由原来的问题去引出新的问题'，后来又被用于由相应的解答'去引出所寻求的解答，因此，在此又有必要对映射及其逆映射（反演）作出明确的区分。

综上所述，我们就应把所谓的映射法更明确地称之为“关系映射反演方法”。由上面的讨论可以看出，由一般的化归原则到关系映射反演方法的发展是方法论上的一次重要进步。

3.2.2 关系映射反演方法综述

①数学对象与关系结构

数学对象在此泛指各个具体的数学理论中所涉及的各种数学概念。如数、量、向量、变数、函数、方程、泛函、函数族、点、线、面、几何图形、空间、集合、运算、算子、映射、随机变数、概率、分布、测度、级数、导数、积分、模糊集合、群、环、域、范畴、代数系统、基数、序数、邻域、单子、非标准实数、数学模型、滤集等。

数学对象之间的确定关系称之为数学关系。如运算关系、序关系、拓扑关系、函数关系、泛函关系、相容关系、不相容关系等。彼此之间具有某种或某些数学关系的数学对象的集合就称为关系结构。

②映射与反演

凡在两类数学对象或两个数学集合的元素之间建立了一种

"对应关系"，就定了一个映射。例如，代数中的线性变换，几何中的射影变换，分析学中的变数变换、函数变换、数列变换、积分变换，以及拓扑学中的拓扑变换等，都是映射概念的熟知例子。

设φ是一个映射，它把集合$s=\{a\}$中的元素映入（或映满）另一集合$s^*=\{a^*\}$，其中a^*表示a的映像，a称为原像，这时可记作

$$\varphi: s\longrightarrow s^*, \qquad \varphi(a)=a^*.$$

特殊地，如果s还是一个关系结构，而φ能够将s映满s^*，则可记：

$$s^*=\varphi(s),$$

并称s^*为映像关系结构。

最后，如果φ是可逆的话，就把φ的逆映射称为**"反演"**，并记为φ^{-1}。从而就有

$$\varphi^{-1}: s^*\longrightarrow s$$

③　关系映射反演方法

在关系映射反演方法的具体应用中，所面临的问题往往是如何去确定关系结构s中的某一未知性状的对象x。我们称这样的对象x为目标原像，而把x在映射φ之下的映像$x^*=\varphi(x)$称为目标映像。

其次，我们把所有由数值计算、代数计算、解析计算（包括极限手续等）、逻辑演算以及数学论证等步骤作成的形式过程都称为数学手续。相对于给定的具有目标原像x的关系结构s，如果有这样一个可逆映射φ，它将s映成映像关系结构s^*，在s^*通过某种形式的有限多步数学手续，能够把目标映像$x^*=\varphi(x)$一义地确定下来，就称φ为可定映映射。

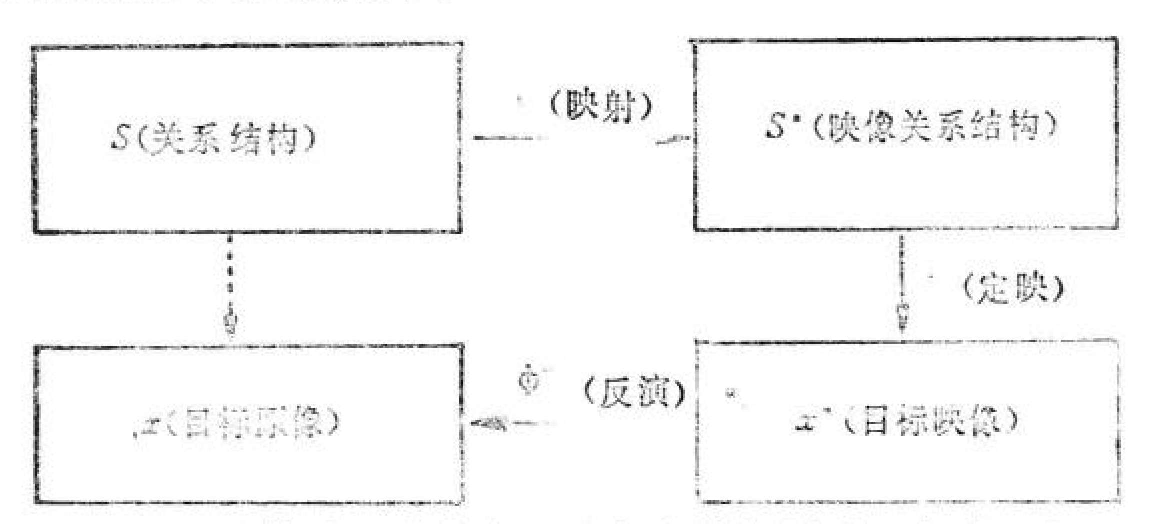
再次，如果所说的可定映映射φ的逆映射φ^{-1}具有能行性，我们即可由目标映像x^*求得目标原像x，这样，原来的问题就得到

了解决。

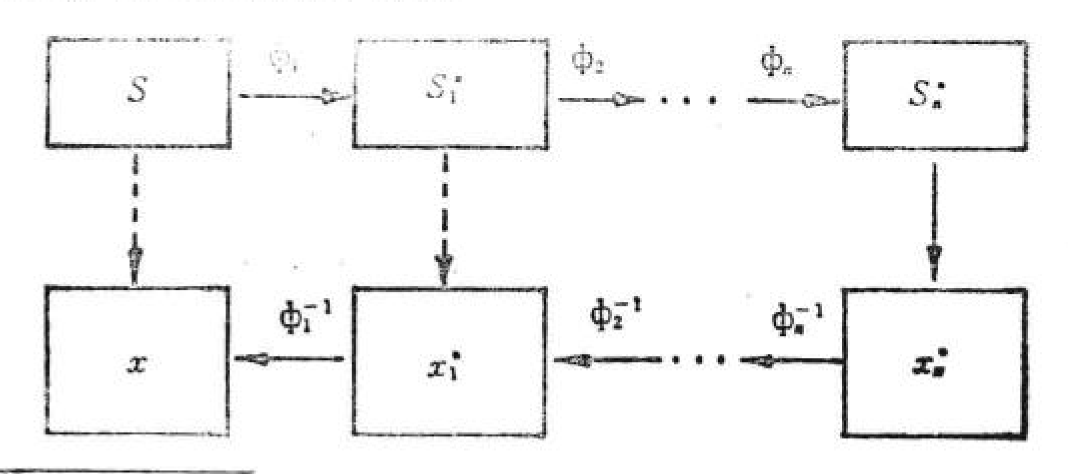
综上所述，对于关系映射反演方法就可表述如下：

对于含有某个目标原像x的关系结构s，如果能找到一个可定映映射φ：$s\longrightarrow s^*$，使得在s^*中通过某种形式的有限多步数学手续即能把目标映像$x^*=\varphi(x)$确定下来，而且，相应的逆映射φ^{-1}又具有合乎问题需要的能行性，那么，我们就可通过“关系、映射、定映、反演”等步骤求得目标原像x。

为方便起见，可以把关系(Relationship)映射(Mapping)反演(Inversion)方法简称为RMI方法。① 应用RMI方法解决问题的过程可以表示如下：

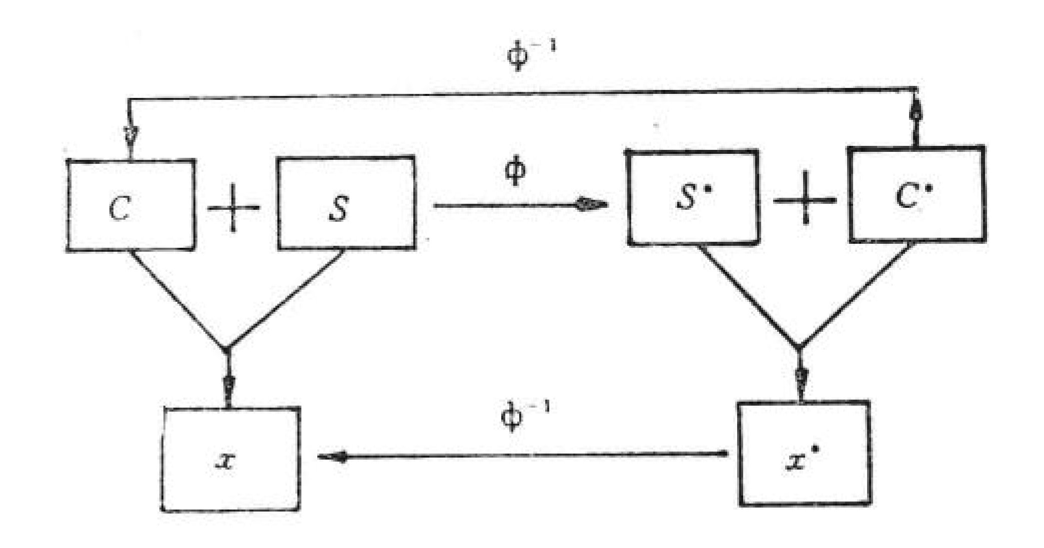


最后，应当指出，在求解较为复杂的问题时，有时可能需要借助多步的RMI程序。即如



① RMI方法是由我国著名数学家徐利治教授首先提出的。

另外，这又往往并非是严格的"单向过程"，因为，在解题的过程中，人们有时会发现原来给定的关系结构s中的关系不够充分（即条件不够充分），以致找不到定映方法去确定目标原像x，这时人们就常常设想定映方法ϕ和目标映像$x^*=\varphi(x)$已经存在，并运用逆推法去求出有关的条件c^*，然后再通过反演φ^{-1}把相应的条件c追补到s上。上述的解题过程可以大致表示如下：



这就是所谓的"动态的关系映射反演方法"

3.2.3　关系映射反演方法的各种用法

关系映射反演方法在现代数学研究中有着十分广泛的应用。就应用的范围而言，这一方法不仅可以被用以解决诸如求取某个未知量这类具体的数学问题，也可以被用以解决涉及到理论的整体性结构这样一种具有更高"层次"的数学问题；另外，就应用的性质而言，关系映射反演方法又不仅可以被用以得出问题的肯定性解答（即按照原来的要求去解决问题），也可以被用以得出问题的否定性解答（即证明原来的问题是不可能得到解决的）。

利用关系映射反演方法去证明数学理论的相对相容性可以看成解决更高层次上的数学问题的典型例子。如所知，如果在一个数学理论中得出了两个互相矛盾的结论，就称这一理论是不相容的，否则就称为是相容的。对于一些高度抽象的数学理论来说，

由于其真理性不可能直接建立在经验之上，又由于包含有互相矛盾的命题的理论显然是不可接受的。因此，为了证明这些理论的合理性，一个首要的问题就是如何从理论上去证明它们是相容的。由于理论的相容性涉及到了这一理论的整体性结构，因此，与其他的具体问题相比，（诸如如何去证明一个具体的数学定理，）这就具有更高的层次；又由于关系映射反演方法即是在两个关系结构之间建立了联系，因此，后者就常常被用以证明某一数学理论对于另一数学理论的相对相容性。

例如，罗氏几何的相对相容性最早是由意大利数学家贝特拉米（E. Beltrami）在1868年给出的：贝特拉米首先在欧氏几何的一个曲面（伪球面）与罗氏平面之间建立了对应关系，也即给出了这样的“翻译”规则，依据这一规则，罗氏平面几何中的对象（点、直线）及对象之间的基本关系（如“点在直线上”等）可以在欧氏空间的这一曲面上得到解释。其次，贝特拉米又证明了，在这样的映射下，罗氏几何中的公理所对应的都是欧氏几何中的定理。这样，罗氏几何对于欧氏几何的相对相容性就得到了证明，因为，如果罗氏几何中包含有两个互相矛盾的结论，那么，通过上述的“翻译”，在欧氏几何中也一定可以找到两个互相矛盾的结论；反之，如果欧氏几何是相容的，罗氏几何也就一定是相容的。

上述证明在数学的历史发展中具有特别重要的意义：它从理论上证明了非欧几何的合理性，而非欧几何的建立则被认为是数学现代发展的实际起点。显然，这也就清楚地表明了关系映射反演方法的重要性。

作为利用关系映射反演方法得出问题的否定性解答的典型例子，可以看几何三大难题不可解性的证明。

所谓几何三大难题，是指由古希腊人提出的三个尺规作图问题：

①圆化方问题：要求作一个正方形，使其面积等于已知圆的面积，也即要作出长度为$\sqrt{\pi}$的线段。

②倍立方问题：要求作一立方体，使其体积等于原立方体体积的两倍，也即要作出长度为$\sqrt[3]{2}$的线段。

③三等分角问题：要求把任意角三等分。

为了解决这三个问题，人们曾作了长期的努力，但最终却证明了这些问题是不可能解决的，而这种"不可能性"的证明主要就建立在关系映射反演方法之上。由于这一证明相当繁琐，这里就只对其基本思想作一简单的介绍。

在以上①、②两题的陈述中，我们把作图要求转化为求作长度为$\sqrt{\pi}$与$\sqrt[3]{2}$的线段，这实际上已经用到了形数对应法则。一般地说，为了建立尺规作图可能性准则，我们也必须应用解析几何的形数对应方法。

具体地说，分析一切作图的基本步骤，无非是要确定一些点的位置。在笛卡儿坐标平面上，点的位置由纵横坐标所确定。因此，作图过程的基本步骤又可归结为求作定长的线段。如众所知，一旦取定单位长线段对应于数量1之后，数轴上那些代表有理数的坐标点，便可用尺规作出。如果考虑的是笛卡儿坐标平面，则一切以有理数为纵横坐标的位置点便都可以用尺规作出。这些点可统称为有理点。当然，我们还可用直尺作出任意两个有理点的联线，用圆规（和直尺）作出长度为各个有理数的平方根或平方根的平方根的线段，等等。

一般地说，在上述平面上，使用直尺作出的直线，使用圆规作出的圆周，它们的方程无非是如下的形式：

$$ax+by+c=0;$$

$$(x-d)^2+(y-e)^2=r^2.$$

其中a、b、c、d、e、r等都是由有理数出发经过有限次加、减、乘、除和开平方等五则运算得出的数量。由于所谓尺规作图即是

指仅仅利用直线与直线、直线与圆周、圆与圆相交这样几种方式去确定点的位置，因此，从形数对应的观点来看，这些点的坐标就是由相应的两个一次联立方程、一次与二次联立方程、两个二次联立方程的代数解法来确定的，这也就是由有理数出发经过有限次加、减、乘、除、及开平方等五项运算表示出来的数量。由于尺规作图所可能作出的仅限于这类形式的数量，因此，我们也就可以以此为准则去判断哪些作图题可以用尺规解决，哪些则不能。

就倍立方问题与圆化方问题而言，根据伽罗华理论及林德曼关于π和$\sqrt{\pi}$都是超越数的证明，$\sqrt[3]{2}$和$\sqrt{\pi}$都不属于上述尺规作图准则所确定的数量范围，因此，这两个问题都是尺规作图所不可能解决的问题。另外，为了证明三等分角问题不能解，只须以60°角为例进行分析即可。为把60°角三等分，必须用尺规作出数量sin20°或cos20°。在熟知的三角恒等式$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$中置$x = 20°$，即有

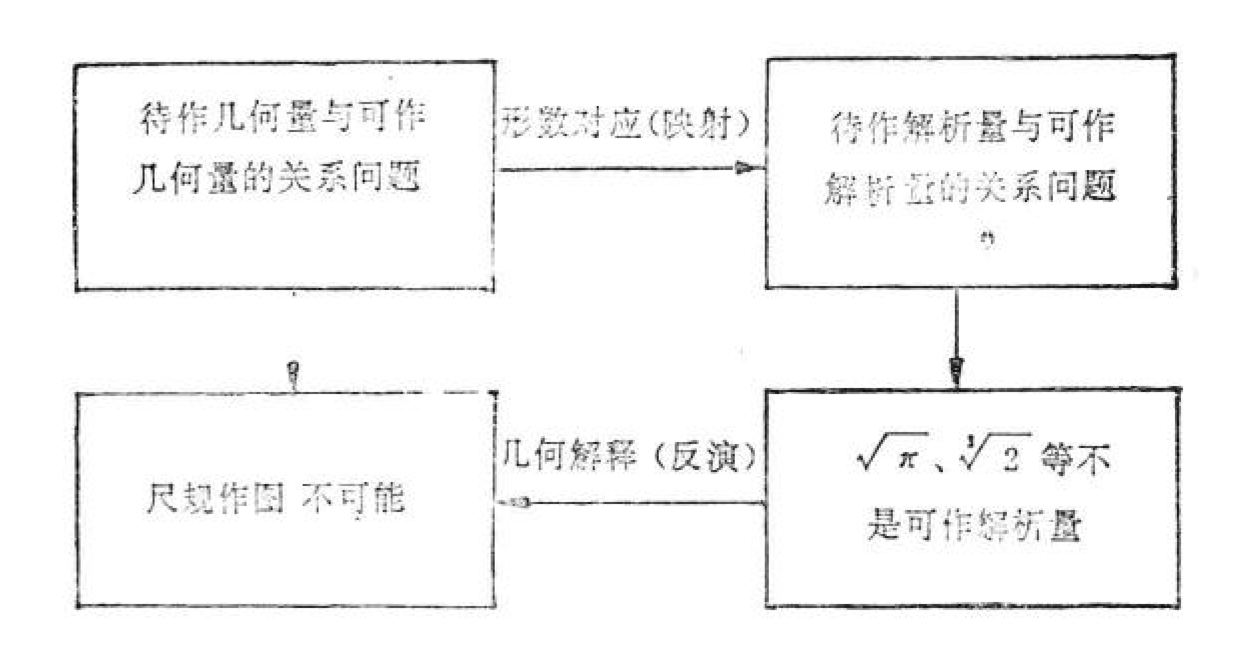
$$\cos 60° = 4\cos^3 20° - 3\cos 20°.$$

设$\cos 20° = y$，上式即为y的三次方程

$$4y^3 - 3y - \frac{1}{2} = 0.$$

利用三次方程的求解知识，可以验明这一方程有一个正实根、两个负实根，它们都必须用有理数的立方根表示出来，而不可能表示为尺规作图准则中的数量形式。对sin20°也可作出同样的分析。因此，即使是60°角的三等分问题也是不可能解决的。

从给定的初始线段出发，凡能由尺规作图得出的一切线段，统称为可作几何量。这些量构成一个类。几何三大难题要求作出的线段可称为待作几何量。在形数对应下它们所对应的数量分别为$\sqrt{\pi}$、$\sqrt[3]{2}$和cos20°等。于是，以上所述尺规作图不可能性的推理过程就可表示如下：



三大几何难题不可能性的证明在数学的历史发展中也具有十分重要的意义。首先，它结束了延续两千年之久的一件“公案”，从而避免了后来者在这些问题上再去无谓地耗费时间和精力。其次，从方法论的角度看，这一研究表明在数学中我们不仅应当寻求正面的、肯定性的解答，也应考虑可能的、否定性解答。最后，这也就从又一角度表明了关系映射反演方法的重要性及其应用的广泛性。

4　数学抽象的定性分析与定量分析

4.1 数学抽象的一般分析

所谓抽象，在最一般的意义上，是指这样一种思维活动，即是由具体事物中抽取出相对独立的各个方面、属性、关系等。被抽象出来的方面、属性、关系等即以其“抽象性”与具体事物的“具体性”相对立。由于数学抽象是一种特殊的抽象活动，即是指数学中特有的抽象思维活动，因此，除一般共性外，数学抽象

又具有自己的特殊性质。对此可以从抽象的内容、方法及量度这样几个方面予以具体说明。

4.1.1　数学抽象的特殊内容

抽象性通常被认为是数学的一个基本特性。例如，前苏联的著名数学家亚历山大洛夫(А.Д.Апексанлров)就曾写道："抽象性在简单的计算中就已经表现出来。我们运用抽象的数字，却并不打算每次都把它们同具体的对象联系起来。我们在学校中学的是抽象的乘法表——总是数字的乘法表，而不是男孩的数目乘上苹果的数目，或者苹果的数目乘上苹果的价钱等等。""同样地，在几何中所研究的，例如，是直线，而不是拉紧了的绳子，并且在几何线的概念中舍弃了所有性质，只留下在一定方向上的伸长。总之，关于几何图形的概念是舍弃了现实对象的所有性质只留下其空间形式和大小的结果。"① 显然，亚历山大洛夫的这一论述不仅指明了数学的抽象特性，而且也在一定程度上指明了数学抽象的特殊内容："我们运用抽象的数字，却并不打算每次都把它们同具体的对象联系起来"；"关于几何图形的概念是舍弃了现实对象的所有性质只留下其空间形式和大小的结果。"从而，所有数学对象就都是抽象思维的产物；而所谓数学抽象，就其最基本的意义而言，则是指由具体事物抽取出量的方面、属性或关系。

对于所说的"量"，必须有正确的理解。严性地讲，量是一个哲学概念，即是量与质这一哲学基本范畴中的一个环节。具体地说，质是指一事物区别于他事物的一种内部规定性；与此相反，量则是指事物存在的规模、方式以及发展的程度、速度等，从而就是与质的规定性直接相对立、同时又是相互补充的。

①亚历山大洛夫等，数学一它的内容、方法和意义，第一卷，第1页．科学出版社，1958。

例如，任何具体事物都具有自己特殊的物理性质、化学性质，……这类质的问题就构成了各门自然科学特定的研究对象；另外，由于任何质都必然表现为一定的量，因此，定性的研究就必须辅以定量的研究，而数学所从事的则正是纯粹的量的研究。

与其他自然科学一样，数学有一个历史发展的过程，这事实上也就是"量"的概念不断得到扩充及演变的过程。例如，从历史的角度看，"数"和"形"曾是"量"这一概念的两个最基本的意义。正因为此，也就有如下的说法："数学是研究数量关系和空间形式的一门科学"——相应地，代数（算术）与几何就曾被认为是数学的主要内容。然而，必须明确的是，随着实践的发展，"量"的概念已经突破了这一历史的局限性。因此，如果在今天仍然机械地去坚持上面的说法就是不妥当的。一般地说，"量"的概念必将随着实践的发展展示出更为丰富的内容，从而，与上述的"传统定义"相比，较为合理的说法就是：数学是量的科学。显然，这也就清楚地表明了数学抽象的特殊内容：数学是从量的侧面反映客观实在的，即在数学抽象中我们完全舍弃了事物的质的内容而仅仅保留了它们的量的属性。这种特殊的抽象内容也就是数学与其它自然科学的根本区别所在。

4.1.2 数学抽象的特殊方法

由人类文化学及发生认识论的研究可以知道，无论就人类整体或个体而言，在较低下的水平上即可看到数学思维的"雏型"，诸如关于事物的"多少"及其在外形上的"差异"的直观判断等。但是，这些又不能被看成真正的数学思维，因为，在所有这些活动中，人们并没有能由具体事物中抽取出量的方面、属性和关系并形成相对独立的数学对象。与这种素朴的认识相对立，在严格的数学研究中无论所涉及的对象是否具有明显的直观意义，我们都只能依靠相应的定义去进行（演绎）推理，而不能求助于直观。例如，在三角形的研究中，学生们都清楚地知道：

我们所研究的并非是黑板上所画的那个三角形，也不是那个木制的三角尺，而是一般的三角形。由于这种“一般的三角形”与“没有大小的点”、“没有宽度的线”、“没有厚度的面”等概念一样，都只是抽象思维的产物，而并非客观世界的真实存在，因此，在严格的数学研究中，我们就只能依靠相应的定义去进行推理论证，而不能求助于直观。显然，按照这样的分析，数学的抽象思维事实上就是一种“构造性”的活动，而数学的研究对象则应当说是“纯粹的量”——它们是借助于明确的定义逻辑地得到“建构”的。

数学抽象的上述逻辑特性，即数学抽象在方法上的特殊性，也是数学的本质特点之一。事实上。只有借助于所说的“逻辑构造”，数学对象才能由内在的思维活动转化为“外部的”独立存在，数学的结论也才有可能摆脱思维活动所必然具有的“个体性”而获得作为科学知识所必须具有的“普遍性”。例如，同一个数学概念，诸如平行线的概念，在不同的人那里完全可能具有不同的“心理图像”；但是，数学中所研究的却是由这一概念的定义所能推出的逻辑结论，而这显然是一种“客观的”知识。

按定义方式的不同，对数学对象的“逻辑构造”可以作出如下的区分：第一，大部分数学对象是借助于其他的概念明显地得到定义的，从而，它们就是所谓的“派生概念”。例如，圆可以定义为“到定点（圆心）的距离等于定长的点的轨迹”，抛物线可以定义为“到定点（焦点）与定直线（准线）距离相等的点的轨迹”；等等。第二，那些更为基本的对象，即所谓的“初始概念”，则是借助于相应的公理系统“隐蔽地”得到定义的。例如，在希尔伯特（D.Hilbert）那里，传统的几何题材得到了更为严格的处理。希尔伯特指出，几何学的研究对象（点、线、面）的性质在于它们的相互关系，对此可以用“在…之上”、“在…之间”、“合同于”、“平行于”、“连续”这样一些概

念来刻划，而这些概念的严格涵义则又完全取决于相应的公理，即联结公理（I_1—I_8）；次序公理（II_1—II_4）；合同公理（III_1—III_5）；平行公理（V）；连续公理（V_1—V_2）①。显然，这些公理事实上就是相应数学对象的"隐定义"，因为，后者的性质即是由这些公理唯一决定的，也即只是借助于这些公理所说的对象才得到了"建构"。

由于派生概念是借助于初始概念得到定义的，而又正如希尔伯特的几何公理系统所清楚地表明的，公理作为初始概念的"隐定义"所刻划的则是各个初始概念的相互关系，从而，从这样的角度、也即从理论的高度去进行分析，数学的研究对象就并非是单个的、孤立的概念，而是具有丰富数学内容的概念系统，这也就是所谓的数学结构（量化结构）。

从而，与前述的"数学是量的科学"这一过于简单的"定义"相比，以下的说法就是更为恰当的：数学是通过相对独立的（数学）结构的建构、并以这些结构为直接对象从事客观世界量性规律性的研究的。

4.1.3　数学抽象的特殊程度

除去抽象的内容和方法以外，数学抽象的特殊性还表现在抽象的量度上：数学抽象所达到的程度远远超出了其他科学中的一般抽象。

首先，尽管一些基本的数学概念具有较为明显的直观意义，但数学中又有很多概念并非建立在对于真实事物的直接抽象之上，而是较为间接的抽象的结果，即是在抽象之上进行抽象，由概念去引出概念。例如，1、2、3等概念无疑建立在对真实事物的直接抽象之上；但是，那些较大的数则不可能是直接抽象的结果，而是建立在已有概念的抽象分析之上：一旦人们认识到

①详可参见M·克莱因，古今数学思想，第四册，第81—83页，上海科学技术出版社，1981。

“加一”的运算可以无限制地继续下去，由所已建立的数1、2、3等出发，就立即得到了自然数的无限序列：1，2，3，…n，n+1…。

其次，更为重要的是，数学中还有一些概念与真实世界的距离是如此之遥远，以致常常被认为是“思维的自由想象和创造物。”例如，虚数i的引进就是这样的典型例子。在历史上虚数的引进在最初主要是由于方程研究的需要。如代数学家卡当（J.Cardan）在求解方程$x\cdot(10-x)=40$时，就曾指出过分别为$5\pm\sqrt{-15}$（即$5\pm\sqrt{15}i$）的两个根。卡当指出，如果把$5+\sqrt{-15}$与$5-\sqrt{-15}$相乘就会得出40，把它们相加则会得出10，因此，$5\pm\sqrt{-15}$（即$5\pm\sqrt{15}i$）就的确可以看成上述方程的根。但是，由于任何已知的数（在当时是指实数）的平方都不可能是负数，因此，在很长的时期内，对虚数的引进人们就始终抱怀疑的态度。如著名数学家欧拉（L.Euler）就曾这样写道：“因为所有可以想象的数都或者比0大，或者比0小，或者等于0，所以很清楚，负数的平方根不能包括在可能的数中，从而我们必须说它们是不可能的数。然而这种情况使我们得到这样一种数的概念，它们就其本性说来是不可能的数，因而通常叫做虚数或者幻想中的数，因为它们只存在于想象之中。”①

最后，就现代的数学研究而言，其高度的抽象性又突出地表现在公理化方法的现代发展，即由实质的公理化方法到形式的公理化方法的发展上：在形式的公理系统中，公理已不是关于某种特定对象的“自明真理”，而只是一种可能的假设。这也就是说，我们已不是由所已给出的对象去建立相应的公理系统，而是借助于所谓的“假设—演绎系统”去从事可能的对象的研究。从

①M·克莱因，古今数学思想，第二册，第347页，上海科学技术出版社，1976。

而，公理化方法的上述发展事实上就意味着数学研究对象的极大扩充：这已不仅是已给出的（或者说，具有明显直观意义的）量的关系和形式，而且是可能的量的关系和形式——在许多数学家看来，这正是数学现代发展的一个决定性特点，而这显然也就更为清楚地表明了数学抽象所达到的特殊高度。

应当指出，尽管数学的研究对象由已给出的量的关系和形式扩展到了可能的量的关系和形式，这在一定程度上就意味着与真实的脱离，但是，种种数学对象的构造又都是思维对于客观实在的能动反映；另外，数学研究的最终目的在于应用，而且，从历史或认识发生的角度看，高度抽象的、形式的数学理论又往往通过非形式的数学理论的过渡与客观实在有着较为直接或间接的联系。从而，总的来说，就如列宁所指出的："人的概念就其抽象性、隔离性来说是主观的，可是就整体、过程、总和、趋势、泉源来说却是客观的。"①我们也应在同样的意义上去肯定数学的客观性。这就是说，就整体、过程、总和、趋势、泉源来说，数学即是对于客观世界量性规律性的反映。

4.2　数学抽象的方法及其若干方法论原则

这是一个基本的事实，就是不存在可用于数学创造的机械法则；但是，就思维形式而言，数学的创造活动显然又具有一定的规律性，因此，我们就可以从这样的角度对数学抽象的方法作出分析，并总结出相应的方法论原则。应当明确的是，第一，这里所给出的并非是关于数学抽象的方法论原则的一个完整清单；恰恰相反，我们应当通过不断的实践和深入的研究努力去发展我们的认识。第二，在所给出的各个方法论原则之间存在着对立统一

①列宁，哲学笔记，第223页．人民出版社，1974．

的辩证关系，所有这些方法并表现出一定的层次性和综合性，因此，我们就不仅应当掌握各个具体的方法论原则，而且应当注意培养综合应用的能力。

4.2.1 数学抽象的最基本法则："模式建构规范化原则"

由于数学对象的逻辑构造是借助于纯粹的数学语言得以完成的，因此，相对于现实原型而言，通过数学抽象而形成的数学概念（及概念系统，也即理论）就具有更为普遍的意义：它所反映的已不是某一特定事物或现象的量性特征，而是一类事物在量的方面的共同性质。也正因为此，数学的研究对象就应当被看成是一种（量化）模式。

例如，从历史的角度看，计算运动物体在任一时刻的瞬时速度曾是导致导数概念的一个重要来源；但是，就导数概念的严格的数学定义而言，则是借助于纯粹的数学语言得以完成的①，从而，相对于前者而言，导数的概念就获得了更为普遍的意义：它不仅适用于运动物体的研究（瞬时速度即为路程函数关于时间的导数），而且也适用于具有相同量性特征的一类问题的研究，例如，电流强度即是电量关于时间的导数，曲线在其上一点处切线的斜率就是纵坐标关于横坐标的导数，等等。由此，导数的概念事实上就应被看成一个模式：它以纯数学的形式表明了一类事物或现象（包括抽象事物）所具有的共同的量性特征。

由数学的历史可以知道，一些重要数学概念的明确提出往往标志着人类认识的重要进步：这不仅是指人们的语言因此得到了实质性的扩展，而且是指新的概念（理论）在人们的认识活动中

---

① 设函数 $y=f(x)$，当自变量由 x_0 变到 x_1，即自变量有一个增量 $\Delta x=x_1-x_0$ 时，函数 y 相应地有一个增量 $\Delta y=f(x_1)-f(x_0)$，如果差商 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的极限 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 存在，则称这个极限为函数 $f(x)$ 在 x_0 点的导数。

往往具有规范化的作用。即如在建立了导数概念以后，人们自然就会利用这一概念去从事各种变化问题的研究。正是出于这样的考虑，规范化就应被看成构造数学模式的一个基本目标。进而，我们则就可以提出如下的“模式建构规范化原则”：

数学即是对（量化）模式的研究。这也就是说，数学的概念和理论应当具有普遍的意义，从而，我们就可以此为规范去从事新的事物和现象的研究。

最后，应当指出，模式的概念不仅适用于数学的概念和理论，而且也适用于数学中的公式和定理，因为，后者所反映的无非就是概念之间内在的、必然的联系。另外，我们还可将模式的概念进一步推广应用于数学问题和数学方法。

例如，由数学的历史我们知道，在古希腊人们就曾创造过对一些特殊曲线进行研究的特殊方法，如各种特殊的作图工具等；阿基米德（Archimedes）也曾创造过用以计算一些特殊定积分的特殊方法，如他曾通过力学的分析求得了球的体积公式。但是，这些特殊方法都不能被看成真正的数学方法，因为它们并不具有普遍的意义。与此相反，笛卡儿之所以被誉为解析几何的创建者，就因为他创立了“用代数方法研究几何问题”这一普遍的方法，类似地，牛顿（I.Newton）和莱布尼兹被认为是微积分的发明者，其重要原因之一也就是因为他们通过揭示微分与积分的内在联系较为彻底地解决了求取定积分的问题，即给出了著名的“牛顿—莱布尼兹公式”。

正因为数学的概念、理论、公式和定理，以及数学的问题和方法都应当被看成是（量化）模式，上述的“模式建构规范化原则”也就应当说是数学抽象的最基本法则。

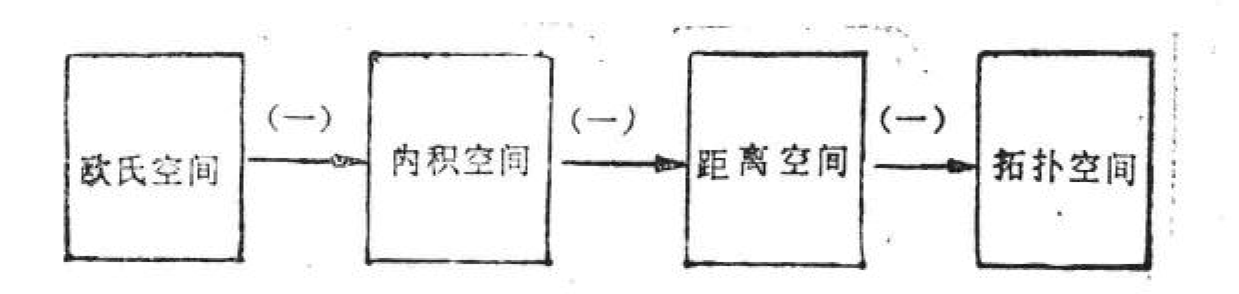
4.2.2 弱抽象、强抽象及其方法论原则

“从特殊到一般，再由一般到特殊”，这是认识的一个基本规律，这一规律在数学的认识活动中也有着广泛的应用，就数学

抽象而言，这就是所谓的弱抽象与强抽象。

弱抽象也可以叫做“概念扩张式抽象”，这是指由原型中选取某一特征或侧面加以抽象，从而形成比原型更为普遍、更为一般的概念或理论，并使前者成为后者的特例。

例如，由现实原型出发去构造相应的数学模式事实上就是一个弱抽象的过程。另外，除去真实的事物或现象外，我们也可以以已建立的概念或理论作为弱抽象的原型。例如，由“全等形”的概念出发，通过分离出“形状相似”及“面积相等”的特性，我们就可分别获得较为一般的“相似形”和“等积形”的概念。另外，由欧氏空间的概念出发，逐步引出内积空间、距离空间、拓扑空间等概念的过程，则是一系列弱抽象的结果，也即组成了如下的“弱抽象链”（其中即以符号“$\xrightarrow{(-)}$”表示弱抽象的关系）：



由于数学对象的定义有“显定义”和“隐定义”的区分，弱抽象的具体形式也就有所不同。在前者的情况下，我们可以由对象的显定义直接分离出某个或某些属性，并以此为定义去构造出新的、更为一般的对象；在后者的情况下，我们则可通过适当减少所说的公理而获得更为一般的概念或理论。另外，从总体上说，我们又可对弱抽象作出如下的分析：第一，只有结构内容较为丰富的对象才能成为弱抽象的原型；第二，实现弱抽象的关键在于如何对原型的性质作出具体分析，并从中分离出某个或某些特性；第三，为了实现所说的弱抽象，我们又必须用明确的数学

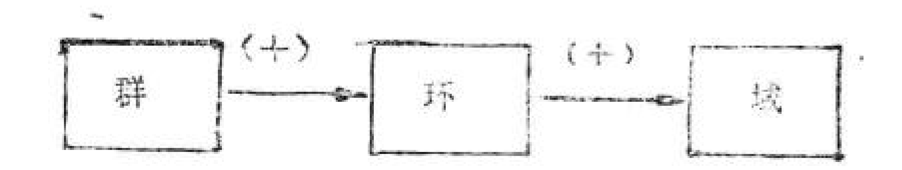
语言去表达分离出来的特性，并以此为定义（隐定义或显定义）去构造出新的、更为一般的对象。

综上所述，在此就可提出如下的“特性分离一般化原则”，这就是关于弱抽象的方法论原则：

我们可以以结构内容较为丰富的对象作为弱抽象的原型，并通过特性分离去构造出更为一般的模式。

其次，强抽象也可以叫做“概念强化式抽象”，这是指通过引入新特征强化原型来完成抽象，从而，由此所获得的新的概念或理论就是原型的特例。

例如，由一般三角形的概念出发，通过引入“两条边相等”或“一个角是直角”的特性，我们就可分别获得等腰三角形和直角三角形的概念。另外，如果以符号“$\xrightarrow{(+)}$”表示强抽象的关系，群、环、域等概念则就组成了如下的“强抽象链”：



强抽象的最终表现形式显然是“概念的组合”；但是，就其实际过程而言，则又往往并非是现成概念的简单组合，而必须通过新的特性的“发现”或引入，才能由原型中分化出更为特殊的概念或理论。具体地说，为了实现强抽象，数学家们常常必须首先在原型中引入某种新的关系，如某种映射、对应关系或运算等；然后，如果这种新的关系造成了原有对象的分化，我们就可以所得出的某个（或某些）子类的共同特性为特征去定义出新的、更为特殊的对象。

例如，由函数的概念出发，通过依次引入积分运算、极限运算、微分运算等，我们就可逐步分化出可积函数、连续函数、可

微函数等概念，而这显然是一系列强抽象的过程。

综上所述，我们在此也就可以提出如下的“关系定性特征化原则”，这就是关于强抽象的方法论原则：

我们可以通过引入新特征强化原型而获得更为特殊的模式，这种新特征则又往往是通过在原型中引入某种新的关系（映射、对应、运算等）得以确定的。

4.2.3 同向思维及其若干方法论原则

除去依据思维对象的分析作出弱抽象和强抽象的区分以外，我们也可依据认识主体思维运动形式的不同作出同向思维、逆向思维以及悖向思维的区分。在此我们将首先对同向思维及其若干方法论原则作出分析，下面则将分别对逆向思维及悖向思维进行讨论。

同向思维，笼统地说，即是指思维在原先方向上的继续，它既包括了同一层次上的平行发展，也包括了由较低层次向更高层次的“飞跃”。就同向思维在数学中的应用而言，可以总结出“类比联想拓广性原则”、“结构关联对偶化原则”等具体的方法论原则。

第一，类比联想可以说是同向思维的最基本形式。例如，以下几种类比在数学中都有着十分广泛的应用：①数与形的类比；②平面与空间（“低维空间”与“高维空间”）的类比；③有限与无限的类比。例如，在建立了三维空间的概念以后，我们就可通过类比进而建立四维、五维、……n维乃至无限维空间的概念。其中，由三维空间到四维、五维空间的发展即建立在“低维”与“高维”的类比之上；无限维空间的引进则是以有限与无限的类比为基础的；另外，整个过程又显然以数与形的类比为必要的前提。

由于类比的目的即在于努力拓广所已获得的结果，又由于运用类比的关键在于“求同存异”——所谓“求同”，是指我们并

不要求所涉及的对象在所有各个方面都完全相似，而只要求它们在某一方面或在某一抽象层次上是相似的；所谓“存异”，则是指在由所已获得的结果去引出新的结论时，我们必须依据对象的特殊性质作出必要的“翻译”或“修正”，从而，在此就可提出如下的“类比联想拓广性原则”：

在获得了各个特殊的结论或模式后，我们应努力通过类比联想去拓广已有的结果，实现类比联想的关键则在于我们必须通过对象的具体分析做到“求同存异”。

第二，除去上述的一般方法外，类比联想在数学中还有一种特殊的用法，这就是所谓的“对偶化方法。”具体地说，在数学中人们常常按照对偶化法则把两个（或两类）数学结构联系起来，从而构成所谓的“对偶结构”，这样，我们就可通过其中一个的研究去解决其对偶结构的问题。

例如，通过引入“无穷远点”，我们就可在平面上的点与直线之间建立对偶关系，并获得如下的“对偶原理”：

在平面几何的任一定理中，如果把点换成直线，直线换成点，并把诸种关系换成相应的对偶关系，所得到的新命题依然成立。

这样，几何中的每一定理及其对偶定理只须证明一个就够了，因为知一即知其二。

一般地说，对偶化方法在数学中有着广泛的应用。例如，在泛函分析中，为了研究一个函数空间的结构，往往转而研究它的对偶空间或共轭空间；又如在博奕论中有对偶策略的研究；规划论中有对偶规划的研究，等等。从而，我们也就可以提出如下的“结构关联对偶化原则”：

在数学中应善于把一对数学模式按对偶化法则联系起来，并从这样的角度去进行新的研究。

最后，如果把类比联想看成“平行的发展”，由归纳所导致的发展则显然代表了由较低层次向更高层次的“飞跃”。由于归

纳的过程事实上就是通过“特性分离”构造出更为一般的概念或结论，因此，在这样的意义上，前述的“特性分离一般化原则”也就可以看成关于归纳的方法论原则。

4.2.4 逆向思维及其若干方法论原则

所谓逆向思维，在此是指与原先思维相反方向上的思考与研究。逆向思维在数学中也有着十分广泛的应用。例如，就运算而言，这就是指逆运算的研究；就命题的研究而言，则是指逆命题的考虑。另外，如果把弱抽象看成“正向”的研究，强抽象则显然也可说是一种“逆向思维”。

就逆向思维在数学中的应用而言，可以作出如下的分析：

第一，就逆命题的研究而言，逆向思维的基本功能就是可以借以发现原命题中的前提是否为相应结论的充要条件，而这对于深入认识有关概念的本质特性以促进概念的精确化显然是十分重要的。

例如，在证明（欧氏）平行公理的长期努力中，有不少数学家曾认为自己已经获得了成功，但后来却被发现往往是在证明中自觉或不自觉地引入了某个假设，而通过逆命题的分析则又可以发现这些假设中的大部分事实上是与平行公理相等价的，从而，这些证明自然就不能说是真正的证明，而这些等价命题的发现、也即逆命题的分析则显然加深了人们对平行公理、也即对于平行线这一概念的认识与理解。

一般地说，通过原命题与逆命题的综合考察，我们即可清楚地认识前提与结论、也即各个有关概念之间的逻辑联系，并最终建立各个概念的严格定义。从而，在此也就有必要引入如下的“逆向分析精确化原则”：

在数学中我们应当注意通过命题及其逆命题的综合分析更好地去把握有关概念的本质特性，并最终建立这些概念的严格定义。

第二，所谓逆向思维是相对于原先的思维路线而言的，一旦形成了独立的研究方向，则就无所谓“逆向”可言，从而，为了获得有意义的成果，这时就往往必须辅以“正面的”指导性法则。例如，下述的“新元素添加完备化原则”就是这样的实例。

具体地说，逆运算的考虑事实上即是引进了一种新的运算，因此，这时就必须考虑原先的结构对于这种运算是否封闭的问题；而又正如减法、除法、开方及不定积分等实例所清楚地表明的，为了使新的运算能够畅行无阻，我们往往必须引进新的元素。一般地说，所说的新元素常常可以借助于原结构系统中元素集合的某种等价类获得恰当的定义，而所说的等价类则又正是由相应的运算规定的。

例如，在自然数（正整数）的序偶 $\langle p, q\rangle$ 之间可以定义如下的等价关系：

序偶 $\langle p, q\rangle$ 等价于 $\langle m, n\rangle$，当且仅当，$p+n=q+m$。上述的等价关系显然满足对称性、传递性和自反性，从而就把所有的自然数序偶分割成了若干个“等价类”：属于同一类的任何两个序偶都是等价的，属于不同类的序偶之间则不具有等价关系。进而，我们就可把这些等价类看成是新的数学对象，并对其运算作出如下的定义：

设 a、b 是任意的两个等价类，$\langle p, q\rangle$ 和 $\langle m、n\rangle$ 分别为其中的任一序偶，那么，$a+b$、$a-b$ 及 $a\cdot b$ 就可分别定义为包括序偶 $\langle p+m, q+n\rangle$、$\langle p+n, q+m\rangle$ 和 $\langle pm+qn, pn+qm\rangle$ 在内的等价类。

容易看出，这样建立起来的即是我们所熟悉的整数理论，它不仅对于加法、而且对于减法也是封闭的。

由于新元素的引进常常导致数学的重要进步，因此，在此就可提出如下的“新元素添加完备化原则”：

如果某种（新）运算在原先的结构系统中并不是畅行无阻

的，这时就可考虑引入适当的新元素以实现所说意义上的完备性。

第三，就实际的数学研究而言，同向思维与逆向思维往往是互相依赖、交互为用的，显然，这也就清楚地表明了诸方法论原则的整体性。

4.2.5 悖向思维与“悖向思维和谐性原则”

所谓悖向思维，这是指背离原来的认识并在直接相对立的意义上去探索新的发展可能性。由于悖向思维显然也可看成是在与原先认识相反的方向上进行的，因此，悖向思维即是逆向思维的特殊情况；然而，悖向思维又是与所已建立的认识直接相对立的，从而，这又在很大程度上不同于一般的逆向思维。

例如，相对于乘方运算而言，开方运算的研究就是一种逆向思维；另外，在已经证明了任何实数的平方都不可能是一个负数的情况下，人们却又引进了虚数 $i=\sqrt{-1}$，由于后一工作是与所已建立的认识直接相对立的，因此，这就应当说是一种悖向思维。

一般地说，悖向思维并不意味着直接的矛盾，而只是表明新的研究是与已有的认识相冲突的。例如，数学中各种“奇异性结果”的获得，如连续而处处不可微的函数、在黎曼意义下可积但却有无穷多个不连续点的函数等，就是这样的例子。也正因为此，这些新的发展在最初就常常遭到激烈的批评和反对。例如，即使到了19世纪，还有人对虚数的使用表示极大的不安。但是，由数学史上的实例可以看出，能否自觉地应用悖向思维、也即能否自觉地冲破传统思想的束缚，对于一些重要的发展往往具有决定性的意义。例如，在高斯（C. Gauss）、罗巴切夫斯基（N. Lobatchvsky）创立非欧几何以前，其他的一些数学家，如萨开里（G. Saccheri）、兰伯特（J. Lambert）等，即已从事了类似的研究：他们先后引进了一些相反的规定去取代欧氏平行公理，并希望能由此推出矛盾而达到证明平行公理的目的。

这样，就其实际工作而言，他们事实上已经获得了一系列属于非欧几何的结论。但是，萨开里等人却始终未能明确地提出非欧几何的思想，而这主要就是由于传统思想的束缚：在很长的时期内，欧氏几何一直被认为是唯一可能的几何理论。与此相反，高斯等人之所以能创立非欧几何，则就是因为他们向欧氏几何的必然真理性提出了明确的挑战。如高斯就曾写道："我愈来愈深信我们不能证明我们的几何具有必然性……"①类似地，罗巴切夫斯基也曾写道："自欧几里德的时代起，两千年徒劳无益的努力使我产生了这样的怀疑：我们所希望的真理性并没有包含在这些材料本身之中，又正如其他的自然规律，这只有借助经验的帮助，诸如天文学的观察，才能得到建立。……我最终确信自己的这一想法是正确的。"②显然，按照这样的认识，如果从纯理论的角度去进行研究，我们就完全可以建立另一种不同的几何理论。这样，非欧几何就诞生了，而这普遍地被认为是数学现代发展的实际起点。

除去思维的不和谐性以外，悖向思维也可能导致直接的逻辑矛盾。例如，数学中悖论的发现就可看成自觉或不自觉地运用悖向思维的结果。悖论的发现本身当然不能说是重要的的数学结果；但是，这又往往对认识的深化及理论的发展产生积极的影响。例如，集合论悖论、特别是罗素悖论的发现就直接促进了公理化集合论的发展，并最终导致了集合概念的澄清。

由于悖向思维是与原先的认识直接相对立的，因此，相应的发展在最初就往往造成一定的不和谐性：思维混乱或逻辑矛盾；但是，正如上述的例子所已清楚地表明的，这种发展最终则又常

---

① M·克莱因，古今数学思想，第三册，第289页。

② R.Bonola，非欧几何(Non-Euclidean Geometry)，第92页，Dover Publications, Inc, 1955.

常导致了数学的重大进步，如概念的精确化，理论的严格化，新的统一理论的建立等。由于正是对和谐性的追求促成了这种由消极结果向积极进步的转化，因此，我们就可提出如下的“悖向思维和谐性原则”：

我们应当充分肯定悖向思维的积极意义，即应努力探索各种新的发展的可能性；另外，我们又应以对（新的）和谐性的追求作为悖向思维的补充性指导法则。

例如，如果不和谐性是指在一个理论、特别是公理化理论中发现了矛盾（悖论），我们就应通过基本原理或公理的适当更换去排除矛盾，这就是所谓的“公理替换和谐化原则”；其次，如果不和谐性是指两种理论的直接冲突，即如非欧几何与欧氏几何的“冲突”，我们就应通过有关概念的扩展去消解矛盾，从而就有所谓的“概念扩展和谐化原则”；最后，如果不和谐性是指新的发展是与传统观念直接相抵触的，我们则应努力实现观念的更新以适应新的发展，这就是所谓的“观念更新和谐化原则。”显然，上述的三个原则都可看成“悖向思维和谐性原则”在不同情况下的具体运用。

4.2.6 数学中的美学方法与“审美直觉选择性原则”

数学中是否包含有美的因素？对此大部分数学家持肯定的态度。一些学者并曾对数学美的性质进行了分析，更多的人则更为具体地论述了美学的考虑在数学研究中的作用。例如，著名数学家冯·诺意曼（Von Neumann）就曾写道：“我认为数学家无论是选择题材还是判断成功的标准，主要地都是美学的”，又“数学家成功与否和他的努力是否值得的主观标准是非常自足的、美学的、不受（或近乎不受）经验的影响。”① 另外，著名数学

①冯·诺意曼，数学家，载数学史译文集，第122、121页，上海科学技术出版社，1981。

家、物理学家彭加莱则曾对数学发明创造的实质作了如下的分析："数学创造实际上是什么呢？它并不在于用已知的数学实体作出新的组合，任何一个人都会作这种组合，但这样作出的组合在数目上是无限的，它们中的大多数完全没有用处。创造恰恰在于不作无用的组合，而作有用的，为数极少的组合。发明就是识别、选择"；又"数学的美感、数和形的和谐感、几何学的雅致感。这是一切真正的数学家都知道的审美感……正是这种特殊的审美感，起着我已经说过的微妙的筛选作用。"①

彭加莱并曾突出强调了审美直觉的无意识性；但是，我们也可以以"美的追求"作为数学中自觉的创造性活动的指导原则，从而也就有所谓的数学中的美学方法。

为了说明数学中的美学方法，必须首先对数学美的客观内容作出具体分析。尽管人们对于数学的美感必然具有强烈的感情色彩，不同的人对于数学美的标准也可能有所不同；但是，从整体上说，数学美感又不是什么虚无飘渺、忽有忽无的东西，数学美也不是什么纯粹主观的、不可捉摸的东西，而是有其确定的客观内容的。随着数学本身的发展及整个人类文明的进步，数学美的概念也必然有一定的发展和演变；但是，它的基本内容又是相对稳定的。这就是：对称性、简单性、统一性和奇异性。

由下面的例子可以看出对于对称美、简单美、统一美、奇异美的自觉追求的确在一定程度上促进了数学的发展。

如前所述，射影几何的建立在一定意义上即可看成由于追求对称美而导致的一种发展。在欧氏平面几何中，点和直线的位置并不是完全对称的，因为，过两点总可以作一条直线，而任意两条直线，如果它们平行的话，就没有交点。为了解决这一问题，法国数学家德沙格（G. Desargues）提出了如下的大胆设想，同

①彭加莱，科学的价值，第333页，光明日报出版社，1988。

圆一样，直线也是一种封闭图形——在每条直线上都有一个无穷远点，它就是直线两端的连接点，另外，这个无穷远点也就是互相平行的直线的交点。正是在上述假设的基础上，德沙格初步地发展起了射影几何理论，后者的一个重要特点就是点和直线之间的对偶性。一般地说，前述的"结构关联对偶化原则"事实上就是对于对称美的直接追求；另外，广义地说，逆向思维也可说是对于对称美的一种追求。

作为对于简单美追求的典型例子，可以看二进位数制的创立。在我国古代已经可以看到二进数制的早期萌芽；但是，作为一种系统的研究，则应首先归功于德国哲学家、数学家莱布尼兹。莱布尼兹之所以产生这样的想法，很可能就是由于简单性的考虑：在二进数制中，我们只需使用0和1这样两个数字就可表示出所有各个数量。①尽管二进数制在最初并未引起普遍的重视，但是，后来的发展却证明了这种记数法对于电子计算机是十分合适的。这样，一个最初纯粹是由于美学上的考虑而导致的发展最终就被证明具有重大的现实意义。

就数学的现代发展而言，法国布尔巴基学派的工作具有特别重要的意义，而其工作基点之一即是对于数学统一性的确信。布尔巴基学派首先提出了结构的概念，认为数学即是关于结构的科学：它所研究的是抽象的结构，而不关心所涉及的对象究竟是什么。其次，通过对各个数学理论的具体分析，布尔巴基学派指出，数学中的各种结构事实上组成了一个完整的"谱系"：其中，代数结构、序结构与拓扑结构是三种最基本的结构，即是所

①例如，在二进位数制中，普通十进位数制中的数1，2，…12，13等可以分别表示如下：

十进位制	1	2	3	4	…	10	11	12	13
二进位制	1	10	11	100	…	1010	1011	1100	1101

谓的“母结构”，其他的数学结构则可看成由这些“母结构”出发经由多次交叉、复合而生成的“子结构”。显然，按照这样的分析，整个数学就不再是各种互不相干的理论组成的一个大杂烩，而是成了一个有机的整体。一般地说，大部分数学家都确信数学的统一性，从而，对于统一美的追求也就是他们的一个重要的工作目标。

最后，对于奇异美的追求显然是与前述的悖向思维直接相联系的：一项数学发现之所以被认为是奇异的，常常即是指这一发展是与传统的数学思想直接相违背的；另外，由历史的实例可以看出，各种奇异性结果的获得又往往是自觉或不自觉地运用悖向思维的结果。由于前面的分析已经清楚地表明了悖向思维的意义，因此，我们也就应当充分肯定对于奇异美的自觉追求对数学发展的积极意义。

综上所述，我们就应充分肯定对于数学美的自觉追求所具有的重要的方法论意义。由于美的感受最终必然从属于各个具体个人并带有强烈的感情色彩，也即必然地建立在所谓的审美直觉之上，又由于美学的考虑其主要功能即在于从各种可能性中作出必要的选择，因此，我们就可提出如下的“审美直觉选择性原则”：

在抽象的数学研究中，我们可以自觉地应用美学的考虑去作出必要的选择，并应努力培养和发展对于数学美的鉴赏能力。

4.2.7　小结

至此我们共引进了九个关于数学抽象的方法论原则，对此可以总述如下（由于弱抽象与通常所说的抽象在形式上是较为接近的，因此，我们就将“弱抽象”与“强抽象”分别归结为“同向思维”与“逆向思维”这两种思维形式）：

思维形式	方法论原则
构造性思维活动	模式建构规范化原则（基本原则）
同向思维	特性分离一般化原则（弱抽象原则） 类比联想拓广性原则 结构关联对偶化原则
逆向思维	关系定性特征化原则（强抽象原则） 逆向分析精确化原则 新元素添加完备化原则
悖向思维	悖向思维和谐性原则
审美直觉	审美直觉选择性原则

4.3 抽象度分析法

上述关于数学抽象的方法及其方法论原则的讨论显然属于数学抽象的定性分析，本节所介绍的抽象度分析法则是关于数学抽象的定量分析方法。应当指出，抽象度分析法事实上不仅可以用于数学理论的研究，而且也可以用以揭示具有丰富内涵的一般抽象理论的内在结构。①

4.3.1 抽象度及抽象物的三元指标

抽象度分析法的基本思想是：各种数学抽象物都具有一定的抽象程度，对此是可以定量地予以分析的，从而也就可以引进抽象度的概念。

具体地说，如果抽象物B的生成过程中用到了抽象物A，就

①抽象度分析法是我国著名数学家徐利治教授首先创立的，对此可参见徐利治、张鸿庆，数学抽象度概念与抽象度分析法，载数学研究与评论，1985年，第2期。

称B比A抽象，记以$A \prec B$。应当注意：对所说的“抽象物”与“生成过程”都必须作广义的理解：前者既是指数学概念，也可以指数学定理、问题和方法；相应地，后者既可以指概念的构造，也可以指定理的证明、问题的提出等。一般地说，对于任一具有丰富内涵的数学分支或理论来说，我们都可通过其生成过程的具体考察对其中某一类抽象物之间的顺序关系作出明确的规定，也即对所说的“抽象顺序”作出明确的定义；而又只要所说的顺序关系满足以下的两个条件：

(i)若$A \prec B$，$B \prec C$，则$A \prec C$。即若B比A抽象，C比B抽象，则C比A抽象；

(ii)对于任何两个抽象物A和B，或者$A \prec B$，或者$B \prec A$，或者A和B之间无法确定哪个更抽象。这三种情况必有一种且只有一种情况出现。

所有这些抽象物的集合就构成了一个严格偏序集$(M, \prec)$，进而，我们也就可按照所说的偏序关系依次地建立以下的各个概念。

①完全不可扩张链与抽象物的“相联性”

若抽象物A和B属于M且$A \prec B$，则称$A \prec B$为链，A叫做链的始点，B叫做链的末点。若给定链$A \prec B$和$B \prec C$，这两个链可以拼接成链$A \prec B \prec C$，它就叫做前两个链的扩张链。对给定链$P_1 \prec P_2 \prec \cdots \prec P_m$，若能找到另一链$Q_1 \prec Q_2 \prec \cdots \prec Q_n$，使得$Q_1 = P_m$或$Q_n = p_1$，则称前一链是可扩展的。若链$P_1 \prec P_2 \prec \cdots \prec P_m$上再不能添加新的抽象物，即不存在形如$P_1 \prec P_2 \prec \cdots \prec P_{i-1} \prec Q \prec P_i \prec \cdots \prec P_m$的链，则称该链为完全的。若一个链既完全又不可扩张，则称这个链是“完全不可扩张链”。显然，整个集合M即可看成一些““完全不可扩张链”的并集。若抽象物A与B位于同一链上，则称A与B为“相联”，否则称它们为“不相联”。由组合论中的有关定理可以推出：

对于一个给定的数学抽象物的集合M而言，其中所含的不相联的抽象物的最大个数，即等于M被分解为相联抽象物的链的最少条数。

②相对抽象度

设P与Q是抽象物集合M中的任意一对相联元素，如果在M中有一条完全的链

$$(\lambda):\ P\prec P_1\prec\cdots\prec P_{r-1}\prec Q,$$

则链（λ）的长度r即定义为Q关于P的相对抽象度，记作$\deg(Q|P)=r$。如果联结P与Q的完全链共有S条：（λ_1），（λ_2）…（λ_s），它们的长度分别为r_1，r_2…r_s，Q关于P的相对抽象度即可规定为诸r_i中的最大值，即

$$\deg(Q|P)=\mathrm{Max}(r_1,\ r_2,\ \cdots r_s)$$

显然，这样定义的相对抽象度只和P、Q有关，而这种定义方式则无非表明抽象度是按照最精细的抽象层次的划分来决定的。

③入度和出度

偏序集（M，$\prec$）中的抽象物可用点表示，关联的抽象物之间都可用有向线段联结，这样便得到一个有向图。我们把图中所有各个完全不可扩张链的始点都规定为抽象度等于零，这样，M中每一抽象物x（图中的点）相对于这些零抽象度元素就都获得了确定的（最大）抽象度，就记作$\deg(x)$。另外，若P是至少两个不同链的末点，则称它为“交汇点”；若P是至少两个不同链的始点，则称它为“分叉点”；由于交汇点代表着（M，$\prec$）中至少有两个链在那里汇聚的抽象物，故在M中具有较大的重要性；另外，分叉点则由于代表着用作几个概念出发点的抽象物，从而在M中就具有较大的基本性。我们把由分叉点引出的链的条数及在交汇点汇聚的链的条数分别叫做该点的“出度”和“入度”，分别记作$d^+(x)$和$d^-(x)$，显然，它们正是抽象物x的基本性及重要性的定量表现。

综上所述，对M中任一抽象物x，我们均可按照上述的步骤求得它的抽象度$\deg(x)$、入度$d^-(x)$和出度$d^+(x)$，这样得到的三元数组$\{\deg(x), d^-(x), d^+(x)\}$便称为抽象物$x$的“三元指标”，并记作

$$\operatorname{ind}(x)=\{\deg(x), d^-(x), d^+(x)\}.$$

由于这三个数值分别刻划了x的深刻性、重要性和基本性，因此，三元指标就给出了一个抽象物的较为全面的信息。

4.3.2 抽象度分析法概述

给定某一数学分支的全部或部分数学抽象物的集合M，我们即可按照以下步骤对M中的元素作全面的抽象度分析：

①明确“抽象”的意义，将M排成偏序集，使其中每一条链都表现为不可扩张的完全链。

②将$(M, \prec)$画成有向图，标明每一步抽象的意义（弱抽象、强抽象等），必要时再标明相应的方法论原则。

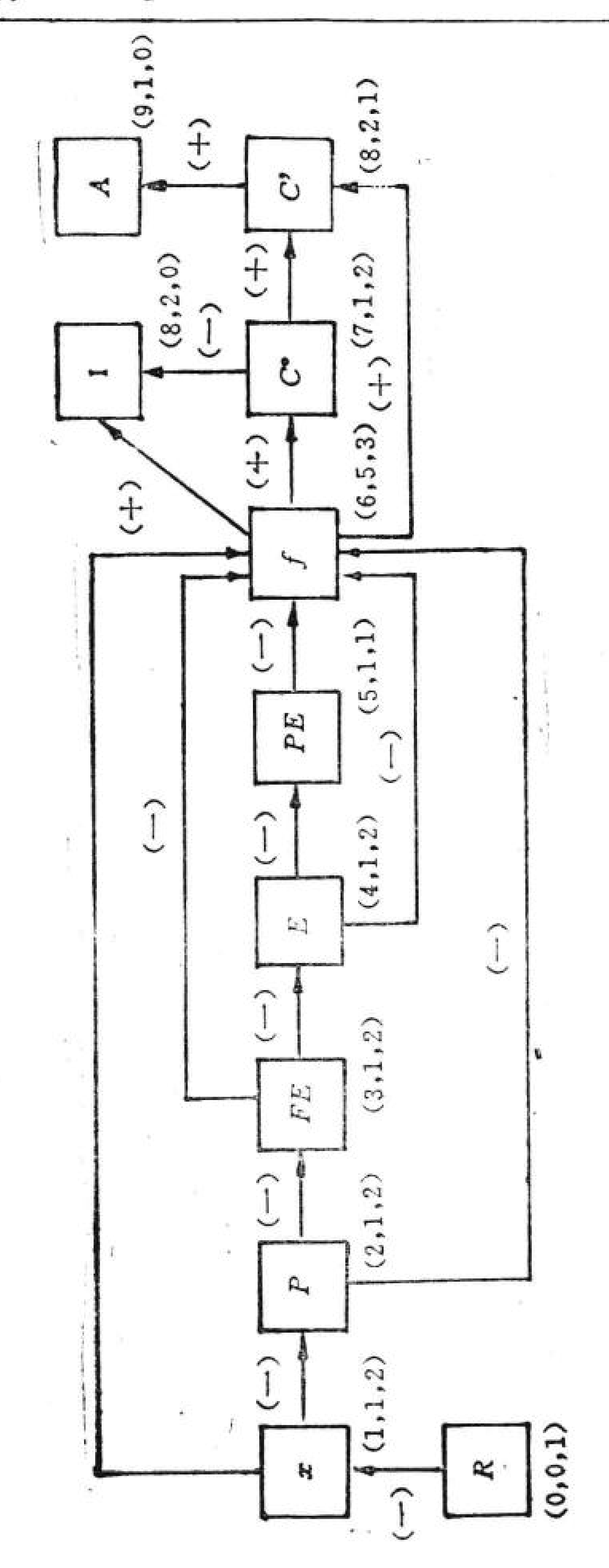
③将偏序集中各个极小点作为始点计算各条链上各个点的相对抽象度。

④计算图中每个点的入度与出度，从而获得每个点的三元指标。

例如，如果用$\xrightarrow{(-)}$与$\xrightarrow{(+)}$分别表示弱抽象与强抽象，对数学分析中一些熟知的概念就可分析如下，其中各个字母的意义分别为：

R——常量；x——变量；P——多项式；FE——基本初等函数；E——初等函数；PE——分段初等函数；f——函数；C^0——连续函数；C'——可微函数；A——解析函数；I——黎曼可积函数。

显然，通过这样的分析，我们即可清楚地了解各个概念在整个理论中所处的地位。例如，由于函数概念具有最大的入度和出度〔$d^-(f)=5$，$d^+(f)=3$〕，因此，这一概念就具有较大的重要性和

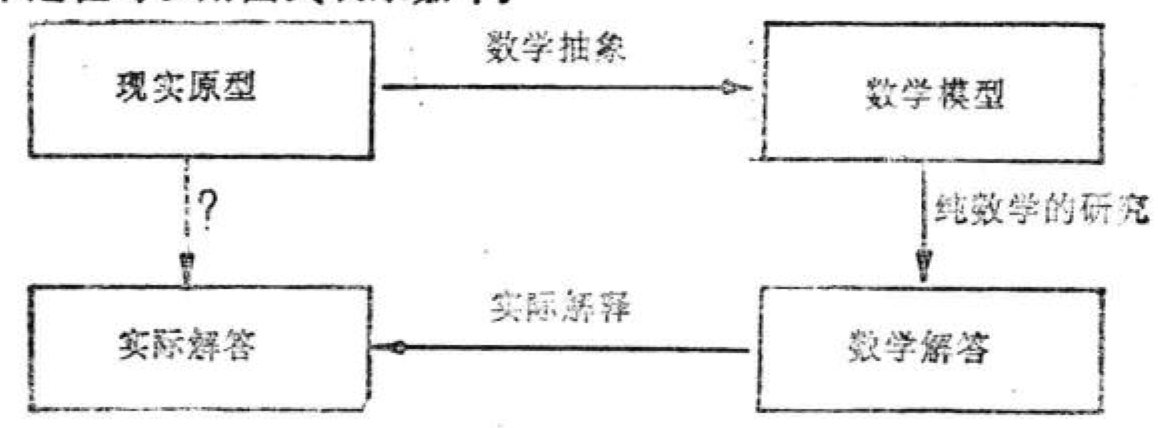

A
C'
I
C
f
PE
E
FE
P
x
R
(9,1,0)
(8,2,1)
(8,2,0)
(7,1,2)
(6,5,3)
(5,1,1)
(4,1,2)
(3,1,2)
(2,1,2)
(1,1,2)
(0,0,1)
(+)
(−)

基本性，又由于函数概念的相对抽象度$\deg(f)=6$，因此，这就是一个较为深刻的概念。另外，这种定量分析显然也有助于我们从整体上更好地去把握整个理论的内在结构。

5 数学模型方法

5.1 数学模型方法及其简单例子

数学模型方法是应用数学去解决实际问题的基本方法。其基本过程可以用图式表示如下：



其中，所谓的数学模型即是指依据具体事物系统的特征并应用数学的语言概括地或近似地表述出来的一种数学结构，另外，相对于数学模型而言，原来的具体事物系统则就称为现实原型。

显然，由现实原型去构造数学模型是一个抽象的过程，从而，与一般理论科学中的抽象一样，所构造的数学模型也应反映事物的本质。这就是说，在构造数学模型中我们应舍弃各种与问题的解决无本质联系的成分，而且，这又往往是一种理想化与简单化的过程。另外，除去所说的共同性以外，数学模型的构造又具有以下的特殊性质：第一，这是一种数学抽象的过程，即是以数学概念、符号、命题、公式的应用为必要前提的。简单地说，我们在此即是应用数学语言去对客观事物的量性特征进行刻划。

第二，进行数学抽象的目的是希望能获得这样的数学结构，相对于现实原型而言，它具有化繁为简、化难为易的功能，并且能反映事物的量性特征，从而，我们就可通过纯数学的研究（演算、推理等）去解决原来的实际问题。

以下是数学模型的几个典型例子。

①七桥问题

德国哥尼斯堡有一条布勒尔河，这条河有两个支流，在城中心汇合成大河，中间是岛区。河中有七座桥如图5·1所示：

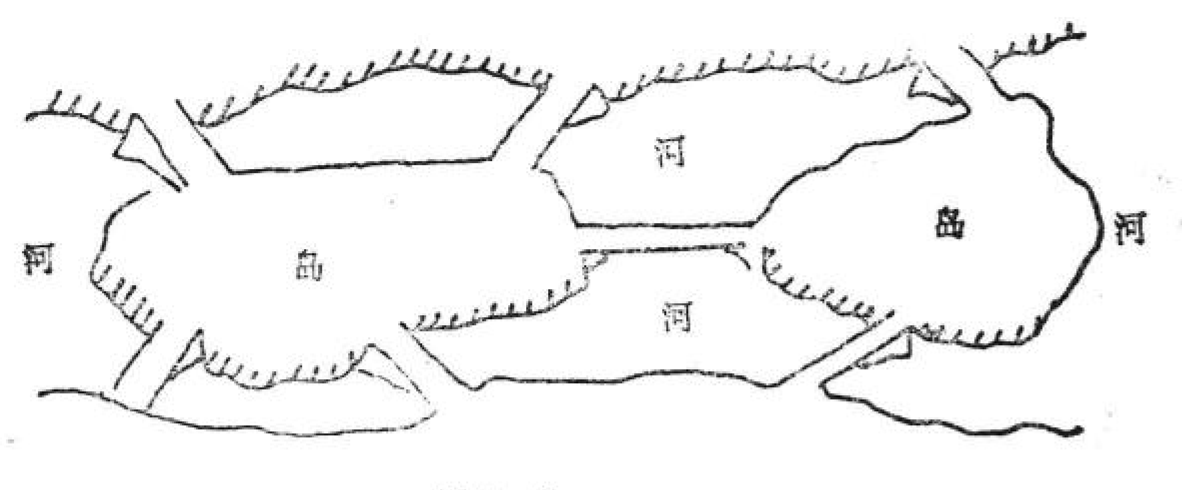


图5·1

作为一种游戏，哥尼斯堡的大学生们提出了这样的问题：能否以任何一点为起点，相继地走过七座桥而无重复，并最终回到出发点。大学生们实际地进行了多次尝试，但却始终未能成功，于是就写信给当时著名的数学家欧拉，请他协助解决这一问题。这就是著名的“七桥问题”。

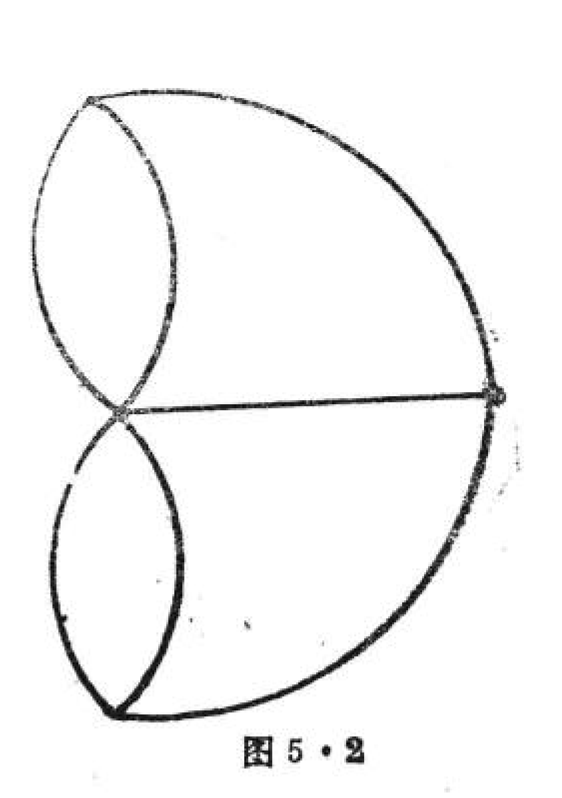


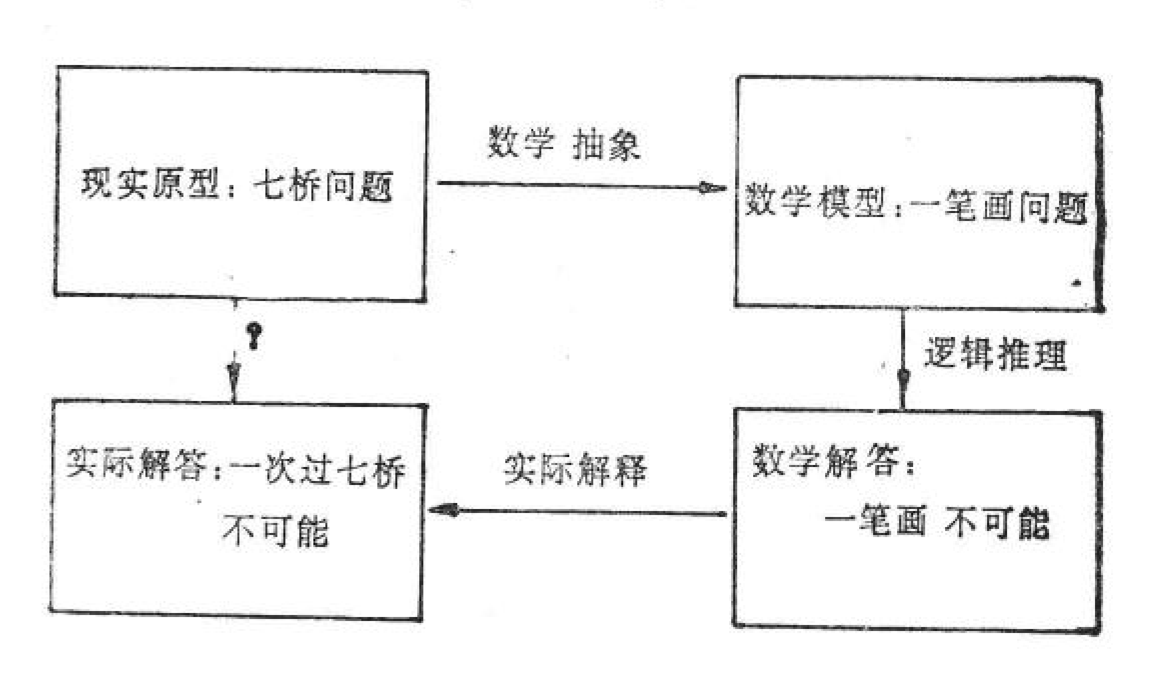
图5·2

欧拉成功地解决了这一问题，其中的关键则在于适当地抽

象。具体地说，欧拉正确地认识到了整个问题与所走路程的长度无关，而且，岛(半岛)与河岸又无非就是桥梁的连接点，因此，我们可以把所说的这四个地点设想成四个点，并把七座桥设想成七条线，这样，原来的问题就变成了如下的"一笔画问题"：能否一笔且无重复地画出图5·2中所示的图形。

为了解决上述问题，欧拉在十分一般的形态下考察了一笔画的结构特征：一笔画有个起点和终点（特殊地，起点与终点重合便成为封闭图形）；除起点和终点外，一笔画中任一交点处曲线总是一进一出，因此通过交点的曲线总是偶数条。现按每一点处交会的曲线数目的奇偶性把图形中各个交会点（包括起点和终点）区分为"奇点"和"偶点"。显然，可以一笔且无重复地画出的图形中至多只能有两个"奇点"，即起点和终点，其余各个交点则必定是"偶点"。由实际计算可以发现，图5·2中的各个交会点都是"奇点"，因此，这一图形就是不可能一笔且无重复地画成的。显然，这也就最终地解决了原来的七桥问题。

上述解题过程显然可以归结为：



②关于物体冷却过程的一个问题

设某物置于气温为24℃的空气中，在时刻$t=0$时，物体温

度为$u_0 = 150℃$，经过10分钟后物体温度变为$u_1 = 100℃$。试计算该物体在20分钟以后的温度。

由于这一问题所涉及的是物体冷却这一物理现象，因此必须应用物理学的有关定律——牛顿冷却定律：热量总是从温度高的物体向温度低的物体传导，而且，在一定温度范围内，一个物体的温度变化速率与该物体和所在介质之间的温差成正比。

为了建立相应的数学模型，必须引入适当的数学概念和符号。

u——物体温度，t——时间变量。

设$u = u(t)$，物体的温度变化速率即为$\frac{du}{dt}$，从而就有：

$$\frac{du}{dt} = -k(u - u_a)$$

其中u_a为空气介质的温度，k为比例常数。

依据微分方程的有关知识，容易求得函数关系$u = u(t)$的显式表示：

$$\int \frac{d(u - u_a)}{u - u_a} = -k\int dt = -kt + c,$$

$$\ln(u - u_a) = -kt + c,$$

$$u - u_a = Ae^{-kt},$$

式中A为常数。

按初始条件$t = 0$时，$u = u(0) = u_0$，故得

$$u_0 - u_a = Ae^0 = A,$$

从而有

$$u - u_a = (u_0 - u_a)e^{-kt},$$

或

$$u = (u_0 - u_a)e^{-kt} + u_a.$$

这就是上述微分方程的解，也即冷却过程数学模型的显式表示。

有了上述一般性模型，只须把实际问题中的具体数据一一代入，便可得出：

$$100 = (150 - 24)e^{-10k} + 24$$

由此确定出　　$k\approx0.051$。

因此，上述问题的特殊模型为

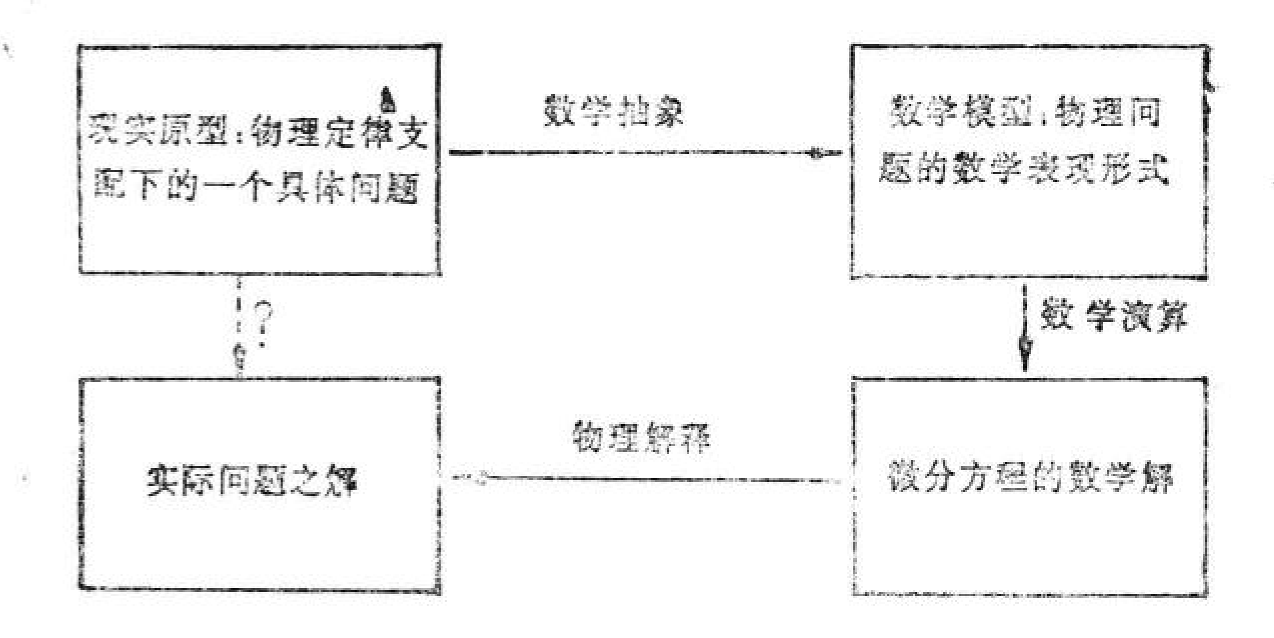
$$u=24+126e^{-0.051t}$$

特殊地，以 $t=20$ 代入即有

$$u(20)\approx24+40=64(℃)$$

这就是所要寻求的问题解答，即在20分钟后该物体的温度约为64℃。

上述求解过程可以归结如下：



5.2　数学模型的类别及其构造过程

由上述实例可以看出，数学模型的构造是应用数学去解决实际问题的关键步骤。对此可作如下的分析：

5.2.1　数学模型的类别

由于数学模型是现实原型中量的关系的摹写，因此，在构造数学模型时，我们就应首先对现实原型的性质进行分析，从而选择合适的数学模型。一般说来，数学模型可分为如下的三类：

①确定性数学模型。这类模型所对应的现实事物具有确定性或固定性，对象间并具有必然的关系。这类模型的表现形式往往

是各种各样的方程式、关系式、逻辑关系式、网络图等等，所用的方法则无非是经典数学方法。

②随机性数学模型。这类模型所对应的现实原型具有或然性或随机性。数学模型的表示工具是概率论、过程论及数理统计等方法。

③模糊性数学模型。这类模型所对应的现实对象及其关系均具有模糊性。数学模型的基本表示工具是模糊集合论及模糊逻辑等等。

应当注意，在现实世界中必然性现象、或然性现象及模糊性现象并不是截然分开的，从而，由此提炼而出的数学模型也就往往是混合型的。例如，有些事物主要表现为必然性现象，但是，当随机因素的影响不可忽视时，就有必要在确定性模型中引入随机因素。如随机微分方程就是这样的例子。当然，在混合型数学模型中，我们所使用的数学工具也就往往不限于单纯的某一门数学学科。

5.2.2　数学模型的构造

数学模型的实际构造过程可归结为如下的几个步骤：

第一步，对所研究的实际问题即现实原型，应分析其对象及关系结构的本质特性，从而确定相应的数学模型的类别。

第二步，要确定所研究的系统并抓住主要矛盾，也即应对问题进行适当的简化（理想化）。

第三步，进行数学抽象，尽可能使用数学概念、数学符号及数学表达式去表现事物对象及其关系。

对所说的第二步及第三步并应作出如下的说明：

第一，相对于较为复杂的现实原型而言，数学模型应当具有化繁为简、化难为易的特性；但是，这种简化并不是无条件的，而应当充分考虑到实际问题所能允许的误差范围以及所用的数学方法所要求的前提条件。事实上，一个好的数学模型本身就应具

有估计误差的功能。

第二，在构造数学模型时，应当尽可能地使用现成的数学语言和工具；但是，如果遇到现成的数学工具不够用或不适用时，则应大胆创造，也即应当根据实际情况提出新的数学概念和数学方法去表现数学模型。例如，60年代中期查德(L. Zadah)创建的模糊数学就是为了处理模糊事物和现象的数学模型而发展起来的一门新的数学理论。

第三，对于同一现实原型可能建立不同的数学模型，因此，在研究过程中，我们就应不断进行检验和比较，特别是应当把由数学模型经过纯数学的研究得到的数学解答返回到现实中去，看看能否确实解决实际问题。这样，通过多次的反复，我们就能逐步筛选出最优的模型，并不断予以发展和完善。

5.2.3　进一步的例子

①地球运动问题

在研究地球的运动时，首先应确定所研究的系统是日—地系统，它是宇宙力学系统的子系统。这一系统中的主要矛盾为太阳与地球的相互作用力，因为相对说来，其他诸星体对地球的引力作用毕竟是微不足道的次要因素，故可忽略不计。

上述系统中具有关键作用的量的概念有：质量、位置、距离、时间、速度、加速度等，此外，运动轨道也是必须予以考虑的重要因素。所有这些对象或因素显然都可借助于数学中的常量、变量、坐标、微商、曲线等予以表述。另外，太阳是恒星，其位置可以当作不变；太阳和地球又都可以看成几何学上的点。这些就是为了作出数学模型所必须采取的数学抽象。

最后，为了作出地球运动的数学模型（即运动方程式），还必须利用普遍的自然科学定律，即万有引力定律及牛顿的第二运动定律。试以$\vec{r}$表示地球点的坐标向量（即位置向量），这是一个依赖于时间t的点变量；又以r表示$\vec{r}$的长度。这样，便得到如

下的方程式：

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = -\frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)k.$$

式中k为万有引力常数。

这显然是一个确定性的数学模型。

② 布丰（Buffon）投针实验问题

试在平地上划出一组间隔距离为一寸的平行线。以一寸长的针（质量均匀的细针）随机地掷到画有平行线条的平面上，问针与平行线接触的机会有多大？

首先，由于现实原型具有随机性、或然性，因此，所求的数学模型必是一随机性模型。如图 5·3 所示，$0\leqslant l\leqslant 1$，$0\leqslant\theta\leqslant\pi$，截长 l 与交角 θ 显然都具有随机性，故 l、θ均为随机变量，且各取诸可能值的机会均具有"等或然性"。

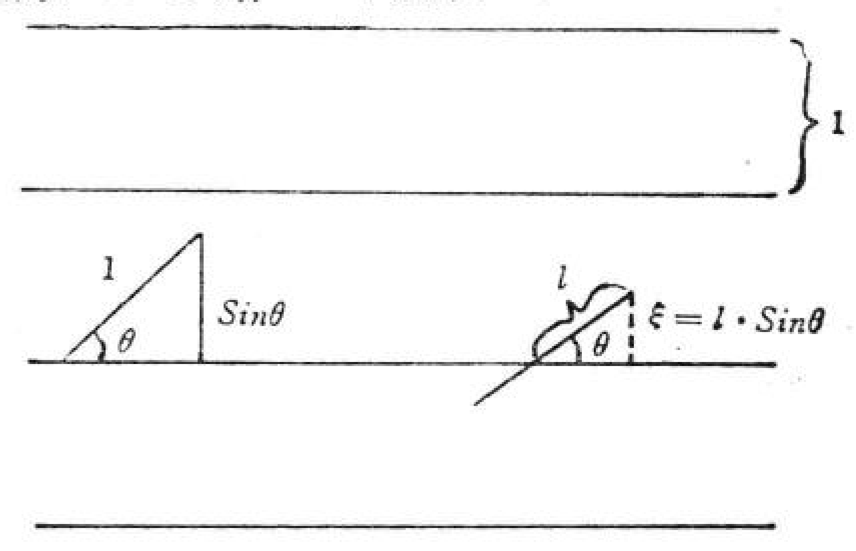


图5·3

由此，通过引进随机变量 θ 与 $\zeta=l\cdot\sin\theta$，投针实验问题这一现实原型即可表述为一个概率计算问题：以P表示概率，E表示概率均值（数学均值），相应的数学模型即可表述为：

$$\underset{\theta}{E}\left\{P(\zeta\in(0,\ \sin\theta))\ \middle|\ 0\leqslant\theta\leqslant\pi\right\}=?$$

经过简单计算可得出：

$$P(\zeta\in(0,\ \sin\theta))=\sin\theta;$$

$$E\left\{\sin\theta\middle|0\leqslant\theta\leqslant\pi\right\}=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi\sin\theta d\theta=\frac{1}{\pi}(-\cos\theta)\Big|_0^\pi$$

$$=\frac{2}{\pi}.$$

从而，投针问题所要寻找的机会（概率）就等于$\frac{2}{\pi}$。

（作者：郑毓信）

参考文献

[1] 波利亚，怎样解题，科学出版社，1982。

[2] 波利亚，数学与猜想（一、二卷），科学出版社，1984。

[3] 波利亚，数学的发现（一，二卷），内蒙古人民出版社，1980。

[4] 拉卡托斯：证明与反驳，上海译文出版社，1987年。

[5] 拉卡托斯：数学、科学与认识论（Mathematics, Science and Epistemology》），ed.J.Worrall & G. Currie, Cambridge Univer. Press, 1977。

[6] 彭加勒：科学的价值，光明日报出版社，1988。

[7] 阿达玛：数学领域中的发明心理学，江苏教育出版社，1989。

[8] 波普尔：猜想与反驳，上海译文出版社，1986。

[9] 徐利治：数学方法论选讲，华中工学院出版社，1983。

[10] 徐利治、郑毓信：关系映射反演方法，江苏教育出版社，1989。

[11] 徐利治：漫谈数学的学习和研究方法，大连理工大学出版社，1989。

[12] 徐利治、张鸿庆：数学抽象度概念与抽象度分析法，载《数学研究与评论》，1985年第二期。

[13] 朱梧槚：数学方法论ABC，辽宁教育出版社，1986。

[14] 郑毓信：数学方法论入门，浙江教育出版社，1985。

[15] 王建军：郑毓信教授谈波利亚及数学方法论，载《中学数学教学》，1989年，第五期。

〔二〕 统计学数学方法

1 统计学数学方法概述

数理统计学是数学的一个分支，它以概率论为理论基础，研究如何以有效的方式收集、整理和分析受到随机性影响的数据，并对所考察的问题作出推断或者预测，直至为采取决策和行动提供依据和建议。数理统计的方法及考虑的问题不同于一般的资料统计，它更侧重于应用随机现象本身的规律性来考虑资料的收集、整理和分析，从而找出相应的随机变量的分布律或者它的数字特征。由于大量的随机试验必能呈现出它的规律性，因而从理论上讲，只要对随机现象进行足够多次的观察，被研究的随机现象的规律性一定能清楚地呈现出来。但是实际上所允许的观察永远只能是有限的，有时甚至是少量的。一个好的统计方法就在于能有效地利用所获得的资料，尽可能地作出精确而可靠的结论。

数据的收集有种种方式：全面观察、抽样观察和安排特定的试验。

全面观察的一个熟悉的例子是人口普查，这是人类早期重要的统计内容。如果不计在普查过程中可能发生的遗漏、重复等人为错误，就没有什么随机性可言。即使如此，全面观察所得的数据也需要整理和分析，仍需要用上统计方法。

抽样观察是在一个有限的总体中抽取一部分，测定其有关的指标值。为使所抽出的这一部分（样本）在总体中有代表性，对抽样的方法要提出一定的要求。在数理统计中研究这方面的问题叫做抽样技术。一个最简单且常见的要求是使总体中每一个个体有同等的机会被抽到。

安排某种特定的试验以收集数据也是常用的方法。人类在科学研究和生产实践中，要做各种试验，这就存在如何安排试验和如何分析试验结果的问题。试验安排得好，试验次数不多就能得到满意的结果；试验安排得不好，次数既多，结果还往往不令人满意。试验次数过多，既浪费大量的人力和物力，有时还会由于试验时间拖长，使试验条件发生变化而导致试验失败。比如，生产一种工业产品，有几种原料和设备可供使用，生产的各种工艺因素（如温度、压力、反应时间等）又都有若干不同的水平，因而其全部可能的水平组合为数甚多，人力物力和时间都不允许进行全面试验，只能挑出一部分水平组合进行试验。但这部分试验要有代表性，使所得到的试验数据有便于分析的结构且试验次数要适当。这里面就包含着很多数学问题，内容也十分丰富，它们构成了数理统计学的一个分支——试验设计的内容。

对观察或试验数据进行整理和分析的目的，是要把包含在大量的表面上看来杂乱无章的数据中的信息提取出来，集中地反映为少数几个特征数字，并以便于应用的形式（图、表、公式等）表达出来。例如在某城市的10万户居民中，抽取其中1000户，调查各户近5年内每年的现金收入情况，把逐年的平均数标在图上，可以一目了然地看出总的水平及增长趋势；为了了解所调查的居民户现金收入的差异情况，可计算其样本方差或极差（最高值与最低值之差）。在数理统计中，除引进样本平均数与样本方差外，还引进了反映总体种种性质的其他数字特征，如刻划两个指标之间线性关系密切程度的相关系数，反映与对称性偏离程度

的偏度系数等。

统计推断是数理统计学的主要内容。推断的含义，简单地说就是由样本反映它所来自的总体。上例中抽出调查的户数仅占该地区全部户数的1％，如果只是记录了这1000户的调查资料而不以某种形式引伸于该城市全部户数的总体，则意义就不大。设从调查资料中发现，这1000户5年内平均收入每年平均增长5％，根据样本的抽取方式及关于收入分布的适当假设，有可能作出“有95％的把握认为该城市住户年平均收入年增长率在3％至7％之间”之类的结论。这就是一种统计推断。

因为统计推断所依据的是受到随机性影响的数据，它有“从部分推断整体”的性质，由此产生两个有密切联系的特点。一是，这种推断是非确定性的。以前例而言，我们只能“以95％的把握”而不能绝对准确无误地推断年平均增长率在3％至7％之间，亦即有5％的可能性年增长率不在这个范围之内。二是，统计推断在问题的提法、理论、方法和结论的表述上都依靠以研究随机现象为任务的概率论。它们的关系可大致表述为：在概率论中研究了种种数学模型供在数理统计中选用，究竟选用哪一种模型与问题的专业知识及经验有关，也往往要依靠对数据本身所作的整理分析。但一经选定了某种模型，概率论中关于这种模型的理论结果，就可用于统计推断的目的。统计推断则致力于通过数据去检验所选定的模型与实际是否符合，及确定模型中某些未知的成分。例如要研究很大一群人的身高，根据经验我们假定身高的分布近似地为正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，这提供了一个数学模型，但其中包含了未知参数μ与σ，这一模型是否符合这一大群人的实际情况，以及μ与σ的估计，则是需要通过抽样来解决的统计推断问题。故也可以说，概率论是统计的基础，统计则是概率论的一种应用。它们之间的关系正如同几何学与测量学的关系一样。

预测是数理统计学中有着重要应用的课题。它与推断的共同之处在于二者都要越出所观察到的样本的范围，而试图对未知的或未予观察的事物作出某种结论。不同的是，推断的对象是样本所来自的总体的参数，它虽然是未知的，但在推断之前就已确定而无随机性。预测的对象则是一个受到随机性影响的变量在未来某个时刻或设想在某种条件下进行观测时的取值。例如，估计全体12岁的男孩的平均身高是推断问题，若要回答“一个现在是10岁的男孩，两年后的身高是多少”，则是一个预测问题。根据以往的资料记录及一定的概率模型，在某一年的年初回答像“今年长江的最高水位将达到多少”，“今年某种产品的市场容量有多大”这类问题，都属于统计预测的范围。在不少情况下，预测是统计研究的最终目的，而推断只是服务于这个目的中间环节。

以上关于数理统计学的性质和任务的阐述偏重于从应用的角度，如果要严格地进行理论的阐述，则必须使用专门的数学（特别是概率论）知识。数理统计学对其他的数学分支有较多的依赖关系。除概率论外，数学分析与函数论，矩阵代数与组合数学在数理统计学中有重要应用。在数理统计学的近代研究中，也用到像泛函分析、拓扑学和抽象代数等更为专门的数学分支的知识。

数理统计的内容十分丰富，文献中提到的分支学科较多，划分的标准不一，各分支的内容也有不少交叉。如前所述，数理统计学的内容大致可分为收集数据和统计推断两大部分，属于前者的分支，有前面所提及的“抽样技术”及“试验设计”，但它们与统计推断也有联系，抽样技术中有不少内容是关于在种种抽样方法中对总体参数的估计的精度问题。有些试验设计问题（如回归设计）源出于分析推断的一定要求（如正交性、旋转性等）而设计的。另外，以制订产品验收方案为任务的“抽样检验”也有形成一个分支的趋势，按其性质，它与收集数据和统计推断都密切相关。属于统计推断的分支，一般是在已给样本所服从的概率

模型的条件下去研究问题，而不是去考虑怎样获得样本，现将统计推断的主要内容简略介绍于后。

2 参数估计

参数估计是根据从总体中抽得的样本，对总体分布中包含的未知参数进行估值。参数估计分点估计与区间估计两种。设总体的分布为$F(x;\ \theta)$，其中θ（可以是向量）是未知参数。参数的点估计问题就是根据样本x_1，x_2，…，x_n构造一个统计量（样本的函数且不含未知参数）$\hat{\theta}(x_1, \cdots, x_n)$作为$\theta$的估计量。而参数$\theta$的区间估计问题是对于事先给定的$\alpha(0<\alpha<1)$根据样本构造两个统计量$\hat{\theta}_1(x_1, \cdots, x_n)$与$\hat{\theta}_2(x_1, \cdots, x_n)$，使

$$P\{\hat{\theta}_1(x_1, \cdots, x_n)<\theta<\hat{\theta}_2(x_1, \cdots, x_n)\}=1-\alpha \quad (2.1)$$

则称区间$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$是$\theta$的置信度为$1-\alpha$的置信区间。当将样本观察值代入上述统计量时就得到估计值。

2.1 矩估计法

这是英国统计学家K·皮尔逊（K·Pearson）在1894年提出的方法，其基本思想是用样本矩的函数去估计总体矩的同一函数。例如，正态分布$N(\mu, \sigma^2)$中未知参数$\theta=(\mu, \sigma^2)$，μ是总体的一阶原点矩，σ^2是总体的二阶中心矩。由样本x_1，x_2，…，x_n算得样本一阶原点矩$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$和样本二队中心矩$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$，于是就得到$\mu$与$\sigma^2$的矩估计量$\hat{\mu}=\bar{x}$，$\hat{\sigma^2}=s^2$。若要估计变异系数$\sigma/\mu$，由于它是$\mu$与$\sigma^2$的函数，故$\sigma/\mu$的矩估计量是$s/\bar{x}$。

2.2 极大似然估计法

由英国统计学家费歇尔（R·A·Fisher）于1922年引进的极大似然估计法，从理论与应用观点来看，至今仍然是参数点估计中最重要的方法。设有一个分布族$\mathscr{F}=\{p(x,\ \theta),\ \theta\in\Theta\}$，其中$\Theta$为参数空间。在固定$\theta$时，$p(x,\ \theta)$是样本$x=(x_1,\ \cdots,\ x_n)$的联合概率密度函数（或分布列）。同时，当样本观察值$x=(x_1\ \cdots,\ x_n)$给定后，$p(x,\ \theta)$又可看作参数空间Θ上的一个函数。假如对不同的$\theta_1,\ \theta_2\in\Theta$有

$$p(x,\ \theta_1)>p(x,\ \theta_2)$$

那么该观察值x来自总体$p(x,\ \theta_1)$比来自总体$p(x,\ \theta_2)$的可能性大。所以在给定x时，$p(x,\ \theta)$又可作为参数θ对产生观察值x有“多大可能”的一种变量。称$p(x,\ \theta)$为似然函数，记为

$$L(\theta;\ x)=p(x,\ \theta),\ \theta\in\Theta,\ x\in R^n$$

而称为$\ln L(\theta;\ x)$为对数似然函数。

若存在这样一个统计量$\hat{\theta}(x)$，使得

$$L(\hat{\theta}(x),\ x)=\sup_{\theta\in\Theta}L(\theta;\ x) \tag{2.2}$$

或等价地使得

$$\ln L(\hat{\theta}(x),\ x)=\sup_{\theta\in\Theta}\ln L(\theta;\ x) \tag{2.3}$$

则称$\hat{\theta}(x)$为θ的极大似然估计。

例2.1　设$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$是取自正态总体$N(\mu,\ \sigma^2)$的一个样本。为寻求其未知参数μ与σ^2的极大似然估计，我们可写出其样本观察值的似然函数

$$L(\mu,\sigma^2;\ x_1,\cdots,x_n)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i-\mu)^2}$$

$$= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right\}$$

和对数似然函数

$$\ln L = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$$

由 $\frac{\partial \ln L}{\partial \mu}=0$，$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2}=0$ 得似然方程

$$\Sigma(x_i-\mu)=0$$

$$-\frac{n}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=0$$

解之可得

$$\hat{\mu}=\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\quad \widehat{\sigma^2}=S_n{}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

例2.2 （钓鱼问题）：设湖中有鱼N条，现钓出r条，做上记号后放回湖中。一段时间后，再钓出s条（设$s\geqslant r$），结果其中有t条（$0\leqslant t\leqslant r$）标有记号。试根据此种信息，估计出湖中鱼数N的值。

这是一个典型的统计估值问题。钓出s条，其中标有记号的鱼数应是个随机变量。记为x。显然x只可能取0，1，…，r这$r+1$个值。现$x=t$，且

$$p\{x=t\}=C_r^t C_{N-r}^{s-t}/C_N^s=L(N;\ t)$$

其中N为未知参数。今钓出s条即已出现t条，那么我们认为N应该使得$p\{x=t\}$最大，即取$\hat{N}$使$L(\hat{N},\ t)=\max\limits_{N} L(N;\ t)$。为具体求出$N$，我们考虑比值：

$$R(N;\ t)=\frac{L(N;\ t)}{L(N-1;\ t)}=\frac{C_r^t C_{N-r}^{s-t}}{C_N^s}\bigg/\frac{C_r^t C_{N-1-r}^{s-t}}{C_{N-1}^s}$$

$$=\frac{N^2-Nr-Ns+rs}{N^2-Nr-Ns+Nt}$$

由上式可见，当$rs<Nt$时，$R(N;t)<1$，当$rs>Nt$时，$R(N;t)>1$，故当$N<\frac{rs}{t}$时，$L(N;t)$是N的上升函数，$N>\frac{rs}{t}$时，$L(N;t)$是N的下降函数。由于N是个整数，故取$\hat{N}=\left[\frac{rs}{t}\right]$（$\frac{rs}{t}$的整数部分）作为$N$的估计。

从直观上看，湖中有标记的鱼的比例和钓出的s条鱼中有标记的鱼所占的比例似相一致，即，$r:N=t:s$，因而有$\hat{N}\approx\frac{rs}{t}$，上面的估计正好与此直观的结果相符。

参数的点估计除上述两种方法外，最小二乘估计（见回归分析）与贝叶斯（T·Bayes）估计也是重要的估计方法。

2.3　估计量的评选标准

可以用来估计参数θ的估计量$\hat{\theta}(x_1,\cdots,x_n)$很多，于是产生了怎样去选择一个优良的估计量的问题。那么，评定一个估计量优劣的标准是什么呢？总的直观想法是，希望θ与它的估计量$\hat{\theta}$在某种意义下最为“接近”。由此想法出发，产生了许多选优标准。然而，任一估计量$\hat{\theta}(x_1,\cdots,x_n)$都是随机样本$x_1$，$x_2$，…，$x_n$的函数，在每一个具体场合下，$\hat{\theta}$与$\theta$接近的程度，都取决于所获得的样本。因此，只能从整体上而不能从个别样本观察值去考察$\hat{\theta}$的优良性。

无偏性是衡量一个估计量优良性的重要标准。若参数θ的估计量$\hat{\theta}(x_1,\cdots,x_n)$满足$E_\theta[\hat{\theta}(x_1,\cdots,x_n)]=\theta$，则称$\hat{\theta}$是$\theta$的

无偏估计，否则称为有偏估计。从直观上说，如果对某一总体抽取多个样本观察值（样本容量相同），得到估计量的多个值，我们要求它平均地说来同被估计的那个参数真值θ相同。换言之，我们将$\hat{\theta}$多次使用时，其与θ的各次偏差正负抵消。因此，这个标准只有在估计量$\hat{\theta}$大量重复使用而不是“一次性”的应用时才有意义。

由于估计量$\hat{\theta}$依赖于样本容量n，因而需要考察$n\to\infty$时$\hat{\theta}$的极限性态。若它依概率收敛到未知参数θ，即对任意$\varepsilon>0$，有$\lim\limits_{n\to\infty}p\{|\hat{\theta}-\theta|\geqslant\varepsilon\}=0$则称$\hat{\theta}$是$\theta$的相容估计，也称一致估计或相合估计。

一般，无偏估计不唯一。设$\hat{\theta}$为未知参数θ的无偏估计量，它对θ的平均平方偏差（即方差）为$E(\hat{\theta}-\theta)^2=D(\hat{\theta})$。显然对任意固定的样本容量$n$，方差$D(\hat{\theta})$愈小表明估计量$\hat{\theta}$愈好。对于未知参数$\theta$的两个不相同的无偏估计量$\hat{\theta}_1$与$\hat{\theta}_2$，若对任意的样本容量$n$有$D(\hat{\theta}_1)\leqslant D(\hat{\theta}_2)$，则称$\hat{\theta}_1$较$\hat{\theta}_2$有效。考虑$\theta$的所有无偏估计量，如果其中存在一个估计量$\hat{\theta}_0$，使对一切$\theta\in\Theta$及$\theta$的任意无偏估计量$\hat{\theta}$有$D_\theta(\hat{\theta}_0)\leqslant D_\theta(\hat{\theta})$，则称$\hat{\theta}_0$是$\theta$的一致最小方差无偏估计。

用定义去检查一个估计量是否为一致最小方差无偏估计是较困难的，而最小方差无偏估计的求法要用到充分统计与完备统计，这里不作介绍。寻找一致最小方差无偏估计的一个方法是利用印度统计学家C・R・罗（C・R・Rao）和瑞典统计学家C・R・克拉美（C・R・Cramer）在1945年和1946年先后独立证明的一个不等形，设参数空间Θ为实数轴上的一个开区间，$\{f(x;\theta)$

$\theta\in\Theta\}$ 是总体概率函数或密度函数族，$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$为来自总体的样本，$\hat{\theta}(x_1, \cdots, x_n)$是 θ 的无偏估计，且满足所谓正则条件，则有

$$D(\hat{\theta}) \geqslant \frac{1}{nE_\theta\left[\left(\frac{\partial \ln f(x; \theta)}{\partial \theta}\right)^2\right]}$$

此不等式称为罗-克拉美不等式或C-R不等式，它给出了无偏估计量方差的下界。注意到上式右端只与$f(x; \theta)$有关，而与$\hat{\theta}$无关。因此，若某一无偏估计的方差对Θ中的每个θ都达到这个下界，则它必是θ的一致最小方差无偏估计。用这个方法可以证明由正态总体抽出的样本均值去估计总体均值，都是一致最小方差无偏估计。

2.4 区间估计

由(2.1)式定义的置信区间$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$是一个随机区间，并且它的两个端点都是不依赖于未知参数θ的随机变量，应特别指出的是，(2.1)式的含义是在重复取样下，将得到许多不同的区间$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$，这些区间中大约有$100(1-\alpha)\%$的区间包含未知参数$\theta$。但对一次具体的抽样所得到的一个具体的区间，决不能说不等式

$$\hat{\theta}_1(x_1, \cdots, x_n)<\theta<\hat{\theta}_2(x_1, \cdots, x_n) \tag{2.4}$$

成立的概率为$1-\alpha$。因为对一组样本观察值来说，$\hat{\theta}_1(x_1,\cdots,x_n)$和$\hat{\theta}_2(x_1, \cdots, x_n)$是两个确定的数，从而只有两种可能：要么这个区间包含θ，要么不包含θ。因此定义区间$(\hat{\theta}_1(x_1, \cdots, x_n), \hat{\theta}_2(x_1, \cdots, x_n))$属于包含未知参数$\theta$的区间类的置信度是$1-\alpha$。

所以$1-\alpha$称为置信度，以示与概率有所不同，其理由即在于此。

设母体$x\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，其中参数σ^2为已知，x_1，…，x_n为来自该母体的样本。由于$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$服从$N\left(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$分布，故

$$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,\ 1) \tag{2.5}$$

它含有未知参数μ。但U的分布不包含任何未知参数。故对于给定的置信度$1-\alpha$，可求出相应的分位点$u_{\alpha/2}$，使

$$P\{|U|<u_{\alpha/2}\}=1-\alpha$$

利用不等式变形可得到它的等价形式或

$$P\{-u_{\alpha/2}<U<u_{\alpha/2}\}=1-\alpha$$

或
$$P\left\{-u_{\alpha/2}<\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<u_{\alpha/2}\right\}=1-\alpha$$

于是
$$P\left\{\bar{x}-u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha$$

这样就得到了μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间

$$(\bar{x}-u_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n},\ \bar{x}+u_{\alpha/2}\sigma\sqrt{n}) \tag{2.6}$$

若总体$N(\mu,\ \sigma^2)$中σ^2也未知，则由于

$$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n-1}}\sim t(n-1)$$

其中$s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$，类似地可得$\mu$的置信度为$1-\alpha$的置信区间

$$(\bar{x}-t_{\alpha/2}(n-1)S/\sqrt{n-1},\ \bar{x}+t_{\alpha/2}(n-1)S/\sqrt{n-1}) \tag{2.7}$$

其中$t_{\alpha/2}(n-1)$满足 $P\left\{\left|\frac{\bar{x}-\mu}{S/\sqrt{n-1}}\right|<t_{\alpha/2}(n-1)\right\}=1-\alpha$

由上述可见，寻求未知参数θ的置信区间一般可通过下述三

个步骤。

（1）寻找样本的一个函数$U(x_1, \cdots, x_n; \theta)$，它包含待估参数$\theta$，而不包含其他未知参数，且$U$的分布已知且不依赖于任何未知参数。

（2）对于给定的置信度$1-\alpha$，确定分位点，定出两个常数a，b，使得$P\{a<U<b\}=1-\alpha$。这是由于函数U的分布不含有任何未知参数，一般地说，这种分位点是可以算出的。特别，在（2.5）中确定函数U时，往往选择这样的函数U，使其分布是有表可查的常用分布。

（3）利用不等式变形，由$a<U<b$得到等价的不等式$\hat{\theta}_1<\theta<\hat{\theta}_2$，就得到$\theta$的置信度为$1-\alpha$的置信区间（$\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$）。

函数$U(x_1, \cdots, x_n; \theta)$的构造，通常可以从$\theta$的点估计着手考虑。许多常用的正态母体参数的置信区间可以用上述步骤获得。

3　假设检验

假设检验是根据样本对有关的总体分布的某个命题作出推断的理论和方法。它首先对总体的分布函数的形式或分布的某些参数作某种假设，然后抽取样本，根据样本提供的有关信息，对所作假设的正确性作出判断。

假设检验一般必须经过下述四个步骤：根据实际问题的要求提出统计假设的命题H_0；找出恰当的适于检验H_0的统计量$T(x)$来集中样本内关于H_0的信息；在理论上导出统计量T的分布，给出临界值表；根据临界值和由样本算出的统计量T的值来判断H_0是否成立。前三步是建立检验法的步骤，最后一步是利用这个检验法来作出判断的步骤。

临界值的选取与检验水平α有关（α表示H_0成立时作出错判的概率）。若临界值t_0是上限，则有$P_{H_0}\{T(x)\geqslant t_0\}\leqslant\alpha$；若$t_0$是下限，则有$P_{H_0}\{T(x)\leqslant t_0\}\leqslant\alpha$；若临界值有两个，分别为上下限，则有$P_{H_0}\{t_1\leqslant T(x)$或$T(x)\geqslant t_2\}\leqslant\alpha$。α一般取很小的值，在实际应用中，α通常取0.10，0.05，0.01三种。日常使用的临界值表大多是按这些α值来编制的。α的值越小，统计量$T(x)$越过临界值的概率就越小，因此拒绝H_0的结论更为可靠。

假设检验的基本思想没有参数估计那样直观。下面通过例子来说明假设检验这种统计方法的基本思想。

例3.1 某厂有200件产品，须经检验方能出厂。按规定废品率$p\leqslant 1\%$，现随机地抽取5件，发现含有废品，问这批产品能否出厂？

解 从直观上看，这批产品是不能出厂的，其理由何在？

现作假设H_0：$p\leqslant 1\%$，即200件产品中至多含有2件废品，先计算任取5件无废品的概率：

$P\{$随机地抽5件产品不含废品$\}$

$$=\begin{cases} C_{198}^5/C_{200}^5 & \text{当200件产品中有2件废品时} \\ C_{199}^5/C_{200}^5 & \text{当200件产品中有1件废品时} \\ 1 & \text{当200件产品中无废品时} \end{cases}$$

$$\geqslant C_{198}^5/C_{200}^5>0.95$$

从而 $P\{$随机地抽5件产品中含有废品$\}<0.05$，是个小概率，故"随机地抽5件产品中含有废品"是个小概率事件，根据实际推断原理，小概率事件在一次试验中往往是不会发生的，而现在居然发生了，则有理由怀疑原假设H_0：$p\leqslant 1\%$的正确性，因此判断这批产品不合格，故不能出厂。

例 3.2 某食品厂用自动装罐机装罐头食品，每罐标准重量为500克。按以前生产经验标准差σ_0为10克。每隔一段时间需要检查机器工作情况。现抽取10罐，称得其重量为（单位：克）：

495　501　505　498　503

492　502　512　497　506

假定重量服从正态分布，试问这段时间机器工作是否正常？

解　本例所提出的检验问题是$H_0: \mu=500$。

μ未知，由于$\bar{x}$是μ的一致最小方差无偏估计，$\bar{x}$观察值的大小在一定程度上反映了μ的大小。从直观上看，若自动装罐机工作正常，即H_0成立，则$\bar{x}$与$\mu_0=500$相差不应大大，这就要给出一个界限k（k为待定的常数），当$|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k$时；则认为$\bar{x}$与$\mu_0$差异显著，从而判断装罐机工作不正常；而当$|\bar{x}-\mu_0|<k$时，则认为$\bar{x}$与$\mu_0$差异不显著，从而判断装罐机工作正常。那么应如何来确定常数k呢？

在原假设$H_0: \mu=\mu_0$成立时，$|\bar{x}-\mu_0|<k$似乎总应成立。但由于$|\bar{x}-\mu_0|$是个随机变量，也会有$|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k$的可能性，当然这个可能性要适当地小才行。于是人们采取限制这个可能性的大小来确定常数k，即在H_0成立的条件下，使$|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k$的概率不超过$\alpha$，即

$$P\{|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k \mid H_0\}\leqslant\alpha \tag{3.1}$$

其中$0<\alpha<1$，α是个小概率值。

引入上式后，k便可以确定了。事实上，由于只允许犯这类错误的概率的最大值为α，令（3.1）式的右端取等号，即令

$$P\{|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k|H_0\}=\alpha \tag{3.2}$$

因为$\bar{x}\sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$，故$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0, 1)$，在$H_0$成立的条件下，$U=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0, 1)$。为了确定$k$。我们对（3.2）式进行变形得：

$$P\{|\bar{x}-\mu_0|\geqslant k\}=\alpha$$

或
$$P\left\{\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geqslant\frac{k}{\sigma/\sqrt{n}}\right\}=\alpha$$

由标准正态分布的上侧 α 分位点的定义可得

$$\frac{k}{\sigma/\sqrt{n}}=u_{\alpha/2} \quad 或 \quad k=u_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$$

若取 $\alpha=0.05$，则 $u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$，再代入 $\sigma=10$，$n=10$，得 $k=6.2$(克)，对本例，因 $|\bar{x}-500|=2<6.2$，故认为机器工作是正常的。但若再取容量为10的样本，算得 $\bar{x}=507$(克)，这时 $|\bar{x}-\mu_0|=7>6.2=k$，则认为这段时间内机器工作不正常，也就否定了原假设 H_0：$\mu=\mu_0=500$。为什么这时可以否定 H_0 呢？乃是因为 $\{|\bar{x}-\mu_0|>k\}$ 这个事件仅有0.05的可能性，是个小概率事件。因而拒绝 H_0。

由以上两例可见，假设检验的推理逻辑是一种概率性质的反证法。

若由理论或经验的推测，已经知道样本来自总体的性质，只要从样本来检验这一看法是否正确，这类假设检验问题就是显著性检验的典型问题。它所关心的只是假设 H_0 是否成立，而不关心 H_0 不成立时的其他情况（如例3.2），在这种情况下常不明显地写出备择假设 H_1。若在检验中 H_0 只涉及到总体的未知参数（如例3.1，例3.2），就称为参数的假设检验，否则称为非参数假设检验。例如测量误差从理论上知应遵从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，现在要从样本来检验假设"H_0：总体分布是正态的"是否成立。K·皮尔逊在1900年提出了著名的拟合优度检验的方法——χ^2 检验。设 H_0 是"总体分布为 $F_0(x)$"，$F_0(x)$，是一完全确定的分布函数。根据样本的观测值将样本分成K组，求出按总体分布 $F_0(x)$ 算出的落入各组的理论频数 np_i（n 是样本容量），再从样本算得落入各组的实测频数 n_i，于是统计量

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$$

的极限分布是χ^2分布，可用它来求出相应的临界值，但此时要求样本容量n不能太小。对于离散分布的检验也可用上述的χ^2统计量。例如检验孟德尔（G. Mendel）遗传学上的结论，将红、白花豌豆杂交后，下一代中白色、粉红色与红色之比应为1:2:1，即有一个离散的分布$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，如下一代共有n棵，白色、粉红色与红色的棵数分别为n_1，n_2，n_3（$n_1+n_2+n_3=n$），于是用

$$\chi^2=\frac{(n_1-n/4)^2}{n/4}+\frac{(n_2-n/2)^2}{n/2}+\frac{(n_3-n/4)^2}{n/4}$$

可以检验实际数据与理论的推断是否有显著的差异。

设$\mathscr{F}$是样本空间Ω上的某一分布族。对参数假设检验问题，$\mathscr{F}$可写成$\{F(x;\ \theta)\theta\in\Theta\}$，$F(x,\ \theta)$为已知的分布函数，$\theta$为未知参数，$\Theta$为参数空间或状态空间，亦即$\theta$所有可能取值的集合。待检验的命题$H$对$\Theta$中的某些参数是成立的，这些参数组成了$\Theta$的一个子集$\Theta_0$，于是待检验的假设可表成$H_0$：$\theta\in\Theta_0$，$H_0$通常称为原假设。记$\Theta_1=\Theta/\Theta_0$，则假设$H_1$：$\theta\in\Theta_1$称为备择假设。若$\Theta_0$或$\Theta_1$是$\Theta$的单点集，相应的假设称为简单假设，否则就称为复合假设，如果H_0只涉及一个总体，就称为单总体的假设检验问题，否则就称为多总体的假设检验问题。

用统计量来检验H_0是否成立，实质上是用它将样本空间Ω划分为互不相交的两部分：接受域w_A和拒绝域w_R。当样本落入w_A时，接受H_0；当样本落入w_R时拒绝H_0。由于抽样的随机性，不论怎样选取统计量和拒绝域，根据样本作出的判断总有可能发生两类错误。一类是真实情况为H_0成立，但判断H_0不成立，犯了“以真作假”的错误，这称为第一类错误；另一类相反，犯了“以假作真”的错误，这称为第二类错误。

		参数的真实情况	
		$\theta\in\Theta_0$ (H_0成立)	$\theta\in\Theta_1$ (H_0不成立)
判断	接受H_0	正　确	第二类错误
结论	拒绝H_0	第一类错误	正　确

通常人们不愿轻易地拒绝H_0。例如工厂的产品一般是合格品，出厂进行抽样检验时不希望轻易地被认为不合格，于是在限定犯第一类错误的概率不超过某个指定值α（检验水平）的条件下，寻求犯第二类错误的概率尽可能小的方法。当$\theta\in\Theta_1$时，样本x落入拒绝域w_R的概率记为$P_\theta(x\in w_R)$，显然$1-P_\theta(x\in w_R)$就是犯第二类错误的概率。可见$P_\theta(x\in w_R)$，当$\theta\in\Theta_1$时，它的值愈大，犯第二类错误的概率愈小，于是θ的函数$P_\theta(x\in w_R)$就称为这一检验相应的功效函数，当$\theta\in\Theta_0$时，$P_\theta(x\in w_R)$正好是犯第一类错误的概率，所以问题就变成在规定了检验水平α之后，在所有满足$P_\theta(x\in w_R)\leqslant\alpha$（对一切$\theta\in\Theta$）的检验$(w_A, w_R)$中，是否有一个最好的，亦即是否在其中有$w_R^*$存在，使得对于一切检验水平为α的$w_R$都有$P_\theta(x\in w_R^*)\geqslant P_\theta(x\in w_R)$。然而这个不等式两边都是$\theta$的函数，两个函数的值可以在这一点上是这个函数值大，而在另一点上情况则相反。实际上我们无法事先确定θ究竟是什么值，因此好的检验法必须对每一个$\theta\in\Theta_1$，$P_\theta(x\in w_R^*)$都达到最大值，若这样的检验w_R^*存在，则称w_R^*是水平为α的一致最大功效检验（UMP检验）。

奈曼（J. Neyman）与皮尔逊在1933年提出了著名的奈曼

—皮尔逊引理，这是对简单假设找出 UMP 检验的一个构造性的结果。运用它对于一些复合假设检验问题找到了 UMP 检验以及具有其他各种优良性的检验，这就形成了奈曼—皮尔逊理论。

奈曼—皮尔逊引理是出了UMP检验相应的统计量是两个概率密度之比。这个统计量的直观意义非常明显，样本来自哪一个密度的概率大大超过另一个密度，就可断言样本来自前者而不是后者。把这一想法与最大似然原理相结合就得到似然比检验。设样本的分布密度为$f(x, \theta)$，于是

$$\Lambda(x)=\sup_{\theta\in\Theta_0} f(x, \theta)\Big/\sup_{\theta\in\Theta} f(x, \theta)$$

就称为似然比，其中$\Theta=\Theta_0\cup\Theta_1$。显然$0\leqslant\Lambda(x)\leqslant1$，当$\Lambda(x)$太小时，就拒绝$H_0$，否则就接受$H_0$。它的临界值 λ_0由检验水平α和$\Lambda(x)$在H_0成立时的分布确定，使$P_{H_0}(\Lambda(x)\leqslant\lambda_0)=\alpha$。然而，寻求$\Lambda(x)$的精确分布并不容易。1938年，S. S威尔克斯（S.S. Wilks）证明了在相当广泛的条件下，$-2\ln\Lambda(x)$是渐近于χ^2分布的，这就为大样本的似然比检验提供了依据。

4　方差分析

方差分析是数理统计的基本方法之一，是工农业生产和科学研究中分析数据的一种重要工具。在实际中，经常要考虑由于生产条件的不同是否对试验结果有显著影响的问题。例如，在某种化工产品的生产中，由于反应温度、反应时间、压力、催化剂种类的不同使得产量也不同。其中哪些因素影响是显著的，哪些因素的影响是不显著的呢？在下一节的回归分析中，对其中的某些问题有所涉及，但那里是为了得到定量的结论，必须取各因素作为自变量，且要取相当多的不同的值，同时要以数量作为指标。但有些因素，比如催化剂种类只是一种属性，不是数量，因而不

能作为自变量，如果只是为了辨明某个因素影响是否显著，则可以按照预定的计划只作很少次数的试验，用方差分析就可判断。在方差分析中，因素可以不是数量化的而是某种条件的不同，比如不同催化剂的种类，不同的机器，不同的人等等，但它们在事先要有一定的计划与安排，以便对比。因而它与回归分析的要求是不同的，方法自然也就不相同。下面我们以单因素方差分析为例，来说明方差分析这种统计方法的思想和方法。

设因素A有r个水平A_1，A_2，…，A_r，在水平$A_i(i=1, 2, \cdots, r)$下进行$n_i(n_i\geqslant 2)$次独立试验，得到如下表的结果：

水平 观察值	A_1	A_2	…	A_r
	y_{11}	y_{21}		y_{r1}
	y_{12}	y_{22}	…	y_{r2}
	⋮	⋮		⋮
	y_{1n_1}	y_{2n_2}		y_{rn_r}
样本总和	$y_{1.}$	$y_{2.}$	…	$y_{r.}$
样本均值	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	…	$\bar{y}_{r.}$
总体均值	μ_1	μ_2	…	μ_r

我们假定：各个水平$A_i(i=1, 2, \cdots, r)$下的样本y_{i1}，y_{i2}，…，y_{in_i}来自总体$N(\mu_i, \sigma^2)$（注意对不同的i，方差σ^2均相同，即具有方差的齐性），μ_i与σ^2未知，且设不同水平作用下的样本之间相互独立。

由于$y_{ij}\sim N(\mu_i, \sigma^2)$，即有$y_{ij}-\mu_i\sim N(0, \sigma^2)$，故$y_{ij}-\mu_i$可看成随机误差。记$y_{ij}-\mu_i=\varepsilon_{ij}$，则$y_{ij}$可表成如下的数据结构式：

$$\begin{cases} y_{ij}=\mu_i+\varepsilon_{ij} & i=1, 2, \cdots, r,\ j=1, 2, \cdots, n_i \\ \varepsilon_{ij}\sim N(0, \sigma^2) & \text{各}\varepsilon_{ij}\text{间相互独立} \end{cases} \quad (4.1)$$

方差分析的任务就是对于模型(4.1)：(1)检验r个总体

$N(\mu_1, \sigma^2)$, …, $N(\mu_r, \sigma^2)$的均值是否相等，即检验假设：

$$H_0:\ \mu_1=\mu_2=\cdots=\mu_r \qquad (4.2)$$
$$H_1:\ \mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_r\text{不全相等}$$

故方差分析是检验多个正态总体均值是否有显著差异。(2)作出未知参数μ_1, μ_2, …, μ_r, σ^2的估计。

记μ_1, μ_2, …, μ_r的加权平均为μ，即

$$\mu=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i\mu_i \qquad (4.3)$$

其中$n=\sum_{i=1}^{r} n_i$，μ 称为总平均，并记

$$\alpha_i=\mu_i-\mu \quad i=1, 2, \cdots, r \qquad (4.4)$$

这时有$\sum_{i=1}^{r} n_i\alpha_i=\sum_{i=1}^{r} n_i(\mu_i-\mu)=0$，$\alpha_i$为水平$A_i$的效应。利用这些记号，模型(4.1)可改写成

$$\begin{cases} y_{ij}=\mu+\alpha_i+\varepsilon_{ij} \\ \sum_{i=1}^{r} n_i\alpha_i=0 \quad i=1, 2, \cdots, r,\ j=1, 2, \cdots, n_i \\ \varepsilon_{ij}\sim N(0, \sigma^2),\ \text{各}\varepsilon_{ij}\text{独立} \end{cases} \qquad (4.5)$$

假设(4.2)则等价于假设

$$H_0:\ \alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_r=0 \qquad (4.6)$$
$$H_1:\ \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_r\ \text{不全为}0$$

为导出检验假设(4.6)的统计量，我们首先分析下一引起诸y_{ij}波动的原因。当(4.6)为真时，诸y_{ij} 的波动纯碎是由随机性引起的；另一个可能是假设(4.6)不真引起的，因而我们用一个量来刻划诸 y_{ij}的波动，并把引起波动的上述两个原因分别用两个量表示出来，这就是方差分析中常用的偏差平方和分解的方法。

引进下列记号：

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}y_{ij},\quad n=\sum_{i=1}^{r}n_i,\quad y_{i\cdot}=\sum_{j=1}^{n_i}y_{ij},$$

$$\bar{y}_{i\cdot}=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}y_{ij}=\frac{1}{n_i}y_{i\cdot}$$

则总的偏差平方和S_T可分解为：

$$\begin{aligned}S_T&=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y})^2\\&=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}[(y_{ij}-\bar{y}_{i\cdot})+(\bar{y}_{i\cdot}-\bar{y})]^2\\&=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{i\cdot})^2+\sum_{i=1}^{r}n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\bar{y})^2\\&=S_e\qquad\qquad\qquad+S_A\end{aligned}$$

这里 $S_e=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{i\cdot})^2$，$S_A=\sum_{i=1}^{r}n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\bar{y})^2$

利用数据结构式(4.5)可得$\bar{y}_{i\cdot}=\mu+\alpha_i+\bar{\varepsilon}_{i\cdot}$，$\bar{y}=\mu+\bar{\varepsilon}$，其中$\bar{\varepsilon}_{i\cdot}$，$\bar{\varepsilon}$的意义同$\bar{y}_{i\cdot}$，$\bar{y}$，从而

$$S_e=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(\varepsilon_{ij}-\bar{\varepsilon}_{i\cdot})^2$$

反映了误差的波动，称它为误差的偏差平方和，而

$$S_A=\sum_{i=1}^{r}n_i(\alpha_i+\bar{\varepsilon}_{i\cdot}-\bar{\varepsilon})^2$$

在假设(4.6)为真时，它反映误差的波动；在假设(4.6)不真时，它就反映因素A的不同水平效应间的差异（当然也包含误差），称它为因素A的偏差平方和。

由于 $ESe=\sum_{i=1}^{r}(n_i-1)\sigma^2=(n-r)\sigma^2$

$$ES_A = \sum_{i=1}^{r} n_i \alpha_i^2 + (r-1)\sigma^2$$

故知$Se/(n-r)$为σ^2的无偏估计，当假设(4.6)为真时，$S_A/(r-1)$也是σ^2的无偏估计，否则它的期望值要大于σ^2，故当H_0为真时，比值

$$F = \frac{S_A/(r-1)}{Se/(n-r)}$$

不应太大。可以证明：当H_0为真时，$F \sim F(r-1, n-r)$。由给定的α，$P\{F \geqslant F_\alpha(r-1, n-r\} = \alpha$ 定出临界值$F_\alpha(r-1, n-r)$，由样本算出F值，若$F \geqslant F_\alpha(r-1, n-r)$，则拒绝$H_0$，否则接受$H_0$

由于$E\bar{y}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i}\sum_{z=1}^{ni} Ey_{ij} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{ni}\mu_i = \mu_i$，$E\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{ni} Ey_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} n_i\mu_i = \mu$，故知$\bar{y}_{i\cdot}$，$\bar{y}$分别是$\mu_i$，$\mu$的无偏估计，从而有$\hat{\mu}_i = \bar{y}_{i\cdot}$，$\hat{\mu} = \bar{y}$，$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}$，$\hat{\sigma}^2 = S_e/(n-r)$。

对于多因素方差分析，其思想方法与单因素方差分析类似，但情况要复杂得多，比如双因素方差分析，还要考虑两因素间是否存在交互作用，若考虑交互作用，必须进行重复试验，否则无法将交互作用项与随机误差项分开，这是应该加以注意的。

5 回归分析

在实际问题中，我们常常会遇到多个变量同处于一个过程之中，它们互相联系、互相制约。有的变量间有完全确定的函数关系；另外还有一些变量，它们之间虽然也有一定的关系，但这种关系并不完全确定，例如正常人的血压和年龄有一定的关系，一般讲年龄大的人血压相对地高一些，但它们之间就不能用一个确

定的函数关系式表达出来。这些变量间的关系，其实是随机变量(或其中至少有一个是随机变量)之间的关系，我们常称为统计相关关系。为了深入了解事物的本质，往往也需要我们去寻找这些变量间的数学关系式。回归分析就是寻找这类不完全确定的变量间的数学关系式并进行统计推断的一种方法。在这种关系式中最简单也是最常用的是线性回归。

设y是随机变量，x_1，x_2，…，x_m是可控制或可观测的变量，并设它们之间有线性关系：

$$y=\beta_0+\beta_1x_1+\cdots+\beta_mx_m+\varepsilon \qquad (5.1)$$

其中β_0，β_1，…，β_m是未知参数，ε是服从$N(0, \sigma^2)$分布的不可观测的随机误差。如果我们对(5.1)获得了n组独立观测（样本）：

$$(y_k; x_{k1}, x_{k2}, \cdots, x_{km}),\ k=1, 2, \cdots, n \qquad (5.2)$$

于是由(5.1)式可知y_k具有数据结构式

$$y_k=\beta_0+\beta_1x_{k1}+\beta_2x_{k2}+\cdots+\beta_mx_{km}+\varepsilon_k,\quad k=1, 2, \cdots, n \qquad (5.3)$$

其中ε_1，ε_2，…ε_n相互独立且均服从于$N(0, \sigma^2)$分布，这就是有m个自变量的线性回归模型（m元线性回归模型）。

设β_0，β_1，…，β_m的估计分别记为$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，…，$\hat{\beta}_m$，那么我们就可以得到一个m元线性回归方程

$$\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x_1+\cdots+\hat{\beta}_mx_m \qquad (5.4)$$

对(5.2)中的每一样本点$(x_{k1}, x_{k2}, \cdots, x_{km})$，由(5.4)可求得相应的值：

$$\hat{y}_k=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x_{k1}+\cdots+\hat{\beta}_mx_{km} \qquad (5.5)$$

称由(5.5)所求得的$\hat{y}_k$为回归值。我们总希望由估计$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，…，$\hat{\beta}_m$所定出的回归方程能使一切y_k与$\hat{y}_k$

之间的偏差平方和达到极小，即要求

$$\min_{\beta_0,\beta_1,\cdots,\beta_m}\sum_{k=1}^{n}(y_k-\beta_0-\beta_1x_{k1}-\cdots-\beta_mx_{km})^2$$

$$=\sum_{k=1}^{n}(y_k-\hat{\beta}_0-\hat{\beta}_1x_{k1}-\cdots-\hat{\beta}_mx_{km})^2$$

所以我们只要求使

$$Q(\beta_0,\ \beta_1,\ \cdots,\ \beta_m)=\sum_{k=1}^{n}(y_k-\beta_0-\beta_1x_{k1}-\cdots-\beta_mx_{km})^2$$

达到极小的β_0，β_1，…，β_m。由于Q是β_0，β_1，…，β_m的一个非负二次型，故其极小值必存在。由

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\theta}{\partial\beta_0}=-2\sum\limits_{k=1}^{n}(y_k-\beta_0-\beta_1x_{k1}-\cdots-\beta_mx_{km})=0\\[2ex]\dfrac{\partial\theta}{\partial\beta_j}=-2\sum\limits_{k=1}^{n}(y_k-\beta_0-\beta_1x_{k1}-\cdots-\beta_mx_{km})x_{kj}=0,\end{cases}$$

$$j=1,\ 2,\ \cdots,\ m.$$

經整理即得关于β_0，β_1，…，β_m的一个线性方程组（以下“Σ均表示“$\sum\limits_{k=1}^{n}$”）：

$$\begin{cases}n\beta_0+\sum x_{k1}\beta_1+\cdots+\sum x_{km}\beta_m=\sum y_k\\\sum x_{k1}\beta_0+\sum x_{k1}^2\beta_1+\cdots+\sum x_{k1}x_{km}\beta_m=\sum x_{k1}y_k\\\cdots\\\sum x_{km}\beta_0+\sum x_{km}x_{k1}\beta_1+\cdots+\sum x_{km}^2\beta_m=\sum x_{km}y_k\end{cases}\tag{5.6}$$

称（5.6）为正规方程组，其解称为β_0，β_1，…，β_m的最小二乘估计。

（5.6）可以用矩阵形式简洁地表示出来。令

$$X=\begin{pmatrix}1 & x_{11} & \cdots & x_{1m}\\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2m}\\ & \cdots & & \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nm}\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix},\quad \beta=\begin{pmatrix}\beta_0\\ \beta_1\\ \vdots\\ \beta_m\end{pmatrix}$$

若记（5.6)的系数矩阵为A,常数项矩阵为B,则A恰为$X'X$，B恰为$X'Y$。因而（5.6)用矩阵形式表示即为

$$X'X\beta=X'Y \tag{5.7}$$

称X为结构矩阵，它说明Y的数学期望的结构。$A=X'X$为正规方程组的系数矩阵，B为正规方程组的常数项矩阵，在回归分析中通常A^{-1}存在，这时最小二乘估计β可表示为

$$\widehat{\beta}=(X'X)^{-1}X'Y \tag{5.8}$$

当我们求得了β的最小二乘估计$\widehat{\beta}$后，就可建立回归方程(5.4)，从而我们可以利用它对y进行预报和控制。

实测值y_k与回归值$\widehat{y_k}$的差$y_k-\widehat{y_k}$称为残差，称

$$\widetilde{Y}=Y-\widehat{Y}=Y-X\widehat{\beta}=[I_n-X(X'X)^{-1}X']Y \tag{5.9}$$

为残差向量，而称

$$S_e=\sum(y_k-\widehat{y_k})^2=\widetilde{Y}'\widetilde{Y}=(Y-X\widehat{\beta})'(Y-X\widehat{\beta})$$
$$=Y'Y-\widehat{\beta}'X'Y=Y'[I_n-X(X'X)^{-1}X']Y \tag{5.10}$$

为剩余平方和（或残差平方和）。可以证明

$$E(S_e)=(n-m-1)\sigma^2 \tag{5.11}$$

故
$$\widehat{\sigma^2}=S_e/(n-m-1) \tag{5.12}$$

是σ^2的无偏估计。

例5.1　求一元线性回归

$$y_k=\beta_0+\beta_1x_k+\varepsilon_k,\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

中参数β_0，β_1的最小二乘估计及σ^2的无偏估计，其中x_1，x_2，…，x_n不全相同

解：

$$X=\begin{pmatrix}1 & x_1\\ 1 & x_2\\ \vdots & \vdots\\ 1 & x_n\end{pmatrix}\qquad Y=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix}$$

则

$$X'X=\begin{pmatrix}n & \sum x_i\\ \sum x_i & \sum x_i^2\end{pmatrix}\qquad X'Y=\begin{pmatrix}\sum y_i\\ \sum x_i y_i\end{pmatrix}$$

从而由(5.7)得正规方程组为

$$\begin{cases}n\beta_0+\sum x_i\beta_1=\sum y_i\\ \sum x_i\beta_0+\sum x_i^2\beta_1=\sum x_i y_i\end{cases}\tag{5.13}$$

由第一式可得$\widehat{\beta}_0=\bar{y}-\widehat{\beta}_1\bar{x}$，其中$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum y_i$，$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i$，将它代入(5.13)的第二式，由于$x_1$，$x_2$，…，$x_n$不全相等可知

$$\beta_1=\frac{\sum x_i y_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$$

若记

$$\begin{cases}l_{11}=\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\bar{x}^2\\ l_{1y}=\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum x_i y_i-n\bar{x}\bar{y}\end{cases}\tag{5.14}$$

则β_0，β_1的最小二乘估计为

$$\begin{cases}\widehat{\beta}_1=l_{1y}/l_{11}\\ \widehat{\beta}_0=\bar{y}-\widehat{\beta}_1\bar{x}\end{cases}\tag{5.15}$$

由(5.10)可得：

$$\begin{aligned}S_e&=Y'Y-\widehat{\beta}'X'Y=\sum y_i^2-(\widehat{\beta}_0 n\bar{y}+\widehat{\beta}_1\sum x_i y_i)\\ &=\sum y_i^2-[(\bar{y}-\widehat{\beta}_1\bar{x})n\bar{y}+\widehat{\beta}_1\sum x_i y_i]\\ &=\sum y_i^2-n\bar{y}^2-\widehat{\beta}_1(\sum x_i y_i-n\bar{x}\bar{y})=l_{yy}-\widehat{\beta}_1 l_{1y}\end{aligned}$$

其中 $l_{yy}=\sum(y_i-\bar{y})^2=\sum y_i^2-n\bar{y}^2$，由于本例中$m=1$，由(5.12)知 $\widehat{\sigma^2}=\dfrac{l_{yy}-\widehat{\beta_1}l_{1y}}{n-2}$

为了进行回归效果的显著性检验和预测，我们列出β的最小二乘估计的一些性质：

(1)　$E(\hat{\beta})=\beta$，　$D(\hat{\beta})=(X'X)^{-1}\sigma^2$

(2)　$\text{Cov}(\tilde{Y},\ \hat{\beta})=0$

(3)若进一步假设$Y\sim N_n(X\beta,\ \sigma^2 I_n)$时，则有$\hat{\beta}$与$S_e$相互独立，且$\hat{\beta}\sim N_{m+1}(\beta,\ (X'X)^{-1}\sigma^2)$，$\dfrac{S_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-q)$，其中 q 为矩阵X的秩。

m元线性回归考虑下面的一些显著性检验问题：

(1)变量 y 与 x_1，x_2，…，x_m之间是否确有线性关系？如果它们之间没有线性关系，那么一切$\beta_i(i=1,2,\cdots,m)$均应为0，这相当于检验假设

$$H_0:\ \beta_1=\beta_2=\cdots=\beta_m=0 \tag{5.16}$$

是否成立。

(2)如果 y 与x_1，x_2，…，x_m之间确有线性关系，但是否每个变量都起显著作用呢？若因子x_j对 y 作用不显著，那么β_j应该是0。因此要检验因子x_j对 y 是否有显著影响就相当于要检验假设：

$$H_{0j}:\ \beta_j=0 \tag{5.17}$$

是否成立。

y_1，y_2，…，y_n之所以有差异，一般是由下述两个原因引起的。一是当 y 与x_1，x_2，…，x_m之间确有线性关系时，由于x_1，x_2，…，x_m取值的不同，而引起y_i取值的不同；另一个是由于除去 y 与x_1，x_2，…，x_m的线性关系以外的一切因素引起的，包括

x_1, x_2, …, x_m对 y 的非线性影响以及其他一切未加控制的随机因素。通常我们用数据的总的偏差平方和来衡量数据波动的大小：

$$S_T=\sum(y_i-\bar{y})^2=\sum[(y_i-\hat{y}_i)+(\hat{y}_i-\bar{y})]^2$$
$$=\sum(y_i-\hat{y}_i)^2+\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2$$

利用正规方程（5.6）可知交叉项$\sum(y_i-\hat{y}_i)(\hat{y}_i-\bar{y})=0$，所以我们就得到了平方和分解式：

$$S_T=S_e+S_R \tag{5.18}$$

其中$S_e=\sum(y_i-\hat{y}_i)^2$即为（5.10）所示的剩余平方和，它反映了除去 y 与x_1, x_2, …, x_m之间的线性关系之外的一切因素引起数据 y_i 间的波动。而

$$S_R=\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2=\sum_i\left[\sum_{u=1}^{m}\hat{\beta}_v(x_{iu}-\bar{x}_u)\right]^2$$

$$=\sum_i\sum_u\sum_U\hat{\beta}_u\hat{\beta}_v(x_{iu}-\bar{x}_u)(x_{iv}-\bar{x}_v)$$

$$=\sum_u\sum_v\hat{\beta}_u\hat{\beta}_v l_{uv}=\hat{\beta}_1 l_{1y}+\hat{\beta}_2 l_{2y}+\cdots+\hat{\beta}_m l_{my}$$

称为回归平方和，它主要反映了由变量x_1, x_2, …, x_m的变化引起y_i间的波动。我们通过平方和分解式（5.18）将这两个原因在数值上基本分开了。

在m元线性模型（5.3）中，当假设（5.16）为真时，

$$F=\frac{S_R/m}{S_e/(n-m-1)}\sim F(m,\ n-m-1)$$

这就是用来检验假设（5.16）的统计量。在给定检验水平 α 下，当$F\geqslant F_\alpha(m,\ n-m-1)$时拒绝$H_0$，即整个回归是有意义的，认为 y 与x_1, x_2, …, x_m之间确有线性关系。

由于$\hat{\beta}\sim N(\beta,\ (X'X)^{-1}\sigma^2)$，故知其第$j$个分量$\hat{\beta}_j\sim N(\beta_j,\ C_{jj}\sigma^2)$，其中$C_{jj}$为$(X'X)^{-1}$的第$j$个对角线元素（$(X'X)^{-1}$中元素编号从0算起），且$\hat{\beta}_j$与$\hat{\sigma}^2$相互独立，因此在假设(5.17)为真时

$$t_j=\frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{C_{jj}}\,\hat{\sigma}}\sim t(n-m-1)$$

其中$\hat{\sigma}=\sqrt{S_e/(n-m-1)}$，这就是用来检验第$j$个因子是否显著的统计量，对给定的检验水平$\alpha$，当$|t|\geqslant t_{\alpha/2}(n-m-1)$时拒绝假设(5.17)。

在$x_1=x_{01}$，$x_2=x_{02}$，…，$x_m=x_{0m}$（这里x_{0j}，$j=1$，…，m都是已知数）处，对y预测是指对y的值作区间估计。记相应的y值为y_0，则有

$$y_0=\beta_0+\beta_1x_{01}+\cdots+\beta_mx_{0m}+\varepsilon_0$$

其中$\varepsilon_0\sim N(0,\ \sigma^2)$。假定$y_0$与$y_1$，$y_2$，…，$y_n$相互独立。显然可以用

$$\hat{y}_0=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x_{01}+\cdots+\hat{\beta}_mx_{0m}$$

作为y_0的点估计。

现在导出$y_0-\hat{y}_0$的概率分布。因为y_0与$\hat{y}_0$都服从正态分布。且二者独立，所以$y_0-\hat{y}_0$也服从正态分布。且由于

$$\begin{aligned}E(y_0-\hat{y}_0)&=Ey_0-E\hat{y}_0\\&=\beta_0+\beta_1x_{01}+\cdots+\beta_mx_{0m}-\beta_0-\beta_1x_{01}-\cdots-\beta_mx_{0m}\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D(y_0-\hat{y}_0)&=D(y_0)+D(\hat{y}_0)\\&=Dy_0+D[\bar{y}+\hat{\beta}_1(x_{01}-\bar{x}_1)+\cdots+\hat{\beta}_m(x_{0m}-\bar{x}_m)]\\&=\sigma^2+\frac{\sigma^2}{n}+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}E\{(\hat{\beta}_i-\beta_i)(\hat{\beta}_j-\beta_j)\}\end{aligned}$$

$$\cdot(x_{0i}-\bar{x}_i)(x_{0j}-\bar{x}_j)$$

$$=\sigma^2+\frac{\sigma^2}{n}+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(x_{0i}-\bar{x}_i)(x_{0j}-\bar{x}_j)\sigma^2$$

其中C_{ij}是矩阵$C=(X'X)^{-1}$的第i行第j列元素.因此,$y_0-\hat{y_0}\sim$

$$N\left(0,\ \sigma^2\left(1+\frac{1}{n}+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(x_{0i}-\bar{x}_i)(x_{0j}-\bar{x}_j)\right)\right)$$

记
$$d_0=\sqrt{1+\frac{1}{n}+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}C_{ij}(x_{0i}-\bar{x}_i)(x_{0j}-\bar{x}_j)}\qquad(5.19)$$

因而
$$U=\frac{y_0-\hat{y_0}}{\sigma d_0}\sim N(0,\ 1)$$

又知$\frac{S_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-q)$，若$X$为满列秩阵，则$q=m+1$,$\hat{\beta}$与$S_e$独立，从而$\hat{y_0}$与$S_e$独立。又$S_e$是$y_1$，…，$y_n$的函数，所以$y_0$与$S_e$独立，故$y_0-\hat{y_0}$与$S_e$独立。由t分布之定义得

$$T=\frac{y_0-\hat{y_0}}{\sqrt{\frac{S_e}{n-q}}d_0}=\frac{(y_0-\hat{y_0})/\sigma d_0}{\sqrt{\frac{S_e}{\sigma^2}\Big/(n-q)}}\sim t(n-q)$$

给定置信度$1-\alpha$，由

$$P\{|T|<t_{\alpha/2}(n-q)\}=1-\alpha$$

从而得y_0的置信度为$1-\alpha$的预测区间是

$$\left(\hat{y_0}-t_{\alpha/2}(n-q)\sqrt{\frac{S_e}{n-q}}d_0,\ \hat{y_0}+t_{\alpha/2}(n-q)\sqrt{\frac{S_e}{n-q}}d_0\right)$$

或
$$(\hat{y_0}-t_{\alpha/2}(n-q)\hat{\sigma}^*d_0,\ \hat{y_0}+t_{\alpha/2}(n-q)\hat{\sigma}^*d_0)$$

其中d_0由(5.19)给出，$\hat{\sigma}^*=\sqrt{\frac{S_e}{n-q}}$，通常$X$为满列秩阵，这时

$t_{\alpha/2}(n-q)=t_{\alpha/2}(n-m-1)$，$\widehat{\sigma^2}=\sqrt{S_e/(n-m-1)}$

6 多元统计分析

多元统计分析是处理多指标总体统计问题的理论和方法。1928年，维夏特（Wishart）发表了多元正态总体样本协差阵的精确分布（称维夏特分布），可以说是多元统计分析的开始。30年代，R. A. 费歇尔，E. 霍太林（E. Hotelling），许宝禄（P.L.HSU）以及S. N. 劳（S.N.Roy）等人作出了一系列奠基性的工作，使多元分析在理论上得到迅速的发展。40年代它在心理、教育、生物方面都有不少的应用，但由于计算量大，其进展停滞了相当长的时间。50年代中期，电子计算机的出现，使它在地质、气象、生物、数据处理中得到广泛的应用。60年代，在理论上又有重要进展。直到现在，多元分析一直是数理统计中非常活跃的分支。

多元分析初期，主要讨论与多元正态总体有关的一些统计问题，如参数估计与假设检验。多元正态分布有两组参数：期望值向量$\vec{\mu}$和协方差矩阵Σ。对$\vec{\mu}$与Σ的估计与检验的方法以及这些方法的优良性是理论研究的主要课题。一个典型的问题是比较两个协方差矩阵相同的多维正态总体的期望值向量是否相同。设$\vec{X}_1$，$\vec{X}_2$，…，$\vec{X}_n$来自正态总体$N(\vec{\mu}_1, \Sigma)$，$\vec{Y}_1$，$\vec{Y}_2$，…，$\vec{Y}_m$来自正态总体$N(\vec{\mu}_2, \Sigma)$，要检验H_0：$\vec{\mu}_1=\vec{\mu}_2$是否成立。这要用到霍太林于1936年提出的著名的T^2统计量：

$$T^2=\frac{nm}{n+m}(\overline{X}-\overline{Y})'\widehat{\Sigma}^{-1}(\overline{X}-\overline{Y})$$

其中$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\vec{X}_i$，$\overline{Y}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\vec{Y}_i$

$$\hat{\Sigma}=\frac{1}{n+m-2}\left[\sum_{i=1}^{n}(\vec{X}_i-\bar{X})(\vec{X}_i-\bar{X})'+\sum_{i=1}^{m}(\vec{Y}_i-\bar{Y})(\vec{Y}_i-\bar{Y})'\right]$$

T^2乘以适当常数后，就是遵从F分布的随机变量，查F表或T^2的表，就得临界值。当T^2的值太大时就拒绝H_0，这种T^2检验具有很多优良性。

多元分析的理论和方法，大多要涉及样本的协方差矩阵$\hat{\Sigma}$，$\hat{\Sigma}$的精确分布是维夏特分布，它们相当于一元统计分析中χ^2分布，T^2则相当t，而和一元统计分析中F相应的统计量不止一个，从理论上还无法断定究竟那一个最好。这些统计量都与两个独立的具有维夏特分布的随机矩阵有关，涉及到随机矩阵的相对特征根之和、积、最大值、最小值等等各种简单的对称函数的精确分布。最常用的Λ统计量是两个矩阵的行列式之比，即特征根乘积之比。对于这些统计量的分布和优良性的研究构成了近几十年多元分析中重要的理论课题。它涉及到一些近代数学工具，利用它们的结果已解决了一部分问题，如Λ的精确分布，各种检验的最小化最大风险的性质以及多元方差分量的优良估计等等；但还遗留了不少问题。上述内容通常归入狭义的多元分析的范围。

广义的多元分析毋须假定总体是正态分布。多元分析按其应用可以分为回归分析、趋势面分析、典型相关分析、判别分析、聚类分析、因子分析、主成分分析、对应分析等等。在这个范围内如加上正态分布的假定，就可以讨论一些更深入的问题。例如线性模型中有关线性假设检验的问题就有比较系统的结果。

6.1 多元回归分析

多元回归分析的特点是同时处理多个因变量，回归系数和常数的计算公式和一元的情况相仿，一元回归分析中的单个回归系数，这时是一个向量，是几个因变量对一个自变量的回归系数。

因此，关于回归系数、回归常数的检验要用T^2统计量。对回归方程的显著性检验不是用F统计量，而是用Λ统计量，它是两个矩阵的行列式之比。

6.2 趋势面分析

趋势面分析是回归分析在地质勘探的应用中发展起来的。它以各种元素的含量作为因变量，把它们对地理坐标进行回归（选用一次、二次或高次的多项式），回归方程称为趋势面，反映了含量的趋势。趋势面分析的重点是残差，找出残差异常大的点，这些点附近的元素的含量特别高，这就有可能形成可采的矿位，这一方法不仅在地质勘探，而且在其他领域也得到了应用。

6.3 典型相关分析

典型相关分析是寻找两组变量各自的线性函数中相关系数达到最大值的一对，这称为第一对典型变量，还可以求出第二对、第三对等等，这些成对的变量彼此是不相关的。各对的相关系数称为典型相关系数。这些典型变量在实际问题中很有现实意义，利用它们就可以找到许多有关的联系。

6.4 因子分析

因子分析是由样本资料阵将一组变量$\vec{Y}=(y_1, \cdots, y_p)'$分解为一些公共因子$\vec{f}$与特殊因子$\vec{s}$的线性组合，即有常数矩阵$A$，使$\vec{Y}=A\vec{f}+\vec{s}$，$A$称为因子负荷矩阵。公共因子$\vec{f}$的内容有时是明确的，如在心理研究中，根据学生的测验成绩（指标）来分析他的反应快慢、理解深浅（公共因子），有时则是不明确的，为了寻求易于解释的公共因子，往往对因子轴进行旋转，有正交旋转、斜旋转、极大变差旋转等方法。

从样本协差阵或相关阵求公共因子的方法有广义最小二乘法，极大似然估计法与不加权的最小二乘法等。通常在应用中，最方便是直接利用主成分分析所得的前几个主成分，它们往往是对各个指标影响都较大的公共因子。

6.5 主成分分析

总体的成员每个都有多个指标，这些指标常常是彼此相关的。主成分分析是寻求这些指标的互不相关的线性函数，使原有的多个指标的变化可由这些线性函数的变化来解释。这些线性函数就称为原有函数的主要成分（或称主分量）。已经证明这些线性函数的系数，正好是总体协差阵的特征向量，它的方差正好是特征向量所相应的特征值，方差越大就表明它能说明原多个指标变化的能力越强，因此按方差的大小，即特征根的大小，依次称为第一主成分、第二主成分等等。通常用样本的协差阵或相关阵来求特征根和特征向量；这称为R型主成分分析，在图象识别中称为路易甫—卡鲁宁（M.Loeve—Karhunen）展开。还有一种Q型主成分分析，是用由样品之间的内积组成的内积阵来进行类似讨论，寻找出有代表性的“典型”样品，以它们为根据进行分类。这种方法在地质结构的分析中常常使用。

6.6 对应分析

对应分析是70年代地质学家提出的方法。对非负值指标的样品资料矩阵作适当处理后，同时进行R型和Q型的主成分分析，将结果综合在图上进行解释，可以得到一些指标随时间、空间位置变化的规律。它的理论正在引起多方面的重视。

6.7 判别分析

由K个不同总体的样本来构造判别函数，利用它来决定新的

未知类别的样品属于那一类，这是判别分析所处理的问题。它在医疗诊断、天气预报、图象识别等方面有广泛的应用。

由不同的准则可以得到不同的判别函数，常用的判别准则有下列几种：

（1）贝叶斯准则：由已知的先验分布及各总体的分布密度，求出观察到样本 p 个指标取值为 $\vec{x}$ 时，这一样本属于各类（即各总体）的后验概率的值，将它归入后验概率最大的一类。

（2）费歇尔准则：考察样本 p 个指标的函数u（u可以看作是这p个指标的综合）。按u的值可以求出这k个总体的组间差 B_u 与组内差W_u。易见B_u/W_u的值越大，表示 u 区别这 k 类的能力越强，因此寻求使B_u/W_u达到最大值的 u，就是费歇尔准则的解。若 u 限于线性函数，则已证明 u 的系数正是组间差矩阵相对于组内差矩阵的特征向量。

（3）回归方法（最小二乘准则）：把判别问题中指标看作自变量，引入人为的值来区分 k 个类，这些值就看作因变量的值。求相应的回归方程，用这些方程所确定的函数作为判别函数。可以证明，适当选取因变量的值，回归所得到的解与费歇尔准则的解是相同的。

（4）非参数方法：利用各类本身的样本去估计各自的密度，再利用求得的密度构造判别函数。

以上这些方法都有指标的筛选问题。一般说来并不是所考察的指标对分类都是有意义的，因此常用逐步判别的方法。逐步判别就是利用样本的资料阵，逐步筛选出一些确有判别作用的指标。逐步判别还可有另一含义，就是逐步将类分组，例如诊断时先确定是否有病，下一步判断是哪个系统有病…。有时有些指标是难获得的，例如医疗诊断中的活体检查，于是最好将指标按易难程度排序，从易到难，先根据容易获得的作判断，若不行就进而考察下一个指标，这样的方法就是序贯判别分析。

6.8 聚类分析

聚类分析是讨论对给定的对象如何按照它的指标来进行分类，事先既不知道有哪些类别，也不知道共有多少类。因此不同的聚类方法往往会给出不相同的结论。

设对每个成员考察p个指标，因此一个成员就是p维空间中的一个点，全部N个成员就是N个点。若在P维空间引入“距离”的概念，它是两点间不相似性的度量，按距离的远近可以将点归类。还可引入“相似系数”进行分类。但是距离与相似系数该怎样规定，往往与指标的性质有关。指标通常分三类：一类是名义指标，如原料的产地；二是有顺序特性的指标，如颜色的深浅，酒的好坏等；三是数值指标，如重量、个数等。不同性质的指标有不同的距离和相似系数。

聚类分析的方法从不同的角度来确定分类的依据。

按对象的有无顺序性来分，有有序分类与无序分类。例如，同一剖面的地质标本，只能把位置衔接的合并成一类，不能打乱上下的顺序，这就是有序分类，没有这一限制的是无序分类。

按最后的要求来分，有谱系分类与非谱系分类。生物分类要求按演化的顺序给出谱系表，说明各类之间的联系，这就是谱系分类。不作这样要求的就是非谱系分类。

按分类时使用的手段来分，有系统聚类法与分解法。系统聚类法是先将每个成员各自看成一类，逐步合并，直至全部成员合为一类，分解法是先将全部成员看成一类，逐步分开，直至不能再分为止。无论是分与并，都由距离或相似系数来决定。

（作者：陈华钩）

参考文献

〔1〕 H·克拉美，统计学数学方法，魏宗舒等译，上海科学技术出版社，1966。

〔2〕 陈希孺，数理统计引论，科学出版社，1981。

〔8〕 张尧庭、方开泰，多元统计分析引论，科学出版社，1982。

〔4〕 C.R.Rao: Linear Statistical inference and its application, Second edition John wiley 1973.

〔5〕 S.S.Wilks: Mathemetical Statistics, John wiley 1962.

〔6〕 茆诗松: 王静龙，数理统计，华东师范大学出版社，1990。

〔7〕 陈善林，张浙，统计发展史，立信会计图书用品社，1987。

〔三〕 组合数学方法

前　　言

组合数学是数学的一个古老而又新颖的分支，人们也常称之为组合分析、组合论或组合学。历史上对组合问题的研究开始得很早，而且早期的组合学，由于所得结果的奇妙，往往给予神秘的解释，据说我国治水的夏禹（公元前2200年左右），就研究过洛龟背上的图案（见图1），即所谓“洛书”：“二四为肩，六八为足，左三右七，戴九履一，五居中央。”

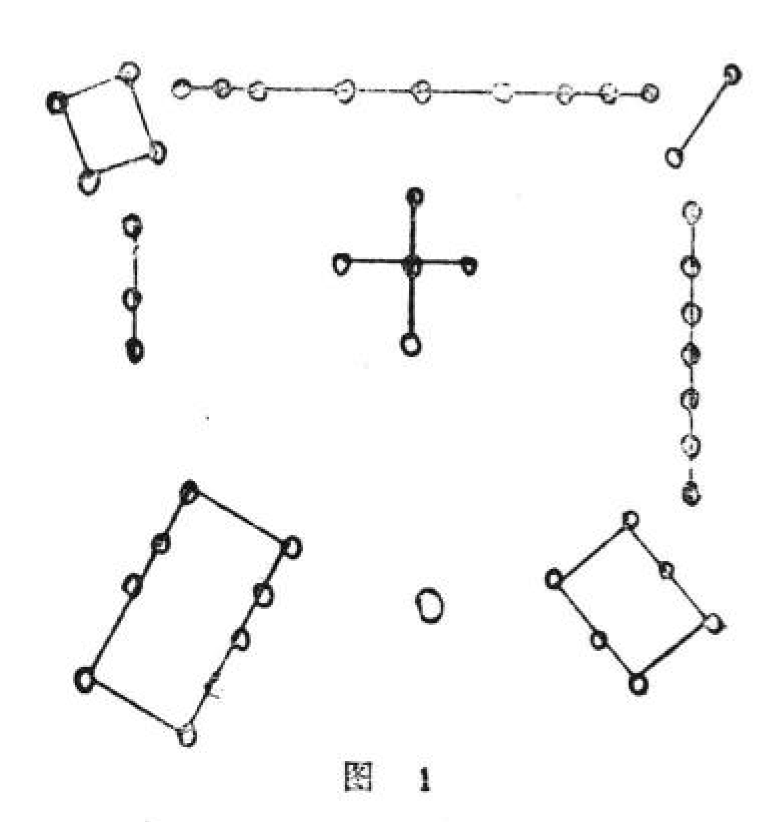


图 1

如以现代的方法表示，即为方阵

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

它是一个三阶幻方，即9个元素恰为1，2，3，4，5，6，7，8，9，且每行、每列、主对角线与次对角线之和均为15，这是一个简单的组合学结果。在当时，由于此图案的神奇，禹即认为是上天的意旨，而得“九畴”之说。由于幻方的奇妙，据说当今仍有印度少女将刻有9个数字所成的幻方的银牌带在身上，作为辟邪的护身符。

近几个世纪以来，人们曾从数学游戏的角度来研究组合学，Bachet的法码问题，Kirkman的女生问题，Euler的36军官问题以及Gauss的八后问题等都是著名的例子。这些问题的研究对组合学的发展曾起过很大的作用。

近几十年来，由于组合学的方法与技巧在许多学科中得以应用，从而人们开始了认真研究组合学的新纪元。计算机技术的飞速发展也大大地促进了组合学的研究。由于计算机计算速度的提高，使以前无法处理的大量数据的计算问题有了解决的可能，但计算机是依据算法与程序进行工作的，而其中便包含着许多组合理论与方法。

组合学现在已广泛地被看成数学的最吸引人的分支之一，这是因为，它包含着许多充满美学魅力的最聪明的证明，并且它在现代科学中有十分广泛的应用。有许多带挑战性的智力游戏与趣味盎然的数学难题，不管是数值的，几何的或仅含图形的，可以用组合的方法解决，而它们常常在物理、化学、工程、统计、社会学、经济学、计算机科学、运筹学等学科中有所应用。

组合学的研究正是方兴未艾，要给组合学下一个确切的定义

尚为时过早。可以说，组合学所讨论的中心问题是集合中元素的编排问题，编排之最简单者即为通常的排列与组合。这样，有三个问题需要探讨：第一，符合给定规则的编排是否存在；第二，如果某种编排确实存在，要求找出这种编排的个数；第三，如某种编排存在，要找出构造这种编排的方法。当然这三个问题是紧密相关的，它们分别称为存在性问题，计数问题与构形问题。自从70年代Cook与Karp建立了关于计算复杂性的基本定理以来，组合优化与计算复杂性中的许多问题(例如P/NP便是其中之一)，已成为数学界与计算机科学界普遍关注的问题。但因篇幅限制，本篇未能涉及。事实上本篇只涉及到组合学中不多的几个方面，还有不少组合学中十分重要并且饶有趣味的问题也因篇幅限制未能涉及。

1 计数方法

1.1 排列与组合

排列是指对集S中元素的有序选择。

组合是指对集S中元素的无序选择。

在排列与组合中，我们可以允许元素重复出现（可重），也可以不允许元素重复出现(不可重)。例如，设$S=\{1,2,3\}$，那么S有9个2－可重排列：

11，12，13，21，22，23，31，32，33；

有6个2－不可重排列：

12，13，21，23，31，32；

有6个2－可重组合：

11，12，13，22，23，33；

有3个2－不可重组合：

12，13，23。

以$_nP_r$表示n-集S的r-不可重排列数，则

$$ {}_nP_r = n(n-1)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} = (n)_r \tag{1.1} $$

这是因为在排列$a_1a_2\cdots a_r$中，a_1可以取S的任一个元素，a_2可以取S的其余$(n-1)$个元素中的任一个，当$a_1a_2\cdots a_i$选定之后，a_{i+1}可以取其余$(n-i)$个元素中的任一个。

以$_nC_r$表示n-集S的r-不可重组合数。设$a_1a_2\cdots a_r$是任一个这样的组合，那么它可以产生$r!$个不同的r-不可重排列，也就是$a_1a_2\cdots a_r$的所有$r!$个排列，因此

$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \binom{n}{r} \tag{1.2} $$

这正是熟知的二项式系数。事实上，在积$(x+y)^n=(x+y)\cdots(x+y)$中，项x^ry^{n-r}的系数正好等于从$(x+y)^n$中选择r个$(x+y)$的因子，从每一个因子中取x，从其余$(n-r)$个$(x+y)$的因子的每一个中取y的选择方法数。注意下列等式：

$$ {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \tag{1.3} $$

n-集S的r-可重排列数是n^r，因为在排列$a_1a_2\cdots a_r$中，每个a_i都有n种相互独立的取法。

为了求出n-集S的r-可重组合数，我们不能仿照前面的做法，用一个因子去除n^r。因为不同的组合所产生的排列数未必相同。例如2-组合12可以产生两个2-排列，12与21，而2-组合11只能产生一个2-排列，即11本身。设$S=\{1, 2, \cdots, n\}$。S的每一个r-可重组合可以写成

$$ a_1, a_2, \cdots, a_r $$

使得

$$a_1 \leqslant a_2 \leqslant \cdots \leqslant a_r$$

我们构造一个新的集合，$S^*=\{1, 2, \cdots, n+r-1\}$，则

$$a_1+0, \ a_2+1, \ \cdots, \ a_r+r-1$$

是S^*的一个r-不可重组合，并且，对应

$$a_1, \ a_2, \ \cdots, \ a_r \longleftrightarrow a_1+0, \ a_2+1, \ \cdots, \ a_r+r-1$$

是S的r-可重组合与S^*的r-不可重组合间的一一对应。由(1.2)，n-集S的r-可重组合数是

$$\binom{n+r-1}{r}=\binom{n+r-1}{n-1} \tag{1.4}$$

n-集的r-不可重组合数与可重组合数的表达式在形式上很相似，它们分别是

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} \quad 与 \quad \frac{n(n+1)\cdots(n+r-1)}{r!}$$

前者的分子递减，而后者递增。

注意到下列事实是有趣的：n-集的r-可重组合数等于方程

$$r=x_1+x_2+\cdots+x_n \tag{1.5}$$

的非负整数解$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$的数目，这里x_i是在组合中第i个元素出现的次数，如果令$y_i=x_i+1$，$i=1, 2, \cdots, n$，则(1.5)变换成

$$n+r=y_1+y_2+\cdots+y_n \tag{1.6}$$

它的正整数解$(y_1, y_2, \cdots, y_n)$的数目显然与(1.5)的非负整数解的数目相同。假定我们沿水平方向画出$(n+r)$个点，在点间的$(n+r-1)$个空格中插入$(n-1)$个记号，将第一个点集中的点数作为y_1，第二个点集中的点数作为y_2，…等等，那么记号的每一种插入方法对应于(1.6)的一个解。例如 · ·|· · ·|· · 表示$2+3+2=7$，因为有$\binom{n+r-1}{n-1}$种方法在$(n+r-1)$个空格

中插入$(n-1)$个记号，于是(1.1.6)的解数与(1.5)的解数与n-集的r-可重组合数都是$\binom{n+r-1}{n-1}$，这是讨论可重组合的另一种方法。

作为上述方法应用的另一个例子是求n-集S的不允许出现相继数的r-不可重组合数，依次写下1，2，…，n，在每一个被选取的数的后面插入一个记号，假定在第一个记号的前面有x_1个数，在第一个与第二个记号之间有x_2个数…，在最后一个记号后面有x_{r+1}个数，那么

$$n=x_1+x_2+\cdots+x_{r+1} \tag{1.7}$$

这里$x_1\geqslant 1$，$x_2\geqslant 2$，…，$x_r\geqslant 2$，$x_{r+1}\geqslant 0$。将(1.7)式变换成

$$n-r+2=x_1+(x_2-1)+\cdots+(x_r-1)+(x_{r+1}+1) \tag{1.8}$$

它给出了将$n-r+2$作为$(r+1)$个正整数的和的表达式。由(1.1.6)知道，这种表达方法的数目是$\binom{n-r+1}{r}$，就是在$(n-r+1)$个空格中插入r个记号的方法数。这就是所求的组合数。

从关系式

$$(1+x)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^k \tag{1.9}$$

出发，可以推出大量含二项式系数的恒等式，例如在(1.9)中令$x=1$，$x=-1$，依次得到

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=2^n \tag{1.10}$$

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}=\begin{cases}0, & n>0\\ 1, & n=0\end{cases} \tag{1.11}$$

在(1.9)两端对x微分，再代以$x=-1$，得到

$$\sum_{k=0}^{n} k(-1)^k \binom{n}{k} = \begin{cases} 0, & n>1 \\ k, & n=1 \end{cases} \tag{1.12}$$

在(1.9)两端对x微分r次，再除以$r!$，然后代以$x=-1$，得到

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{k}{r}\binom{n}{k} = \begin{cases} 0, & n>r \\ -1, & n=r \end{cases} \tag{1.13}$$

美国组合学家H.W.Gould在他所著的“组合恒等式”一书中，列举了若干证明组合恒等式的方法，收集了550个组合恒等式。

设$S=\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$，并且

$$n=b_1+b_2+\cdots+b_k$$

其中b_i都是正整数。设$a_{i_1}a_{i_2}\cdots a_{i_n}$是$S$的$n$-可重排列，其中$a_i$出现恰好$b_i$次($i=1, 2, \cdots, k$)。令$T$是所有上述排列的集，则$T$中的排列数是

$$\frac{n!}{b_1!b_2!\cdots b_k!} \tag{1.14}$$

因为任取T中一个排列，可用b_1个互不相同且异于S中元素的元素代替其中的a_1，这b_1个元素可以有$b_1!$种排列方法，因而可以产生$b_1!$个新排列。将这一过程用于新的排列集，代替b_2个a_2以互不相同且异于排列中其他元素的元素，这一过程将终止于$n!$个不可重排列。所以T中排列数由(1.14)给出，(1.14)正是熟知的多项式系数。

如果没有特别申明，下面所提到的排列与组合都是不可重的。

1.2 容斥与反演方法

设有N个物体与n个性质$P(1)$，$P(2)$，$\cdots$，$P(n)$。令N_i是具

有性质$P(i)$的物体数，$N_{i_1 i_2 \cdots i_r}$是具有性质$P(i_1)$，$P(i_2)$，…，$P(i_r)$的物体数，以$N(0)$表示不具有任何性质的物体数，我们有

定理1.2.1

$$N(0)=N-\sum_i N_i+\sum_{i_1<i_2} N_{i_1 i_2}+\cdots+(-1)^k \sum_{i_1<\cdots<i_k} N_{i_1 \cdots i_k}+\cdots$$
$$+(-1)^n N_{1,2\cdots n} \qquad (1.15)$$

证　不具有任何性质的物体在上式右端被计数一次，因为它将出现在项N中，而不出现在其余任一项中。如果物体A具有性质$P(j)$，那么它在N中被计数一次，在N_j中被计数一次，因此A在N中的贡献是1，在项$-\sum_i N_i$中的贡献是-1，它在(1.15)右端的总贡献是$1-1=0$。如果物体A恰好满足r个性质，例如j_1，…，j_r，那么它在和式

$$\sum_{i_1<i_2<\cdots<i_s} N_{i_1,i_2,\cdots,i_s}, \quad s\leqslant r$$

中的贡献是$\binom{r}{s}$，因为对于j_1，j_2，…j_r的每一个组合i_1，…，i_s，A在和式中贡献1，而组合数是$\binom{r}{s}$。于是A在(1.15)式右端的总的贡献是

$$1-\binom{r}{1}+\binom{r}{2}+\cdots+(-1)^s\binom{r}{s}+\cdots+(-1)^r\binom{r}{r}$$
$$=(1-1)^r=0 \qquad (1.16)$$

这样，仅当A不满足任何性质时，它在(1.15)的右端被计数1次，而所有其他物体都未被计数。因此，(1.15)的右端恰好等于$N(0)$。∎

公式(1.15)常常被称为容斥方法。

以$N(r)$表示具有恰好r个性质的物体的数目，我们有

定理1.2.2

$$N(r)=\sum_{i_1<i_2<\cdots<i_r}N_{i_1i_2\ldots i_r}+\cdots+(-1)^{s-r}\binom{s}{r}\sum_{i_1<\cdots<i_s}N_{j_1\ldots j_s}+\cdots \tag{1.17}$$

证　如果物体A具有恰好r个性质，那么它在右端的第一项内被计数一次，在其他项内不被计数。如果A具有恰好个t个性质，$t>r$，那么它在项

$$(-1)^{s-r}\binom{s}{r}\sum_{i_1<\cdots<i_s}N_{i_1i_2\ldots i_s}$$

中的贡献是$(-1)^{s-r}\binom{s}{r}\binom{t}{s}$，从式(1.12)可知

$$\sum_{s=r}^{t}(-1)^{s-r}\binom{s}{r}\binom{t}{s}=0$$

因而A在(1.17)的右端不被计数。定理得证。∎

作为容斥方法的应用，考虑下列更列问题。在1，2，…，n的排列$a_1a_2\cdots a_n$中，有多少个排列满足条件$a_i\neq i$？$i=1$，2，…，n。将$n!$个排列取作N个物体，$P(i)$是性质$a_i=i$，$i=1$，2，…，n。于是$N_{i_1i_2\ldots i_r}=(n-r)!$，因为这表示在$r$个位置上已被确定元素占有后的排列数。而和式$\sum N_{i_1\ldots i_r}$，共有$\binom{n}{r}$项，就是从1，2，…，$n$中取出$i_1$，$i_2$，…$i_r$的方法数. 由定理1.2.1，我们有

$$N(0)=n!-n(n-1)!+\binom{n}{2}(n-2)!+\cdots+(-1)^r\binom{n}{r}(n-r)!+\cdots+(-1)^n\cdot 1 \tag{1.18}$$

或者，它可以写成

$$N(0)=n!\left(1-1+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\cdots+(-1)^r\cdot\frac{1}{r!}+\cdots+\frac{(-1)^n}{n!}\right)$$

(1.19)

满足上述条件的排列称为一个更列。含n个物体的更列总数记成D_n。

如注意到交错级数

$$e^{-1}=1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots$$

那么式(1.19)可以写成

$$e^{-1}=\frac{D_n}{n!}+(-1)^{n+1}\frac{1}{(n+1)!}\pm\cdots\cdots \qquad (1.20)$$

这意味着e^{-1}与$\frac{D_n}{n!}$至多相差$\frac{1}{(n+1)!}$，因而，$n!e^{-1}$是D_n的一个很好的近似值。

公式(1.19)有许多有趣的应用。例如，有n个人出席一个晚会，会前，他们将帽子随意放在更衣室，但帽子被搅乱了，会后每人随意取走一顶帽子，那么每人取到的都不是自己的帽子的概率等于$D_n/n!$。令人惊讶的是，这个概率几乎与出席晚会的人数无关。不管是10人或是1万人，它几乎都等于e^{-1}。另一个例子是这样的：在一个国际象棋棋盘上放置8个车，使得任何两个车不能相互攻击，且在白色主对角线上没有车，则可能的放置方法有$D_8=14833$种。

下面介绍的反演方法可用于计算圆形排列。

设n为正整数，称满足

$$1\leqslant k\leqslant n,\quad (k,n)=1$$

的整数k的个数为$\varepsilon_u l_{er}$ φ-函数$\varphi(n)$。

利用容斥方法，不难证明

$$\varphi(n)=n\prod_{P}\left(1-\frac{1}{P}\right), \tag{1.21}$$

其中Π表示对 n 的所有素因子求积

正整数 n 的Möbius 函数定义为

$\mu(1)=1$;

$\mu(n)=0$，如果 n 含某素数的平方因子，

$\mu(p_1p_2\cdots p_k)=(-1)^k$；如果素数 p_1，…，p_k互不相等.

引理1.2.1　设$\mu(n)$为Mŏbius 函数，则

$$\sum_{d\mid n}\mu(d)=\begin{cases}1 & 如n=1;\\ 0 & 如n>1,\end{cases} \tag{1.22}$$

其中$\sum$表示对 n 的所有正因子求和。

证　如 $n=1$，则 1 是 n 的唯一正因子，故$\mu(1)=1$。如$n>1$。设 n 的标准分解式为 $n=p_1^{l_1}p_2^{l_2}\cdots p_r^{l_r}$，令$n^*=p_1p_2\cdots p_r$。$n$ 的因子 d 如果不是n^*的因子，则它将含某个素数的平方为因子，因而 $\mu(d)=0$。因此

$$\sum_{d\mid n}\mu(d)=\sum_{d\mid n^*}\mu(d) \tag{1.23}$$

对任意$1\leqslant k\leqslant r$，n^*含$\binom{r}{k}$个可以表示成 k 个不同的素数的积的因子，由此，由(1.11)我们有

$$\sum_{d\mid n}\mu(d)=1-\binom{r}{1}+\binom{r}{2}\cdots+(-1)^k\binom{r}{k}+\cdots+(-1)^r\binom{r}{r}=0 \quad ■$$

定理1.2.3（Mŏbius反演公式）设 $f(x)$ 与 $g(n)$ 是两个定义在正整数集上的函数，满足

$$f(n)=\sum_{d\mid n}g(d) \tag{1.24}$$

则下列反演公式成立：

$$g(n)=\sum_{d|n}\mu(d)f(n/d) \tag{1.25}$$

反之，由(1.25)可以推出(1.24)。

证　由(1.24)可知，对所有$d|n$，有

$$f\left(\frac{n}{d}\right)=\sum_{d'|(n/d)}g(d') \tag{1.26}$$

因而，

$$\sum_{d|n}\mu(d)f\left(\frac{n}{d}\right)=\sum_{d|n}\mu(d)\sum_{d'|(n/d)}g(d') \tag{1.27}$$

令$n=dd'n_1$，则对于每一个固定的d'，d走遍n/d'的所有因子。因此

$$\sum_{d|n}\mu(d)\sum_{d'|(n/d)}g(d')=\sum_{d'|n}g(d')\sum_{d|(n/d')}\mu(d)=g(n)$$

最后一个等式来自引理，因为除非$d'=n$，和式

$$\sum_{d|(n/d')}\mu(d)=0$$

这样，(1.27)的右端等于$g(n)$，故(1.25)成立。

定理另一半的证明是类似的。 ▮

将物体放在圆周上的排列称为圆形排列。为了避免混淆，有时将前面所讨论的排列称为线形排列。这里考察相对圆形排列，即将任一圆形排列沿任意方向旋转后得到的一切排列均视为同一排列，取定方向后，圆周上的元依次为a_1，…，a_r的圆形排列记成$\odot a_1\cdots a_r$。类似于线形排列，圆形排列有无重与可重两种，一个可重圆形排列如果可由某个长为k的线形排列在圆周上重复若干次产生，则称这些k中的最小者为该圆形排列的周期，周期必定是长度r的因子。

以 ${}_n\overset{\circ}{\mathrm{P}}_r$ 表示 n-集 S 的 r-一无重圆形排列数。当 $r>n$ 时，${}_n\overset{\circ}{\mathrm{P}}_r=0$；当 $r\leqslant n$ 时，因为 $\odot a_1\cdots a_r$ 对应于 r 个不同的 r-线形排列 $a_1\cdots a_r$，$a_2\cdots a_r a_1$，…，$a_r a_1\cdots a_{r-1}$，故

$$
{}_n\overset{\circ}{\mathrm{P}}_r=\frac{{}_nP_r}{r} \tag{1.28}
$$

以 $M_n(r)$ 表示 n-集 S 的周期为 r 的 r-可重圆形排列数，以 $\overline{U}_n(r)$ 表示 S 的具有一切周期的 r-可重圆形排列总数。

周期 d 必定是长度 r 的因子，当 $d|r$ 时，每个周期是 d 的 d 可重圆形排列 $\odot a_1\cdots a_d$ 可以重复 $\frac{r}{d}$ 次产生一个周期为 d 的 r-可重圆形排列，这种排列中的每一个恰好对应于 d 个不同的 r-可重线形排列。因此周期是 d 的一切 r-可重圆形排列所对应的 r-可重线形排列的总数是 $dM_n(d)$，对所有可能的周期求和，得到

$$
\sum_{d|r} dM_n(d)=n^r \tag{1.29}
$$

利用反演公式(1.25)，得到

$$
rM_n(r)=\sum_{d|r}\mu(d)n^{r/d} \tag{1.30}
$$

定理1.2.4

$$
M_n(r)=\frac{1}{r}\sum_{d|r}\mu(d)n^{r/d} \tag{1.31}
$$

$$
\overline{U}_n(r)=\frac{1}{r}\sum_{d|r}\varphi(d)n^{r/d} \tag{1.32}
$$

证 (1.13)即(1.30)。现在证明(1.32)。

$$
\begin{aligned}
\overline{U}_n(r)&=\sum_{d|r}M_n(d)\\
&=\sum_{d|r}\frac{1}{d}\sum_{d_1|d}\mu(d_1)n^{d/d_1}
\end{aligned}
$$

$$=\sum_{d_1|r}\sum_{d_1|d|r}\frac{1}{d}\mu(d_1)n^{d/d_1}$$

令$d/d_1=k$，则

$$\overline{U}_n(r)=\sum_{d_1|r}\sum_{\kappa|r/d_1}\frac{\mu(d_1)}{kd_1}n^k$$

$$=\sum_{\kappa|r}\frac{n^k}{k}\sum_{d_1|r/\kappa}\frac{\mu(d_1)}{d_1}$$

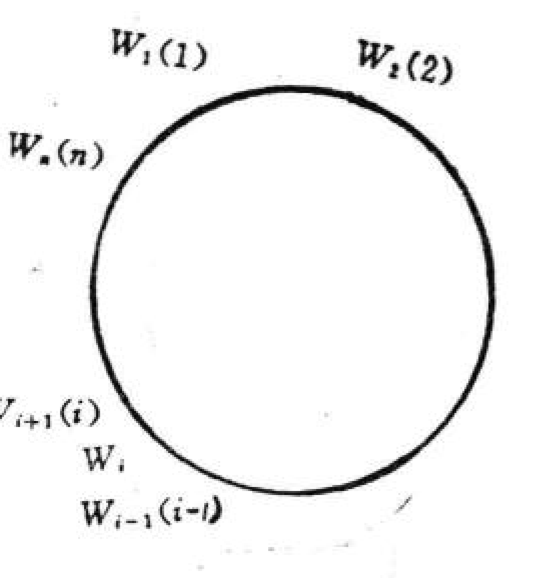
由(1.21)可以推出

$$\varphi(n)=n\sum_{d|n}\frac{(d)}{d}$$

因此
$$\overline{U}_n(r)=\sum_{\kappa|r}\frac{n^k}{k}\cdot\frac{k}{r}\varphi\left(\frac{r}{k}\right)$$

$$=\frac{1}{r}\sum_{\kappa|r}\varphi(k)n^{r/k}$$ ∎

另一个问题是这样的：n 对夫妻围圆桌入席，要求男女相间，夫妻不邻，坐法若干？以 M_n 表示这个问题的解，女士们可以先入席，共有$2\cdot n!$种不同的坐法，然后男士们入席，因为每一位男士均需排除他妻子两旁的坐位，即第 i 位丈夫不能占有第 i 或第$i-1$个位置，如右图表示。



$$\begin{array}{ccccc}
1 & 2 & \cdots & n-1 & n \\
n & 1 & \cdots & n-2 & n-1 \\
a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n
\end{array}$$

那么对于女士们每一种固定的坐法，男士们的每一种坐法是一个

排列$a_1a_2\cdots a_n$，它必须满足$a_1\neq 1$，n，$a_i\neq i,i-1(i=2,\ \cdots,\ n)$
以$\overline{U}_n$表示满足上述条件的排列数，我们有

$$M_n=2\cdot n!\overline{U}_n \tag{1.33}$$

定理1.2.5

$$\overline{U}_n=n!-\frac{2n}{2n-1}\binom{2n-1}{1}(n-1)!+\frac{2n}{2n-2}\binom{2n-2}{2}(n-2)!+\cdots$$
$$+(-1)^r\frac{2n}{2n-r}\binom{2n-r}{r}(n-r)!+\cdots+(-1)^n\frac{2n}{n}\binom{n}{n}0! \tag{1.34}$$

证　察数1，2，…，n的排列，设P_i是性质："排列中数i在第i个位置"（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$），P_i'是性质："排列中数i在第$i+1$个位置（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1$），P_n'是性质："排列中数n在第一个位置"。将$2n$个性质排成一行：

$$P_1P_1'P_2'\cdots P_nP_n' \tag{1.35}$$

从这$2n$个性质中选取k个，问满足这k个性质中每个性质的排列总数等于多少？显然，如这k个性质相容，则该数为$(n-k)!$，否则该数为0。令$\overline{U}_k$是从(1.35)中选取k个相容性质的可能的取法总数，则由定理1.2.1，有

$$\overline{U}_n=v_0\cdot n!-v_1\cdot(n-1)!+v_2(n-2)!\cdots+(-1)^n v_n\cdot 0! \tag{1.36}$$

现在只要算出v_k即可，从(1.8)已经知起，从$2n$个排成一行的元素中取出k个不相继的元素的方法数是$\binom{2n-k+1}{k}$。v_k是从$2n$个排成圆形的元素中取出k个不相继的元素的方法数，将这种取法分成两类。第一类：含第一个元素，这时这些元素中不含第2个与第$2n$个元素，因而等于从$2n-3$个排成一行的元素中取出$k-1$个不相继元素的方法数$\binom{2n-3-(k-1)+1}{k-1}=\binom{2n-k-1}{k-1}$；第二类：不含第一个元素，这时这$k$个元素的取法与从$2n-1$个排成

一行的元素中取出k个不相继元素的方法相同，因而取法是$\binom{2n-1-k+1}{k}=\binom{2n-k}{k}$这样，

$$v_k=\binom{2n-k-1}{k-1}+\binom{2n-k}{k}=\frac{2n}{2n-k}\binom{2n-k}{k} \qquad (1.37)$$

将(1.37)代入(1.36)，立得(1.34)。

1.3 母函数与递归方法

数列u_0，u_1，…，u_n…的母函数定义为

$$g(x)=u_0+u_1x+u_2x^2+\cdots+u_nx^n+\cdots, \qquad (1.38)$$

假定此级数有正的收敛半径，那么函数$g(x)$的性质将有助于计算u_n（至少可以给出关于u_n的大小的阶的估计）或者找出它们的有关信息。设$h(x)$是数列v_0，v_1，…，v_k，…的母函数，那么

$$h(x)=v_0+v_1x+v_2x^2+\cdots+v_nx^n+\cdots, \qquad (1.39)$$

以c乘(1.38)，d乘(1.39)，然后相加，我们有

$$cg(x)+dh(x)=(cu_0+dv_0)+(cu_1+dv_1)x+\cdots+(cu_n+dv_n)x^n+\cdots, \qquad (1.40)$$

将(1.38)与(1.39)相乘，我们有

$$g(x)h(x)=w_0+w_1x+w_2x^2+\cdots+w_nx^n\cdots, \qquad (1.41)$$

这里，对每个$n=1, 2, 3, \cdots$，有

$$w_n=u_0v_n+u_1v_{n-1}+\cdots+u_{n-1}v_1+u_nv_0 \qquad (1.42)$$

即使级数$g(x)$与$h(x)$不收敛，我们也可以将(1.40)，(1.41)与(1.42)看成对形式级数定义的形式运算。容易看出，这里的加法，数乘与乘法都满足结合律，交换律与分配律。此外，假定$u_0\neq 0$，并且取$v_0=u_0^{-1}$，那么我们可以使用(1.42)递归地定出v_1，v_2，…，v_n而使得$g(x)h(x)=1$。

数列u_0，u_1，…，u_n…的指母函数义为

$$G(x)=u_0+u_1x+\frac{u_2x^2}{2!}+\cdots+\frac{u_nx^n}{n!}+\cdots, \quad (1.43)$$

由定义，数列v_0，v_1，…，v_n…的指母函数是

$$H(x)=v_0+v_1x+\frac{v_2x^2}{2!}+\cdots+\frac{v_nx^n}{n!}+\cdots, \quad (1.44)$$

对于积，$G(x)H(x)=K(x)$，我们有

$$G(x)H(x)=K(x)=w_1+w_1x+\frac{w_2x^2}{2!}+\cdots+\frac{w_nx^n}{n!}+\cdots, \quad (1.45)$$

这里

$$w_n=u_0v_n+\binom{n}{1}u_1v_{n-1}+\cdots+\binom{n}{r}u_rv_{n-r}+\cdots+\binom{n}{n}u_nv_0 \quad (1.46)$$

或者用记号表示成

$$w^n=(u+v)^n \quad (1.47)$$

在这个表示法中，当用二项式定理将$(u+v)^n$展开之后，将所有指数都换成足标。

假定数列，u_0，u_1，…，u_n…满足r阶递归关系：

$$u_{n+r}=a_1u_{n+r-1}+a_2u_{n+r-2}+\cdots+a_ru_n,\quad n=0,1,2,\cdots \quad (1.48)$$

这里a_i，$i=1$，…，r都是常数，令$g(x)$是数列$\{u_n\}$的母函数，又令$k(x)$为多项式：

$$k(x)=1-a_1x-a_2x^2-\cdots-a_rx^r \quad (1.49)$$

那么我们发现

$$g(x)k(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots+c_{r-1}x^{r-1}=C(x) \quad (1.50)$$

这里$C(x)$是一个次数最多是$r-1$的多项式，因为如果c_{n+r}是在积$g(x)k(x)$中x^{n+r}的系数，$n\geqslant0$，则由(1.48)，

$$c_{n+r}=u_{n+r}-a_1u_{n+r-1}\cdots-a_ru_n=0 \quad (1.51)$$

因此如果数列$\{u_n\}$满足线性递归关系(1.48)，那么它的母函数$g(x)$是有理函数

$$g(x)=\frac{C(x)}{k(x)} \tag{1.52}$$

我们称联系于递归关系(1.48)的多项式

$$f(x)=x^r-a_1x^{r-1}\cdots-a_r \tag{1.53}$$

为它的特征多项式。不失一般性，可以假定$a_r\neq 0$，因为如果$a_r=0$，那么递归关系的阶数低于 r。将$f(x)$分解成线性因子

$$f(x)=(x-\alpha_1)^{l_1}(x-\alpha_2)^{l_2}\cdots(x-\alpha_s)^{l_s},\ l_1+l_2+\cdots+l_s=r, \tag{1.54}$$

这里α_1，…，α_s是$f(x)$的根（当然可能是复数）比较 $f(x)$与$k(x)$（式1.49)，有

$$k(x)=x^rf\left(\frac{1}{x}\right) \tag{1.55}$$

这样由分解式(1.54)，我们有分解式：

$$k(x)=(1-\alpha_1x)^{l_1}\cdots(1-\alpha_sx)^{l_s},\ l_1+\cdots+l_s=r \tag{1.56}$$

将有理函数$g(x)=C(x)/k(x)$表示成部分分式：

$$g(x)=\frac{C(x)}{k(x)}=\sum_{i=1}^{s}\sum_{k=1}^{l_i}\frac{\beta_{ik}}{(1-\alpha_ix)^k} \tag{1.57}$$

这里β_{ik}是一些适当的常数。

(1.57)将母函数$g(x)$表成下列形式的一些函数的和

$$\frac{\beta}{(1-\alpha x)^k}=\beta(1-\alpha x)^{-k} \tag{1.58}$$

展开(1.58)为二项式级数

$$\beta(1-\alpha x)^{-k}=\beta\left(1+(-k)(-\alpha x)+\cdots\right.$$
$$\left.+\frac{(-k)\cdots(-k-n+1)(-\alpha x)^n}{n!}+\cdots\right) \tag{1.59}$$

式中x^n的系数是

$$\frac{\beta(n+k-1)\cdots(k)}{n!}\alpha^n=\beta\binom{n+k-1}{n}\alpha^n=\beta\binom{n+k-1}{k-1}\alpha^n$$

将上式用于(1.57)，我们有

$$\sum_{k=1}^{l_i}\beta_{ik}\binom{n+k-1}{k-1}\alpha_i^n=P_i(n)\alpha_i^n$$

其中$P_i(n)$是n的次数不大于l_i-1的多项式，它的系数由常数β_{ik}决定，代回(1.57)，得到

$$g(x)=\sum_{n=0}^{\infty}u_nx^n=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{R}P_i(n)\alpha_i^n\cdot x^n, \tag{1.60}$$

比较x^n的系数，我们有

$$u_n=\sum_{i=1}^{R}P_i(n)\alpha_i^n \tag{1.61}$$

$P_i(n)$是次数不大于l_i-1的多项式。

上述结果可以叙述成下列定理：

定理1.3.1假定数列u_0，u_1，…，u_n…满足常系数递归关系

$$u_{n+r}=a_1u_{n+r-1}+\cdots+a_ru_n,\ n\geqslant 0$$

它的特征多项式

$$\begin{aligned}f(x)&=x^r-a_1x^{r-1}\cdots-a_r\\&=(x-\alpha_1)^{l_1}\cdots(x-\alpha_R)^{l_R},\ l_1+\cdots+l_R=r\end{aligned}$$

则

$$u_n=\sum_{i=1}^{R}P_i(n)\alpha_i^n$$

对所有n成立，这里$P_i(n)$是n的次数不大于l_i-1的多项式，它的系数由数列$\{u_n\}$的初始值u_0，u_1，…，u_{r-1}决定。

现在讨论利用线性递归关系求解的组合问题，设$t\geqslant 2$，$a_1a_2\cdots a_t$是1，2，…，t的使每个a_i取自下列阵列第i列的排列，$i=1, 2, \cdots, t$，求排列数u_t。

$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & 2 & \cdots & t-3 & t-2 & t-1 & \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & t-2 & t-1 & t & \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & t-1 & t & & \end{array} \tag{1.62}$$

直接计算，易知$u_2=2$，$u_3=3$，$u_4=5$。排列$a_1a_2\cdots a_t$可以分成两类：$a_t=t$或者$a_{t-1}=t$，分别表示在(1.63)与(1.64)中。

$$a_t=t \quad \begin{array}{ccccccc} & 1 & 2 & \cdots & t-3 & t-2 & \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & t-2 & t-1 & \mathbf{t} \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & t-1 & & \end{array} \tag{1.63}$$

或者，

$$a_{t-1}=t, \quad \begin{array}{ccccccc} & 1 & 2 & \cdots & t-4 & t-3 & \mathbf{t-1} \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & t-3 & t-2 & \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & t-2 & \mathbf{t} & \end{array} \tag{1.64}$$

用黑斜体表示被取的数，在(1.63)中，删去了第$t-1$列的t，因为它已不能被使用。在(1.64)中，因为从第$t-1$列取t，因而必须从第t列取$t-1$，所以删去了第$t-2$列的$t-1$，这样，从(1.63)与(1.64)可以看出，使$a_t=t$的排列数是u_{t-1}，使$a_{t-1}=t$的排列数是u_{t-2}，于是

$$u_t=u_{t-1}+u_{t-2} \tag{1.65}$$

这是一个2阶线性递归关系，虽然这个组合问题对$t=0$或1是没有意义的，但是值$u_0=1$，$u_1=1$与递归关系(1.65)及相继的值$u_2=2$，$u_3=3$，$u_4=5$，…相容，所以不妨取$u_0=u_1=1$为初始值来简化计算，(1.65)的特征多项式是

$$f(x)=x^2-x-1=(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)$$

这里 $\alpha_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$， $\alpha_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

由定理1.3.1与初始值可以计算出

$$u_n=\frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha_1^{n+1}-\alpha_2^{n+1}) \tag{1.66}$$

另一个更自然的组合问题，可以利用上面的u_n来求解。设$n\geqslant 3$，$a_1a_2\cdots a_n$是1，2，…，n的使每个a_i取自下列阵列第i列的排列，$i=1$，2，…，n，求排列数z_n。

$$\begin{array}{cccccccc}
1 & 2 & 3 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 & n\\
2 & 3 & 4 & \cdots & n-2 & n-1 & n & 1\\
3 & 4 & 5 & \cdots & n-1 & n & 1 & 2
\end{array} \tag{1.67}$$

可以按n的选取情况将排列集分类，如果n不取自第$n-1$列，那么第$n-1$列中只能取1或者n。现将最后三列的各种可能的取法列表如下，黑斜体表示在该列中被选取的数。

$$\begin{array}{llll}
(a) & n-2 & \mathbf{n-1} & \mathbf{n}\\
 & n-1 & n & 1\\
 & n & 1 & 2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{llll}
(b) & n-2 & \mathbf{n-1} & \mathbf{n}\\
 & n-1 & n & 1\\
 & n & \mathbf{1} & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(c) & n-2 & n-1 & n\\
 & n-1 & \mathbf{n} & 1\\
 & \mathbf{n} & 1 & 2
\end{array}
\quad
\begin{array}{llll}
(d) & n-2 & n-1 & n\\
 & n-1 & n & 1\\
 & \mathbf{n} & \mathbf{1} & 2
\end{array}
\quad
\begin{array}{llll}
(e) & n-2 & \mathbf{n-1} & n\\
 & n-1 & n & 1\\
 & \mathbf{n} & 1 & 2
\end{array} \tag{1.68}$$

类(a)中只含一个排列，就是(1.67)的第一行。类(b)相当于从阵列

$$\begin{array}{cccccc}
 & 2 & 3 & \cdots & n-3 & n-2\\
2 & 3 & 4 & \cdots & n-2 & n-1\\
3 & 4 & 5 & \cdots & n-1 &
\end{array} \tag{1.69}$$

中选取排列，所以(b)含u_{n-2}个排列。类(c)中含u_{n-1}个排列。类(d)只含一个排列，即阵列的第3行。类(e)含u_{n-2}个排列，因此排列总数为

$$z_n = 1 + u_{n-2} + u_{n-1} + 1 + u_{n-1}$$
$$= u_n + u_{n-2} + 2$$
$$= \alpha_1^n + \alpha_2^n + 2$$

这里$\alpha_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\alpha_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$，与前面的例子相同。

现在看一个代数上的例子：

假定序列x_1，x_2，…，x_n依此次序由非结合乘法运算联结。求所能构成的乘积数u_n。对于$n=3$，4，有下列各种乘积：

$$x_1(x_2x_3), \quad (x_1x_2)x_3$$
$$x_1(x_2(x_3x_4)), \quad x_1((x_2x_3)x_4); \quad (x_1x_2)(x_3x_4);$$
$$(x_1(x_2x_3))x_4, \quad ((x_1x_2)x_3)x_4.$$

因此$u_3=2$，$u_4=5$。另外，$u_2=1$，为方便起见，取$u_1=1$。设最后一个乘号位于前r个字母与后面$n-r$个字母之间，形式是$(a_1\cdots a_r)(a_{r+1}\cdots a_n)$，那么前$r$个字母与后$n-r$个字母分别可以构成$u_r$与$u_{n-r}$个积（$u_1=1$的约定正好适用），这样

$$u_n = u_1u_{n-1} + u_2u_{n-2} + \cdots + u_{n-1}u_1, \quad n \geqslant 2 \qquad (1.70)$$

序列$\{u_n\}$的母函数是

$$f(x) = u_1x + u_2x^2 + \cdots + u_nx^n + \cdots \qquad (1.71)$$

这里暂不考虑级数的收敛性，由于

$$(f(x))^2 = u_1x^2 + (u_1u_2 + u_2u_1)x^3 + \cdots + (u_1u_{n-1} + \cdots + u_{n-1}u_1)x^n + \cdots = u_1x^2 + u_3x^3 + \cdots + u_nx^n + \cdots$$

注意到$u_1 = u_2 = 1$，并且(1.70)对一切$n\geqslant 2$成立，因而递归式(1.70)形式地满足

$$(f(x))^2 = -x + f(x) \qquad (1.72)$$

将(1.72)看作$f(x)$的二次方程求解，有

$$f(x) = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2} \qquad (1.73)$$

这里取负号是因为$f(0)=0$。将(1.73)展成幂级数，其x^n的系数

是

$$u_n=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\cdots\left((3-2n)/2\right)\left(-4\right)^n\left(-\frac{1}{2}\right)}{n!}$$

化简得到

$$v_n=\frac{(2n-2)!}{n!(n-1)!} \tag{1.74}$$

现在注意到当表示成(1.73)时，级数$f(x)$对$|x|<\frac{1}{4}$收敛，因而对这些值方程(1.72)成立，所以数列$\{v_n\}$满足递归式(1.70)。由于$u_1=v_1=1$，所以对所有$n\geqslant1$有$v_n=u_n$，故所求解为

$$u_n=\frac{(2n-2)!}{n!(n-1)!},\ n\geqslant2 \tag{1.75}$$

如果我们想仅仅依靠递归式(1.70)证明级数(1.71)的收敛性是十分困难的。

1.4 分拆

正整数n的一个分拆是将n表示成正整数的和

$$n=x_1+x_2+\cdots+x_k,\ x_i>0,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ k \tag{1.76}$$

我们很容易找到将n分拆或k个有序部分的分拆数，那就是将$(k-1)$个记号插入n个点间的$(n-1)$个空格中的方法数$\binom{n-1}{k-1}$。如果没有指明n所分拆成的部分数k，那么在每一个空格中都可以有插入或不插入记号的两种选择，所以有2^{n-1}种方法将n分拆。

对于无序分拆，问题要复杂得多。以$p_k(n)$表示将n分成k个无序部分的分拆方法数，因为分拆是无序的，可以用不增的次序列出各个分量。$p_k(n)$可以看成是方程

$$n=x_1+x_2+\cdots+x_k,\quad x_1\geqslant x_2\geqslant\cdots\geqslant x_k\geqslant 1 \tag{1.77}$$

的正整数解的数目。对于所有的 n 与小的 k，$p_k(n)$是不难计算的，但是随着 k 的增大，计算变得十分繁琐。从(1.77)可以有

$$n-k=(x_1-1)+(x_2-1)+\cdots+(x_k-1) \tag{1.78}$$

这里$x_1\geqslant x_2\cdots\geqslant x_k\geqslant 1$，令$y_i=x_i-1$，$i=1$，…，$k$，有

$$n-k=y_1+y_2+\cdots+y_k,\quad y_1\geqslant y_2\cdots y_k\geqslant 0 \tag{1.79}$$

这是将 $n-k$分拆成 k 个部分或小于 k 个部分的分拆。反之将$n-k$分拆成不大于 k 个部分的每一个分拆对应于将 n 分成 k 个部分的一个分拆．这是一个一一对应，因而

$$p_k(n)=p_k(n-k)+p_{k-1}(n-k)+\cdots+p_1(n-k) \tag{1.80}$$

递归式(1.80)的初始条件是：当 $k>n$时$p_k(n)=0$以及$p_k(k)=1$，因为将 k 分拆成 k 个部分的唯一方法是将它分拆成k个1，由(1.80)很容易构造$p_k(n)$的表如下：

k/n	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	2	2	3	3
3	0	0	1	1	2	3	4
4	0	0	0	1	1	2	3
5	0	0	0	0	1	1	2
6	0	0	0	0	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	1

可以用一个点阵来表示一个分拆。如果$n=x_1+x_2+\cdots+x_k$，$x_1\geqslant x_2\cdots\geqslant x_k>0$，则在第 i 行画 x_i 个点，使最左端的点对齐，例如$7=4+2+1$可以表示成

```
• • • •
• •
•
```

如果自左至右依列读出每列的点数，那么可以得到 n 的另一个分拆。在上图中，它是 $7=3+2+1+1$ 这两个相互联系的分拆互称为共轭的。

定理1.4.1 $p_k(n)$等于将 n 分拆成使最大分量是 k 的分拆方法数。

证 具有 k 个分量的分拆的共轭分拆的最大分量恰好等于k，反之亦然。 ∎

现在讨论当 k 不确定时 n 的无序分拆，也就是求

$$p(n)=p_1(n)+p_2(n)+\cdots+p_n(n) \tag{1.81}$$

的值。因为分拆是无序的，不妨将分拆的分量排成非增的次序，因为 n 至多分拆成 n 个部分，故$p(n)$等于方程

$$n=x_1+x_2+\cdots+x_n \tag{1.82}$$

满足条件 $x_1\geqslant x_2\geqslant\cdots\geqslant x_n\geqslant 0$ 的整数解的数目。或者，也可以用在分拆中1，2，…，n的个数来描述无序分拆，因而$p(n)$也等于方程

$$n=1y_1+2y_2+\cdots+ny_n,\ y_i\geqslant 0 \tag{1.83}$$

的整数解的数目，由(1.83)可以建立序列$\{p(n)\}$的母函数。

定理1.4.2 如定义$p(0)=1$，则序列$p(0)$，$p(1)$，…，$p(n)\cdots$的母函数

$$f(x)=1+p(1)x+p(2)x^2+\cdots+p(n)x^n+\cdots$$

是函数

$$P(x)=\prod_{i=1}^{\infty}(1-x^i)^{-1} \tag{1.84}$$

证 由于$(1-x^i)^{-1}=1+x^i+x^{2i}+\cdots+x^{ri}+\cdots$，因而 $p(x)$ 的项有形式

$$x^n=x^{y_1}\cdot(x^2)^{y_2}\cdot(x^3)^{y_3}\cdots(x^i)^{y_i}\cdots \tag{1.85}$$

其中每一个$(x^i)^{y_i}$取自$\prod\limits_{i=1}^{\infty}(1-x^i)^{-1}$中相应的因子$(1-x^i)^{-1}$。因

此(1.83)的每一个解对应于展开式(1.84)中恰好一项x^n，反之亦然。故对所有正整数n，(1.84)的展开式中x^n的系数恰好等于$p(n)$。 ∎

不难验证，$P(x)$之逆，即$\phi(x)=\prod_{i=1}^{\infty}(1-x^i)$也是一个序列$c_0$，$c_1$，…，$c_n$…的母函数

$$\phi(x)=\prod_{i=1}^{\infty}(1-x^i)=\sum_{n=0}^{\infty}c_nx^n \tag{1.86}$$

$c_0=1$，当$n\geqslant 1$时，序列c_n的组合意义如下：

$$c_n=P_e(n)-p_0(n) \tag{1.87}$$

其中$p_e(n)$是将n分拆成偶数个不同分量的分拆数，$p_0(n)$是将n分拆成奇数个不同分量的分拆数。

2 相异代表系

2.1 基本定理

设S是任意集，$M(s)=(s_1, s_2, \cdots, s_m)$，其中$s_i$是$S$的子集，$i=1, 2, \cdots m$。如果存在$D=(a_1, a_2, \cdots, a_m)$，使得：$a_i\in s_i$并且当$i\neq j$时$a_i\neq a_j$，则称$D$是$M(s)$的一个相异代表系，或SDR，并称$a_i$代表$s_i$。

下面关于SDR的存在定理属于P.Hall.

定理2.1.1 $M(s)$存在SDR的充分必要条件是下列条件c：对任意k，$1\leqslant k\leqslant m$以及任意k个不同的指标$i_1, i_2, \cdots, i_k$，集$s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}$含$s$的至少$k$个元。

条件的必要性是显然的。因为，例如假定$s_1\cup s_2$只含s的一个元，则(s_1, s_2)无SDR，当然$M(s)=(s_1, \cdots, s_m)$也不存在

SDR。

至于充分性，它是下列关于$M(s)$的SDR数下界的定理的一个特例。

定理2.1.2　设$M(s)$满足条件c，且每个s_i包含s的至少t个元，那么

i)如$t\leqslant m$，则$M(s)$至少有$t!$个SDR；

ii)如$t>m$，则$M(s)$至少有$t!/(t-m)!$个SDR

证　对m进行归纳。如当$m'<m$时定理成立，现对$M(s)=(s_1, \cdots, s_m)$证明定理，分别讨论下列两种情况：

(a)设对任意k，$1\leqslant k\leqslant m-1$，以及任意$k$个不同的指标$i_1$，$i_2$，$\cdots i_k$，$s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}$均含$s$的至少$k+1$个元。令$a$是$s_1$中任一个确定的元，对于$i=2, 3, \cdots, m$，令$s_i'=s_i\setminus\{a\}$，我们断言，$M'(s)=(s_2', \cdots, s_m')$满足条件$c$。因为对任意$k$，以及对取自$2, 3, \cdots, m$的任意$k$个指标$i_1, \cdots, i_k$，有

$$|s_{i_1}'\cup s_{i_2}'\cdots\cup s_{i_k}'|\geqslant|s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}|-1\geqslant(k+1)-1=k$$

现在如果$t\leqslant m$，则$t-1\leqslant m-1$，由归纳假定，$M'(s)$至少有$(t-1)!$个SDR；如果$t>m$，则$t-1>m-1$，由归纳假定，$M'(s)$至少有$(t-1)!/((t-1)-(m-1))!=(t-1)!/(t-m)!$个SDR。由于$s_1$中$a$的每一种取法与$M'(s)$的任一个SDR均可构成$M(s)$的一个SDR，而$a$至少有$t$种取法，由此即得定理。

(b)设存在k，$1\leqslant k\leqslant m-1$，以及$k$个不同的指标$i_1, \cdots, i_k$，使得$s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}$恰含$s$的$k$个元。将子集$s_1, s_2, \cdots, s_m$重新编号，使$s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}$为$s_1\cup s_2\cdots\cup s_k$，由于$|s_1\cup s_2\cdots\cup s_k|=k$，故$t\leqslant k\leqslant m-1$，因此由归纳假定，$(s_1, \cdots, s_k)$存在至少$t!$个SDR。令$D_k^*=(a_1, a_2, \cdots, a_k)$是它的某个SDR，在子集$s_{k+1}, \cdots, s_m$中删去$D^*$的所有元，所得之集记为$s_{k+1}^*, \cdots, s_m^*$，则$M^*(s)=(s_{k+1}^*, \cdots, s_m^*)$满足条件$c$。因为如否，例如假定$s_{k+1}^*\cup s_{k+2}^*\cdots\cup s_{k+k^*}^*$含少于$k^*$个元，那么

$$\begin{aligned}&|s_1\cup\cdots\cup s_k\cup s_{k+1}\cdots s_{k+k^*}|\\=&|s_1\cup\cdots\cup s_k\cup s^*_{k+1}\cdots\cup s^*_{k+k^*}|\\\leqslant&|s_1\cup\cdots\cup s_k|+|s^*_{k+1}\cdots\cup s^*_{k+k^*}|\\<&k+k^*\end{aligned}$$

与定理的条件矛盾。于是M^*存在SDR，因而$M(s)$至少有$t!$个SDR。▮

2.2 分划

设

$$T=A_1\cup A_2\cdots\cup A_m \tag{2.1}$$

与

$$T=B_1\cup B_2\cdots\cup B_m \tag{2.2}$$

是集T的两个分划（A_i与B_j均非空，且当$i\neq j$时，$A_i\cap A_j=\phi$，$B_i\cap B_j=\phi$）。

如E是m-集，且对所有A_i，B_j，均有
$E\cap A_i\neq\phi$，$E\cap B_j\neq\phi$，i，$j=1,2,\cdots,m$，则称E为分划(2.1)与(2.2)的公共代表系，或SCR。如果E是(2.1)与(2.2)的SCR，则必定$E\cap A_i$与$E\cap B_j$都是1-集。i，$j=1$，2，…，m。

易知，(2.1)与(2.2)存在SCR当且仅当可将(2.1)重新编号，使$A_i\cap B_i\neq\phi$，$i=1$，2，…，m。

定理2.2.1 分划(2.2.1)与(2.2.2)存在SCR的充要条件是：对任意$1\leqslant k\leqslant m$，以及任意k个不同的指标i_1，…，i_k，$A_{i_1}\cup A_{i_2}\cdots\cup A_{i_k}$含$B_1$，…$B_m$的至多$k$个分支。

证 如(2.1)与(2.2)存在SCR，设E是它的任一个SCR。假定$(A_{i_1}\cup A_{i_2}\cdots\cup A_{i_k})\supseteq(B_{j_1}\cup\cdots\cup B_{j_{k+1}})$，则$|E\cap(A_{i_1}\cup\cdots\cup A_{i_k})|\supseteq|E\cap(B_{j_1}\cup\cdots\cup B_{j_{k+1}})|$，而前者含$k$个元，后者含$k+1$个元，于是$k\geqslant k+1$，矛盾。

现在证明充分性。令s是以A_1，A_2，…，A_m为元素的m-集。定义$s_i=\{A_j|A_j\cap B_i\neq\phi\}$，$i=1$，2，…，$m$，则每个$s_i$是$S$的一

个子集。我们断言，$M(s)=(s_1,\ \cdots,\ s_m)$满足条件$c$. 因为，如否，例如假定$s_1\cup s_2\cdots\cup s_{k+1}$仅含$S$的$k$个元$A_{i_1}$, A_{i_2}, $\cdots$, A_{i_k}，则$A_{i_1}\cup A_{i_2}\cdots\cup A_{i_k}$必含$k+1$个$B_i$，即$B_1$, B_2, $\cdots$, B_{k+1}。这是因为，例如假定$B_1\subsetneqq A_{i_1}\cup A_{i_2}\cdots\cup A_{i_k}$，则由分划的定义，必存在$R>k$，使$B_1\cap A_{iR}\neq\phi$，于是从$s_j$的定义，$A_{iR}\in s_1$，与$s_1\cup s_2\cdots\cup s_{k+1}$仅含$S$的$k$个元$A_{i_1},\cdots,A_{i_k}$的假设矛盾。于是由定理2.1.1，$M(s)$存在SDR。

不妨将(2.1)重新编号，使$M(s)$的SDR为$(A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_m)$，则因为$A_i\in s_i$，由$s_i$的定义，$A_i\cap B_i\neq\phi(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$，故(2.1)与(2.2)存在SCR，定理得证。 ∎

定理2.2.2　设分划(2.1)与(2.2)中每个A_i与每个B_j都是T的r-子集（$i,j=1,\ 2,\ \cdots,\ m$），则(2.1)与(2.2)存在SCR。

证　由于对任意k，$1\leqslant k\leqslant m$，以及对任意k个不同的指标i_1, $\cdots$, i_k，$A_{i_1}\cup A_{i_2}\cdots\cup A_{i_k}$必定是$S$的$(rk)$-子集，它至多含$k$个$B$的分支，故由定理2.2.1即得。 ∎

设A是下列$r\times m$矩阵

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ m+1 & m+2 & \cdots & 2m \\ \vdots & & & \\ (r-1)m+1 & (r-1)m+2 & \cdots & rm \end{pmatrix}$$

B是具有相同的rm个整数的任一个$r\times m$矩阵，则存在B的列的置换，使A与B经列置换后所得矩阵的每个列都至少含一个相同的元素。

2.3　拉丁矩形

设$S=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，设

$$A=(a_{ij})_{r\times R},\qquad (2.3.1)$$

A的每行是S的一个R-排列，每列是S的一个r-排列，则称A为基于n-集S的拉丁矩形。如果$r=R=n$，则称A是一个n阶拉丁方。

如果一个基于n-集S的$r\times n$拉丁矩形A能增加$(n-r)$行与$(n-R)$列而成为一个基于集S的n阶拉丁方，使A位于该拉丁方的左上角，则称A可扩展成n阶拉丁方。

定理2.3.1　任一个基于S的$r\times n$拉丁矩形A都可以扩展成n阶拉丁方。

证　定义S的子集$S_i=\{j|j\in S$且$j\notin A$的第i列$\}$，$i=1,2\cdots,n$。易知每个s_i都是S的$(n-r)$-子集，今证$M(s)=(s_1,s_2,\cdots,s_n)$满足条件$c$。

对任意$i\in S$，i在A的每行中出现恰好一次，故i必出现在A的恰好r个列中，因而i出现在恰好$(n-r)$个s_j中。现在，如果条件c不满足，例如，做定$s_1\cup s_2\cdots\cup s_k$只含$S$的$(k-1)$个元，因为这$(k-1)$个元中的每一个属于恰好$(n-r)$个$s_j$，$(j=1,2,\cdots n)$，故每个元在$s_1\cup s_2\cdots\cup s_k$中至多出现$(n-r)$次。于是在$s_1\cup s_2\cdots\cup s_k$中，$S$的元出现的总次数（指不同元出现的次数总和）不大于$(n-r)(k-1)$。另一方面，每个$s_i$是$S$的$(n-r)$-子集，故$s_1\cup\cdots\cup s_k$含$S$的元的总次数应为$(n-r)k$。这样，$(n-r)k\leqslant(n-r)(k-1)$，矛盾。故$M(s)$满足条件$c$，由定理2.1.1，$M(s)$存在SDR。

设$D=(i_1,i_2,\cdots,i_n)$是$M(s)$的任一个SDR，则将D增加到A的第$(r+1)$行上，可得到一个基于S的$(r+1)\times n$拉丁矩形，继续这一个程，即可将A扩展成一个n阶拉丁方。 ∎

定理2.3.2　至少有$n!(n-1)!\cdots2!1!$个n阶拉丁方。

证　因为有$n!$个$1\times n$拉丁矩形，由定理2.3.1与定理2.1.2，每一个$1\times n$拉丁矩形至少可以扩展成$(n-1)!$个$2\times n$拉丁矩形，因而至少有$n!(n-1)!$个$2\times n$拉丁矩形，重复这一个过程，即得定理。 ∎

2.4 项秩与线秩

设 S 为 n-集，s_1，s_2，…，s_m是 S 的m个子集，构造(0，1)-矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$，其中

$$a_{ij}=\begin{cases}1, & 如\ a_j\in s_i\\ 0, & 否则\quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)\end{cases}$$

称A是S关于子集s_1，…，s_m的关联矩阵。A的第 i 行的1指明哪些 a_j 出现在s_i中，第 j 列指明 a_j 出现在哪些 s_i 中。当给定S及 s_1，…，s_m之后，A便唯一确定。反之，当给定A之后，可以构造 S 的子集s_1，s_2，…，s_m，使得A是关于这些子集的关联矩阵，于是矩阵A完全描述了 S 的子集 s_1，s_2，…，s_m。

设$m\leqslant n$，如$m\times n$ (0,1)-矩阵P满足$PP^T=I$，则称P为置换矩阵，其中P^T是P的转置，I 是 n 阶单位矩阵。当$m=n$时，称 P 为 n 阶置换矩阵。易知P为 n 阶置换矩阵当且仅当P的每行每列恰有一个1。如将 S 的元与子集的次序重新编号，则关联矩阵A将被关联矩阵A'所代替，A'的行与列是由A的行与列的适当的置换得到的，因而

$$A'=PAQ \tag{2.4}$$

其中P为m阶置换矩阵，由子集的重新编号确定，Q为 n 阶置换矩阵，由 S 的元的重新编号确定。

矩阵的行或列均称为矩阵的线，矩阵的主对角线上元素的和称为它的迹。设A为$m\times n$ (0,1)-矩阵，A中包含所有1的最小的线的数目称为A的线秩，A中最大的1的个数，使其中任意两个1不位于A的同一行或同一列，称为A的项秩。

注意下列基本事实：

(1)设$S=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，A是 S 关于子集 s_1，…，s_m的关联矩阵，则A的项秩等于s_1，…，s_m中具有SDR的最大子集的个

数；

（2）A的项秩与线秩在A的行列置换下不变；

（3）A的项秩等于A在任意行列置换下的最大迹。

定理2.4.1 任意(0，1)-矩阵A的项秩等于它的线秩。

证 以ρ，ρ'分别表示A的项秩与线秩。

因为A没有一条线能够含ρ个1中的任意两个，故$\rho' \geqslant \rho$。现在证明$\rho' \leqslant \rho$。假定包含A的所有1的ρ'条线由A的e行与f列组成，由于ρ与ρ'都在A的行、列置换下不变，不妨假定它们是A的前e行与前f列，令

$$A=\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \qquad (2.5)$$

其中A_1是$e \times f$矩阵，我们要证明A_2的项秩是e。因为如视A_2是集$S=\{f+1, \cdots, n\}$关于子集$s_1, \cdots, s_e$的关联矩阵，我们断言$M(s)=(s_1, \cdots, s_e)$存在SDR。否则，设$M(s)$不存在SDR，则由定理2.1.1，必存在k，$1 \leqslant k \leqslant e$，以及$k$个不同的指标$i_1, \cdots i_k$，使$s_{i_1} \cup \cdots \cup s_{i_k}$含$S$中少于$k$个元，于是这些元所对应的$A_2$的列可以代替$A$的第$i_1, i_2, \cdots, i_k$行复盖$A$中所有的1，但该复盖的线数小于$\rho'=e+f$，与$\rho'$的定义矛盾。现设$D=(i_1, \cdots, i_e)$是$M(s)$的SDR，那么$a_{1i_1}=a_{2i_2}=\cdots=a_{ei_e}=1$，这些1位于$A_2$的不同行不同列，所以$A_2$的项秩是$e$。类似地，如视$A_3^T$为某集关于$f$个子集的关联矩阵，可以证明$A_3$的项秩为$f$，因而$\rho \geqslant e+f=\rho'$定理得证。 ∎

上述定理很容易推广到下列一般情况：设A是$m \times n$矩阵，则A中包含所有非零元的最小线数等于A中非零元的最大个数，这些非零元位于A的不同行不同列。

定理2.4.2 设$A=(a_{ij})$为$m \times n$矩阵，其中$m \leqslant n$，a_{ij}均为非负实数，A的行和均等于m'，列和均等于n'，则

$$A = c_1P_1 + c_2P_2 + \cdots + c_tP_t \tag{2.6}$$

这里P_i为置换矩阵，c_i为非负实数。

证 如A为零矩阵，则取诸c_i等于0即可，故不妨假定A为非零矩阵。

如$m<n$，令$A' = \begin{pmatrix} A \\ {m'}/{n}J \end{pmatrix}$，其中$J$是$(n-m)\times n$的所有元素都是1的矩阵，易知$A'$的行和与列和都是$m'$。由上面的注，$A'$存在$n$个非零元，它们中任意两个不同线。因为否则，$A'$中将存在$e$行，$f$列，$e+f<n$，它们包含$A'$的所有非零元，这样

$$m'n \leqslant m'(e+f) < m'n \tag{2.7}$$

矛盾

现在设P_1''是一个置换矩阵，其中n个1的位置与上述A'中n个正数的位置相同，设c_1是这n个数中的最小数，$c_1>0$。于是，是$A'-c_1P_1''$一个具有非负实元素的矩阵，且其行和与列和都等于$m'-c_1$，但其中零的个数比A'中零的个数至少多1，如$A'-c_1P_1'' \neq 0$，继续上述过程，直至得到

$$A' = c_1P_1'' + c_2P_2'' + \cdots + c_tP_t'' \tag{2.8}$$

其中$P_1''\cdots P_t''$是n阶置换矩阵，c_i是非负实数。令P_i为P_i'的前m行，$i=1, 2, \cdots, t$，易知P_i均为置换矩阵$(m\times n)$，而且

$$A = c_1P_1 + c_2P_2 + \cdots + c_tP_t$$

此即(2.6) ∎

定理2.4.3 设A是n阶(0, 1)-矩阵，其行和与列和均为正整数k，则

$$A = P_1 + P_2 + \cdots + P_k, \tag{2.9}$$

其中P_i是n阶置换矩阵，$i=1, 2, \cdots, k$

证 此为上一定理的特殊情况，这里$c_i=1$，$i=1, 2, \cdots, k$分解至k步结束。 ∎

2.5　一个极值问题

设有 n 项工作，要由 n 个人去完成，第 i 个人从事第 j 项工作的得分为a_{ij}（表示工作效率的高低），那么每一种安排方案可以由置换

$$\Pi=\begin{pmatrix}1, & 2, & \cdots, & n\\ j_1, & j_2, & \cdots, & j_n\end{pmatrix} \tag{2.10}$$

表示，其中第 i 个人从事第 $j_i=\Pi(i)$项工作，所谓最优安排问题是指在所有各种可能的安排中求总得分的最大值 $\sum_{i=1}^{n} a_i\pi_{(i)}$。当然总共有$n!$种置换需要进行计算，但在实践上，即使 n 是中等大小，$n!$种方案也是大得难以计算的。下面的定理给出一个在较小步骤中求出最优解的算法。

在证明下面的定理之前，我们需要回顾一下定理2.1.1与SDR存在的充要条件 c。任给集 S 的 n 个子集 s_1，…，s_n，在一般情况下，检查条件 c 的计算量是大得无法实行的，因为它需要检查(2^n-1)个子集。下面的算法不要求事先验证条件 c，它或者终止于某一个SDR或者找出k个子集，它们的并集所含元素数少于 k。

任取$a_1\in s_1$，如有可能，任取 $a_2\in s_2$，使 $a_1\neq a_2$，…，如有可能，任取 $a_i\in s_i$，使 a_i 不同于已经取过的任一个 a，假定此过程能够进行到 s_n，则可产生$M(s)=(s_1, \cdots, s_n)$的一个SDR。假定当进行到 s_r 时，此过程不可能再继续进行。设 $s_r=\{b_1, b_2, \cdots, b_t\}$，那么 s_r 中的元素都已被作为代表使用过，现在依次列出下表：

T_1：b_1，b_2，…，b_t；

T_2：b_1，b_2，…，b_t，b_{t+1}，…，b_R；

其中b_{t+1}，…，b_R是从$s(b_1)$中删去T_1中元素后的全部元素，这里$s(b_1)$是指由b_1所代表的那个子集。当然，有可能$T_2/T_1=\phi$。一般地，当列出T_i之后，我们构造T_{i+1}，它的元素是这样的：先依次列出T_i中的元素，而后紧随以从$s(b_i)$中删去已列出的元素后的全部元素，这里$s(b_i)$是指由b_i所代表的那个子集。

假定在某一步我们列出一个元素b_u，它未被作为代表使用过，那么b_u不在表T_1中，但是在某个T_{u_1+1}中作为$s(b_{u_1})$的元素而不是T_{u_1}的元素。因此$u_2<u_1$，假定b_{u_1}不是T_1的元素，那么b_{u_1}在某个集$s(b_{u_2})$中，$u_3<u_2$。继续进行，我们有$b_u\in s(b_{u_1})$，$b_{u_1}\in s(b_{u_2})$，…，$b_{u_{s-1}}\in s(b_{u_s})$，$b_{u_s}\in T_1$。这样，我们可以使用$b_u$作为$s(b_{u_1})$的代表，…，一般地，使用$b_{u_i}$作为$s(b_{u_{i+1}})$的代表，而替换出$b_{u_s}$作为$s_r$的代表．我们依旧有$s_1$，…，$s_{r-1}$的代表，现在又找到了$s_r$的代表。重复这一过程，有可能产生$M(s)$的一个SDR。假定当进行到$T_m$：$b_1$，$b_2$…，$b_{k-1}$时，此过程不能再继续进行，即$T_m$中的每个$b_i$都已被作为一个集$s(b_i)$的代表使用过，$i=1$，2，…，$k-1$，并且所有这些$s(b_i)$的元素都已被含于$T_m$中，这时集$s(b_1)\cup s(b_2)\cdots\cup s(b_{k-1})\cup s(b_r)$只含$(k-1)$个元，这里$s(b_r)$是正在找它的代表而未能找到的那个集。于是条件$c$不满足，这一算法是很容易编制计算机程序的。

定理2.5.1　设$A=(a_{ij})$是n阶实方阵，则和

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i\pi(i)} \tag{2.11}$$

关于所有置换Π的极大值等于和

$$\sum_{i=1}^{n} u_i+\sum_{j=1}^{n} v_j \tag{2.12}$$

对所有u_i，$i=1$，2…，n与v_j，$j=1$，2，…，n的极小值，其中u_i与v_j是任意满足$u_i+v_j\geqslant a_{ij}$的实数。当

$$u_i + v_{\pi(i)} = a_{i\pi(i)},\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \qquad (2.13)$$

时，达到(2.11)的极大与(2.12)的极小的公共值，该值就是最优安排问题的解。

证　任给矩阵$A=(a_{ij})$，很容易找到数u_i，v_j，使得对所有$i,j=1,\ 2,\ \cdots n$，$u_i+v_j\geqslant a_{ij}$，例如可以取所有v_j等于零，而$u_i=\max\limits_j\{a_{ij}\}$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$。因为对所有置换$\Pi$，有$u_i+v_{\pi(i)}\geqslant v_{i\pi(i)}$，对$i$求和，我们有

$$\sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \geqslant \sum_{i=1}^{n} v_{i\pi(i)}$$

因此(2.12)的极小值m存在，并且，如令M是(2.11)的极大值，有关系式

$$m\geqslant M, \qquad (2.14)$$

现在我们来证明$m=M$

首先，在假定所有a_{ij}都是整数的条件下证明定理，对满足不等式$u_i+v_j\geqslant a_{ij}(i,j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$的任意选取的一组$u$与$v$，保持$v$的值不变，如果有必要的话，减少$u$的值，使得对每个$i$，至少有一个$j$，满足$u_i+v_j=a_{ij}$。设$s_i$是使$u_i+v_j=a_{ij}$的那些$j$的集合，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$。假定$s_1,\ \cdots,\ s_n$存在SDR，$j_1,\ \cdots,\ j_n$，则$u_i+v_{j_i}=a_{ij_i}$，因而置换$\Pi(i)=j_i$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$便是最优安排的解。假定$s_1,\ \cdots s_n$不存在SDR，则条件$c$不满足，从本定理前介绍的算法，可以找到$k$个$s_i$，这$k$个集的并至多含$(k-1)$个$j$。设$s_{i_1}\cup s_{i_2}\cdots\cup s_{i_k}$含$j_1,\ j_2,\ \cdots,\ j_R$，$R<k$。令$k=\{i_1,\ \cdots,\ i_k\}$，$J=\{j_1,\ \cdots,\ j_R\}$，现在改变这些$u$与$v$的值如下：

$$u_i^*=\begin{cases}u_i-1, & \text{如}\, i\in k\\ u_i\ \ , & \text{如}\, i\notin k\end{cases} \qquad (2.15)$$

$$v_j^*=\begin{cases}v_j+1, & \text{如}\ j\in J\\ v_j\ \ , & \text{如}\ j\notin J\end{cases}$$

新的这组u_i^*与v_j^*满足

$$\sum_{i=1}^{n}u_i^* + \sum_{j=1}^{n}v_j^* = \sum_{i=1}^{n}u_i + \sum_{j=1}^{n}v_j - k + R \qquad (2.16)$$

因为$R<k$，这些u与v的和已经减少了$k-R$，并且我们断言，条件

$$u_i^* + v_j^* \geqslant a_{ij},\ i,j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \qquad (2.17)$$

依然满足。这是因为，除非$i\in k$，由(2.15)可见(2.17)是显然成立的，当$i\in k$时，如果$j\in J$，则

$$u_i^* + v_j^* = (u_i - 1) + (v_j + 1) = u_i + v_j = a_{ij}; \qquad (2.18)$$

如果$j\notin J$，由s_i的定义

$$u_i + v_j > a_{ij}，\text{或者写成}$$

$$u_i + v_j \geqslant a_{ij} + 1 \qquad (2.19)$$

因此

$$u_i^* + v_j^* = u_i + v_j - 1 \geqslant a_{ij} \qquad (2.20)$$

假定对这组新的u与v条件c满足，那么我们便可得到最优安排的解。否则继续上述过程，由于我们假定a_{ij}以及初始值u_i，v_j都是整数，而每进行一次$\sum u_i + \sum v_j$的值至少减少1，故必可在有限步内终止此过程而获得问题的解。

这一过程很容易被修改后用来解决a_{ij}非整数的情况，首先以整数$\bar{a}_{ij}$代替a_{ij}，这里，$\bar{a}_{ij}\geqslant a_{ij}>\bar{a}_{ij}-1$。这样，按前面一段所讨论的方法，可以找到置换$j_1$，…，$j_n$与整数$u_i$与$v_j$，使

$$\bar{a}_{1j_1} + \cdots + \bar{a}_{nj_n} = \sum u_i + \sum v_j = m_1 \qquad (2.21)$$

其中，u_i与v_j满足

$$u_i + v_j \geqslant \bar{a}_{ij},\ i,j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \qquad (2.22)$$

由$\bar{a}_{ij}$的选择方法，我们有

$$a_{1j_1} + \cdots + a_{nj_n} \geqslant m_1 - n \qquad (2.23)$$

而且对任意置换$f_1,\cdots,f_n$，

$$a_{1f_1}+\cdots+a_{nf_n}\leqslant\bar{a}_{1f_1}+\cdots+\bar{a}_{nf_n}\leqslant m_1 \tag{2.24}$$

现在选择分母N并且以$g_N(a_{ij})$代替a_{ij}，这里$g_N(a_{ij})$是以N为分母的有理数，满足

$$g_N(a_{ij})\geqslant a_{ij}>g_N(a_{ij})-\frac{1}{N} \tag{2.25}$$

我们将规则(2.15)改变成

$$u_i^*=\begin{cases}u_i-\dfrac{1}{N}, & i\in k\\ u_i\quad, & i\notin k\end{cases}$$
$$v_i^*=\begin{cases}v_j+\dfrac{1}{N}, & j\in J\\ v_j\quad, & j\notin J\end{cases} \tag{2.26}$$

与前面的证明一样，我们可以找到置换j_1，j_2，…，j_n与以N为分母的有理数u_i，v_j，使得

$$g_N(a_{1j_1})+\cdots+g_N(a_{nj_n})=\sum u_i+\sum v_j=m_N \tag{2.27}$$

并且 $$u_i+v_j\geqslant g_N(a_{ij})\geqslant a_{ij},\ i,j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{2.28}$$

我们同时有

$$a_{1j_1}+\cdots+a_{nj_n}\geqslant m_N-\frac{n}{N} \tag{2.29}$$

并且对所有的置换f_1，…，f_n，

$$a_{1f_1}+a_{2f_2}+\cdots+a_{nf_n}\leqslant m_N \tag{2.5.21}$$

显然，假定所有的a_{ij}都是有理数，从这里直接可以得到最优安排的解，否则，当分母N取得愈来愈大时，(2.29)与(2.30)说明了在极限情况我们可以求得解。 ∎

3 (0，1)—矩 阵

3.1 类$\mathscr{U}(R,\ S)$

设$A=(a_{ij})$为$m\times n$ (0，1)矩阵，令

$$r_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \qquad i = 1, 2, \cdots, m$$
$$s_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij}, \qquad j = 1, 2, \cdots, n \tag{3.1}$$

则向量$R = (r_1, \cdots, r_m)$与$S = (s_1, \cdots, s_n)$分别称为A的行和向量与列和向量显然$\sum_{j=1}^{n} s_j = \sum_{i=1}^{m} r_i = \tau$是$A$中1的总数.

如果$r_1 \geqslant r_2 \cdots \geqslant r_m$，则称该行和向量单调，如果$s_1 \geqslant s_2 \cdots \geqslant s_n$，则称该列和向量单调.

给定两个具有非负整数分量的向量
$R = (r_1, \cdots, r_m)$与$S = (s_1, \cdots, s_n)$，所有以R为行和向量与以S为列和向量的(0, 1)-矩阵的集称为类$\mathscr{U}(R, S)$，现在讨论类$\mathscr{U}(R, S)$非空的条件，先给出几个简单的定义。

称$\bar{A} = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_m \end{pmatrix}$为具有行和向量$R$的极大矩阵，其中$\delta_i = (1, 1, \cdots, 1, 0, \cdots, 0)$为$n$元向量，前面$r_i$个分量是1，后面$n - r_i$个分量是0。从$\bar{A}$的构造可知，$\bar{A}$的列和向量是单调的，将其列和向量记为$\bar{S} = (\bar{s}_1, \bar{s}_2, \cdots, \bar{s}_n)$，易知类$\mathscr{U}(R, S)$含唯一的极大矩阵，即$\bar{A}$。

设$S = (s_1, \cdots, s_n)$与$S^* = (s_1^*, \cdots, s_n^*)$是两个具有非负整数分量的向量，假定当对$S$与$S^*$重新编号后有

ⅰ）　$s_1 \geqslant s_2 \cdots \geqslant s_n, \quad s_1^* \geqslant s_2^* \cdots \geqslant s_n^*$　　(3.2)

ⅱ）　$s_1 + \cdots + s_i \leqslant s_1^* + \cdots + s_i^*, \quad i = 1, 2, \cdots, n-1$　　(3.3)

ⅲ）　$s_1 + \cdots + s_n = s_1^* + \cdots + s_n^*$　　(3.4)

则称S^*优于S或S被S^*所优，记成$S \prec S^*$.

定理3.1.1 设R与S是两个具有非负整数分量的向量，$R=(r_1, \cdots, r_m)$，$S=(s_1, \cdots, s_n)$，设$\bar{A}$是以R为行和向量的极大矩阵，其列和向量为$\bar{S}$，则类$\mathscr{U}(R, S)$非空的充要条件是$S \prec \bar{S}$。

证 定理的必要性是明显的。因为如果$A \in \mathscr{U}(R, S)$，那么A可以由适当地向右方移动$\bar{A}$的行中的1而得到，因此当S单调时，有

$$s_1+\cdots+s_i \leqslant \bar{s}_1+\cdots+\bar{s}_i,\ i=1, 2, , \cdots, n-1 \tag{3.5}$$

$$s_1+\cdots+s_n=\bar{s}_1+\cdots+\bar{s}_n, \tag{3.6}$$

因而 $S \prec \bar{S}$

现在假定$S \prec \bar{S}$，我们不妨先将r_i与s_j重新编号，使R与S成为单调的，我们来构造一个具有行和向量R与列和向量S的特殊矩阵$\tilde{A}$。

首先叙述$\tilde{A}$的构造方法，再证明这种构造方法是确实可以进行的。

从$\bar{A}$出发，移动$\bar{A}$的某些行的最右边的一个1到第n列，使第n列具有列和s_n，移动1的规则是这样的：使第n列的1出现在$\bar{A}$的具有最大的s_n个行和的那些行中，如某些行具有相同的行和，则从这些行的最下面一行开始向右移1，并逐渐向上推移，直至使第n个列具有s_n个1为止。例如假定

$$\bar{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 要使 } s_6=4, \text{ 则}$$

$$\bar{A} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

按此规则，得到形如

$$(\bar{A}_{n-1} \quad A_1) \tag{3.7}$$

的矩阵，由所给的移动规则，(3.7)中的$\bar{A}_{n-1}$是$m\times(n-1)$的具有单调行和与列和的极大矩阵，A_1为具有列和s_n的列矩阵。现在让A_1保持不变，对$\bar{A}_{n-1}$重复上述过程，在第$n-f$步后得到矩阵

$$(\bar{A}_f \quad A_{n-f}) \tag{3.8}$$

其中$\bar{A}_f$为$m\times f$具有单调行和与列和向量的极大矩阵，设其列和为$e_1\geqslant e_2\cdots\geqslant e_f$，$A_{n-f}$为具有列和向量$(s_{f+1},\ \cdots,\ s_n)$的$m\times(n-f)$矩阵。下面进行第$(n-f+1)$步，我们要证明上述过程是可以进行的。假定我们不可能将上述过程施于A_f而得到具有列和s_f的第f列，那么必定$e_f>s_f$或$e_1<s_f$。由于$e_1+\cdots+e_f+s_{f+1}+\cdots+s_n=s_1+\cdots+s_f+s_{f+1}+\cdots+s_n$，故

$$e_1+\cdots+e_f=s_1+\cdots+s_f \tag{3.9}$$

因而

$$fs_f\leqslant s_1+\cdots+s_f=e_1+\cdots+e_f\leqslant f\cdot e_1,$$

故

$$s_f\leqslant e_1 \tag{3.10}$$

如果$e_f>s_f$，则$e_f>s_{f+1},\ s_{f+2},\ \cdots,\ s_n$，于是$A_{n-f}$的前$e_f$行的每列中至少有一个0。故从$(\bar{A}_fA_{n-f})$的构造过程可知$A_{n-f}$的最后$m-e_{f-1}$行必定全部是0。因此当从$\bar{A}$得到$(\bar{A}_fA_{n-f})$的过程中，前$f-1$列没有任何改变。因而

$$e_1+\cdots+e_{f-1}=\bar{s}_1+\cdots+\bar{s}_{f-1} \tag{3.11}$$

由于$S\prec\bar{S}$，有

$$s_1+\cdots+s_f\leqslant\bar{s}_1+\cdots+\bar{s}_{f-1}+\bar{s}_f=e_1+\cdots+e_{f-1}+s_f \tag{3.12}$$

由(3.9)，

$$e_1+\cdots+e_f\leqslant e_1+\cdots+e_{f-1}+s_f,\ e_f\leqslant s_f, \tag{3.13}$$

与$e_f>s_f$的假设矛盾。因而上述过程是可以进行的。当进行到第一列时，自动终止，由此构造了$\mathscr{U}(R, S)$类的一个特殊矩阵$\tilde{A}$。 ∎

例 如$R=S=(3, 3, 1, 1)$，

则

$$\bar{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\quad \bar{S}=(4, 2, 2, 0)$$

易知$S\prec\bar{S}$，故$\mathscr{U}(R, S)$非空

$$\bar{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\tilde{A}$$

$$\begin{matrix}4&2&2&0\end{matrix}\qquad\begin{matrix}4&2&1&1\end{matrix}\qquad\begin{matrix}3&3&1&1\end{matrix}$$

3.2 在拉丁矩形研究中的应用

本节利用定理3.1.1得到基于集S的$r\times s$拉丁矩形可以扩展成n阶拉丁方的一个充分必要条件。

定理3.2.1 设A是$m\times n$ (0, 1)-矩阵，$m\leqslant n$。A的行和向量与列和向量分别为

$$R=(k, \cdots, k),\quad S=(s_1, \cdots, s_n),$$

满足条件

$$0\leqslant k-s_i\leqslant n-m,\ i=1, 2, \cdots, n, \tag{3.14}$$

则

$$A=P_1+\cdots+P_k \tag{3.15}$$

其中P_i为置换矩阵，$i=1, 2, \cdots, k$.

证　如果$n=m$，此即定理2.4.3。故假定$m<n$。令$R'=(k, \cdots, k)$为$n-m$元向量，$S'=(k-s_1, \cdots, k-s_n)$为$n$元向量，则由定理3.1.1，注意到条件(3.14)，可知类$\mathscr{U}(R', S')$非空，设$A'\in\mathscr{U}(R, S)$，则

$$\begin{pmatrix} A \\ A' \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

是行和与列和向量都等于$(k, \cdots, k)$的n阶方阵。由定理2.4.3，$\begin{pmatrix} A \\ A' \end{pmatrix}$是$k$个置换矩阵的和，取分解式的前$k$行，即得本定理。∎

定理3.2.2　设B是基于集$S=\{1, 2, \cdots, n\}$的$r\times s$拉丁矩形。设$N(i)$表示数i在B中出现的次数，则B可扩展成n阶拉丁方的充要条件是

$$N(i)\geqslant r+s-n, \quad i=1, 2, \cdots, n \tag{3.17}$$

证　以T_j表示S中不属于B的第j行的全体元素的集，则T_j含$n-s$个元，$j=1, 2, \cdots, r$。以$M(i)$表示数i在$T_1, \cdots, T_r$中出现的次数，因为i出现在B的$N(i)$行中，因而i出现在$r-N(i)$个T_j中，故

$$M(i)+N(i)=r \tag{3.18}$$

如B可扩展成n阶拉丁方，则对任意$i\in S$，i必须出现在相应的$M(i)$行中，但每个i又一定出现在A的后面$n-s$列，由于这些i必须出现在不同的列，故必定有

$$n-s\geqslant M(i) \tag{3.19}$$

由(3.13)与(3.19)，立得

$$N(i)\geqslant r+s-n$$

反之，假定$N(i)\geqslant r+s-n$。令T是S关于子集$T_1, T_2, \cdots, T_r$的关联矩阵，则$r\times n$矩阵T有行和向量$R=(n-s, \cdots, n-s)$与列和向量$S=(M(1), \cdots, M(n))$，由于$N(i)=r-M(i)\geqslant r+s-$

n，故

$$n-s-M(i)\geqslant 0 \tag{3.20}$$

又由于　　　　　$N(i)=r-M(i)\leqslant s$，故

$$0\leqslant n-s-M(i)\leqslant n-r,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{3.21}$$

由定理3.2.1，

$$T=P_1+P_2+\cdots+P_{n-s} \tag{3.22}$$

此处P_i是置换矩阵，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n-s$。每一个P_i定义了S的一个r-排列。例如假定在P_1中$a_{1i_1}=\cdots=a_{ri_r}=1$，则$i_1\in T_1$，$\cdots$，$i_r\in T_r$，因而

$$\begin{pmatrix} & i_2 \\ B & \vdots \\ & i_r \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

是一个$r\times(s+1)$拉丁矩形，我们说P_1定义了排列$(i_1,\ \cdots,\ i_r)$。由于T是(0，1)矩阵，不同的P_i所定义的排列在任一个位置都不可能相同。因而将$n-s$个r-排列联结在B的右方便得到一个$r\times n$拉丁矩形。再由定理2.3.1，该拉丁矩形又可扩展成n阶拉丁方。 ∎

4　Ramsey 定理

4.1　基本定理

Ramsey 定理因英国逻辑学家F.P.Ramsey而得名，它来源于数学基础，是组合论的重要定理，其证明广泛而精巧地使用了递归技巧，它是简单的鸽笼原理的深刻概括。

如果$n+1$只鸽子飞进n个笼子，则至少有一个笼子里有至少两只鸽子，此即所谓“鸽笼原理”的简单形式，它也常被称为

抽屉原理、鞋盒原理、邮箱原理等等，它们的提法是不释自明的。其形式虽极为简单，但应用却十分广泛。

例 设a_1，a_2，…，a_m为任意m个正整数的序列。试证，该序列中必存在若干个相继的数，其和可被m整除。

证 察m个和a_1，a_1+a_2，…，$a_1+\cdots+a_m$，如其中某个和可被m整除，则问题得证。否则，察每个和数被m整除后的余数，每个余数均为1，2，…，$m-1$中的任一个数，故至少有两个和数被m整除后的余数相等，假定

$$a_1+\cdots+a_k=mb+r,$$

$$a_1+\cdots+a_k+a_{k+1}+\cdots+a_e=ma+r,$$

则二式相减，我们有 $a_{k+1}+\cdots+a_e=(a-b)m$。

故 $$m\mid(a_{k+1}+\cdots+a_e)。$$

所谓鸽笼原理的一般形式，是指下列事实：设q_1，q_2，…，q_t为正整数，如将$q_1+q_2+\cdots+q_t-t+1$个物体放进t个盒子，则或者第一个盒子中至少有q_1个物体，或者第2个盒子中至少有q_2个物体，…，或者第t个盒子中至少有q_t个物体。显然当$q_1=q_2=\cdots=q_t=2$时，此即鸽笼原理的简单形式。

又不难看出，当物体总数多于$q_1+\cdots+q_t-t+1$时，所述性质仍然成立，而当物体总数少于$q_1+\cdots+q_t-t+1$时，上述性质不再成立，因而$q_1+\cdots+q_t-t+1$是使上述性质成立的最小数。

设S为n-集，$P_r(S)$是S的所有r-子集的集

令

$$P_r(S)=A_1\bigcup A_2\cdots\bigcup A_t \tag{4.1}$$

是将$P_r(S)$分成t个分支的任一有序分划。设q_1，q_2，…，q_t是正整数，满足

$$1\leqslant r\leqslant q_1,\ \cdots,\ q_t \tag{4.2}$$

如果存在S的q_i-子集，其所有子集都在A_i中，则称之为S的一个$(q_i,\ A_i)$-子集。

Ramsey 定理断言下列事实

定理4.1.1 设任意给定的正整数 $q_1, q_2, \cdots, q_t, r$ 满足(4.2)，则存在一个最小的正整数 $N(q_1, \cdots, q_t; r)$ 使得下列命题对所有 $n \geqslant N(q_1, \cdots, q_t; r)$ 成立：如 S 为 n-集，(4.1)为 $P_2(S)$ 到 t 个分支 $A_1, A_2, \cdots, A_t$ 的任一有序分划，则 S 必含某一个 (q_i, A_i)-子集，$i=1, 2, \cdots, t$。

证 先讨论本定理的几个特殊情况，以便进一步弄清它的含意。

i) 如 $r=1$，则 $P_r(S)=S$。S 的一个 (q_i, A_i)-子集即 A_i 的一个 q_i-子集，这时由鸽笼原理的一般形式，有

$$N(q_1, \cdots, q_t; 1) = q_1 + \cdots + q_t - t + 1 \tag{4.3}$$

ii) 如 $q_1 = q_2 = \cdots = q_t = q > 1$，这时 Ramsey 定理应叙述成：如 S 为 n-集，n 充分大，则对 $P_r(S)$ 的任意分划(4.1)必存在 S 的 q-子集，其所有 r-子集属于分划(4.1)的 t 个分支之一。注意到，如这一事实成立，则很容易由它得到 Ramsey定理的一般形式。因为如令 $q = max\{q_1, \cdots, q_t\}$，则当 S 存在 (q, A_i)-子集时，由于 $q_i \leqslant q$，S 也必定存在 (q_i, A_i)-子集。

iii) 如 $t=1$，则 $N(q_1; r) = q_1$，这是平凡的，可直接由定义得出。

下面证明，如本定理当 $t=2$ 时为真，则当 $t=3$ 时也为真。令 $1 \leqslant r \leqslant q_1, q_2, q_3$。由于假定 $t=2$ 时定理成立，故 $N(q_2, q_3; r)$ 存在，设 $q_2' = N(q_2, q_3; r)$，则必定有 $q_2' \geqslant max\{q_2, q_3\} \geqslant r$，因而 $N(q_1, q_2'; r)$ 存在。

设 S 为 n-集，$n \geqslant N(q_1, q_2'; r)$。用任意方式将 $P_r(S)$ 分划成3个有序分支

$$P_r(S) = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \text{，或者写成} \tag{4.4}$$

$$P_r(S) = A_1 \cup (A_2 \cup A_3) \tag{4.5}$$

则(4.5)可以视为 $P_r(S)$ 到两个分支的有序分划，由于 $n \geqslant N(q_1,$

$q_2'; r$)，故或存在 S 的 (q_1, A_1)-子集，或存在 S 的 $(q_2', A_2 \cup A_3)$-子集。如果后者成立，记 S 的 $(q_2', A_2 \cup A_3)$-子集为 B，则

$$P_r(B) = A_2' \cup A_3' \quad (4.1.5)$$

是 $P_r(B)$ 到两个分支的某个有序分划。其中，
$A_2' \subseteq A_2$，$A_3' \subseteq A_3$ 分别由 B 的属于 A_2 与 A_3 的 r-子集组成。
由于 $q_2' = N(q_2, q_3; r)$，于是或存在 B 的 (q_2, A_2')-子集，或存在 B 的 (q_3, A_3')-子集。因而，或者存在 B 的 (q_2, A_2)-子集，或者存在 B 的 (q_3, A_3)-子集。又由于 $B \subseteq S$，故或存在 S 的 (q_2, A_2)-子集，或存在 S 的 (q_3, A_3)-子集。这样，对 $P_r(S)$ 的任一有序分划(4.4)，必存在某 (q_i, A_i)-子集，$i = 1, 2, 3$。所以当 $t = 3$ 时定理为真。由归纳法，易知只要对 $t = 2$ 定理成立，则对所有正整数 t，结论正确。

现在我们只要证明 $t = 2$ 的情况

首先注意三个等式：

$$N(q_1, q_2; 1) = q_1 + q_2 - 1; \quad (4.7)$$

$$N(q_1, r; r) = q_1 \quad (4.8)$$

$$N(r, q_2; r) = q_2 \quad (4.9)$$

(4.7)是(4.3)的特殊情况，下面证明(4.8)。设 $n \geqslant q_1$，S 为 n-集，$P_r(S) = A_1 \cup A_2$ 为任一有序分划。

i) 如 $A_2 \neq \phi$，则 S 含 (r, A_2)-子集；

ii) 如 $A_2 = \phi$，则 $A_1 = P_r(S)$，S 含 (n, A_1)-子集，它的任一 q_1-子集为 S 的 (q_1, A_1)-子集，故 $N(q_1, r; r) \leqslant q_1$。又如 S 为 m-集，$m < q_1$，则，例如取 $A_2 = \phi$，那么对分划 $P_r(S) = A_1 \cup A_2$，S 既不存在 (q_1, A_1)-子集，也不存在 (r, A_2)-子集，故 $N(q_1, r; r) = q_1$。类似地可以证明(4.1.1)。

现在用归纳法完成 $t = 2$ 的证明。由于(4.7)，(4.8)与(4.9)，我们总可以假定 $1 < r < q_1, q_2$。

让我们暂且承认下列命题 P。

“如果$N(q_1-1, q_2; r)$，$N(q_1, q_2-1; r)$存在，并且对所有满足条件$1\leqslant r-1\leqslant q_1', q_2'$的$q_1'$，$q_2'$，$N(q_1', q_2'; r-1)$存在，则$N(q_1, q_2; r)$存在”。

由命题P与(4.7)，(4.8)，(4.9)，便可以完成$t=2$的证明。这是因为：在上述条件下，由(2, 3; 2)，$N(3, 2; 2)$与$N(q_1', q_2'; 1)$的存在性，可以推出$N(3, 3; 2)$的存在性，由$N(3, 3; 2)$，$N(2, 4; 2)$与$N(q_1', q_2'; 1)$的存在性可以推出$N(3, 4; 2)$的存在性…等等，由下表可以得出对所有q_1，$q_2\geqslant 2$，$N(q_1, q_2; 2)$的存在性。

$$
\begin{array}{ccccc}
N(2, 2; 2) & & N(2, 3; 2) & & N(2, 4; 2)\cdots \\
 & & \downarrow & & \downarrow \\
N(3, 2; 2) & \longrightarrow & N(3, 3; 2) & \longrightarrow & N(3, 4; 2)\cdots \\
 & & \downarrow & & \downarrow \\
N(4, 2; 2) & \longrightarrow & N(4, 3; 2) & \longrightarrow & N(4, 4; 2)\cdots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots
\end{array}
\tag{4.10}
$$

表中第一行、第一列的存在性来自(4.9)与(4.8)，其余每个N的存在性由相应箭头所示的两个N及$N(q_1', q_2'; 1)$的存在性推得，继续进行，便对所有q_1，$q_2>r>1$，证明了$N(q_1, q_2; r)$的存在性。

最后我们来完成对命题P的证明。

由归纳假定，$p_1=N(q_1-1, q_2; r)$，$p_2=N(q_1, q_2-1; r)$与$N(p_1, p_3; r-1)$均存在，(p_1，$p_2\geqslant r-1$)。我们要证明

$$N(q_1, q_2; r)\leqslant N(q_1, q_2; r-1)+1 \tag{4.11}$$

令

$$n\geqslant N(p_1, p_2; r-1)+1,\ S\text{ 为 }n\text{-集} \tag{4.12}$$

设a是S中任一固定的元，$T=S/\{a\}$，则T为$(n-1)$-集。从S的所有r-子集的分划

$$P_r(S)=A_1\cup A_2$$

构造T的所有$(r-1)$-子集$P_{r-1}(T)$的分划

$$P_{r-1}(T)=B_1\cup B_2 \tag{4.13}$$

方法如下：设R是T的任一$(r-1)$-子集，如$R\cup\{a\}\in A_1$，令$R\in B_1$；如$R\cup\{a\}\in A_2$，令$R\in B_2$。集T至少含$N(p_1, p_2; r-1)$个元，因此对分划(4.13)，或者T含(p_1, B_1)-子集，或者T含(p_2, B_2)-子集。

i）如T含(p_1, B_1)-子集。设T的p_1-子集U的所有$(r-1)$-子集均在B_1中。因为$U\subseteq S$，故U的所有r-子集均在A_1或A_2中，将U的所有属于A_1的r-子集的全体记为A_1''，所有属于A_2的r-子集的全体记为A_2''，则

$$P_r(U)=A_1''\cup A_2''$$

是$P_r(U)$的一个有序分划，且$A_1''\subseteq A_1$，$A_2''\subseteq A_2$。由于$p_1=N(q_1-1, q_2; r)$，U或含一个(q_1-1)-子集，其所有r-子集均在A_1''中，（因而也在A_1中），或含一个q_2-子集，其所有r-子集均在A_2''中（因而也在A_2中）。如后者成立，因为U是S的子集，故S含(q_2, A_2)-子集。如前者成立，令V是U的(q_1-1)-子集，其所有r-子集均在A_1中。这时$W=VU\{a\}$是S的一个q_1-子集。现察W的任一r-子集K。如$a\notin K$，则K是V的一个r-子集，因而也是A_1的一个r-子集；如$a\in K$，则K是a与V的一个$(r-1)$-子集的并，由于$V\subseteq U$，依U的定义，V的这个$(r-1)$-子集在B_1中，再由(4.13)，可知$K\in A_1$。由此可见，W的所有r-子集均属于A_1，换言之，W是S的一个(q_1, A_1)-子集。于是，或者S含一个(q_1, A_1)-子集，或者S含一个(q_2, A_2)-子集。

ii）如T含(p_2, B_2)-子集，其证明与 i)类似。

至此，(4.11)获证，因而命题P获证，也就完成了整个定理的证明。 ∎

定理4.1.1中的这个最小的数$N(q_1,\cdots,q_t;r)$称为Ramsey数。不难证明，如果$i_1,\cdots,i_t$是$1,2,\cdots,t$的任一个排列，则$N(q_{i_1},\cdots,q_{i_t}; r)=N(q_1, \cdots, q_t; r)$。

整数$N(q_1, q_2; r)$有深刻的组合意义，遗憾的是，尚未找到计算这些整数的递归式。在大多数情况下，(4.11)不是一个很好的上界，当然我们有平凡值(4.7)，(4.8)与(4.9)，但除此之外，已知的$N(q_1, q_2; r)$的值寥寥无几。

对于r-2，下面的表给出了关于$N(q_1, q_2; 2)$的一些已知信息。

q_1 \ q_2	3	4	5	6	7	8	9
3	6	9	14	18	23	28/29	36
4		18	25/28	34/44			
5			42/55	51/94			
6				69/102			

由于$N(q_1, q_2; 2) = (q_2, q_1; 2)$，该表可以对称地向下方延拓，上表中的第一个数$N(3, 3; 2) = 6$的证明是简单的，因为由(4.7)，(4.8)与(4.9)，已知，$N(3, 2; 3) = N(2, 3; 2) = 3$，$N(3, 3; 1) = 5$，故由定理4.1.1，$N(3, 3; 2) \leqslant 5 + 1 = 6$。另一方面，如令$S = \{1,2,3,4,5,6\}$，$A_1 = \{12,23,34,45,51\}$，$A_2 = \{13,35,52,24,41\}$，则$P_2(S)$的有序分划$P_2(S) = A_1 \cup A_2$既不含$(3, A_1)$-子集，也不含$(3, A_2)$-子集，因而，$N(3, 3; 2) > 5$，故$N(3, 3; 2) = 6$。表中其他数的证明所需篇幅要大一些，不能在此给出。

4.2 应用

考虑平面上处于正常位置的几个点，(指n个点中任意3点不共线)，任意两个点决定一条线段，将这些线段中的每一条染以

红色或蓝色，于是n个点的所有2-子集可以被分划成红线段的集A_1与蓝线段的集A_2。如q_1，$q_2\geqslant 2$为整数，$n\geqslant N(q_1, q_2; 2)$，则Ramsey定理断言，当用任意方式将所有二点间的线段染以红色或蓝色时，必定或存在q_1个点，其中任意两点间的线段均为红色，或存在q_2个点，其中任意二点间的线段均为蓝色，且$N(q_1, q_2; 2)$是具有上述性质的最小数。

下面应用Ramsey定理于凸多边形。

定理4.2.1 设$m\geqslant 3$为正整数，则存在最小的正整数N_m，使下列命题对所有整数$n\geqslant N_m$成立：假定平面上有n个处于正常位置的点，则其中必存在m个点，它们是一个凸边形的顶点.

为了证明这一定理，先证明两条引理

引理4.2.1 平面上任意5个处于正常位置的点中必存在4点，它们是一个凸4边形的顶点.

证 平面上5点决定10条线段，它们的周界围成一个凸多边形。（这里"周界"指该5点的凸包）。如该凸多边形为四边形或五边形，则引理成立，否则该凸多边形为三角形，于是必有两点在三角形内部，该两点决定一直线，则该三角形必有两个顶点位于该直线同侧，于是此二顶点与三角形内部的那两个点构成一个凸四边形. ∎

引理 4.2.2平面上有m个处于正常位置的点，假定这m个点构成的所有四边形均为凸多边形，则该m边形必为一个凸m边形的顶点。

证 该m点决定$m(m-1)/2$条线段，它们的周界是一个凸多边形。假定它是一个凸q边形，$q\leqslant m$，设其相继的顶点为$v_1,\cdots,v_q$，如果m个点中有一点位于凸q边形内部，则它必位于三角形$v_1v_2v_3$，$v_1v_3v_4$，$\cdots$，$v_1v_{q-1}v_q$之一的内部，于是必定产生一个凹四边形，与假设矛盾。故$q=m$，即该点决定一个凸m边形. ∎

现在可以证明定理4.2.1。

如果$m=3$，显然有$N_3=3$。如$m\geqslant 4$，令$n\geqslant N(5, m; 4)$，S

为n-集，以平面上n个处于正常位置的点表之。这n个点的任一4-子集都对应于一个四边形，凸的或凹的。令$P_4(S)=A_1\cup A_2$，其中A_1是$P_4(S)$中构成凹四边形的4-点集，A_2为$P_4(S)$中构成凸四边形的4-点集，则由Ramsey数$N(5, m; 4)$的定义，可知或存在S的5-子集，其所有4-子集都构成凹四边形，或存在S的m-子集，其所有4-子集均构成凸四边形，由引理4.2.1，第一种情况不可能出现，故第二种情况必定出现，由引理4.2.2，该m点构成一个凸m-边形，因而$N_m\leqslant N(5, m; 4)$。 ▌

下面将Ramsey定理应用于(0, 1)-矩阵

定理4.2.2. 设$m\geqslant2$为任意正整数，必存在最小的正整数N_m，当$n\geqslant N_m$时，每一个n阶(0, 1)-方阵A必含下列四种类型之一的m阶主子方阵

$$\begin{pmatrix} * & & & 0 \\ & * & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & * \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} * & & & 0 \\ & * & & \\ & & \ddots & \\ 1 & & & * \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} * & & & 1 \\ & * & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & * \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} * & & & 1 \\ & * & & \\ & & \ddots & \\ 1 & & & * \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

其中主对角线上的*表示0或1。

证 将$A=(a_{ij})$的n个行向量的集作为Ramsey定理中的n-集S。记A的第i个行向量为α_i。令S的任一2-子集$\{\alpha_i, \alpha_j\}$对应于2元向量(a_{ji}, a_{ij})，其中$j<i$，则(a_{ij}, a_{ji})必定是下列四个向量之一：(0, 0)，(1, 0)，(0, 1)，(1, 1)。

令
$$P_2(S)=A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4 \tag{4.15}$$
是$P_2(S)$到四个分支的有序分划，其中

$$\begin{aligned} &\{\alpha_i, \alpha_j\}\in A_1，\text{假定}(a_{ji}, a_{ij})=(0, 0) \\ &\{\alpha_i, \alpha_j\}\in A_2，\text{假定}(a_{ji}, a_{ij})=(1, 0) \\ &\{\alpha_i, \alpha_j\}\in A_3，\text{假定}(a_{ji}, a_{ij})=(0, 1) \\ &\{\alpha_i, \alpha_j\}\in A_4，\text{假定}(a_{ji}, a_{ij})=(1, 1) \end{aligned} \tag{4.16}$$

于是由 Ramsey 定理，当 $n\geqslant N(m, m, m, m; 2)$时，$S$ 必存在某(m, A_i)-子集，$i=1, 2, 3, 4$，这意味着(4.14)中四种类型之一的主子方阵的存在性。例如，假定 S 存在(m, A_1)-子集，令该m-子集为$\{\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \cdots, \alpha_{i_m}\}$，则意味着$A$的对应于行序与列序均为$\{i_1, i_2, \cdots, i_m\}$的主子方阵是(4.14)中的第一种类型。其他三种情况是类似的，因而

$$N_m\leqslant N(m, m, m, m; 2) \quad (4.17)$$ ▌

最后再看一个例子。

已知$N(\underbrace{3, 3, \cdots, 3}_{k个3}; 2)\leqslant[k!e]+1$，试证，当 $n\geqslant k!e$时，如将前 n 个自然数用任意方式分成 k 类，其中必有某类包含三个整数 x, y, z（未必不相等），使$x+y=z$。

证　因为 e 是无理数，$[k!e]<k!e$，故 $n\geqslant[k!e]+1\geqslant N(3, 3, \cdots, 3; 2)$，令$S=\{1,2,\cdots,n\}$。用任意方式将 n 个正整数分成 k 类，$S_1\cup S_2\cdots\cup S_k=S$，在平面上画 n 个点，标以$1, 2, \cdots, n$。当且仅当二点 u, v满足$|u-v|\in S_i$时将边uv染以色 i，这样，任意二点间的线段均染有色$1, 2, \cdots, k$这 k 种颜色之一，因为$n\geqslant N(3, 3, \cdots, 3; 2)$，故当将$S$的任意 2-子集（以二点间的线段表之）用任意方式分成k类时，（即$P_2(S)=A_1\cup A_2\cdots\cup A_k$，其中$A_i$是染 i 色的线段），必存在某$(3, A_i)$-子集，$i=1, 2, \cdots, k$。也就是存在3点，它们构成的三角形的三条边染有相同的颜色 i。设该3点为 a, b, c，则$\overline{ab}$，$\overline{bc}$，$\overline{ca}$染色相同。不失一般性，设 $a>b>c$，则令 $x=a-b$，$y=b-c$，$z=c-a$，我们有，$x, y, z\in S_i$，而 $x+y=z$。

（作者：孙慧澄）

参 考 文 献

[1] R., A.Brualdi, Introductory Combinatorics, 1977 by Elsevier North-Holland, Inc.

[2] D.I.A.Cohen, Basic Techniques of Combinatorial Theory, 1978 by Johh Wiley & Sons, Inc.

[3] M.Hall, Jr,, Comb natorial Theory, Second Edition, 1986 by John Wiley & Sons, Inc.

[4] H.J.Ryser, Combinatorial Mathematics, 1963 by The Mathematical Association of America.

〔四〕 模糊数学方法

描述和处理现实世界模糊性数量关系的数学分支，称为模糊数学。以1965年札德（L. A. Zadeh）的奠基性论著《模糊集合》的发表为起点，经过近30年的发展，这一学科在理论和应用方面均取得很大成果。模糊数学是科学方法论思想革新的产物，它的产生和发展又进一步丰富了科学方法论宝库。

1 破除对精确方法的盲目崇拜

远古的人类在生存斗争中逐步锻炼出一种撇开对象的一切具体特性而仅仅考察其数量关系和空间形式的能力，萌发了数和形的概念。随着有关数和形的知识不断丰富和深化，逐步形成一门以数量关系和空间形式为研究对象的学问，这就是数学。它标志着精确方法的产生。古代人类把他们的数学知识应用于实践，观察天文，丈量土地，治理河流，建筑屋宇，制作工具和工艺品，显示了数学的奇特魅力。成功的应用又推动数学不断进步。数学符号的逐步采用，欧几里得在几何学中系统地使用公理化方法，把数学引向符号化、形式化的演进方向。肇始于19世纪中叶的数学基础严密化运动，推动这门科学在更广阔的范围内和更高的程度上使用形式化公理化方法，追求彻底的逻辑严格性，终于使现代数学演进为一门关于形式符号体系的精确科学。同时也在数学思想方面形成一种共识：数学与精确性不可分离，数学思维的各

个环节、数学内容的一切方面都必须精确化；数学与模糊性水火不相容，必须把模糊性从数学的每个角落赶出去。精确性被公认为数学最显著的特点和优点。

数学的这种发展趋势首先为自然科学提供了楷模，并成为它们实现精确化的手段。自然科学家们越来越相信，不论研究什么问题，关键的一步是寻找问题的数值估计原理和与之有关的一些性质的测量方法；你要懂得一点东西，你就要设法把这件东西测量出来，并用数值表达它。在数学的影响和推动下，天文学、力学、物理学、化学、理论生物学相继经历了定量化精确化的发展过程，形成一个"精确科学群"。数学与自然科学一起锻造了现代科学方法的基本形态——精确方法，包括精确的观察测量、严格控制的实验、精确的数值计算和信息处理等。一切有关这些操作的方法、程序、手段的总和，构成所谓精确方法。其核心是建立对象的数学模型，进行定量化描述。当然，精确方法不仅仅局限于定量化处理，在严格逻辑基础上定义概念，陈述和论证命题，建立理论体系，这种定性描述也属于精确方法的范畴，在不同领域（包括数学）发挥着重要作用。

用精确方法建立的自然科学理论，如牛顿力学、相对论、量子力学、分子生物学等，在解释自然现象的本质、发现客观运动的规律、预见自然过程的演绩等方面显示出无与伦比的威力。发现海王星，揭开物质微观结构的奥秘，破译遗传密码等等，都是理论自然科学建树的丰碑。以这些学科为理论基础建立起来的各门技术科学，表现出令人惊奇的发明力、创造力、对自然界的改造力。航天技术、自动化技术、信息技术、生物工程等等，则是技术科学建树的丰碑。所有这一切成就，都仰仗于数学方法的严格性、精确性和普适性。

一种取得如此成功的方法，理所当然要受到人们的高度评价和尊重，并获得方法论的表述。19世纪的两位伟大学者，自然科

学家开尔温（Kelvin）和哲学社会科学家马克思，各自独立地提出一个十分相近的科学方法论命题。前者认为，一门科学如果不是定量的，就不能算是科学。后者认为，一门科学只有在应用了数学工具时，才算是充分发展了的。这是对定量化、数学化方法在科学发展中的地位最充分的评价。精确科学的辉煌业绩加上两位学者的权威和影响，使他们的方法论观点获得广泛的认可和传播，成为现代科学技术的基本信条之一，并被普遍理解为每一门科学必须而且能够用经典数学实现定量化描述。今天看来，这是对精确方法的过高期望。但正如沃恩（Jules Veren）所指出的，科学的进步是由过高的期望所促进的。如果把科学技术作为一个系统，这种方法论观点的形成和传播就是系统的反馈控制信号，它不断地校正着人们的思想去追求精益求精的目标，推动科学技术在更高的水平上追求精确化严格化，从而规定了科学技术系统在20世纪演进的基本轨迹。

事物总有两重性。伴随精确方法的绝大成功，形成一种系统而片面的方法论观点，即尊崇精确的、严格的、定量的东西，蔑视模糊的、不严格的和定性的东西。精确总是好的，模糊总是不好的，越精确就越好。科学的方法必定是精确的方法，模糊方法一概是非科学方法，或前科学方法，亦即在尚未找到精确方法之前的权宜方法。数值计算的精确度越来越高，从人脑计算的2—3位精度提高到电子计算机的10^{-15}精度，似乎给人一种印象，计算精度的提高没有止境。人们深信精确化的范围是无限的，一切科学都需要并且能够精确化，今天没有精确化的东西，明天就可能精确化，不能用这种方法精确化的东西，总可以找到另一种办法实现精确化。科学方法论的这种绝对化观点，被札德戏称为对精确方法的盲目崇拜。

“崇拜”这种社会心理活动是人类行为的动力源泉之一，常常能产生超乎寻常的巨大推动作用，但毕竟是一种非理性的意识

形态。盲目崇拜，即使施之于某种卓有成效的科学理论和方法，也会在实践中暴露其非科学或反科学的一面，转化为继续前进的阻力。致力于把精确方法推广到自然科学之外的学者们十分不情愿地觉察到，在自然科学、特别是物理学中所向披靡的精确方法，在自然科学之外遇到了种种麻烦，大大失却了对它预期的效力。数理逻辑的成功强烈诱使人们努力把其他学科以至于人类的自然语言统统形式化，但遇到了不可逾越的障碍，各种精心构思的方案都失败了。随着科学技术的对象从物理领域扩大到事理领域，运筹学、系统工程等决策分析的理论和技术应运而生，在给人们带来巨大希望的同时，也让人们明白了虽然它们在处理结构良好的事理问题时效果颇佳，用于解决那些没有良好结构的事理系统则收效甚微。尽管数理经济学的论著大量出版，所用数学工具越来越高深，但对于它在预测和指导经济活动方面的有效性，实在不敢恭维。人文社会科学定量化至今未取得实质性进展，美妙的希望一再破灭，前途渺茫。面对这种情势，坚持传统思想的学者们固执地认为，只要继续沿着既定方向前进，发明新的更有效的精确方法，问题迟早会得到解决。他们只怀疑实现精确化的具体方法的有效性，不怀疑精确方法本身的局限性。但富于革新精神的学者开始醒悟到，问题可能产生于对精确方法的过高期望和对模糊方法的一概否定。要解决各门科学对数学化定量化的要求与数学发展现状之间日趋尖锐的矛盾，看来必须实现方法论基本思想或科学根本态度的转变，重新审视精确方法和模糊方法的价值。

2　接受与现实世界模糊性相适应的方法

进一步的考察不难发现，在对精确方法的盲目崇拜的后面隐藏着这样一个基本认识：现实世界本质上是精确的、清晰的，不

精确性、模糊性是例外情形而非普遍现象，是细枝末节而非基本形态。更有甚者，把模糊性视为纯粹主观性的东西，否认它的客观性。现代科学技术提供的大量材料证明，这是一个错误的观点。札德关于方法论思想的转变，就是从清算这种观点开始的。

所谓精确性或清晰性，指的是事物性态或类属的非此即彼性，亦即对于是否具有某种性态、是否属于某个类别的问题，可以作出非此即彼的明确结论。所谓模糊性，指的是事物性态或类属上的亦此亦彼性、中介过渡性，亦即对于事物是否具有某种性态、是否属于某个类别的问题，不能作出非此即彼的明确结论。精确性与模糊性都是客观实在的特性。一般来说，自然系统，特别是力学系统基本上是清晰的，是就是，非就是非，能够进行精确描述。人文社会科学处理的系统，如政治、经济以及其他社会系统，由于人的意识、推理起重要作用，几乎都是模糊系统，描述它们的概念基本上都是模糊概念。生物现象的许多方面具有模糊性，难于像物理系统那样作精确描述。就是无生命的物理系统也有大小不等的模糊性，气象系统的模糊性就不亚于许多人文系统。看来，支撑过度精确化要求的那个基本观点是本末倒置了，应当转而接受这样一个观点：与精确性相比，模糊性要更普遍、更基本得多，现实世界本质上是模糊的，精确性只是一种局部特征，有时甚至只是对现实世界的一种近似。

众所周知，欲以精确方法描述某个对象，必须获得该对象的精确数据、资料，从所谓“第一原理”出发建立数学模型。但在模糊性明显的对象领域，许多数量特征无法精确获取，也不存在第一原理，不具备应用精确方法的前提。人文系统的大部分数量特征，如政治水平、业务能力、组织程度、民主化程度等，本质上不能精确定义、测量和计算，在这些问题上拒绝使用不精确的方法，无异于取消用数学工具作定量化描述。人为地为这类系统建构精确数学模型并非不可能。事实上，我们在许多著作和刊物

上经常看到一些煞费苦心构建出来的模型，它们在数学形式上相当漂亮、精确，用于写论文、拿学位颇具效力，用于解决实际问题则毫无价值。这种被盖因斯（B. R. Gains）讥讽为“x理论的杂志与x实践无关”的现象，生动地证明了著名科学哲学家波普尔（K. Popper）的论断：在这些问题上追求精确描述，只能是一种虚妄的理想。

精确方法的每一次进步都把人类处理复杂性的能力推向一个新水平，但也逐步暴露出精确方法的局限性，表明它不是处理复杂系统的良好工具。有个不相容性原理断言，事物的复杂性与我们对它作出有意义的精确描述的能力成粗略的反比关系。说得详细点，随着系统复杂性的增加，我们对系统作出精确而有意义的描述的能力将降低，越过一定阈值，精确性与有意义将成为相互排斥的东西。复杂性天然地伴随着模糊性，具有模糊性是复杂系统的基本特征之一。对于过分复杂的系统，精确的描述成为无意义的描述，不精确的描述倒是有意义的描述。人类在成功地描述了微观现象（量子力学）和宇观现象（相对论）之后，正在将科学技术的主战场转向探索宏观层次的复杂性。复杂性科学要求发展处理模糊性的科学方法。

轻视定量描述固然不对，轻视定性描述也不是科学的态度。即使对于精确科学，定性描述也是定量描述的前提。不论研究什么问题，首先要形成关于对象的定性图景，然后才能建立定量模型。如果定性认识不正确，不论定量描述多么精确美妙，也是无用的，甚至是有害的。至于人文社会科学，由于大多数现象不能用数值描述，可行的办法只能是半定性的或定性的描述。在许多场合下，定性或半定性方法显示了很强的解释力和预见力，不可轻视。基于对社会过程的定性或半定性的分析，准确地预见到某些重大事件的发生，这种事例在历史和现实中都不罕见。相反，依据精确定量分析对重大社会历史事件作出正确预见的事例，似

乎还没有过。我们在札德的著作中反复读到，他主张重新评价定性方法，批评蔑视定性方法的流行观点。一个长期致力于精确科学并富有成果的学者提出这种观点，是发人深思的。赞同这一观点的人越来越多。看来，科学方法论的演进在定性描述与定量描述的关系上也遵循否定之否定规律，现在是在更高水平上实现这两种描述方法相结合的时候了。

现代科学技术的触角正在从非智能领域进入智能领域。人的智能活动有精确性的一面，可以作程序化、形式化的描述。电脑便是人脑这种精确智能活动的延伸，它标志着精确方法的威力达到空前的水平。但在用电脑模拟人脑智能的过程中，人们发现人脑智能与“电脑智能”有本质的不同。就基本方面看，人脑的智能活动是直感而不是计算，是网络式而不是链条式（程序式），是整体把握而不是分析—累加式的，是进化的过程而不是不变的程式。这些特点造成思维活动强烈的模糊性，不适于作精确的程序化、形式化处理。在传统观点看来，这些都是人脑思维的缺点，发展人工智能不应走模拟人脑思维的道路，应当创造一种更高级的人工思维方式。但今天的学者们正在更新观念，逐步认识到具有模糊性与其说是人脑思维的短处，不如说是它得天独厚的优势，发展人工智能只能以人脑思维为样板。人脑善于获取、处理、利用模糊信息，使用模糊概念和判断，进行不精确推理，因而能够在精确方法无法起作用的各种领域驰骋扬威。人脑根据少量模糊信息，以一种我们现在尚不甚了解的模糊方法，快速、准确、简便地完成识别任务，在模糊的环境中作出切实可行的决策。这是电脑望尘莫及的。模糊方法具有不可替代的优越性。

总之，人文科学、复杂性科学、软科学、智能科学的发展，要求放弃不现实的精确性标准，从过高的精确性要求撤退下来，建立和发展能够描述和处理模糊性的方法。

乍看起来，这是科学研究的一种退步。实际上，这是一种进

步。从原来方向上不可达到的高要求后退一步，换来的是开辟新的方向，在新方向上进两步、三步。科学技术史上不止一次地出现过这种“退一步，进两步”的现象。19世纪前期，人们坚信确定论的牛顿力学可以解决一切物体运动的问题，对于概率统计方法不屑一顾。多体问题研究使人们意识到对确定论描述的期望过高了。新一代学者采取退一步的观点，以“我虽然不能精确地描述一件事，但却能统计地描述它”为信念，开辟了统计力学、量子力学的新方向，终于使概率统计方法发展为与确定论方法并驾齐驱的另一种描述体系，获得科学界的确认。40年前，科学界期望所有微分方程都能用解析方法求解，数值方法被当作一种暂时的代用方法。在掌握了电子计算机这一工具后，60年代以来的科学界终于从对解析方法的过高期望上退了下来，正式接受了数值方法，使数值计算取得与理论描述、实验观测并列的地位。现代科学方法体系发展成建立在理论、计算、实验三大支柱之上的雄伟大厦。在精确与模糊的关系上我们又面临类似的局面，必须从过高的精确性要求后退一步，接受能适应现实世界不精确性的方法。这一次的后撤无疑会带来科学方法的新跃进。

我们在这里看出了科学技术发展中的一种规律性现象。某种技术或方法在一定范围内获得成功后，人们很自然地希望把它推广或深化，应用于其他领域或层次。至于这种方法是否有局限性，它的适用界限在哪里，人们並不考虑，往往不自觉地以为它是普遍适用的。在推广和深化中迟早要遇到难以克服的困难，不得不提出一些近似的或暂时代用的方法，它们与原方法格格不入，按原来的标准衡量，这种方法太不严格、太缺乏逻辑性，不能被正式接纳为科学方法体系的合法组成部分。其中，确有一些方法被后来创立的严格方法所取代。但也有这样的情况：新方法起先是作为原方法不得已的代用品出现的，随着推广应用越来越远离原来的领域或层次，人们将逐步发现，对原方法的期望过高

了，只要人们更新观念，从过高的要求上撤退下来，就会发现所谓不得已的代用方法其实是一种全新的方法。于是，科学方法的革新乃至革命就来到了。

对精确方法的盲目崇拜还得到一种美学观点的支持，即单纯追求严格美、精确美、形式化美。的确，当我们看到一种自然奥秘被描述为一个简单明了的数学方程，或者一个复杂的真实过程按严格的程序在计算机上准确地模拟出来，或者一个艰深的命题用简洁的数学语言以不容置疑的逻辑性证明为定理，这时，我们的心灵就会为那种逻辑美、精确性美和形式化美所陶醉。但美与不美也是对立统一的，依一定条件而相互转化。如果一种数学描述十分精确，但复杂到无法具体实现、令人望而生畏的地步，或者一种形式化处理完全不反映真实过程，就很难使人有美的感受了。相反，用不太精确的方法简捷、灵活、有效地解决了这些问题，就会使人领略到一种简捷美、灵活美、模糊美。只要在美学观点上坚持辩证思维，上述科学方法论思想的革新也会得到美学观点的支持。

3 从拓广数学基础入手

精确方法是以精确数学的发展为先导和核心而形成发展的。发展科学的模糊方法也必须建立和发展模糊数学方法。

把前两节阐明的科学方法论思想引入数学中，就应当承认数学与精确性并非绝对不可分离，数学与模糊性亦非完全互不相容，数学应当从过度的精确性要求退下来，为其他科学提供能够描述和处理模糊性的新概念框架。有人担心这样做会把数学变成模模糊糊的东西，实属误解。正如随机数学是在随机不定性中寻找确定的统计规律、用统计确定性去逼近随机性一样，模糊数学的宗旨是在中介过渡的不确定性中寻找特有的确定性，用精确性

去逼近模糊性。为实现这一任务，须从考察数学基础入手，弄清经典数学何以不能描述模糊性，为了用数学方法研究模糊性，应当如何拓广数学基础。

经典数学的基础是集合论。利用集合概念可按严格逻辑的手续定义数学的其他概念，用这些概念精确表述各种数学定理，建立起现代数学的整个框架。经典集合概念的基础是康托的概括原则（现代集合论用公理来保证这一原则的基本要求得到满足），它假定论域上的每个元素是否具有某种性态是明确肯定的。以x记元素，P记属性，则概括原则要求，要么x具有属性P，要么x不具有属性P，绝无含糊。按属性P对元素作划分，得到的是边界分明的集合，任意给定元素x和集合A，要么$x\in A$，要么$x\notin A$。这样界定的集合概念，即经典集合，刻划了清晰事物性态的分明性、类属的非此即彼性。建立在集合论之上的整个数学框架是对事物作精确化、定量化、形式化描述的理想工具。

但是，对属于概念作如此绝对化的规定，也使经典集合论和全部经典数学无法描述“高个子”“满意的解答”“充分小的实数”之类具有明显亦此亦彼特征的模糊事物。身高多少才算高个子，不存在确切的标准，无法从论域中明确划分出这个类别，即这个类别不能用经典集合描述。要把这种对象类表示为集合，必须人为地规定一个划分标准，作硬性分类。如规定$h\geqslant 1.8$米者为高个子，$h<1.8$米者为非高个子，每个人按身高标准的归类就完全确定了。但这种解决方法的代价过分昂贵，它把从差异的一方“高个子”到另一方“非高个子”的中介过渡性人为地过滤掉，而这种中介过渡性正是我们描述模糊事物时最重要的东西。人为地化模糊为精确是对真实性的一种歪曲。经典集合以舍弃模糊性为前提，决定了它本质上不适于描述模糊现象。

要用数学方法刻划模糊事物的类属特性，必须推广集合概念，放弃过分确定的概括原则，代之以可以容纳不确定性的隶属

原则，也就是承认事物从具有某种性态到不具有该性态、从属于某一类到不属于该类是逐步过渡而非突然改变的。采取这一假定意味着：①把元素属于集合的概念模糊化，承认论域上至少存在一部分元素，它们既非完全属于某个集合，也非完全不属于该集合，变绝对的属于关系为相对的属于关系；②把属于关系定量化，承认论域上的每个元素都以一定的程度属于集合，引入隶属度概念，对属于关系作定量刻划。用1表示百分之百属于集合的元素的隶属度，用0表示百分之百不属于集合的元素的隶属度，用0到1之间的某个实数μ表示部分属于集合的元素的隶属度，隶属度较大的元素对应着较大的μ值。这样，我们就对论域上的模糊事物类给出一种定量的刻划，一种集合的刻划。札德称这样的集合为模糊集合。

用精确的数学语言讲，论域x上的一个模糊集合A是用一个从X到实区间〔0，1〕的函数$\mu_A(x)$描述的，$x \in X$，数值$\mu_A(x)$代表元素x对集合A的隶属度，函数$\mu_A(\ )$称为集合A的隶属函数。

这样定义的模糊集合，体现了用精确性向模糊性的逼近。与经典集合不同，模糊集合是用隶属函数描述的，给定隶属函数，就是给定了模糊集合，不同的隶属函数代表不同的模糊集合。经典集合着眼于确定哪些元素属于集合，不考察元素对集合的属于程度的差别，描述的是一种边界确定的硬分类。对于模糊集合，谈论哪些元素属于集合是没有意义的，原则上讲，论域上的每个元素都在一定程度上属于每个模糊集合，不同模糊集合的差别不在于包含元素的不同，而在于元素属于集合的程度不同，更准确地说，在于隶属函数的不同。隶属度反映的是处于中介过渡状态的事物对于差异一方的倾向程度，隶属函数刻划的是元素从属于集合到不属于集合的渐变过程，或隶属度在论域上的分布。经典集合舍弃了这些信息，无法刻划模糊事物。模糊集合保留和提取了有关中介过渡性的信息，并用数值表示出来，因而能够对模糊性

提供定量描述。

模糊集合与经典集合之间有内在联系。经典集合是模糊集合的特殊情形。模糊集合是经典集合的推广。使模糊集合转化为经典集合的基本途径，是取截集。选定隶属度的一个门坎值 λ，由论域上一切满足 $\mu \geqslant \lambda$，的元素构成的经典集合，称为模糊集合的截集。对于同一个模糊集合，不同门坎值确定不同的截集，代表对模糊集合的不同逼近。随着 λ，从1取到0，得到一个边界逐步放宽的经典集合序列，反映出模糊集合刻划的是边界游移浮动的软分类。截集概念是对人脑处理模糊问题时常用的截割方法的数学刻划。经典集合给出的是在舍弃模糊性之后的截割。模糊集合是让模糊性不加截割地进入数学模型，尽量利用中介过渡的信息，通过对隶属函数的数学演算，最后在一个适当的门坎值上进行截割，作出非模糊的判决。

确定隶属函数是应用模糊集合概念解决具体问题的基石。作为模糊事物中介过渡性的度量，隶属度本质上是客观的，不允许主观随意指定。“年轻”是个模糊集合，25岁的隶属度不能大于20岁的隶属度，这是确定无疑的。札德给出的隶属函数与人们的日常经验相符合。有关模糊统计试验的研究发现，在许多情形下，存在隶属频率的稳定性，表明隶属度概念反映的内容是客观的。但也不可否认，隶属度的指定与人的经验、甚至人的心理过程有关，往往包含一定的主观成分。同一个模糊集合在不同应用背景下有不同的隶属函数，不同人给出不同的隶属函数可能都是可以接受的。按照札德定义的隶属函数，25岁属于年轻的程度为1，如果有人指定为0.95，也未尝不可。在一定意义上讲，隶属度的这种不确定性并非坏事，它有利于模写人的经验，表现人脑思维的灵活性、主动性。确定隶属函数的方法目前还很不完善。在较简单的情形下，可凭经验指定隶属度，再根据实践加以修正。如果条件适宜，通过模糊统计试验确定隶属度是科学的。更

为有效的方法还有待于探索。应当指出，不存在适用于一切情形的方法，不同场合制定不同方法，把科学性和艺术性结合起来，这样做符合模糊方法的基本精神。

4．数学分支的模糊化

利用模糊集合可以进一步推广集合论的其他概念（如定义模糊关系），提出新概念（如多重模糊集），规定模糊集合、模糊关系的各种运算，建立模糊集合论。

现代数学的众多分支大都建立在集合论之上。在这些分支中用模糊集合取代经典集合，重新定义该分支的基本概念，直接可以得出一批新的数学概念。这叫做数学概念的模糊化。人们最熟悉的是数概念。经典数学以集合定义自然数，以自然数定义整数，以整数定义有理数，以有理数定义实数，以实数定义复数，对常用的数概念作了精确描述。以精确数的集合为论域，可用该论域上的模糊集合定义相应的模糊数概念。如以普通实数集$(-\infty,\ \infty)$为论域，可以定义模糊实数。令x记普通实数，δ记参数，模糊实数$\underset{\sim}{5}$的隶属函数可规定为：

$$\underset{\sim}{5}=\int_{5-\delta}^{5+\delta} e^{(5-x)^2} \Big/ x \qquad (4.1)$$

在区间$(-\infty,\ 5-\delta)$和$(5+\delta,\ \infty)$上，隶属度为0。其他实数也可类似地定义。同样地，微分、概率、群等概念均可模糊化。

利用由模糊化得到的数学概念，进一步对各分支的数学命题作新的表述，提出和论证新的数学命题，形成新的数学理论。沿着这一方向的工作，称为数学分支的模糊化。模糊集合论被当作一个能概括更加多样数学概念的结构框架，模糊化已成为一个富于成果的数学发展方向。目前已发展了模糊数、模糊微积分、模糊概率、模糊群、模糊拓扑、模糊泛涵、模糊测度、模糊系统分

析等分支。

有一种观点认为，数学分支的模糊化只是用模糊集合取代经典集合，把现有数学成果加以简单的平移，没有什么创造性。这种看法缺乏根据，多半是盲目崇拜精确方法的人的一种偏见。由于模糊集合能反映精确概念排除了的模糊性，模糊集合论不能不包括一些经典集合论中无对应物的新概念、新运算、新命题。把它们推广应用于各个分支，还会进一步提出一些经典数学中没有对应物的新概念、新运算、新命题。数学分支的模糊化深化了人们对某些经典数学概念的理解，提出一些经典数学不可能提出的问题，做出一些不亚于经典数学水准的工作。我国模糊数学工作者的成果即可说明这一点。在不分明拓扑研究中，蒲保明、刘应明等人通过对层次结构的考察，深化了紧性、分离性等概念，证明了诱导空间的一批定理，受到国内外学者的注目。以模糊统计试验为背景，汪培庄提出集值统计概念，建立随机集落影理论，证明下层的模糊性往往联系着上层的随机性，上层的可加性测度落影下来得到非可加性测度。这些工作在概念的新颖、方法的巧妙、结果的深刻性上都可与经典数学比美。

在模糊化旗帜下展开的研究，指导数学发展的思想理论、逻辑基础与经典数学没有原则的不同。模糊集合概念是用标准的数学语言严格定义的，一切建立在模糊集合之上的数学概念也是用严格的数学语言定义的，同经典数学概念相比，定义的精确性毫不逊色。定理的表述和证明同样是严格合乎逻辑的，与经典情形毫无二致。在这个方向上发展的模糊数学，本质上是经典数学的组成部分。

跟经典数学一样，在模糊化方向上发展着的数学，直接的目的仍然是提出有严格定义的概念，获得可以精确表述和严格逻辑证明的定理。有关现实世界数量关系模糊性的信息，仅仅在确定模糊事物的集合表示即隶属函数时得到反映，一旦建立起刻划对

象模糊性的模糊集合，进入数学研究范围，在概念定义、命题表述、定理证明等数学思维环节中，就不再允许有模糊性了。与经典数学相同，这样的模糊数学也是以传统的二值逻辑为基础。受过经典数学思维训练的人很容易转入这个方向，他们所熟悉的有关数学性质、特点、方法的观点，都可以直接应用于这一领域。从数学学的角度看，札德把这个方向称为模糊数学的精确理论，无疑是中肯的。

5 模糊数学的模糊理论

在实行从过高精确性要求撤退下来这一方法论思想方面，模糊数学的精确理论显然很不彻底。札德主张把模糊性引入数学思维的各个环节，即在概念的定义、命题的表述和定理的证明以及数学的根本性质等方面，都要实行与现实世界模糊性相适应的思想变革，建立模糊数学的模糊理论。

(1)概念的定义　采用模糊语言对数学概念作非严格的界定。如圆的模糊概念反映一条与精确圆相接近的曲线，圆周上的点与圆心不必严格等距，曲线可以是非封闭的或非连续的、或非光滑的。

(2)　命题的表述　数学命题采用模糊概念来表述，允许使用模糊连接词“且”“或”“若…，则……”等，使用模糊限制词“有点”“比较”“很”等，命题有不确定性，真值是模糊的。

(3)定理证明　模糊命题的证明不是以确定的二值逻辑的推理形式构成的，而是由模糊推理形式构成的，定理一般不具有完全的真理性。

(4)在模糊理论中，数学的任务不再是获得严格证明的定理，而是做出一些具有高度真实性，但不一定是普遍的或无所不

包的真理性的结论。

这样建立的数学理论，无疑与经典数学之间存在性质上的不同。目前还不知道如何建立它的框架，只能作些原则的讨论。

数学是人脑思维的模写。经典数学是从对人脑精确思维的模写开始的。发展模糊数学，特别是它的模糊理论，只能从模写人脑模糊思维入手。我们从札德有关模糊数学的开创性工作中清楚地看到，他十分注意考察人脑思维的特点，提出模糊思维（fuzzy thinking）概念，从中提炼数学思想和方法。钱学森在80年代也指出："要从人的思维和意识现象概括出模糊数学原理"①。向人脑模糊思维吸取营养．是发展模糊数学的一个方法论原则。

数学是逻辑性极强的学科。模糊数学的模糊理论只能建立在模糊逻辑之上。把模糊性引入逻辑学，使命题成分、命题复合运算、命题真值和推理规则都表现出模糊性，就得到模糊逻辑。但目前我们对人脑如何利用模糊逻辑还所知甚少，发展模糊逻辑是建立模糊数学的模糊理论的关键所在。

人脑是借助语言进行思维的。模糊思维要借助具有强烈模糊性的自然语言。札德强调，建立模糊数学的模糊理论，靠的是近代发展起来的所谓语言方法。研究人脑如何理解和运用糊糊语言，探索如何用数学方法表述自然语言，是发展模糊理论的必由之路。札德在这方面做了许多开创性工作，但仍是极初步的。

6 应用模糊数学方法

模糊数学在软科学中获得广泛而富有成果的应用。对于那些没有明确结构的软系统、软任务，问题的解决常可归结为依据有关的模糊信息，作出分类、识别、决策和控制。在这些方面，较

①引自大自然探索（重庆），1987年第1期第42页。

少有可能把现有成果用模糊化方法加以平移，大量的工作应以模糊集合为工具，对人脑如何分类、识别、决策和控制进行模写或逼近，总结经验，制定适当的模糊数学方法。

6.1 模糊聚类分析

分类是确认同质对象、区分异质对象的思维活动。概念的建立，判断的形成，规律的发现和阐述，都以关于对象的合理分类为前提。现实世界的事物类别大都是模糊的，宜采用模糊数学方法划分。依据论域上的模糊等价关系对论域中的对象进行分类的数学方法，称为模糊聚类分析，可作为依据经典等价关系把对象精确地划分为若干等价类的传统分类方法的推广。模糊聚类分析包括两个步骤：①把待分类的对象全体作为论域X，建立从X到X自身的模糊等价关系（矩阵）$R=(r_{ij})$，以R为分类标准。实际得到的模糊关系往往不是等价的（不同时具有自反性、对称性和传递性），而是模糊相似关系（只具有自反性和对称性）。用平均方法求得相似关系的传递闭包，所得模糊等价关系可作为分类标准。②取模糊等价关系R的截关系R_λ（R_λ为普通等价关系），据之可按经典方法进行分类。令$R_\lambda=(r'_{ij})$，满足

$$\begin{aligned} r'_{ij}&=1 \qquad 若\ r_{ij}\geqslant\lambda \\ r'_{ij}&=0 \qquad 若\ r_{ij}<\lambda \end{aligned} \tag{6.1}$$

R_λ是一个以0和1为元素的普通矩阵。把R_λ中元素相同的各行归为一类，便得出一个关于论域中全体元素的分类。不同λ值对应不同的分类结果。根据问题给定的具体条件，确定一个关于聚类水平λ的序列

$$1\geqslant\lambda_1>\lambda_2>\cdots>\lambda_k\geqslant0 \tag{6.2}$$

顺序按R_{λ_1}，R_{λ_2}，…，R_{λ_k}进行聚类分析，得到一个由细变粗、逐步归并的聚类图。按经典等价关系分类，得到的是一种类别之间界限分明的硬分类。按模糊聚类分析进行分类，得到的是一种

动态的软分类，能提供关于对象在不同聚类水平下的不同类属关系的全面信息，适用于缺乏明确分类标准的复杂问题。

6.2　模糊模式识别

人在认识了某种客观事物之后，就会在头脑中存贮有关该事物基本特征的信息，形成所谓模式或标准样本。在以后的实践中，经常把待识别的对象同头脑中存贮和标准样本进行比较，把对象归类。这种思维活动就是模式识别。依据对象的模糊信息，以模糊数学原理为工具进行的识别，称为模糊模式识别。有两种基本的识别方法，基于最大隶属度原则的直接方法和基于择近原则的间接方法。直接方法要解决的问题是：待识别的对象是明晰的，模式类型有模糊性，用模糊集合描述模式类型，识别任务是判明给定的对象优先归属哪个类别，或哪个对象优先属于给定的模式。其中又分两种情形。

最大隶属度原则Ⅰ　给定论域上的模糊模式，用模糊集合A表示，论域中有n个待识别对象x_1，…，x_n。要确定哪个对象优先归属A？答案为：

若

$$\mu_A(x_i)=\max_{1\leq j\leq n}\mu_A(x_j) \tag{6.3}$$

则优先将x_i归属A。

最大隶属度原则Ⅱ　给定论域X上的n个模式，分别用模糊集合A_1，…，A_n表示，$x_0\in X$为待识别对象。要确定x_0优先归属哪个模式？答案为：

若

$$\mu_{A_i}(x_0)=\max_{1\leq j\leq n}\mu_{A_j}(x_0) \tag{6.4}$$

则x_0优先划归A_i。

间接方法要处理的问题是，不但模式类型是模糊的，被识别

的对象也是模糊的，都需用模糊集合描述，模式识别在数学上归结为衡量两个模糊集合的接近程度，按接近程度确定对象归属的模型。常用的数学工具是贴近度和择近原则。贴近度代表两个模糊集合之间的接近程度，记作$\xi(A, B)$，有不同定义，需根据问题选定适当的贴近度形式。择近原则也可分两种形式来表述。

择近原则Ⅰ 给定论域上的一个模糊集合A，代表一个模式，论域中的m个待识别对象分别用模糊集合B_1，…，B_m表示。要确定哪个对象优先归属A？答案为：

若贴近度

$$\xi(A, B_i) = \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \xi(A, B_j) \tag{6.5}$$

则把B_i优先划归A。

择近原则Ⅱ 给定论域上的m个模糊集合A_1，…，A_m，代表m个模式，被识别对象为模糊集合B。要确定B应归属于哪个模式？答案为

若

$$\xi(A_i, B) = \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \xi(A_j, B) \tag{6.6}$$

则把B优先划归A_i。

最大隶属度原则和择近原则都不是现有数学方法平移的结果，而是以模糊数学为工具对人脑模式识别方式的模写。

6.3 模糊综合评判

所谓决策，是指在多种可能行动方案中作出选择。选择的依据是对各方案性能优劣的评价。待评价的事物一般都涉及众多因素，需要作综合评价。应用模糊数学方法对决策活动所涉及的人、物、事、方案等进行多因素多目标的评价和判断，称为模糊综合评判。评判过程是由着眼因素（性能指标）和评语两方面构成的系统。因素和评语一般都有模糊性，不宜用精确数学工具刻

划。用模糊集合和模糊关系（矩阵）刻划着眼因素和评语，用相应的运算刻划评判活动，作出带有模糊性的结论，就是模糊综合评判。设着眼因素集为$X=\{x_1,\cdots,x_n\}$，评语集为$Y=\{y_1,\cdots,y_m\}$，x、y均为有限集。R记单因素评判矩阵（代表从X到Y的一个模糊关系），A记刻划各因素权重的模糊向量，则模糊综合评判的数学模型为以下模糊运算

$$A \circ B = B \tag{6.7}$$

其中，$B=(b_1,\cdots,b_m)$为Y上的一个模糊集合（向量），代表评判活动的结论。“o”记关系合成运算。解综合评判问题包括三个步骤。第一，对X中给出的各着眼因素作出单因素评判，得到n个m维单因素评判向量，构成一个$n\times m$维模糊矩阵$R=(r_{ij})$。第二，确定权重集A，权重代表各因素在被评判事物总体中的重要程度，A是一个模糊集合（向量），根据经验确定。第三，作关系复合运算$A\circ R$，求出综合评判向量E。

以上是综合评判的正问题。如果已知代表评判结果的模糊向量E，则可反求相应的权重向量A，称为综合评判的逆问题。在数学上，这归结为解模糊关系方程

$$X \circ R = B \tag{6.8}$$

合理的权重常常来自专家的丰富经验。解综合评判逆问题，可用于总结宝贵的经验。

6.4 模糊控制

根据模糊数学原理制定控制策略对实际过程进行控制，称为模糊控制，适用于复杂的、机理不明的系统。控制过程的核心是制定并执行控制指令。经典控制方法是建立控制系统的精确数学模型，给出精确表述的控制指令。在模糊性明显的系统中，这是办不到的。模糊控制的特点和优点是绕过建立精确模型这一关，运用模糊逻辑和模糊语言，表示人工控制复杂系统的经验，形成

模糊控制指令。人脑根据系统与环境的模糊信息，制定出来的模糊指令都是“若A，则B”之类的模糊条件语句，如“若车偏左，则把方向盘向右转”。以e记误差，u记控制量，则误差控制的模糊控制指令可表示为如下一系列模糊条件语句：

若e正大，则u负大；
若e正小，则u负小；
若e为0，则u为0；
若e负小，则u正小；
若e负大，则u正大；

适当选取误差论域E和控制量论域U，把e正大、e负小等模糊语词定义为E上的模糊集合，把u负大、u正小等模糊语词定义为U上的模糊集合，那么，作为模糊控制指令的上述条件语句都可表示为从E到U的模糊关系R，给出定量刻划。以实测误差A（E上的模糊集合）作为输入，则输出量B（U上的模糊集合）为

$$B=A\circ R \tag{6.9}$$

制定模糊控制指令的过程在数学上被表示为作模糊数学运算$A\circ R$。根据最大隶属度原则，给定输入A，即可决定控制量B。把这一系列数学处理交给机器去实现，就是模糊自动控制，目前已用于多种工程系统中。

（作者：苗东升）

参考文献

[1] 如何处理现实世界中的不精确性——L.A.Zadeh教授访问记，《模糊数学》1984年第12期。

[2] 汪培庄、刘锡荟，人脑·计算机·模糊数学，大自然探索，1987年第1期。

[8] 苗东升，模糊学导引，中国人民大学出版社，1987。

〔五〕混沌学方法

混沌研究是一个新开拓的学科领域。作为一个科学概念，混沌尚无公认的统一定义。作为一门现代科学，混沌学尚未形成成熟的体系。一切都在探索之中。在迅猛发展的科学前沿，有关研究方法的问题也是正在探索的课题。本文只能是一个初步的讨论。

1 混沌与混沌学

什么是混沌？这是混沌研究首先要回答的问题，也是阐述方法论问题必须明确的前提。我们先就一种简单而典型的系统来说明混沌的基本特征。

令X_n记第几代昆虫的虫口，X_{n+1}记第$n+1$代虫口，假定不存在虫口的世代交叠。关于虫口系统的时间演化行为，可用如下非线性迭代给出很好的描述：

$$X_{n+1} = \lambda X_n(1 - X_n) \tag{1.1}$$

其中，λ为控制参数，代表虫口增长速率，满足条件$0 \leqslant \lambda \leqslant 4$。$\lambda$为不随时间变化的参数，在考察系统时间演化行为时被当作常数。但λ反映环境对系统的制约，可以从外部加以改变或控制。方程（1.1）描述一类完全确定的系统，即以λ为参数的系统族。λ给定时，方程（1.1）表示上一代虫口完全决定下一代虫口。数学上称方程（1.1）为逻辑斯蒂映射。方程的数学形式十分

简单，其时间行为似乎也应当是简单的。按动力学观点，这个系统的时间演化行为完全确定，给定初值后，未来的状态便完全可以预测。但近30年来的研究推翻了这个结论，发现这个系统的长时间行为表现出惊人的复杂性、丰富性和多样性，不能用传统理论说明。

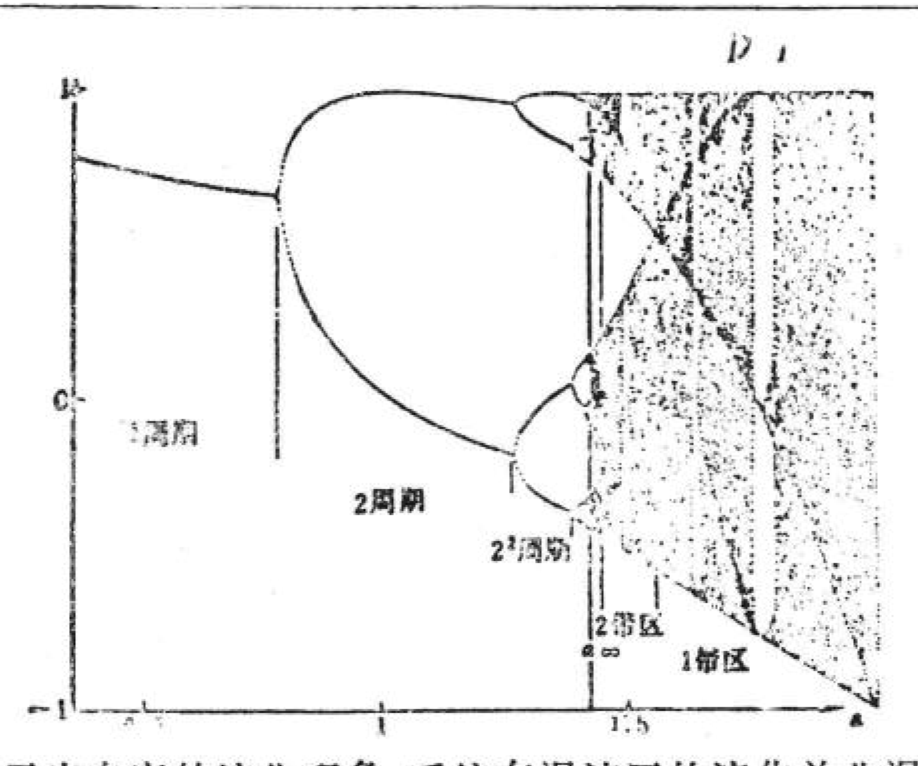
满足方程

$$X_{n+1} = X_n \qquad (1.2)$$

的点。称为方程（1.1）的不动点，代表系统的平衡态。解不动点方程(1.2)知，系统(1.1)有两个不动点，$X_1^* = 0$和$X_2^* = 1 - \frac{1}{\lambda}$。当$0<\lambda<1$时，只有$X_1^*$为稳定不动点，表示系统演化的前途是灭种。当$1<\lambda<3$时，$X_2^*$是稳定不动点，表示从任何初值$X_0 \in [0, 1]$出发，经若干代繁殖，虫口系统将稳定于状态$X_2^*$上。当$3<\lambda<3.449$时，不动点$X_2^*$失稳，出现一对稳定不动点$X_1$和$X_2$。例如，若$\lambda = 3.2$，有$X_1 = 0.5130$和$X_2 = 0.7935$，从任一初值$X_0 \in [0, 1]$出发，系统将演化到稳定的2点周期$0.5130 \to 0.7935 \to 0.5130$。表示在稳态时，若今年虫口为$X_1$，明年虫口为$X_2$，后年虫口又成为$X_1$，周而复始。继续增大λ值，当$3.499<\lambda<3.544$时，2点周期失稳，出现稳定的4点周期。进一步增大λ，将相继出现稳定的8点周期，16点周期，…，2^n点周期（n为任意自然数）。直到$\lambda_\infty = 3.569\cdots$时，所有周期运动失稳，得到$2^\infty$点周期即非期周运动。这种现象称为倍周期分叉，是导致混沌运动的典型道路之一。

从参数空间（λ轴）看，$0<\lambda<\lambda_\infty$段是系统（1.1）的周期区，上述倍周期分叉现象就发生在这里，代表系统的有序演化序列。$\lambda_\infty<\lambda\leqslant 4$是系统的混沌区，混沌研究真正关心的是这一区域。对(1.1)作数值计算，将结果标在$X-\lambda$平面上，得图①(1.1)：

①此图是按与方程（1）等价的迭代方程$X_{n+1} = 1 - aX_n^2$绘制的。



图中显示出丰富的演化现象。系统在混沌区的演化并非混乱不堪、没有规律，相反，从这里可以发现复杂的有序现象和深层的规律性。首先，混沌区内存在倒分叉现象。从右往左看，最初只有一片混沌，当λ减小到一定值时，分叉为两片混沌。λ进一步减小，将出现4片混沌，8片混沌，等等。从λ_∞往右看，这是一个混沌由无穷多片逐次合二为一的过程。其次，混沌区内嵌有许多周期窗口，最明显的是周期3窗口。每个窗口内在更深层次上又可发现倍周期分叉导致混沌的演化模式，表明混沌运动与周期运动难解难分地交织在一起。第三，周期窗口按严格的顺序排列起来，一切奇数周期都出现在混沌区，从右向左，首先出现的是周期3，然后是周期5、周期7，等等。这三个特点都不是个别函数特有的，而是一大类叫做单峰映射（映射（1）就是一个）描述的系统共有的结构特征，称为结构普适性。第四，还存在测度普适性，如刻划分叉序列收敛速率的δ和刻划自相似嵌套结构的缩小因子α等，称为费根鲍姆（Feigenbaum）数。不少学者预言，δ、α是一类新发现的自然常数，可能与著名的普朗克（Plank）常数、玻尔兹曼（Boltzmann）常数等具有同样重大的科学意

义。第五，具有自相似层次结构。从上图中可以发现许多局部的基本动力学单元，如周期3窗口中的每一分叉序列，把它们放大后将得到一个与整个图形具有相同拓扑结构的图形。

混沌是非线性系统在远离平衡条件下的一种典型运动体制或行为方式，具有以下基本特征：

（1）混沌是确定性动力学系统的内在随机性 方程（1.1）是完全确定的数学模型，不包含随机作用项和随机系数，初始条件是确定的实数。任意选定初始值，由于迭代规则完全确定，每次迭代结果也是确定的，即由X_n可完全确定X_{n+1}。但数值计算表明，只要迭代次数n足够大，迭代结果（代表系统的长期行为）将表现出意想不到的飘忽不定，与在随机外力作用下系统的无规响应原则上不可区分。从上图的混沌区看到，对于足够大的n，迭代结果将有规则地顺序落在各混沌片中，但在同一混沌片中的具体取位完全是随机的。这些事实表明，确定性系统（1.1）的长期行为有随机性。鉴于这种随机行为来源于系统内部的非线性相互作用，科学界把它称为内在随机性，以区别于由于外加随机作用引起的外在随机性。

（2）混沌是动力学系统长期行为对初值的敏感依赖性 动力学方程的存在唯一性定理指出，动力学系统的行为对初值有依赖性，每个初值确定唯一的一个解，对应于相空间的一条轨道。对于传统动力学考察的简单系统（大多为线性系统），轨道对初值的依赖性是不敏感的，从两个相邻初值出发的两条轨道始终相互靠近，大的初值偏离才能导致大的轨道偏离。混沌研究却发现，即使像（1.1）那样简单的非线性系统，从两个非常接近的初值出发的两条轨道，在演化过程足够久远后，彼此可以相距很远。俗语所谓“差之毫厘，失之千里”，就是这个意思。用数学术语表述，两条开始非常接近的轨道，在演化过程中将按指数方式分离。就系统（1.1）而言，取两个非常接近的初值$X_0^{(1)}=0.10000001$

和$X_0^{(2)}=0.1000001$，分别迭代50次，结果为$X_{50}^{(1)}=0.4350573997$和$X_{50}^{(2)}=0.9732495882$。考虑到全部取值范围是[0, 1]，这两个演化结果的差别是很大的。这就叫做对初值的敏感依赖性。现代计算机的精度为10^{-15}，若每次迭代损失1比特信息，那么大约经过50次迭代即可使具有10^{-15}精度的初值信息全部损失掉，在这之后计算机给出的结果不再反映系统的实际演化行为，完全是某些偶然输入因素的结果。依据这种计算结果无法对系统长期行为作出有意义的预测。既然计算机的精度总是有限的，在精度范围内的不同初值无法区分开来，而从这样两个初值出发的演化轨道指数式分离将导致未来的差别要多大就会有多大（在给定的取值范围内）。这叫做系统长期行为的不可预测性。对初值的敏感依赖性和长期行为的不可预测性，是混沌运动的基本特征。

混沌不是一堆有趣的数学事例而是一种客观事实，不是个别奇异现象而是现实世界普遍存在的现象。混沌研究开辟了现代科学的一个新方向，形成一门具有重要意义的新学科，通常称之为混沌理论，或者称之为混沌学（chaology）。混沌学是描述现实世界的混沌运动的概念体系和方法论框架。有人把它叫做混乱学，或纷乱学，或杂乱学，或紊乱学，都是不恰当的。

2　混沌现象的研究方法

混沌学是在现代科学前沿探索中多学科交叉的产物，这些前沿学科为混沌学提出了新的研究课题，同时也准备了必要的方法工具。混沌现象研究不可能脱离开现代科学方法论的康庄大道而另觅幽径，但又必须按照自身特定问题的要求加以选择、改造、锤炼，形成自己的特色。

2.1 建立系统模型

混沌并非什么“非系统”的存在方式，而是一类系统行为方式，需要应用系统观点和方法进行研究。现代系统科学普遍使用模型方法，特别是数学模型。理论描述、数值计算和实验观测都是针对一定的模型进行的。从使用数学模型的角度看，系统方法包括建立模型、求解模型、分析解的特性、预测系统的未来演化及控制办法等环节。混沌研究是一门精确科学，建立数学模型尤其关键。下面讨论的理论描述和数值计算，均以建立数学模型为前提。

描述混沌现象的数学模型一般有下列特点：

（1）动力学特性　混沌是系统的一类时间演化行为，状态量q是时间的函数$q(t)$。描述连续系统演化过程的模型是微分方程。广义的物理过程（包括生命的、生理的、经济的等真实过程），一般都用微分方程描述。根据不同的物理过程，这些方程或者从所谓“第一原理”导出，或者用唯象方法建立（如描述生态系统的方程）。目前混沌研究所涉及的方程大都是其他学科早已提出并讨论过的，混沌学从新的角度重新审视它们，引出新的结论。随着混沌研究的深入发展，将会发现新的微分方程模型。

（2）控制参量　能够出现混沌运动的系统都是开放的，远离平衡态的系统。这一特点反映在数学模型中，就是包含控制参数K，K的大小反映系统与环境交换物质能量的强烈程度，或者反映子系统之间的耦合程度。参数K不随时间t而变化，但可以通过改变环境条件或环境与系统的交换方式而改变它们，以便影响和控制系统演化过程。在系统（1.1）中，λ便是这样的参数。

（3）非线性特性　凡线性系统都不可能发生混沌运动。混沌是系统内部非线性相互作用的产物。反映在数学模型中，就是方程中包含状态量q及其导数的非线性项。如著名的激光方程

$$\dot{q} = \alpha q - \beta q^3 \tag{2.1}$$

中包含有状态量q的立方项。在控制参量α足够大时，系统（2.1）将出现混沌现象。方程(1.1)也是非线性模型。

（4）空间分布　复杂的混沌运动不但有时间演化，同时存在空间演化，状态量q是空间坐标x的函数$q = q(x, t)$。反映在数学模型中，演化方程包含偏导数项，或者用拉普拉斯算子

$$\triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{2.2}$$

表示。有时，方程中还可能出现代表更复杂的空间分布特性的因子。

综上所述，描述混沌现象的方程一般形式为

$$\dot{q} = N(q, x, k, \triangle, t) \tag{2.3}$$

N记非线性函数。（2.2）是一种确定性偏微分方程。

在有些情况下，基本演化方程还包含外激励项$u(t)$和随机噪声$F^{(t)}$，表现为一类随机偏微分方程。

离散动力学系统的数学模型是差分方程，或者用离散映射表示。能产生混沌运动的是非线性映射，一般形式为

$$\varphi: \quad X_{i,n+1} = \varphi_i(x_{1,n}, x_{2,n}, \cdots, x_{m,n}) \tag{2.4}$$

x_i为第i个状态量，$i = 1, 2, \cdots, m$。n为迭代次数。（2.4）的一个简单的例子是逻辑斯蒂映射（1.1）。

要对一般演化方程（2.3）进行研究几乎是不可能的。必须针对实际问题，选择典型方程，确定其具体结构。即使如此，研究工作也难于下手。需要对原始方程作简化处理，这是建立系统模型过程中很关键的一步。

一种简化方法是把偏微分方程转化为常微分方程，也就是把分布参数系统简化为集总参数系统。这意味着略去与空间分布有关的混沌现象，仅仅考察作为时间演化行为的混沌。典型的例子

是在创立和发展混沌学中起过重大作用的洛仑兹(Lorenz)方程。这个问题的物理起源是无限平板间的流体热对流问题，支配方程是关于二维流函数的偏微分方程组。取它的三次截断（保留前三个主要运动模式），得到以下方程组：

$$\dot{x} = -\sigma(x-y)$$
$$\dot{y} = -xz + \gamma xy \qquad (2.5)$$
$$\dot{z} = xy - bz$$

这就是著名的洛仑兹模型。

另一个重要的简化途径，是把连续系统离散化，即把常微分方程简化为离散映射或迭代。通常是简化为二维迭代，一般形式为

$$\varphi: \begin{array}{l} x_{n+1} = f(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = g(x_n, y_n) \end{array} \qquad (2.6)$$

它的一个著名例子是把洛仑兹模型(2.5)离散化为伊农(Hénon)模型

$$\begin{array}{l} x_{n+1} = 1 + y_n - ax_n^2 \\ y_{n+1} = bx_n \end{array} \qquad (2.7)$$

这个二维迭代能显示出洛仑兹系统的某些基本特性，可以观察到奇怪吸引子。它的数学处理显然比（2.4）方便，数值计算也相当简单，是混沌理论的重要模型之一。

实施连续系统离散化的一种有效方法是作彭加勒(Poincaré)映射。在高维相空间中，由方程（2.3）决定的运动是一条连续轨道，称为连续流。如果取一个适当的平面(x,y)与轨道相交，可得到一个离散的点序列$P_0, P_1, P_2, \cdots$。记点$P_n = P_n(x_n, y_n)$。由于（2.3）为确定性微分方程。点P_n与P_{n+1}之间存在确定的关系，可表示为以下二维映射

$$\varphi: P_n \rightarrow P_{n+1} \qquad (2.8)$$

我们称ϕ为彭加勒映射，称平面(x,y)为彭加勒截面。只要截面取的适当（通常应经过原来稳定而后来失稳的点附近），离散映射（2.8）就可以反映原来的连续流的主要动力学特征，可以观察到分叉与混沌现象。由于离散化手续压缩掉大量次要信息，对（2.8）的数学处理大为简化。因此，彭加勒映射已成为研究混沌现象的重要手段，对于保守系统和耗散系统都有广泛应用。

简化模型往往意味着降低系统的维数。上述两种方法都是用低维模型代替高维模型。特别有意义的一类模型是一维非线性映射。方程（1.1）便是一例。这类模型可以看作为最简单的一类耗散系统。由于高维耗散系统的相空间体积在演化过程中不断收缩，致使它在很多截面中近似于一维映射。一维映射表现出丰富的分叉与混沌现象，如通向混沌的三条典型道（倍周期分叉道路，阵发混沌道路，准周期失稳道路），都已在一维映射中观察到。描述一维映射的数学工具要相对简单得多。由于这些特点，一维非线性映射成为混沌研究中使用最为广泛的模型。

简化毕竟意味着损失信息。复杂系统混沌运动的丰富内容不可能在简单模型中全面反映出来。洛仑兹模型的许多混沌现象，在伊农模型中是看不到的。对混沌现象更精细的研究，需要直接用高维模型、连续模型、分布参数模型来做，需要发展专门的方法。

相空间方法把模型抽象的解析解转化为空间的运动轨道，便于应用几何工具来考察，已成为系统研究的重要手段。混沌研究也是这样。由于奇怪吸引子的非平庸性，难于用传统几何工具描述。曼德尔布罗特(B.Mandelbrot)创立的分形几何学是适当的工具。奇怪吸引子都是分形几何对象，它的定量特征不能用长度、面积之类的整形几何量来刻划，需用分维等分形几何量来刻划它们复杂、曲折程度。混沌的许多特征，仅在相空间中还难于弄清楚，只有放在由相空间和参数空间构成的乘积空间中才能完整地显示出来。前面所示的分叉图就是一个有力的例证。

2.2 理论描述

有了模型之后，求解和分析模型就成为中心课题。混沌现象研究的基本问题可归结为：混沌的起源、定义、分类及基本特征的定性定量刻划，混沌的发生机制、存在条件以及通向混沌的道路，混沌的预测、控制和应用。解决这些问题，要求建立精确定义的概念和严格证明的定理，形成理论体系。混沌研究的许多问题，只有理论描述方法才能有效处理。例如，极长周期运动、准周期运动和非周期运动是三种性质不同的事情，靠数值计算和实验观测都难以确切区分开来，只有理论方法能够透彻地解决问题。被视为混沌学诞生两大标志之一的KAM定理，是在经典力学原理指导下提出来，并利用拓扑学、分析学、数论等高深数学工具证明的，其深刻的思想性和漂亮的理论表述曾经震动了世界科学界。这是一项充分表示理论方法在混沌研究中极端重要性的典型工作。

研究混沌现象的理论方法要从现代科学的不同学科中提炼，特别是物理学和数学。需要从经典力学、统计物理、相变理论等学科中吸取有关系统演化的物理思想，从微分方程理论、拓扑学、概率论、函数论、几何学等学科中寻找描述系统演化的数学工具，把两方面结合起来，实行定性描述与定量描述、整体描述与局域描述、暂态描述与定态描述、确定性描述与不确定性描述相结合的方法。这就是现代系统方法。

混沌是一类非周期运动。有关倍周期分叉、费根鲍姆标度律之类的问题，原本属于周期运动的范畴。但动力学研究表明，分叉与混沌是密切联系着的现象，那里发现分叉序列，那里就可能发现混沌运动。通向混沌的道路须用周期、分叉等概念来刻划。混沌区内嵌套着各种周期窗口。这些事实表明，对于阐述混沌发生机制和混沌区的精细结构，动力学的分叉理论是常用的武器。

稳定性理论在混沌研究中有关键性作用。混沌是周期运动失稳后出现的运动体制，揭示混沌运动的发生机理必须作稳定性分析。在不动点或周期点附近考察动态特性，线性稳定性分析方法足以胜任。要把握大范围或全局的动态特性，须从大范围分析和非线性理论中寻找工具。但目前尚无普遍适用的方法。在这方面，伊农提出的捕捉区概念是有价值的。混沌仍然是一种吸引运动，需要用吸引子理论来描述，茹勒（D.Ruelle）和泰肯斯（F.Takens）的奇怪吸引子是强有力的工具。混沌是奇怪吸引子上的定态行为，这种吸引子有许多不寻常的几何特性，可以给混沌运动提供非平庸的解释，有助于阐明混沌的根源和特征。

鉴于混沌运动与周期运动密切相关，针对数学模型用数学方法确定可能出现的所有周期轨道，对它们进行分类和排序，确定周期窗口的配置，是混沌研究的重要课题。迄今有关这一领域的文献中相当大的一部分属于这一方面。现代数学，甚至初等数学，有大量的成果可资利用。值得一提的是，从应用拓扑动力学的抽象概念而发展起来的符号动力学，已成为解决这些问题的方便工具。

混沌研究需要系统方法的整体观点。混沌学关心的不是个别分叉或周期现象，而是整个分叉序列。全部周期轨道的分类与排序，混沌区的整体结构，奇怪吸引子的整体特征，等等，这些定性的整体特征，需用拓扑学方法描述。另一种刻划整体特性的基本方法是概率统计，奇怪吸引子的许多定量特征需用概率统计方法来刻划。

奇怪吸引子上的系统行为具有无标度性，用差别悬殊的不同尺度去观察，看到的物理或几何图像基本一样。传统方法无法描述这类现象。现代相变理论提出的标度性、普适类、临界指数等概念和重正化群方法，成功地处理了相变临界点附近的无标度性问题。费根鲍姆·柯累特（P.Collet）等人把这些概念和方法移植

到混沌研究中，刻划分叉与混沌现象中的标度性、普适性，计算普适常数，成为混沌研究的重要武器。费根鲍姆最初就是用这种方法计算常数δ的。最近有人又用这种方法提出和论证新的普适常数。

从理论上寻找关于系统是否存在混沌运动的判据有重要意义。寻找马蹄是一个办法。已经证明，只要系统存在同宿点，就一定有马蹄；有马蹄，就有奇怪不变集合，其中或者是稳定周期解，或者是奇怪吸引子和混沌解。另一个判据是麦尔尼可夫（Melnikov）方法。给定系统的支配微分方程，设存在同宿轨道或异宿轨道，就可以绕过解方程这一关，由同窗轨道构造麦尔尼可夫函数$M(\tau)$，直接分析函数$M(\tau)$的特征，即可判别是否存在混沌运动。寻找更普适更有效的判据，是混沌研究理论描述方法的重要任务。

2.3 数值计算

数值计算是研究混沌现象的另一个基本手段。混沌学建立过程中的几项著名工作，大都使用了这一方法。洛仑兹应用数值计算方法对方程（2.5）的研究，是这一领域的两项开拓性工作之一。从理论上看，洛仑兹发现了“确定性非周期流”“长期行为不可预测性”这些典型的混沌运动特征，推测到第一个奇怪吸引子的存在。从方法论看，洛仑兹首开用数值方法研究混沌现象之先河，对后来的工作有很大影响。耗散系统混沌研究的其他著名工作，如李天岩、约克（J.A.Yorke）的工作、梅（R.May）的工作、伊农的工作、肖（R.Shaw）的工作，都得力于数值方法。标志混沌研究形成一门新学科的费根鲍姆常数的发现，是在浩繁的数值实验中完成的。在保守系统方面，鉴于不可积系统很难用数学方法处理，数值计算也是不可替代的重要工具。这方面的著名工作首先是1964年伊农等人针对哈密顿函数

$$H=\frac{1}{2}(P_1^2+P_2^2+q_1^2+q_2^2)+q_1^2q_2-\frac{1}{3}q_2^3 \tag{2.9}$$

的研究。借助于数值试验，福特（J.Ford）等人获得了通过破坏KAM条件而走向混沌的大量形象化结果，丰富了人们对保守系统混沌运动的理解。可以毫不夸张地说，没有电子计算机和现代计算数学，没有数值方法，就没有混沌等。

用数值方法研究混沌，首先得选择有效的计算方法，善于使用示像技术。要选择适当的控制参数进行计算，然后改变控制参数再作计算，在参数空间中考察系统演化行为。研究一维映射（1），要在相空间（x轴上的区间[0，1]和参数空间（正λ轴）形成的乘积空间中考察，如图所示。伊农研究方程（2.9）以总能量E为控制参数，在E值不断提高的过程中作数值计算，考察KAM条件是如何逐步破坏的。目前关于洛仑兹模型的研究，是通过改变控制参数γ进行数值计算的。只有在参数空间中，才能考察分叉序列和混沌体制的整体结构。

处理计算结果的工作归结为两点：确认周期解，刻划吸引子①。周期分叉与混沌都是定态解，初值扰动引起的瞬变过程（即计算结果的开头部分）应略去不计，直接考察表示定态行为的计算结果。不太长的周期，可通过使用彭加勒截面法、分频采样、功率谱分析、符号动力学等方法确认出来。周期运动在截面上表现为一个不动点，准周期运动在截面上或者表现为有限个点，或者是一条曲线，混沌运动则表现为点在截面上的随机分布。周期运动的功率谱$P(\omega)$是点谱，混沌运动的功率谱$P(\omega)$为具有一系列峰值的连续谱。有些系统可以通过与符号动力学系统、法瑞（Forey）树等建立对应关系，从数值结果中把周期解辨认出来。利用这些方法，可以把参数空间的周期区和混沌区划分开。刻划吸引子是一项困难而有趣的工作。奇怪吸引子上的运动

①郝柏林，混沌现象的研究，中国科学院院刊1988年第1期。

不但是遍历的，而且是混合的，呈现出随机性，需要求出分布函数，作统计描述。目前给出熵的多种定义，都是为刻划吸引子服务的。奇怪吸引子是分形几何体，具有无穷嵌套的自相似结构，各种层次上大小不一的空洞，结构的不连续变化，等等，需要有不同的刻划方法。分维概念是一个有用的工具。这一切都依赖于大量的数值计算，还要创造如何从计算结果中提取这些特征的方法。这方面的研究工作还很不够。目前讨论的都是低维吸引子，高维吸引子更是一个有待解决的难题。

计算机实验也有自身的问题。我们知道，物理实验中常常出现由于偶然因素导致的随机结果，需要排除。数值计算也会出现由于方法近似、有限字长等因素导致的分叉与不稳定性，需要排除。原则上讲，在有限字长的计算机上，在有限的计算时间内，不可能真正产生出非周期的或混沌的解。利用数值计算方法的合理性和合法性，尚需从理论上进一步阐述。

2.4 实验观测

在混沌现象研究中，真正的（物理的、化学的、生理的等）实验要比理论描述和数值实验开展得晚。但是，由于混沌是自然界普遍存在的客观现象，传统的实验研究事实上早已有所涉及，只因囿于传统认识的束缚，未能作为混沌运动予以深究。1831年至今已163年前法拉弟（M.Faraday）在受迫浅水波振动实验中遇到的二分频现象，就是一例。本世纪70年代后期以来，以混沌研究为目的的实验工作逐步开展起来，取得越来越多的成果。尤其对倍周期分叉进入混沌的现象，取得了系统而很有价值的实验结果。实验观测逐步成为研究混沌问题的另一个基本手段。

富有成果的实验研究首先要设计有效的实验方案。实验条件的选择以能够产生混沌现象为前提，产生的混沌现象愈丰富、典型，实验愈有效。这就需要正确的物理思想作指导，要对混沌发

生机制有深入的理解。一些历史上著名的实验，今天被放在对混沌现象的现代认识的背景下重新进行。更多的工作需要重新设计实验。许多在自组织理论研究中常用的实验，如贝纳德(Benard)流、BZ反应、激光系统等，在进一步增大控制参数值的条件下就成为混沌实验。实验条件的可控制性极为重要，越是能够精确控制条件的实验，就越富有成果。目前最完善的实验是在非线性振荡电路中进行的，已观测到一张与图1.1完全类似的分叉与混沌图，引起人们的浓厚兴趣。其原因在于这个系统的实验条件可以精确控制。实验研究的范围和有效程度，还取决于能否得到现代化的技术设备，如数据采集技术，显示技术，传感技术，等等。

实验数据的处理也归结为确认周期解和刻划吸引子两方面。有关原理和方法与数值计算基本相同，兹不重述。从实验中看到的周期分叉现象，由于外噪声的干扰，或者其他控制参数的影响，以及别的原因，可能显现出某些难以解释的分叉序列。要设法从其中分离出实验方案所关心的分叉序列。确认分叉序列是为了判断有无混沌现象，并确定混沌区的位置，要制定适当方法从实验数据中提取刻划吸引子的信息，据之把奇怪吸引子“建构”出来。数值计算有系统数学模型为依据，背景空间明确。实验观测一般不知道背景空间，又不能跟踪吸引子的一切变量，通常的办法是把吸引子投影到某个二维（平面）或一维（直线）子空间上来观测，只采集一个或两个变量的数据序列。要从这样的数据中构建出奇怪吸引子，难度很大。在吸引子不太复杂的情况下，理论上可以证明，系统任一分量的演化是由与它相互作用的其他分量决定的。这些相关分量的信息隐含在任一分量的演化过程中。因此，由上述方法重构相空间、刻划吸引子是可能的（当然是近似的）。目前已发展了一些从实验数据中计算分维的简单方法。

从某些实验中可以观察到接近理论模式的分叉和混沌现象。但多数实验还做不到这一点。其中的一些是由于实验方案不完善造成的，大部分则应归因于目前的混沌理论很不完善，远远不能概括实验研究积累的丰富事实。这在混沌理论发展的早期阶段是正常的。随着这些不能为现有理论框架容纳的实验事实的大量发现，必将推动人们寻找新的理论突破口，建立混沌学的完善体系。

2.5 辩证思考

混沌是科学发展长河中新近发现的一类复杂现象，一个反映客观世界复杂性的概念。混沌运动中充满各种矛盾，如有序与无序、稳定与不稳定、确定与不确定、连续与不连续等等。同有序演化相比，这些矛盾在混沌运动中有许多奇异的特征，要求远非平庸的理解。如果说，在自组织理论描述的有序演化图景中，这些矛盾发展的结果总是一方取得支配地位，那么，在混沌运动中矛盾双方总是不相上下。例如，奇怪吸引子上的运动对外部是吸引的，对内部则是排斥的，造成整体上（相空间）稳定而局部（吸引子）不稳定、跑不掉又安定不下来的局面。周期运动的发展以非周期运动为归宿，非周期运动中嵌套着周期运动。完全确定性系统表现出内在的不确定性行为，有序与无序难解难分地交织在一起。阐明这些现象，特别是回答混沌的实质、根源、机制等深层问题，只有辩证思维才能帮助人们抓住要领、克服理论困难。

3 混沌学的方法论意义

混沌学的形成发展过程颇富方法论启示，对于丰富和发展现代科学方法论正在作出重要贡献。

3.1 丰富了系统方法

混沌现象对还原论观点提出新的挑战。还原论认为，整体的特性可以且必须还原为部分特性去认识，把握了部分的特性，再把它们累加起来，就能了解整体特性。这种分析—累加的方法，对于线性系统或可积系统是可行的，因为线性关系的本质特征是可叠加性，而可积性概念是通过分割、求和、取极限的手续建立起来的，可积性本质上还是一种可加和性。混沌是非线性不可积系统的典型行为，是真正的非加和性，本质上不能用分析—累加方法描述。混沌研究表明，即使很少几个分量的非线性相互作用，就能造成复杂的整体行为。以方程(1.1)描述的简单非线性系统为例，在区间〔0，1〕这个整体上系统必然出现混沌运动，在〔0，1〕的子区间上一般不可能产生混沌运动。可见，混沌是一种本质上不能还原为部分来认识的系统特性。

混沌研究发展了对事物作整体描述的方法。内随机性、敏感依赖性、层次结构自相似性等等，是由混沌研究揭示出来的系统整体特性。同宿、异宿、捕捉区、不变集合、非游荡集、奇怪吸引子、马蹄、分叉序列、周期窗口、倒分叉等等，都是描述整体特性的概念，其中有些是经典系统理论已包含的，但在混沌研究中获得新的涵义和用处，有些是混沌研究独创的概念。混沌学正在形成一套定性描述整体性的独特概念体系。在定量描述方面，混沌学也提出和发展了新的概念和方法。费根鲍姆常数、各种分数维数、各种熵、李亚谱诺夫（Lyapunov）指数等，是刻划系统演化整体特性的定量概念。随着关于混沌定义、分类、特征描述的严格理论的建立，有关描述整体特性的解析工具也会逐步成熟。值得指出的是，混沌研究中的整体描述方法是与局部描述方法相辅相成、有机结合的。这主要得力于微分动力系统理论的成果。动力学系统的整体定性性质是一种拓扑性质，但不能刻划局

部特性的经典拓扑方法局限性很大，30年代兴起的拓扑动力学未能得到发展，原因就在于此。现代动力学理论引入可微性和微分结构等概念，以微分个流形作为相空间，才使得拓扑学方法成为描述系统演化整体特性的真正有效的手段。混沌研究从这里得到强有力的描述工具，反过来又促进了这种整体描述与局部描述相结合的方法的发展。

混沌研究对发展动力学方法作出很大贡献。混沌学确认混沌是一种不稳定性，又阐明它与传统动力学讲的不稳定性有很大的不同，混沌是整体稳定与局部不稳定的统一。在保守系统中，相体积守恒原理使运动轨道被限制在等能面上。在耗散系统中，相体积收缩原理导致运动轨道收敛于相空间的一个低维集合即奇怪吸引子上。这是整体稳定性因素。吸引子外的轨道都被吸引到吸引子上来。但等能面上或吸引子上的运动轨道彼此排斥，以指数形式分离，表现为典型的不稳定性。整体受限制而局部随意行动，致使混沌运动无法用经典稳定性理论来描述。混沌学发展了稳定性概念，丰富了处理稳定性问题的方法。

分叉理论是动力学的一个重要部分。混沌理论给出同宿分叉的概念，探讨分叉序列的整体特征、分叉与混沌的联系、如何通过分叉进入混沌等问题，为分叉理论增添了许多新内容。研究系统演化主要关心的是系统的长期渐远行为，即演化过程趋向于怎样的定态。经典动力学发现了三种定态，即平衡态、周期态和准周期态，分别用不动点、极限环和环面三类吸引子刻划。但它们都不能刻划对于初值有敏感依赖性的系统的长期渐远行为。混沌是一种经典动力学未曾发现的系统定态，需用一种非平庸的吸引子来刻划。奇怪吸引子的发现，是对动力学吸引子理论的深刻发展。混沌研究还促进大范围分析、符号动力学的发展。向混沌过渡的暂态过程具有丰富而奇异的现象，可能更有意义，业已引起注意。动力学理论中正在形成一个可以称为混沌动力学的新分

支。

混沌现象向人们关于有序与无序的传统观点提出尖锐的挑战。自组织理论给出的系统演化图景是，从无序的热平衡态开始，随着控制参数的改变，系统形成有序结构，又从一种有序结构向另一种更为有序的结构演化。人们似乎觉得，有序化是系统演化的唯一可能模式。混沌研究推翻了这一观点，证明还可能出现从有序向混沌这种表现上无序的状态演化。世界并非沿着不断提高有序度这一单行道演化下去，混沌是远离平衡系统的一种可能归宿。更深入的考察表明，有序不等于周期运动，混沌不等于混乱，不是简单的无序，而是一种非周期的、复杂的有序。周期运动与非周期运动可以相互转化，各种通向混沌的道路都要用周期分叉来表征，进入混沌区后又可以转化为周期运动。如果把系统演化行为放在由状态空间和参数空间组成的乘积空间中看，周期与非周期，有序与混沌，分叉与汇聚，这些矛盾现象交织在一起，周期运动中有非周期运动，非周期运动中有周期运动，有序中有无序，无序中有有序，呈现了一幅无限丰富生动的客观辩证法图景。混沌研究深化了我们对有序无序的理解。

3.2 提供了处理复杂性的一种理论方案和方法手段

20世纪的科学技术面临空前复杂的理论和实际问题，从工程技术到社会的经济、政治、军事、文化等领域，所要处理的现象日益大型化、复杂化。传统科学提供了处理简单系统的有效方法，处理复杂巨系统需要新的思路和方法。普利高津(I.Prigogine)等人关于“探索复杂性”的命题，道出了现代科学技术发展的一个纲领。从本世纪中叶起，相继提出了多种处理复杂性的理论方案，混沌学就是其中的一种。

湍流是困扰物理学100多年的一大难题。描述湍流的理论方案必须同时处理差别悬殊的各种尺度的运动，这在传统科学方法

的框架内无法做到。朗道（Landau）以大量独立周期运动叠加的概念为基础，提出一种解释湍流发生机制的理论，已被证明是不正确的。茹勒和泰肯期借奇怪吸引子概念给湍流作出新的解释，使人们重新产生解决这一难题的希望。物理学家猜想，至少在湍流发生的早期阶段可以作为奇怪吸引子上的运动来解释。现在，湍流已不再被当作流体力学独有的现象，而成为描述各个领域中存在的极其紊乱无规运动的一般概念，出现了声学湍流、光学湍流、化学湍流等术语。湍流已成为描述复杂现象的一个常用概念。人们期望从混沌研究中获得关于这类现象统一的理论说明和有效的处理办法。

自然界和社会领域都存在被人们贬斥为噪声或混乱的事物，它们的状态飘忽不定，行为极不规则，有关的数据和信息杂乱无章、相互矛盾，一直无法用现代科学技术来处理。股票市场的暴跌是一个著名的例子。但今天，人们发现混沌学有可能对这类现象提供说明和解决办法。敏感依赖性，内随机性，不可预测性，奇怪吸引子，等等，这些概念成为理解混乱现象的钥匙。人们认识到，股票暴跌是股票系统对细微扰动的敏感依赖性，是由某些条件的微小变动而触发的大规模剧变，归之于混沌运动颇为自然。混沌学把因果关系和规律性概念推广应用于包括混乱现象的复杂事物，承认在混乱中发现规律的可能性，由此开拓了用模型化方法处理复杂性的新途径。人们从混沌研究中获得一种信念，面对杂乱无章的复杂性问题，我们可以合理地假定存在奇怪吸引子是出现这种混乱现象的根源；利用表观上杂乱无章的数据资料，建构适当的奇怪吸引子，作为描述混乱现象的理论模型。有报导指出，一些生理学家和经济学家应用这种方法，测得他们所关心的混乱现象的吸引子，发现一些过去未曾认识的规律性。看来，这是一个用模型化方法处理复杂系统的可行方法。

复杂性往往来源于系统内外的非线性相互作用。在各门学科

中，非线性问题历来被划归复杂性范畴，是一些难啃的骨头。长期以来，人们以为非线性问题个性极强，无法建立一般原理，只能针对不同的问题制定特定的办法。60年代，量子力学奠基人之一的海森堡（W.Heisenberg）提议寻找非线性系统的共性问题，他猜测这种共性就是不可预测性。混沌研究证实并大大发展了海森堡的猜测，证明混沌运动是非线性系统的典型行为。混沌学是描述非线性现象共性问题的一门科学，它的概念和方法对解决非线性问题有广泛的适用性。数值计算则提供了解决非线性问题强有力的手段。由于这些原因，非线性研究近年来迅速发展成为科学前沿的一个十分活跃的领域。

混沌不一定是现实世界最复杂的运动形式。一般来说，混沌学对于描述简单巨系统（物理化学系统）是有效的，用于描述生命或社会现象，仍然有其局限性。用它说明某些方面是有意义的，把复杂巨系统的复杂性完全归之于混沌则没有根据。混沌学只是解决复杂性的理论方案之一，要描述复杂巨系统，还要探寻其他更有效的理论方案。

3.3 唤起了沟通确定论和概率论两套描述方法的希望

现实世界既有确定性的一面，又有不确定性的一面，反映客观世界的科学理论，不能不涉及这两方面。最重要的一种不确定性是随机性，描述随机性的数学工具是概率论。从科学史看，在牛顿（Newton）发展了确定论描述方法的同时，伯努利（Bernoulli）家族提出概率描述方法。确定论描述在拉普拉斯（Laplace）时代达到登峰造极的地步。19世纪，玻尔兹曼等人提出统计力学思想，使随机论开始进入物理学王国，但未能得到科学界的普遍承认。进入20世纪，统计力学、量子力学和概率论都取得巨大成就，概率论方法获得广泛承认，在科学方法论大厦中取得合法地位，成为与确定论方法并驾齐驱的另一种描述体

系。遗憾的是，它们“划界而治”，分别适用于不同的领域，把统一的客观世界分裂为确定性和随机性的两个领域。本世纪中叶兴起的系统理论，特别是自组织理论，试图在自己的体系中同时引入这两种描述方法，取得相当的成功。但系统理论未能架起沟通确定论和概率论两套描述方法的桥梁，两种方法被平行地使用着。普利高津和哈肯（Haken）处理这个问题的方案是，在相变点上，随机不确定性起决定作用，在两个相变点之间，确定性起决定作用。两套描述体系仍未能有机地结合起来。之所以如此，是因为科学认识在随机性的起源、实质、类型等问题上，尚未取得实质上的突破，没有发现确定性与随机性之间的辩证联系。

混沌研究从根本上动摇了这一局面。完全确定性的动力学系统，长期行为表现出与随机过程不可区分的不确定性特征，表明确定性本身内在地包含不确定性，确定性可以转化为不确定性。随机性不仅可以来自外在环境，而且可以来自系统内部固有的非线性相互作用。随机性不但可以外部噪声的形式影响系统的行为，而且可以在一个确定性过程中作为内在必然性行为而发生。混沌学带来关于随机性的来源、实质、类型及普遍性的崭新认识。

通过混沌研究发现，把确定论与随机论两套描述对立起来的观点原来有一个共同基础，就是隐含地承认某种无限过程是可以实现的。确定论描述以承认运动轨道的初始值可以无限精确地测量为前提，只要承认存在有限的误差，不论多么小，在过程足够久远之后就变得不可预测（不确定）了。严格确定论的描述本身是不确定的。概率论描述以承认无限长随机过程为前提，只要用一个由N个随机数构成的有限长过程作随机性试验，就会存在数量级为$N^{-\frac{1}{2}}$的统计涨落，因而不是真正的随机过程，可用某个确定性过程产生出来。正是这种不能实现的无限过程使两套描述体系截然分离开来。科学家们猜想，如果在最基本的科学思想中引

入有限性观点，承认自然界的有限性，把测量精度的有限性和随机性检验的有限性作为认识自然的基本出发点，就可能消除两套描述体系之间的对立，建立体现确定论和概率论相统一的全新描述体系。果如此，必将带来科学方法和内容的深刻革命。目前还不知道如何具体实现这一点，但希望的曙光已经出现，前景是诱人的。

3.4 促使数值计算发展成为与理论描述、实验观测并列的另一种现代科学方法

传统科学的研究方法建立在理论描述和实验观测两大支柱上。运用理论方法提出假说和猜想，定义概念，发现并证明定理，建立理论框架，指导制定实验方案和分析实验结果。运用实验观测方法发现新现象，积累新事实，启迪新思想，检验新理论，开辟理论回到实践的道路。两种方法交叉运用，相辅相成，像一条红线一样贯穿于伽利略（GaLileo）、牛顿以来的科学方法体系中。研究混沌现象也如此。但正如前节所说，混沌学的产生、发展与运用数值计算方法是分不开的。混沌研究是系统地运用数值计算作理论探索最早的几个学科之一。近30年的发展表明，混沌研究对数值计算的依赖程度远胜于其他学科，这对现代科学方法论产生了重大影响。

理论分析的中心步骤是求解数学模型。这在许多情形下是做不到的。混沌研究使我们看到，在现实世界的各种系统中，可积系统极其稀少，普遍存在的是不可积系统，不可积系统的运动图像十分复杂，对它们作理论描述“诚非现代数学工具所及”。电子计算机和现代计算数学使大规模计算成为可以广泛应用的研究手段。依靠数值计算，许多无法用理论方法处理的数学模型获得了数值解，许多过分复杂的理论分析得到简化，大大扩展了现代科学的研究范围。混沌研究中的许多著名工作就是证明。

科学理论的建立要以积累经验事实为基础。科学事实要通过科学实践（主要是实验和观测）进行积累。但是，许多物理过程由于十分遥远或有害于人身健康而无法直接接触，许多真实过程由于过分庞大而无法在实验室或可控范围内作可控实验，致使这些领域长期无法建立科学理论。有了大规模计算手段，这些真实过程就可能在计算机上模拟，获取必要的数据资料。计算机视像技术的发明，允许把本来非视觉数据转化为视觉图像，使人获得生动而直观的感性认识，运用形象思维去理解那些缺乏直观形象的复杂过程，极大地方便了形成新的理论观点。大规模计算成为发现新现象、获取新事实、形成新思想的强有力手段，表明这种计算活动具备实践的重要品格。把这类运作称为计算实验无疑是合理的。

在科学发展史上，一种理论是否正确是由科学实验和生产过程来检验的。今天，数值计算日益显得具有检验理论的功能，这是实践活动的另一个重要品格。超级计算机已被视为一种实验室。一个理论模型是否正确，常常先在计算机上作数值实验，根据实验结果作出评价，提出修正意见。数值实验作为一种完整的研究活动，其大致过程是：根据已掌握的物理事实建立物理模型，确定相应的数学模型，编制程序，在超级计算机上作数值实验，评价实验结果，修改模型，再进行数值实验，如此反复进行，直到理论与实验基本相符。原则上讲，一切复杂过程都可以作数值实验，有些真实过程的理论描述只可能通过数值计算进行检验。在这种情形下，数值实验成为检验理论假说的唯一途径。

关于混沌现象和孤立子的理论探索，核能技术、航天技术、社会经济管理中大规模数据处理等实践活动，共同促使数值计算发展成为独立于理论描述和实验观测的第三种科学研究手段，导致现代科学方法体系发生重大变革，形成理论、计算、实验三足鼎立的新局面。

理论、计算、实验三种方法是相互依存、相互补充、相互促进的。理论分析指导设计数值计算方案，形成新的算法。数值计算有助于开拓实验思路，指导设计新实验，与实验结果相互验证。物理实验也可以启发新的算法和数值实验方案。理论、计算、实验相结合，必能发挥更大威力。这一点在混沌研究中看得越来越明显。

（作者：苗东升）

参 考 文 献

[1] Guckenheimer, J., and Holmoes, P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag.

[2] 郝柏林，分岔、混沌、奇怪吸引子、湍流及其它，物理学进展 1983年，3卷3期。

〔六〕 运筹学方法

1 运筹学的本质

1.1 运筹学的产生与发展

朴素的运筹学思想可以说是"自古有之"。所谓"运筹帷屋之中，决胜千里之外"就有某些朴素运筹学思想的体现。关于古代朴素的运筹学思想方法在文献资料里也不难找出证明。但是，将运筹学作为一门学科并进行系统的研究，则是本世纪40年代的事。

诚然，早在1938年，英国为了检验大型作战演习的效果，成立了一个科学小组来进行此项工作，"运筹学"（Operational Research——直译为作战研究）一词即已提出。而且在第二次世界大战期间，英国、美国和加拿大的各主要兵种相继成立了"运筹学"小组或"作战分析小组"（Operations Analysis Section）等组织。但毕竟当时只是对具体问题进行具体研究，还没有把"运筹学"提到学科的高度上来。因此我们可以认为：运筹学在当时是处于孕育阶段。这一孕育阶段对于运筹学的发展是极其重要的。当时参加运筹学工作的科学工作者在战争结束时估计超过700人。他们用许多实际例子证明了，即使像战争这样紧急复杂，变化多端的事件，科学分析方法在诸如对于提供技术上的支持，各种战术结果的评估，某些战术上的革新创造，战术

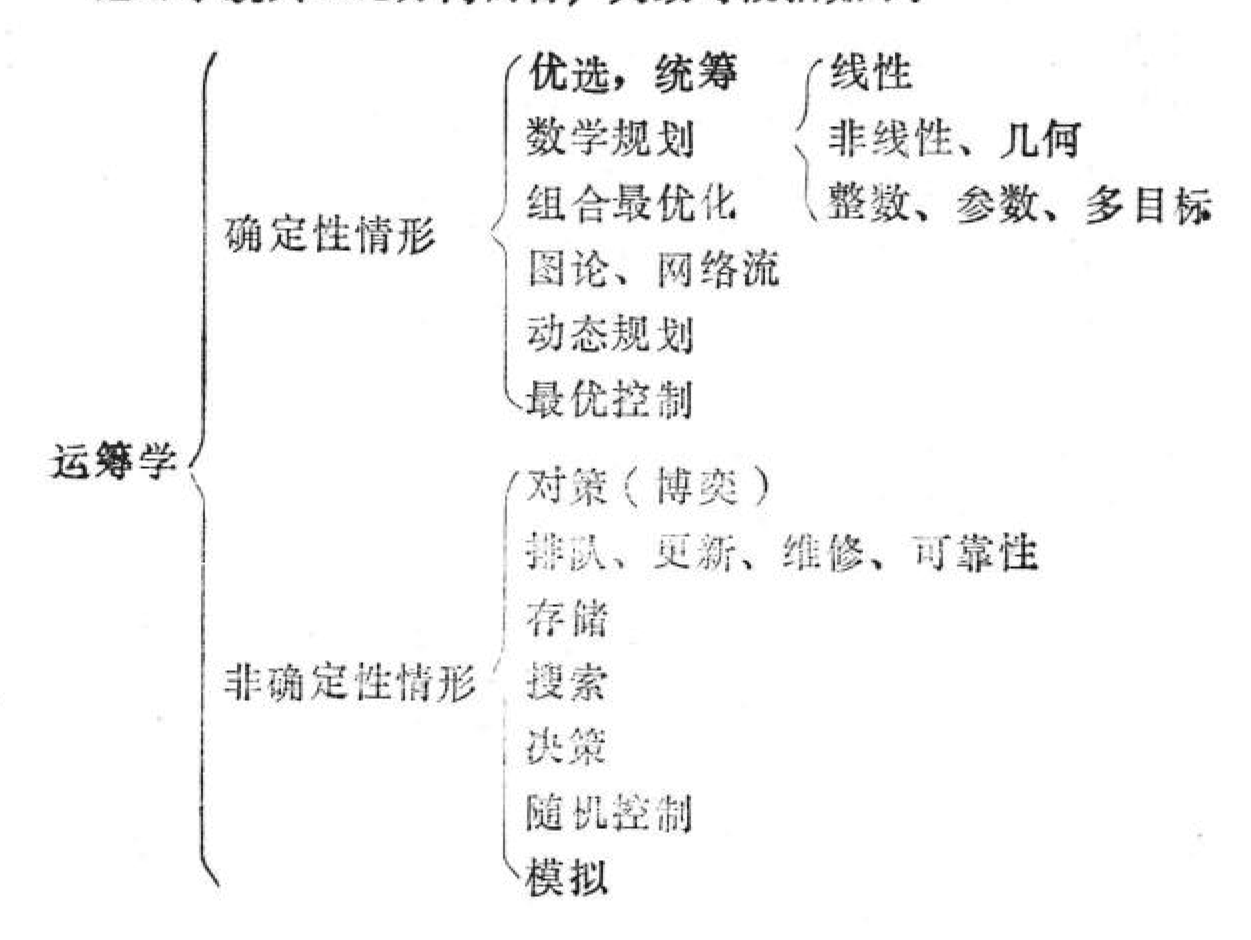
上的规划，以至战略上的选择等等皆作出了富有成效的结果。不仅如此，而且在后来更为重要的是：这些人当中的不少人通过自己的实践，从战争年代的科学工作中看到了一门从事于系统运行研究的新兴科学的萌芽，并看到了当时所获得的知识，可能会应用于和平时期的许多活动。

正是由于这种体会，所以在战争结束之后，在英国，一部分先驱者（包括Blackett，Goodere等人）即举行一些非正式会议讨论如何把他们在战争中发展起来的运筹学方法转到民用方面来，并同意（在1948年）成立一个运筹学俱乐部，使得这些非正式会议能够持续下去。俱乐部里除了讨论运筹学在工、农、服务等行业中应用的各种可能性（如棉纺、钢铁、煤电、制鞋、牲畜饲养、建筑、运输等）之外，还为第一份运筹学杂志——《运筹学季刊》（Operational Research Quarterly）（1950年）的创办奠定了基础。俱乐部在1953年改为（英国）运筹学学会。

在美国，国家研究院于1949年成立了一个运筹学委员会，其目的也是培养人们对非军事运筹学的兴趣。同年，美国的运筹学会成立，这也是世界上第一个运筹学学会，学会在当年就出版了自己的杂志：《运筹学》（Operations Research）。现在世界上已经有30多个国家成立了全国性的运筹学学会。以运筹学命名或直接与运筹学密切相关的刊物估计在40份以上。

最近20多年间，运筹学继续向一些新的应用领域扩展，值得指出的诸如：城市社会治安、市政建设、保健、教育和社会服务等。美国在1968年成立了城市研究所，1969年又成立纽约城的兰德（Rand）研究所。在他们的活动中，都贯穿着强有力的运筹学方法。另外，运筹学作为一门学科，在理论和方法的基础性研究方面，在这期间也得到了蓬勃发展。迄今，运筹学已茁壮成长为具有众多理论方向，应用领域极为广泛的一个年青数学分支。

运筹学就其理论方向而言，大致可概括如下：



1.2 运筹学的本质特征

什么是运筹学？这是一个颇难回答的问题，也是一个较有争议的问题。按照世界上最早出现的运筹学会（英国运筹学会）所下的定义，运筹学是“运用科学方法来解决工业、商业、政府、国防等部门里有关人力、机器、物资、金钱等大型系统的指挥或管理中所出现的复杂问题的一门学科”。其目的是要“帮助管理者以科学方法确定其方针和行动”。但是，即使在上述这一定义出现的年代，关于运筹学也已经出现了几十个不同的定义，到了现在，它的定义则是数以百计了。这些定义虽各有不同，但就其本质而言则是“用科学方法来处理自然环境中有关人和物的运行体系（所谓物，包括从机器直到按人们已经接受的某些规律运转的复杂社会结构）”。

人类社会的组织和生产只要进入某种水平，人们在考虑有关战争、管理等方面所出现的问题时，自然要仔细筹划，设法得到对自己尽可能最有利的结果。而要达到这一目的，他的思维和使用手段必需合乎客观规律，也就是说，必需具有一定的科学性。

1.2.1 几个典型的运筹学问题

为了使我们更好地认清运筹学的本质，我们先来考察几个涉及不同领域的典型运筹学问题。虽然，这些问题是有意识的被简化了，但目的是为了我们能从这些问题中较清晰地产生运筹学中的一些主要概念和目标。

(1)运输问题

有一个需要某些类型原材料的工厂网络，这些原材料由几个源地供应，这些源地与每个工厂均按它们特有的运输方式，以铁路、水路、公路或航空相联系，每种运输方式均有一定的单位运价。现在设计一个运输方案，以确定那些源地应供应何种类型原材料并按什么量供应，才使得总的运费最小。

(2)建设工程的施工计划问题

现要建造一条公路，该工程涉及一定数量的人力、建筑设备、一定容量的修理机构，卡车等等。我们需要制定一个施工计划，亦即沿施工地点按排施工的工序，分配设备和人力并计划设备的维护和修理工作，使得该项工程的工期最短。

(3)季节性的销售问题

某销售公司经理，为了销售某些库存的消费品，他计划建立了一个零售网点。于是他要确定零售店的数目和地点，库存的分配和每个零售点的职工人数，使得该项经营活动所产生的经济效益最大。

(4)道路的防制雪障问题

在北欧国家中，暴风雪经常造成交通严重阻塞，任何这种阻塞均带来经济上的损失。现有几种控制雪的手段可供选择，如建

造具有恰当剖面的道路，在路边建立防雪设备等等。每种手段都需一定的建造和维护费用。现决策者要根据已掌握的通常的风向和频率以及降雪强度等资料确定何种控制雪的手段才能使得经济效益最佳。

（5）敌方潜艇的搜索问题

一位反潜艇战官员收到敌方潜艇已在某个海防哨所的海域出现的情报。现要出动一批飞机去寻找并击沉该潜艇。于是要制订出一个最合理的袭击方案，亦即要选取跟踪航线，飞行高度和攻击方式，使得胜利完成此项任务的可能性最大的袭击方案。

（6）质量控制中的样本检验问题

为了保证产品的质量保持在规定的水平上，工厂需要建立一个完善的样本检验体系，亦即设计一个选取样本容量，检验序列和整检规则等等的检验程序，使得质量检验所需费用达到最小。

（7）防疫问题

据报导，某种传染病已在某地区流行。现决定对该地区群众实施体检，以便揭示哪些已被传染，哪些是易传染者。这种调查是要以具有一定设备的某种医务人员来施行的。于是需要制定一个调查方案，即确定防疫站的数目，它们的地点，检查顺序，所做分析的类型等等，使得所揭示的易传染者的百分比达到最大。

有关运筹学问题的例子可以举不胜举，然而仅由上面这些例子（虽然它取自不同的领域）就足以揭示运筹学问题的一些共同特征：

（i）每个问题均有一个争取达到的目标；

（ii）每个问题均给定某些条件，以描述问题所处的环境；

（iii）每个问题均要在所提的条件限制范围内，按最有利的方式作出决策。

因此，对于运筹学问题的介决，也就有了一个一般性的基础，于是结合数学工具就构成了解决运筹学问题的方法论和手段。

1.2.2 运筹学中的一些基本概念

为了研究运筹学问题，我们先在这里介绍几个运筹学中常用的基本概念和术语。

（1）可控变量或决策变量

在处理一个运筹学问题时，首先要确定问题中那些变量是可供决策人员选择或控制的。例如，在运输问题中，从产地A_1，A_2，…，A_m运输某种原材料到目的地B_1，B_2，…，B_n。于是从第i个产地A_i到第j个目的地B_j的运量$\{x_{ij}$，$i=1$，…，m；$j=1$，…，$n\}$就是一组可由决策人员选择或控制的变量，因此我们就称变量$X=\{x_{11}$，…，x_{1m}，…，x_{m1}，…，$x_{mn}\}$为一个可控变量或决策变量，简记“决策X”，这种决策变量X可以是一个变量，向量，函数或其他物理特征等等。

决策变量的确定是一项十分重要的任务，必需会同各方面有关人员慎重选择，不然将影响问题目标的质量。

（2）可行决策集（或容许决策集）

任何一个运筹学问题都包含一些问题本身所给出的关于决策变量的约束条件（或限制）。例如上述运输问题中，第i个产地A_i供给各目的地的原材料的总量不应超过该产地可供应量$a_i(i=1, 2, \cdots, m)$。同样第j个收地B_j所收到的由各产地运来的原材料量不应低于该收地所需要的量。b_j，$(j=1, 2, \cdots, n)$。于是，我们得到关于决策变量$X=\{x_{ij}$，$i=1$，…，m；$j=1$，…，$n\}$所应满足的约束条件：

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i, \quad i=1, 2, \cdots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geqslant b_j, \quad j=1, 2, \cdots, n$$

同时 $x_{ij} \geqslant 0$，$i=1, \cdots, m$；$j=1, 2, \cdots, n$。

在其他问题中，还可遇到，诸如，卡车载重量，计划产品的质量指标、劳动力、设备、成本等等有关决策变量的约束条件。这些约束条件就构成了决策变量X容许变化的范围，它的几何表示，一般为多维空间中点的集合$\mathscr{X}$。我们就称此集合$\mathscr{X}$为容许决策集（或可行决策集），意即属于此集$\mathscr{X}$的决策，对于我们的问题是可行的（或容许的），并以符号记为$X\in\mathscr{X}$（意即X属于$\mathscr{X}$）。

（3）效能测度（或目标函数）和最优决策

为了评点决策$X(\in\mathscr{X})$的效能（或价值）并比较它们，我们需要引进一个定量的标准，此标准就称为效能测度，并简记为W。在实际问题中也常称其为目标函数。一个运筹学问题的效能测度应选择为可足以描述此问题的目标。

一般，目标要求我们作出的决策$X^*(\in\mathscr{X})$应当使得效能测度W达到最大或最小。数学上描述为$W\Rightarrow\max$（最大）或$W\Rightarrow\min$（最小）。

具有上述性质的决策X^*，就称为此问题的最优决策。寻求一个运筹学问题的最优解就是求出最优决策X^*。

当问题中包含随机因素（如气候的变化，设备的故障等等）的影响时，我们应要求效能测度W的平均值$\overline{W}$（或数学期望EW）达到最大或最小（详细讨论见下一节）。

回顾前面几个典型运筹学问题的例子，我们不难看出它们各自的效能测度和目标：

（i）运输问题。效能测度：$R=$每单位时间的总运费。

$$\text{目标：}R\Rightarrow\min$$

（ii）工程的施工计划问题。效能测度：$T=$该项工程的工期。

如果考虑随机因素的影响，则问题的目标应为$\overline{T}\Rightarrow\min$

对于其他问题我们不在此一一赘述。

值得注意的是，对于大部分应用问题来说，效能测度的选择不是一件容易的事。特别，对于某一类问题，仅凭某一个效能测度不足以判断某个决策的优劣，此时，就需要引入几个效能测度来衡量，这就是所谓“多目标问题”（详见下节）。

1.2.3 数学模型

为了适应定量的研究方法，任何一个领域都需要一个数学模型。数学模型就是引用恰当的数学方法来描述所研究的系统。数学模型的研制是使运筹方案获得成功的最重要和关键的一步。有效的数学模型要求对所研究的系统有深入的洞察和了介。因此模型的建立不是“纯”数学家所能完成的，他需要会同各方面的专家和有关人员，广泛地收集资料，仔细地分析，反复地验证，充分地协商，这样才有可能建立起一个精确而有效的数学模型。

数学模型的类型，依赖于数学工具的应用，而不同数学方法的采用又仰仗于所研究系统的类型，目标和资料的精确性。

数学模型一般可分为两大类：

（1）解析模型

这类模型中最简单的是代数方程模型。如果要求考虑系统的动态过程时，一般就要采用微分方程（常微或偏微）模型。

（2）统计模拟模型

在最实际的情形，当系统的运行和实现均依赖于许多相互密切关联的随机因素时，解析方式就无能为力了。此时就需要采用统计模拟模型，即采用蒙特卡洛（Monte carlo）统计模拟的方法来建立模型。在对一个实际系统进行统计模拟之前，必需构造一个和它相类似的便于在计算机上实现统计模拟的统计模型。此模型是为了对实际系统进行分析，预报和控制而进行的类比和抽

象。一个成功的统计模拟模型应包含互相矛盾的两个方面，即模型对实际系统的真实性和对模拟计算的简单性。从一方面讲，模拟模型要和实际系统一致，特别就其主要方面应该一致，否则很难得到正确的模拟解，从另方面而言，模拟模型不能过于复杂，否则很难在计算机上实现模拟求解。实际情况常常不是这样的，真实的模型很少是简单的，简单的模型很少是真实的。因此，对一个实际系统构造一个成功的统计模拟模型，必需在真实性和简单性二者之间进行合理的调整和选择。当然，这并不是一件很容易的事。

在这里我们不能涉及实际系统的统计模拟模型的具体构造方法，下面仅就它的一般原则作一概述。

一个实际系统的统计模拟模型通常由三部分构成：

(i) 组成模拟模型的部门或成分；

(ii) 模型具有的变量、系数、参量及其有关的分布；

(iii) 模型中各部门之间的关系及其统计规律。

模拟模型给出后，还必需作进一步的检查，一是在模拟模型编制计算程序之前进行静态检查，主要检查模拟系统假设的真实性和各个变量、参数估计的合理性；二是对模拟模型在计算机上进行模拟计算的动态检查，主要是把模型在计算机上模拟计算的初步结果和实际系统的历史资料或部分试验数据进行比较，视其一致性如何，作出模型有效性的决策。一个模拟模型只有在经过静态检查认为是合理的，并且经过动态检查认为是有效的，才能在计算机上进行大量的模拟计算。当然，模拟模型计算结果的推断和预报的精度如何，还有待在实践过程中作进一步检验和论证。

解析模型与统计模拟模型都是在运筹学中广泛使用的模型，它们各有自己的优缺点。解析模型的缺点是较粗糙，说明因素的变量较少并且常常根据需要作某些限制和简化。它的优点是它能得到更有意义的结果，这些结果能清晰地反映系统的规律性。特

别，它能根据一定的解法去求出问题的最优解。统计模拟模型的优点是比解析模型更精确，更全面，它不需要那些强制性的假设，并且能考虑大量（理论上无限制）的因素。然而，这种模型亦具有它本身的缺陷，即太笨拙，解析性的内容太少，并且需要大量的计算时间。特别，最优解的搜索是很困难的，因为它是通过尝试法来实现的。

2 运筹学的基本原理与方法

2.1 确定性情形

运筹学求解问题可分成两类(1)基本问题。(2)最优解问题。

基本问题：如果在某些给定的条件下，作出了决策$X \in \mathscr{X}$，则所导致的结果如何？特别，如果采用了决策X，则所选取的效能测度W或这种测度集合（多目标情形）的取值是什么？

最优解问题：如何寻求使得效能测度W达到最大（或最小）的解X^*？

一般，解基本问题比解最优解问题简单。另外，显而易见，不首先解基本问题就不可能解最优解问题。

2.1.1 解基本问题的一般原理

解基本问题的核心是建立数学模型。由此模型就给出了一个或几个作为某些给定条件和可控变量函数的效能测度。在有些运筹学问题中，模型的建立和效能测度的计算，决非一件简单的事，例如在第4章中将要讨论的排队论问题。

2.1.2 求最优解的一般原理

(1)如果可行解（或决策）集$\mathscr{X}$元素的个数较少，则可对每

个可行解来计算W的值，通过比较选取出使得W达到最大（或最小）的可行解X。因此，通过全面的搜索，即可找到最优解。

（2）如果可行解集$\mathscr{X}$元素的数目较大，则利用上述盲目和全面搜索的方法求最优解是不现实的。对于这种情形，运筹学工作者必需采用直接搜索法，亦即通过逐次搜索，逐步逼近最优解。

（3）最优解的一般形式求法

（i）问题：假设我们处理一个运筹学问题，它的成功与否依赖于决策X（X为一组参数）。系统的有效性，由单一的效能测度W确定。现在的问题：$W \Rightarrow \max$。

(ii)分析：由于现在我们是限于处理最简单的所谓确定性情形。亦即系统运行的所有条件均为已知的，即不包含非确定性因素。于是，所有与系统的实现有关的变量，可分为两组：

（a）事先给定，亦即已知的（其制约决策的实施），我们以希腊字母α简记之；

（b）在我们的控制下，构成解X的那些变量（即可控变量）。

注意，第一组变量中包括包含在强加于解上的约束（有时称为限制）中的那些。这些约束条件，一般为方程式或不等式等形式，它定义了可行解集$\mathscr{X}$。

效能测度W依赖于这两组变量。数学上表示为：

$$W = W(\alpha, X) \tag{2.1}$$

其中α，X一般为向量、函数等而不是数。假设已知方程（2.1）的形式，则前述的基本问题已解决。

寻求解$X = X^*$，使得效能测度W达到最大（或最小），我们以下式来表示此最大（或最小）：

$$W^* = \max_{X \in \mathscr{X}} \{W(\alpha, X)\} \left(\text{或} W^* = \min_{X \in \mathscr{X}} \{W(\alpha, X)\}\right) \tag{2.2}$$

意即W^*是$W(\alpha, X)$取遍所有属于可行解集的解X的最大值

（或最小值）。

(iii)一般解法。至此，我们已得到一个关于搜索函数或泛函①的最大（或最小）的典型问题，它属于数学中的一类变分问题。人们熟悉的求多变量的极值（极大或极小），通常是先求出关于所有变量（在所讨论情形，即为可控变量）的偏导数，然后令它们为零，得到一方程组，再解此方程组等等，似乎没有什么比这更简单的了。然而，在运筹学中，这种经典的方法是行不通的，其理由如下：(*a*)当变量很多时，解这种相互关联的方程组通常比极值的直接搜索更复杂。(*b*)由于加在可控变量上的某些约束，极值点通常更多的是在区域$\mathscr{X}$的边界上而不是在导数为零的点上；这就给在约束条件下，求多维变分问题带来一定的困难。(*c*)在某些问题中，函数W在所有特定点（如取整数值的点）上不可导。以上各点均说明了极值的搜索不是一目了然的简单事情。

极值及其伴随的最优解X^*的搜索策略的设计，应考虑W和所加约束的形式。例如，如果W是可控变量x_1，x_2，…，x_n的线性函数，并且加在这些变量上的约束亦为线性方程或线性不等式的形式，则我们得到一个线性规划（LP）问题。这类问题由于简单且重要，所以它已解决。如果W是凸的，则采用凸规划方法。问题中的非线性部分，如果仅是二次的，则引用二次规划（见[2]）。对于多阶段决策的最优，则可利用动态规划方法（详见第3章）。最后，还有一类极值搜索的数值方法，它们所使用的典型算法，在数字计算机上施行均是有效的，其中还有一种随机搜索程序，但它对于多维问题情形，通常不显得比通常程序更有效。

---

①泛函是依赖于函数的一个数学量．当解X包含函数以及数时，则$W(a, X)$就是一个泛函。

综上所述，可以说在最简单的确定性情形，最优解的搜索，纯粹是一个经典变分学问题的变形（有约束和无约束）的数学问题。这些问题可以出现计算上的困难，但这还不是本质上的困难；然而，当问题涉及到非确定性情形时，问题就更复杂了。

2.2 非确定性情形

在前一段中，我们考虑的是确定性情形中的运筹学问题的最优化。即效能测度依赖于两组因素，一组是事先已知的α，一组为可控变量X。然而实际问题中经常要涉及另一组未知因素，一般，我们以希腊字母ξ表示。于是，现在我们的效能测度W要依赖于所有这三组因素，或以符号表示为：

$$W = W(\alpha, X, \xi) \tag{2.3}$$

因为W依赖于未知因素ξ，即使α和X给定，我们还不能算出W，这就给最优解搜索带来了很大的困难。

2.2.1 问题的提法与分析

现在我们以数学语言，来提出非确定性情形下的运筹学问题：

给出问题所必需满足的条件α，并考虑未知因素ξ，寻求一个解$X \in \mathscr{X}$，使得效能测度W尽可能大（或小）。

这种提法，实际上是很不严格的，因为其中含有一个“可能”的词。非确定性因素的出现，将运筹学过渡到一个新的水平，它要求在不确定性的情形下，作出决策。

让我们稍许分析下这类新问题。首先，应当认识这种不确定性所带来的缺点。如果系统运行的条件未知，就不可能如同据有足够信息时那样成功地最优化我们所作的决策，所以在非确定性情形下所作的任一决策一般不会优于条件事先完全已知情形下所作的决策，但不论如何，问题要求我们务必要作出决策，于是我

们的任务是通过尽可能多的分析与推断来提供决策。现在我们先来考察几个在非确定性情形作决策的例子。

某个旅游团体准备整理行装到某地作假期旅游。行李除一定的重量外，还要考虑它的体积等，这些都是给定的（条件α），以此为据来选取一组衣物用品等。目的地的天气情况是事先未知的（条件ξ）。试问：我们应当带些什么衣物用品（X）？此问题表面上类似于上述的运筹学问题。当然，不必求助于数学，我们可利用某些统计资料，如关于此地区极大可能的天气情况，自己的身体素质情况，如抗寒能力等，但不论是有意识还是无意识地，我们总是想最优化这一决策。有趣的是不同的人似乎有不同的效能测度，年青人倾向于想最大化所期望的愉快总和（我们先撇开如何计算这种形式的量），而年老的旅游者似乎想得更多的是生病的可能性最小。

现在考虑一个较严肃的问题：计划销售货物的选择。销售商的目的是希望他所得的利润最大，然而他不可能预先知道，有多少顾客将买或需要些什么货物。他将如何决策？这就避免不了非确定性因素，然而不论怎样，他必需作出一个决策。

一个更复杂的问题，一个几年期限内的武器开发计划，但事先既不知道可能出现的敌人，更不知道敌人现时所掌握武器情况，然而必需作出一个决策。

对于这种在非确定性情形下的最优决策问题，现代科学已提出了几种解法。下面我们先来讨论一种较理想的非确定性情形。

2.2.2 "随机（stochastic）"意义下的非确定性情形。

问题中的未知因素ξ是属于概率论的范畴，亦即它们是随机变量或随机函数，它们的统计特征均为已知的，或原则上是可以得到的。我们称这种较理想的非确定性为随机的(Stochastic)，相应情形的运筹学问题，称为随机运筹学问题。

我们以一些例子来阐明上述类型的问题。某工厂的生活管理

部门，为了提高经济效益，需整顿该厂的餐厅。然而在工余时间有多少顾客将光顾此餐厅，他们将订些什么样的食品，他们中的每个人将需服务多长时间等等，这些有关的确切资料缺乏，但可对有关的历史资料，通过统计推断而得到。

另一个例子。车辆维修车间的调度，目的是尽可能缩短或消除维修车辆的等待时间。然而，一定时间内需要维修车辆的数目及其损坏程度都是预先不可能知道的，亦即它们均为随机因素。然而，代表这些随机因素的随机变量的特征是可通过有关统计资料得到的。

如果我们说得更确切更数学化些，可能更有利于认识这种"理想"的不确定性的意义。如果让这种未知的不确定性因素 ξ 为随机变量①，则它的分布密度，数学期望，方差或其他统计特征，原则上都是已知的。于是作为 ξ 函数的效能测度 W 也是随机的。然而一个随机变量的取值是随机的，所以不能如同确定性情形那样地最大（或最小）化，那末，我们应该如何来处理随机运筹学问题？

（1）很自然，我们首先会想到，可以用这随机变量 ξ 的均值（或期望）来替代此随机变量。于是此问题就转化为相应的确定性问题并且可利用通常的方法来解决。

至少可以说这种方法是非常诱惑人的，并且在某些情形已被证明是正确的。事实上，在物理、力学和工程的很多应用问题中，经常用它们的均值来忽略某些所涉及参数（如热容、电感、摩擦系数等）的随机性质。但是必需特别注意，这种替代的前提，如果这些参数的随机性是较弱的，亦即它们的随机波动仅仅是稍微偏离它们的均值，那末利用均值替代是正确的。这在运筹学问题的处理中也类似。例如，我们参与制订原材料的供应计划

①如果随机变量 ξ 当中有些是随机函数，则它们可展开为随机变量的级数。

（见1.2.1段中的问题1），作为首次近似，比如，我们可忽略供应地的实际供应量的随机波动性（只要这种供应是组织得很好的）。然而，如果这种随机性显著地影响系统运行的结果，则利用它们的均值（或期望）来替代相应的随机变数就不恰当了。作为解释，我们举一个浅显的打靶例子。一个射手作了几次射击之后，得到了一些随机弹着点的位置，现在即以这些位置的期望即目标本身，来替代此射手的实际弹着点位置，那末我们应当得到这样的结论：此射手每次都应击中目标。这显然是错误的。

（2）现在我们考虑随机因素ξ是"本质"随机的情形。在此情形中的效能测度W，由于ξ的显著影响，所以它也是"本质"随机的。

一种直觉的方法是去计算此随机效能测度的均值，即取$\overline{W}=E[W]$并且选取一个决策X，使得此平均测度为最大，即

$$\overline{W}=E[W(\alpha,X,\xi)]\Rightarrow \max \qquad (2.4)$$

这就是我们曾在1.2.2段中采用过的作法。这种作法（我们应称其为"平均最优化"方法）对于大部分情形来说是完全正确的。事实上，在解的选取中，利用均值的效能测度比随机的取一个效能测度利用了更多的信息量。

（3）平均最优化方法的适用范围。现在我们来讨论这种方法的适用范围有多大？首先，我们必需指出这种方法只能适用于系统的运行是多次重复的，同时系统的目标是最后总的效益达到最优。由于这种多次重复性，使得系统在一种情形中所承受的效能测度的损失可通过另一种情形中的剩余来补偿。然而，如果有人认为这种方法的适用范围是无限制的，那是不正确的。为此，我们来考虑一个大城市的救护车调度的自控系统。中央控制室接收到了发自各个方向的呼救后，根据一定的调度程序转发到地区的救护站，再从那里派遣车辆。现需设计一种调度算法，使得城市

救护服务的效益尽可能最好。为此，我们首先要确定一个效能测度W。

显然，要求病人的待医时间尽可能地短，这是我们的目标之一。然而这一时间是随机变量，于是我们可利用均值最优化方法。为此，需选择一个最小化这平均待医时间的算法。如果我们采用了这种平均最优化方法，那末某些病人将会陷入烦恼，因为这种待医时间是不能“相加”的，即一个病人长时间的待医不能为另一个病人的尽快服务来补偿。为此，如果我们采用平均待医时间$\overline{T}$作为效能测度W，则必需加上一个限制条件来要求实际待医时间T不超过某个最大值t_0，但因T是随机变量，我们不能冒失地要求满足条件：$T \leqslant t_0$；而只能要求使事件$\{T \leqslant t_0\}$发生的概率β接近于1，如$\beta = 0.99$或$\beta = 0.995$。由统计中的实际推断原理，此事件$\{T \leqslant t_0\}$在一次试验中是实际必然发生的。于是我们可增加限制条件：

$$P\{T \leqslant t_0\} \geqslant \beta \tag{2.5}$$

此约束意味着，可行解的区域$\mathscr{X}$不包括那些破坏上述条件的点。(2.5)型的约束，称之为随机约束。它的出现，显然增加了我们最优化算法的复杂程度。

运筹学工作者，在应用均值最优化方法，于一个不是多次重复运行的系统时，应特别谨慎。在这种情形，它的可适用性取决于偶而的一次失败决策，所导致的结果是否为灾难性的。比如，某企业由于一次错误决策，可导致破产，那还有什么理由去企求平均总利润达到最大。另外，如果某种灾难性的结果，可以通过引进随机约束来加以避免，那末，一个显著大的置信系数β，实际上可以保证不会出现这种偶而的灾难性结果。

上面我们简略地讨论了这种“理想的”亦即“随机”意义下的非确定性情形，一般地阐明了有关的最优化方法。但不管怎么

说，这种情形还是较容易处理的。下面的非确定情形，更使我们陷入困境。

2.2.3 非随机的不确定性情形

我们先来简略地阐明下，随机意义下的不确定性与非随机的不确定性之间的区别。让我们回忆概率论中的“随机事件”这一术语。“随机事件”意指再现的且具有统计稳定性质的事件。统计稳定性指的是具有随机结果的类似试验，经多次重复后趋于稳定的分布，各事件的频率稳定地趋于各自的概率，并且样本均值趋于数学期望。比如，多次抛掷一枚硬币，其出现正面的频率逐渐趋于稳定并且随机性也随之消失。这就是所谓随机意义下的确定性。

然而，非随机的不确定性，不严格地说，就是它的“分析依据性”是“不理想的”或“不利的”。在这种情形下的未知因素ξ是模糊的，更不用说去计算它的分布或其他概率特征。比如，我们要制订一个服装的产销计划，它的成功与否取决于今后两年内的服装流行款式ξ。关于ξ的概率分布基本上很难由统计资料来推断。由于ξ的性质，历史资料较难有助于展望未来。因此，可以说ξ的概率分布不存在。可以找出很多同样理由来说明关于ξ的统计稳定性质也不存在。这就是所谓非随机的不确定性。

现在我们要讨论的就是这种非随机的不确定性情况。亦即它是下列两种情形的一种(i)ξ的概率分布存在，但不能在作决策时赋值。(ii)ξ的分布完全不存在。

对于非随机的不确定性情形中的运筹学问题的处理，通常有以下几种方法。

(1)模拟法（特别对于上述的第(i)种情形）

模拟法通常用来研究多阶段动态服务过程（如公共交通系统，计算机系统），生产和库存问题等。这些问题，可能存在趋于统计平衡或稳定状态的条件。有时想要估计这种稳定状态过程的统

计特征数，如顾客、人员与商品的期望等待时间和（通过系统的）经过时间等。我们可设计一个计算机信息系统，只要此系统运行足够长的时间，然后利用统计推断的方法来获得这些特征数，再按前述的平均最优化方法或再加上随机约束条件来求出最优解。

（2）自适应法

这种算法类似于过程控制中的自适应控制算法。让某些决策变量x自由变化，凭经验或直觉选定一组初始解（一般它不可能是最优解）并按其施行决策。察看其效益然后根据增加效益的原则来逐步改进这些自由决策变量并使其逐步达到我们的最优目标。这种方法的优点是事先不必去收集大量历史统计资料，并且对于系统环境的改变易于重新适应系统的响应。

（3）判断概率评估法

这种方法通常用于在“不利的”非确定性情形中，必需作出预测的问题，比如，在“未来学”中。这种方法粗略地可描述如下：吸收一批专家来回答一个问题（一般采用回答调查表的方法），例如，要求他们去评估一个事件的概率，然后收集他们的回答进行统计处理，最后得到的结果，作为此问题的答案。虽然这种结果还带有主观性，但比个别专家的答案的主观性程度要弱得多。类似的概率评估法，可应用于下面的不确定性研究。每个专家评估各种选择条件ξ的似然性并赋予它们某种主观的概率，虽然每个专家的评估不可避免地都有自己的偏见，但平均以后的结果是较客观和有用的。在这种意义下，一个涉及不利的非确定性情形的问题就有可能化为一个通常的随机问题（这一方法在下一节中我们还要涉及）。

2.3 多目标情形

尽管，由于非确定性给我们处理运筹学问题带来了很多实质

性的困难，但迄今，我们研究的问题还是仅有一个目标或效能测度的简单问题。不幸的是在实际问题中，我们经常遇到的是要同时考察多个目标或效能测度，才能判断某个决策的优劣，例如设计导弹，既希望其射程远、燃耗省、还要精度高。设计一个新产品的工艺过程，往往希望产量高、消耗低、质量好等等。又如，新工厂的选址问题，除了要考虑运输费用、造价、燃料费用等经济指标外，还要考虑环境污染等社会因素，由于要同时考察多个目标（而且其中有些可能是定性目标）使问题复杂化了，以致有时决策者难以判断那个决策更好。

2.3.1 多目标最优化问题的提法及其基本原理

在考虑单目标最优化问题时，对任意两个决策（或解）只要比较它们相应的目标（或效能测度）值后，总能判定谁优谁劣或同等优劣，亦即总能排出它们的次序来。但是在多目标情形情况就大不相同了。例如，我们要考察的两个目标W_1和W_2都要求越大越好，这时图6.1中的10个决策（或解）不都是可以比较

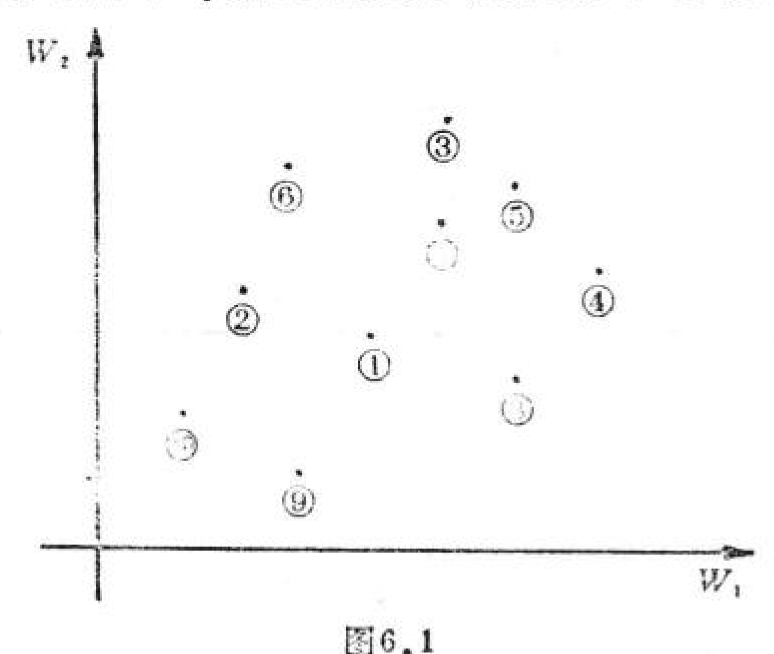


图6.1

的。例如，其中决策①和③相比较，显然①比③劣，但是②和①及⑨和⑩相比就无法简单定出优劣。仔细考察这十个决策，对③、④、⑤三个解，再也找不到比它们中任一个都好的解，而其

他的解，有的两对之间无法比较，但总能找到另一个解比它们优。因此我们把前一类解：③、④、⑤称为非劣解，而后一类解：①、②、⑥、…、⑩称为劣解。这种非劣解（亦称有效解）在多目标最优化问题中起着十分重要的作用，因为已知某个解是劣解时，一般我们不会选中它，而是选比它优的解。而非劣解由于没有别的解比它优，因此无法简单淘汰，有待于我们进一步选择。

多目标最优化问题的主要任务就是如何找到解，又如何判别这个解确是非劣解。如果非劣解只有一个，当然就选它（它也就是最优解），但是在大多数情况下，非劣解远不止一个，这里就有一个进一步选择的问题。选出来的解就称为选好解。至于如何进行进一步选择，我们将在下段方法论中作简略介绍。

2.3.2 方法论

前面已看到，在多目标最优化问题中很难求得同时使所有目标都达到最优的最优解，有的问题根本没有这样意义下的最优解。因此转而求另一种意义下的优解，也即非劣解（或有效解）。可是非劣解往往是很多个，甚至是无穷个。最终提供使用的解往往只是一个，这个解也叫选好解。如果把找出非劣解的人称为“分析者”，而最终决定采用哪一个非劣解的人称为“决策者”，则在如何得到最后要用的解方面，目前大体有下列三种方式：

（i）“决策者”与“分析者”事先商订好一种方法，使得找出的解就是选好解；

（ii）“分析者”只管提供非劣解（或有效解），由“决策者”从中自行选出一个选好解；

（iii）“决策者”与“分析者”不断交换对解的看法而逐步改进非劣解，直到最后找到使“决策者”满意的选好解为止。

从最近几年来看，第三种方式逐渐引起更多人的重视。

目前多目标最优化问题的求解方法很多，下面我们仅就化多目标为单目标方法及分层序列方法作一简略介绍。

(1)化多目标为单目标

由于直接解决多目标问题比较困难，而单目标问题则好解决得多，因此有很多人就想出种种方法来把多目标问题化为单目标问题。不同化法就构成不同方法，常见的有乘除法与线性加权和法。

(i)乘除法

设有P个目标：W_1，W_2，…，W_p要求其中k个(不妨设为W_1，…，W_k)达到最小，要求剩下的$p-k$个(即W_{k+1}，…，W_p)达到最大，并假定$W_{k+1}>0$，…，$W_p>0$，于是，

令 $$W=\frac{W_1\cdot W_2,\cdots,W_k}{W_{k+1},W_{k+2},\cdots,W_p}$$

作为评估解的优劣的目标函数(或效能测度)。我们要求使$W\Rightarrow\min$的解作为多目标问题的选好解。

(ii)线性加权和法

当p个目标W_1，…，W_p均要求最小时，我们预先给每个目标以相应的权系数a_i，然后作新的目标函数：

$$W=\sum_{i=1}^{p}a_i\cdot W_i=a_1W_1+a_2W_2+\cdots+a_pW_p \qquad (2.6)$$

以使$W\Rightarrow\min$的解作为多目标最优化问题的解(不难看出此解为非劣解)。这种方法的关键在于如何给出合适的权系数a_i。确定权系数的方法很多，下面我们主要介绍下如何将前一节中所讨论过的判断概率评估法用来确定这些权系数。

邀请一批专家，对如何选取这些权系数发表意见（采用个别征求意见的方式），然后用统计的方法作出平均估值：

$$\overline{a_i}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij},\qquad i=1,\cdots,p$$

这里a_{ij}表示第j个专家对权系数a_i的估值，n是参加评估的专家数。然后，要求专家们再次讨论此平均估值的合理性，并让那些与平均估值差距最大的专家发表意见，通过进一步提问题和讨论，再次对权系数分别作出估值a'_{ij}及新的平均值：

$$\overline{a'_i}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a'_{ij}\qquad i=1,\cdots,p$$

如果需要的话，当然还可反复进行几轮。设最后得到估值a^*_{ij}及平均估值$\overline{a_i}^*$。然后可进一步考察它的样本方差：

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(a^*_{ij}-\overline{a_i}^*)^2$$

由于此时，我们把权系数视为一个随机变量，因此只能确定期望线性加权和的目标函数（或效能测度）：

$$\overline{W}=\sum_{i=1}^{p}\overline{a_i}^*\cdot W_i \tag{2.7}$$

而比较两个决策X和X'的优劣时，也不直接比较相应的效能测度$\overline{W}$与$\overline{W'}$，而只能按统计方法来进行比较。例如，利用假设检验的方法来确定不同决策的优劣。

（2）分层序列法

这一方法的主要思想是把目标按重要次序先排成一个队，如果已排成W_1，W_2，…，W_p，以后就逐个地求最优（最大或最

小），下面为了确定起见我们是求最大。

记问题的可行解集合为$\mathscr{X}$。首先在$\mathscr{X}_0$内，使$W_1 \Rightarrow \max$，找出所有最优解的集合，记为$\mathscr{X}_1$，然后在$\mathscr{X}_1$内，使$W_2 \Rightarrow \max$，再找出所有最优解的集合，记为$\mathscr{X}_2$，…，最后在$\mathscr{X}_{p-1}$内，使$W_p \Rightarrow \max$，求出最优解X^*。

这一方法有解的前提是$\mathscr{X}_1$，$\mathscr{X}_2$，…，$\mathscr{X}_{p-1}$等集合不空，同时不能只有一个元素。有人举出一个很简单的飞行器在给定高度飞行的例子，结果发现$\mathscr{X}_1$就只有一个元素，因而无法使用此法（见[4]）。

注记：作为这一章的结束，我们稍提几句，关于系统理论方法对于决策问题的应用。现在，由于运筹学问题的规模和复杂性的急剧增加，经常使其变为一个具有谱系结构，并由很多单元和子系统构成的大系统的最优控制问题。例如，一个大的公司，它由几个相对独立并有自己职能部门和工厂的分公司组成而每个分公司又由几个商店和有关机构组成。试图去最优化这种复杂的大公司的效能，自然就要利用至今仍在发展中的大系统数学理论。亦即首先要恰当地描述这种系统然后将其分解为几个对于研究更为恰当的子系统等等。实际上，运筹学领域中的“系统方法”具体化为把一个大系统的一部分作为要最优化的一个子系统来对待，这种大系统中的每个部分的效能都直接影响整个大系统的效能。

* * *

在这一章中，我们讨论了处理运筹学问题的基本原理和方法论，至于如何应用于各个具体的运筹学领域，这就产生各种具体的方法论问题。由于篇幅限制，我们不可能一一地去介绍运筹学各领域的方法论，为此，我们仅就运筹学方法论中较有典型意义的“动态规划”与“排队论”这两个领域的方法论，在下两章中，分别加以简略的介绍。

3　动态规划

动态规划是一种适用于序贯决策（或多阶段决策）过程的最优化方法。粗略地说，序贯决策过程是一种必需采取一系列决策的过程，而这些决策都是根据某一共同目标而采取的。例如，几个财政年度内的工业发展过程，产品质量控制中的序贯检验过程等。60年代初期，由于生产部门和空间技术发展的需要，提出了一系列寻求多阶段决策过程的最优化问题，动态规划就是为了解决这类问题而由美国数学家贝尔曼（R.Bellman）首先提出的（见[3]）。在解决这类问题的过程中，动态规划显示了其方法的独创性和应用的广泛性，因而引起科技界的重视，高速数字电子计算机的发展，更使动态规划的具体实现有了保证。

3.1 动态规划的概念与方法

3.1.1 两个典型的动态规划问题及其解法

（1）资金的分配问题

为了易于看清问题的实质，将问题以最简单的形式提出来：某工厂有数目为S_0的一笔资金，准备分为x_1和$x_2=s_0-x_1$两部分（$0\leqslant x_1\leqslant s_0$），分别投入第一，第二两个车间进行生产，如果投入资金x_1于第一车间可得产值$g(x_1)$，投入资金s_0-x_1于第二车间可得产值$h(s_0-x_1)$。试问：这笔资金s_0应如何分配，可使两个车间总的产值最大？这就是要决定x_1的值，在满足$0\leqslant x_1\leqslant s_0$的条件下，使第一次分配的产值函数：

$$R_1(s_0,x_1)=f_1(s_0,x_1)=g(x_1)+h(s_0-x_1) \tag{3.1}$$

取得最大值。取定一个x_1值就称为取定了一个决策，而使得$f_1(s_0,\ x_1)$取最大值的x_1值称为一个最优决策，称初始的资金

s_0为所控系统（或所处理的问题）的初始状态，显然，这是一个条件最优化问题。当g和h均为可微函数时，最优决策可用普通微积分中求条件极值的方法求得。现在进一步考虑本问题，设两车间经过一次生产后，原来分配的资金x_1和s_0-x_1因生产消耗而分别降为ax_1和$b\cdot(s_0-x_1)$，此处$0\leqslant a<1$，$0\leqslant b<1$都是常数。在进行再生产时，将剩余资金的总数：$s_1=ax_1+b(s_0-x_1)$重新分配给这两个车间，数值分别为x_2和s_1-x_2，则第二次分配的产值函数显然为

$$f_2(s_1,x_2)=g(x_2)+h(s_1-x_2) \tag{3.2}$$

于是历经两次生产过程后，总的产值为：

$$\begin{aligned}R_2(s_0,x_1,x_2)&=f_1(s_0,x_1)+f_2(s_1,x_2)\\&=g(x_1)+h(s_0-x_1)+g(x_2)+h(s_1-x_2)\end{aligned} \tag{3.3}$$

并称方程：$s_1=ax_1+b\cdot(s_0-x_1)=\varphi_1(s_0,x_1)$

为使系统从初始状态s_0转移到状态s_1的状态转移方程。

现在的问题是如何决定x_1和x_2使总的产值最大？这是一个二阶段（或二步）决策的问题。给定s_0先求出$x_1(0\leqslant x_1\leqslant s_0)$根据$x_1$算出$s_1$，再求出$x_2(0\leqslant x_2\leqslant s_1)$，使$R_2(s_0,x_1,x_2)$最大。这时$x_1$、$x_2$分别称为第一、二步的决策，而$[x_1,x_2]$一起就称为此两步决策过程的最优策略。这个问题从理论上说是可以用求二元函数极值并与边界上函数值比较的办法求解，但可能较繁，实际上行不通。

动态规划解决这个问题的方法就是先在$[0, s_0]$范围内任意取一个x_1值，于是第二次生产开始时的资金总数即状态s_1为$ax_1+b\cdot(s_0-x_1)$，如果求得了第二次生产的最优决策x_2，以$W_1(s_1)=W_1(a\cdot x_1+b\cdot(s_0-x_1))$记资金（或状态）为$s_1=ax^1+b(S_0-x_1)$时，一次生产得到的最大产值（在使用最优决策$x_2$

时），则（3.3）式可表为：

$$R_2(s_0,x_1,x_2)=f_1(s_0,x_1)+W_1(s_1)$$
$$=g(x_1)+h(s_0-x_1)+W_1(a_1x_1+b(s_0-x_1)) \quad (3.4)$$

当x_1值取定后，$ax_1+b(s_0-x_1)=s_1$也就确定，因而一次生产的最优决策x_2就可以由对一元函数（3.2）求极值而得。计算出的x_2当然是s_1的函数即$x_2=x_2(s_1)$。于是再令x_1值变化，（3.4）的右端亦随之而变，而使它达到最大值的那个x_1就是二次生产过程的最优策略$[x_1,x_2]$的第一个决策。

现在将问题进一步推广，考虑总共为m次的生产过程，每一次资金分配后的产值都分由函数g和h给出，经过一次生产每一车间资金分别按a和b的比例减少，而每次生产的开始，工厂都将两车间剩余资金之和重新分配。试问：在每一次生产中的分配方案如何，才能使历经m次生产过程后的产值最大？

这个问题从数学上来看，就是给定$s_0>0$后，求$x_1,x_2,\cdots,x_m$满足：

$$0\leqslant x_1\leqslant s_0,\ 0\leqslant x_2\leqslant s_1,\ \cdots,\ 0\leqslant x_m\leqslant s_{m-1}$$

其中 $s_1=\varphi_1(s_0,\ x_1)=ax_1+b\cdot(s_0-x_1)$；

$$s_2=\varphi_2(s_1,\ x_2)=ax_2+b(s_1-x_2) \quad (3.5)$$
$$\cdots$$
$$s_{m-1}=\varphi_{m-1}(s_{m-2},x_{m-1})=ax_{m-1}+b(s_{m-2}-x_{m-1})$$

而使总产值：

$$R_m(s_0,x_1,x_2,\cdots,x_m)=\sum_{i=1}^{m}f_i(s_{i-1},x_i)=$$
$$[g(x_1)+h(s_0-x_1)]+[g(x_2)+h(s_1-x_2)]+\cdots$$
$$+[g(x_m)+h(s_{m-1}-x_m)] \quad (3.6)$$

取最大值，这是一个条件最优化的问题。

这里x_i的约束条件依赖于s_{i-1}，而s_{i-1}又须由前一次生产中的s_{i-2}和x_{i-1}来确定。因此，每一次分配方案都与前面各次的方案有关，这就是m阶段（或称m步）决策过程的问题。一个m步决策过程在每一步中取一个决策x_i组成的序列：$[x_1, x_2, \cdots, x_m]$称为一个策略，如果它使（3.6）取最大值，则称其为这m步决策过程的最优策略，在最优控制问题中就称为最优控制，方程组（3.5）就称为此控制系统的状态转移方程（或简称状态方程），在这里的资金分配问题中，状态方程（3.5）代表剩余资金在每次分配后的改变规律，显然，这里每次的改变规律都是相同的。

欲求（3.6）的最大值，如用通常求多元函数极值办法，在m较大时是非常复杂的，甚至无从下手，即使用电子计算机进行近似计算，其计算量也往往大到无法进行的地步。例如，设所给的问题是10步决策过程($m=10$)，将每个区间：$0 \leqslant x_1 \leqslant s_0$，$0 \leqslant x_2 \leqslant s_1, \cdots, 0 \leqslant x_{10} \leqslant s_9$分为10格，于是要计算$R_{10}(s_0, x_1, x_2, \cdots, x_{10})$在$10^{10}$个格子点上的数值，并进行比较，如果电子计算机在每一点上计算，存储比较的速度为每秒可进行100万次，则

需要计算$\dfrac{10^{10}}{10^6 \times 3600} = 2.78$（小时）

如果问题是$m=20$，则需2.78×10^{10}小时，这已远远超出人类有史以来的时期！

动态规划的理论和方法给这类问题的求解开辟了一个新的途径。当函数g和h以及常数a和b给定后，一个开始时资金（即初始状态）为s_0的m阶段分配过程，总产值$R_m(s_0, x_1, x_2, \cdots, x_m)$的最大值显然只依赖于$s_0$和$m$，因为这时对应于$s_0$和$m$有$x_1(s_0)$，$x_2 = x_2(s_1) = x_2(ax_1 + b(s_0 - x_1))$（$\because x_1 = x_1(s_0)$）$= x_2(s_0)$，同样，$x_3(s_0), \cdots, x_m(s_0)$使$R_m(s_0, x_1, x_2, \cdots, x_m)$达到最大值。现在令

$W_m(s_0)\equiv$开始时资金为s_0，经过m次生产、分配后可能获得的最大产值；

$$\text{即} W_m(s_0)=\max_{x_1,x_2,\cdots,x_m} R_m(s_0,x_1,x_2,\cdots,x_m)$$

$$\text{则} W_1(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0} R_1(s_0,x_1)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)]$$

并得出递推关系式：

$$W_2(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[f_1(s_0,x_1)+W_1(s_1)]$$

$$=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)+W_1(ax_1+b(s_0-x_1))]$$

这表示在计算$W_2(s_0)$时，若第一次采用决策x_1，则第二次生产开始时参加分配的资金为$s_1=ax_1+b(s_0-x_1)$，对这个量若用决策x_2，则x_2要使以量s_1为开始时的资金的一步生产过程的产值为最大值$W_1(s_1)=W(ax_1+b(s_0-x_1))$。

一般，若$W_{m-1}(s_0)$已经算出，则有

$$W_m(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[f_1(s_0,x_1)+W_{m-1}(s_1)]$$

$$=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)+W_{m-1}(ax_1+b(s_0-x_1))]$$

在上面的推导中，用到了一个原理："在寻求m步决策过程的最优策略时，不论第一步的决策x_1值如何，从第二步起以后各步所取的决策$x_2,\cdots,x_m$必需构成以过程的第一步决策所引出的量s_1为开始量的$(m-1)$步决策过程的最优策略"。这就是动态规划整个理论的基本原理，称为"最优原理"。这个原理的成立是容易证明的，因为如果从第二步起以后各步的决策x_2，…，x_m不是$(m-1)$步决策过程的最优策略，则必另有较之为优的策略$\overline{x_2}$，

$\cdots,\bar{x}_m$，于是$x_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m$就比$x_1,x_2,\cdots,x_m$为优，这与后者为$m$步决策过程的最优策略的前提矛盾。

“最优原理”虽然是一个十分简单明瞭的原理，但它在处理问题上所起的作用却有独到之处，必需重视。仍回到上面$R_m(s_0, x_1,x_2,\cdots,x_m)$的最大值问题，现在用动态规划的“最优原理”处理后，得方程组：

$$W_1(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[f_1(s_0,x_1)]=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)]$$

$$W_2(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[f_1(s_0,x_1)+W_1(s_1)]$$

$$=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)+W_1(ax_1+b(s_0-x_1))]$$

$$\cdots \tag{3.7}$$

$$W_m(s_0)=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[f_1(s_0,x_1)+W_{m-1}(s_1)]$$

$$=\max_{0\leqslant x_1\leqslant s_0}[g(x_1)+h(s_0-x_1)+W_{m-1}(ax_1+b(s_0-x_1))]$$

这里每一个方程都代表一个一步决策问题，也就是一个一维的求最大值问题，于是原来要解决的一个m维的极值问题便化为 m 个一维的极值问题，问题大大地得到了简化，使原来几乎无从下手的问题得到了求解的捷径。

（2）路线的选择问题

有一批物资要从S地用汽车紧急运往E地，由地图查得从S到E有若干条公路可通，这些公路上有 P_1，P_2，P_3，Q_1，Q_2，Q_3等六个中间站，各站间由于路程长短和道路情况（如路面宽窄、崎岖程度和阻塞现象）不同，故行车时间各不相同，具体时间标在（图6.2）上。试问：由S出发应选什么路线到E才能使行车

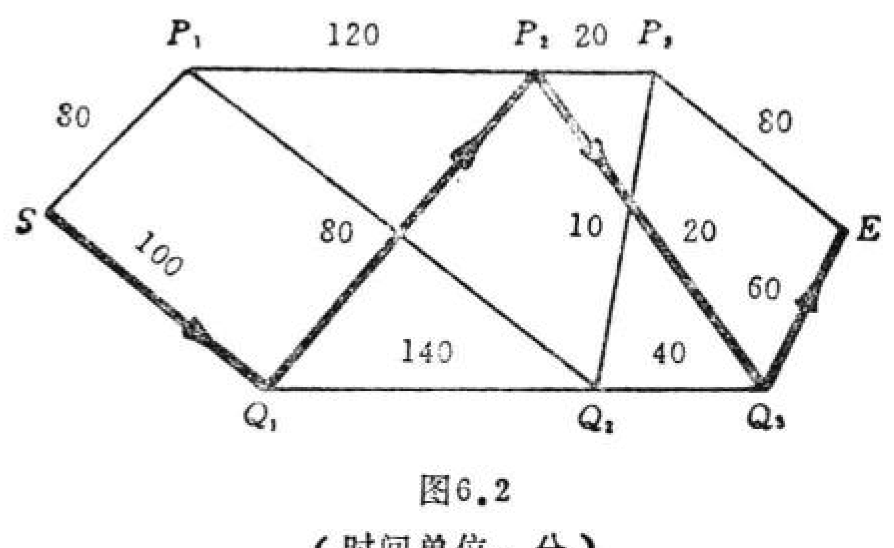


图6.2
（时间单位：分）

时间最短？

由图6.2易见，这个交通网特点是从S和中间站P_1，P_2，Q_1，Q_2中任何一个出发，都有两条可选择的路线，到达两个不同的前方站，全程由四段路线组成，经过三个中间站，因此总共有$2^3=8$条可能的路线，如果将每条路线所需行车时间都算出来，则每条路线都要做3次加法，共做24次加法运算，再进行比较而选其时间最短的一条，计算量并不大。但若每条路线的中间站不是3个而是m个，即总共有$2m$个中间站，则有2^m条可能的路线，要算出每条路线的行车时间就要作$m\times 2^m$次加法运算，计算量随m而迅速增大。

现在用动态规划的“最优原理”来解决这个问题。由S或P_1，P_2，Q_1，Q_2出发，前方可能到一个标P的点（称为P点），也可能到一个标Q的点（称为Q点）。若选择通往P点的那条路线称为“决策p”，选择通往Q点那条路线称为“决策q”，那末，由S经Q_1、Q_2、P_3到E就相当于采用策略$[q,\ q,p]$。现在问题就是要找一个策略，它是由p、q两文字组成的三元序列，使得在对应的路线上行车时间最短，这就是本问题的最优策略。

按“最优原理”，先从最后一个决策开始考虑。设汽车已到

P_3，称这时的系统处于状态P_3，由P_3出发只有唯一的路线通往E，这当然就是由P_3出发的最优决策，以$W_1(P_3)$表示这个最短时间，则有$W_1(P_3)=80$。　　同理$W_1(Q_3)=60$

一般，若系统处于状态s（其可为某P点或Q点），距离E还有i段路程，而这i段路程已用了最优决策时，所用的最短时间记为$W_i(s)$。

当系统状态为P_2或Q_2时，都有两条路线可供选择，例如由P_2出发有：

（i）决策p：路线P_2P_3E，耗时$20+80=100$分；

（ii）决策q：路线P_2Q_3E，耗时$20+60=80$分。

故由P_2出发，应该用决策q，这时有

$$W_2(P_2)=\min_{p,q}\begin{Bmatrix} p: & 20+W_1(P_3) \\ q: & 20+W_1(Q_3) \end{Bmatrix}=20+W_1(Q_3)=80 \tag{3.8}$$

同理有 $$W_2(Q_2)=\min_{p,q}\begin{Bmatrix} p: & 10+W_1(P_3) \\ q: & 40+W_1(Q_3) \end{Bmatrix}=10+W_1(P_3)=90 \tag{3.9}$$

即由Q_2出发应该用决策p。

如果系统处于状态P_1，若用决策p，最少要化时间$120+W_2(P_2)=200$，而用决策q，则最少要化时间$120+W_2(Q_2)=210$，故以前者为优，从而有

$$W_3(P_1)=\min_{o,q}\begin{Bmatrix} p: & 120+W_2(P_2) \\ q: & 120+W_2(Q_2) \end{Bmatrix}=120+W_2(P_2)=200 \tag{3.10}$$

同样分析，有

$$W_3(Q_1)=\min_{p,q}\left\{\begin{array}{ll}p: & 80+W_2(P_2)\\ q: & 140+W_2(Q_2)\end{array}\right\}=80+W_2(P_2)=160 \tag{3.11}$$

最后，若汽车在起点S，即系统状态为s，用决策p而到达P_1，以后每次都用最优决策时，要化时间$80+W_3(P_1)=280$；若用决策q而到达Q_1，则后面采用最优决策时，化时间$100+W_3(Q_1)=260$，故以决策q为优，从而有

$$W_4(S)=\min_{p,q}\left\{\begin{array}{ll}p: & 80+W_3(P_1)\\ q: & 100+W_3(Q_1)\end{array}\right\}=100+W_3(Q_1)=260 \tag{3.12}$$

这就是由S出发，用了最优控制策略后，全程所耗费的时间，也就是由S到E的最短行车时间为260分钟，最优策略为［q，p，q，］，亦即最优路线为$S\to Q_1\to P_2\to Q_3\to E$（即图6.2中的粗线）。

用这里的方法，当系统状态为P_3或Q_3时，无需作加法运算，而在第三次决策开始时，系统处于P_2或Q_2共要作4次加法运算，再进行比较，在第二次决策开始时，也要作4次加法运算并进行比较．而倒退到S作第一次决策时，要作2次加法并进行比较，因此整个过程共需作10次加法运算，计算量不到原来方法的一半，由于此处问题简单，所用方法的优越性不明显，如果中间站增至$2m$个时，则用此处的方法，只要作$4(m-1)+2$次加法运算即可，运算次数随m增大而线性地增加，而用前面的方法（即全面搜索法）则以高于指数的速度增加。

这里用的就是动态规划的“最优原理”。如果系统处于状态S，采用最优策略，若第一个决策是p，则到P_1以后，后面跟着的应是对状态P_1而言的最优策略。若第一个决策是q，则到Q_1以后应该继续用对状态Q_1而言为最优的策略，而总的最优策略

应是这二者中的最优者，所以知道了后面的各个决策后，最优策略中的第一个决策就可求得了。动态规划的技巧在于把初始状态为s（注意这里的符号为一般意义下的状态了，而不是前面出发地S）要作i次决策的最优效能测度定义为函数$W_i(s)$，于是用递推算法，先求出$W_1(s)$，再由递推公式（3.8）和（3.9）定出$W_2(s)$，然后通过递推公式(3.10)和(3.11)定出$W_3(s)$，最后由（3.12）定出$W_4(s)$。计算步骤是找最后一个决策，然后逐步倒退往前，最后求出第一个决策。

3.1.2　动态规划问题的一般形式与最优原理

在上一段中，我们从两个具体的动态规划问题入手，介绍了动态规划中的一些基本概念，最优原理和方法。从中我们已看到动态规划是一种很有效的最优化方法，它既不受目标函数的整数性或非线性的限制也不受约束条件类型的限制，然而，它与线性规划相反，动态规划不能给出一个具体的计算算法，它一般只能在推导出递推的函数方程后，由计算机去具体完成。本段的目的是讨论动态规划问题的一般表达形式，最优原理和解法等等，以便应用于各种类型的具体动态规划问题。

（1）一般形式的最优原理

前段已见到最优原理在寻求多阶段决策过程中的作用，为了应用于各种类型的问题，现将最优原理作一个一般性的叙述：

一个最优控制策略具有如下性质：不论系统所处阶段的开始状态和开始决策如何，其余的决策对于由开始决策所导致的状态，必需构成一个最优策略。

这个原理是如此显然，已如前面所述，但动态规划的整个理论和方法就基于这个原理之上。设系统初始状态已给出，取定一个决策就相当于将初始状态作一变换而变为另一状态（如前段资金分配问题中取定决策x_1后，就将初始状态s_0变换为$s_1=\varphi_1(s_0, x_1)=ax_1+b(s_0-x_1)$。在路线选择问题中，如果取决策$q$，就将

状态s变换为Q_1），于是引入代表目标函数最优值的函数W_i后，利用最优原理便可建立一系列的递推函数方程（如前段中的(3.7)），依次解出W_1，W_2，…便得到相应的最优策略，从而求得问题的解答。这就是动态规划解决问题的中心思想。

（2）解动态规划问题的一般步骤及其描述的形式

动态规划方法应用的成功与否，部分取决于运筹学工作者的技巧与经验。下面我们仅就处理动态规划问题的几个关键性步骤及其描述形式作一概略的讨论。

（i）划分所控过程（或所处理问题）为几个阶段。一开始我们就提到，动态规划适用于多阶段决策过程，因此面对所处理的问题，如何按问题的自然方式或按人为的方式（以有利于动态规划分析为原则）划分为m个阶段。应考虑阶段数m应多大才恰当？m不总是愈大愈好，因为m愈大，计算量也随着增大。

（ii）选择表征所控系统（或所处理的问题）每一决策点状态的状态变量。（如前段第一个问题中的状态变量为资金，每一阶段生产终止时为一决策点；第二个问题中，交通网络中的每个节点（即S，P_i，Q_i，E）为状态，这些节点也为决策点）。状态变量的选择是至关重要的，它直接关系到所处理的最优化问题能否有效地解决。

(iii)根据所给的约束条件，鉴定每个阶段决策x_i的集合（即每个阶段的容许决策集．如前段第一个问题中的集合：$0\leqslant x_i\leqslant s_{i-1}$）。

（iv）如果此系统在第i个阶段一开始所处的状态为s，则确定由第i个阶段的决策x_i所导致的报酬，亦即写出评估函数：

$$\omega_i = f_i(s, x_i) \tag{3.13}$$

（见前段(3.6)中的$R_i = f_i(s_{i-1}, x_i)$）。

（v）对于第i个阶段所作的决策x_i，确定系统的状态s是如何根据决策x_i的响应转移到一个新的状态s'的，亦即写出状态转

移方程（或简称状态方程）

$$s' = \varphi_i(s, x_i) \tag{3.14}$$

（见前段的(3.5)）。

注意：（3.13）和（3.14）中的变量，一般均为向量，只有在极简单的情形中为纯量，如前段的第一个问题。

（vi）根据最优原理，写出动态规划的递推方程（确切地说它是一个泛函方程）。为了形式上更清晰起见，现在我们令$W_i(s)$≡如果在第i个阶段开始时，系统所处的状态为s，则从第i个阶段开始直到最后阶段止，系统所获得的最优报酬。

注意：这里的$W_i(s)$与上段中的$W_i(s)$意义不同，上段中的$W_i(s)$≡系统开始时所处的状态为s，经过i个阶段后，系统所获得的最优报酬。由于$W_i(s)$定义的不同，所以下面所推出的递推方程与上段中递推方程形式上也有所不同，但实质上是一致的。我们应理解这种不同形式的递推方程。于是，我们的动态规划递推方程为

$$W_i(s) = \max_{x_i}[f_i(s, x_i) + W_{i+1}(\varphi_i(s, x_i))] \tag{3.15}$$

通过已知函数$W_{i+1}(s)$，得到条件最优报酬$W_i(s)$，它对应于第i个阶段的条件最优决策$x_i(s)$，（注意，计算时应以新的状态$s' = \varphi_i(s, x_i)$来替代已知函数$W_{i+1}(s)$中的s）。

（vii）施行最后第m个阶段的条件最优化。确定终止状态前一阶段状态s的集合，为了找到最大化阶段报酬的条件最优决策$x_m(s)$，对此状态集合的每状态，通过下式：

$$W_m(s) = \max_{x_m}[f_m(s, x_m)] \tag{3.16}$$

计算此条件最优报酬（如见前段问题（2）中的$W_1(P_3)$，$W_1(Q_3)$）。

（viii）在（3.15）中，令$i=(m-1)$，$(m-2)$等等，施行第

$(m-1)$，第$(m-2)$以及更早阶段的条件最优化，并表明对应于每一阶段的条件最优决策$x_i(s)$。

注意，如果系统开始时的状态已知（通常均为这种情形）则在第1个阶段就不需要变更系统的状态，可直接找到对于给定的初始状态s_0为最优的报酬。所得到的报酬亦就是整个过程总的最优报酬：

$$W^* = W_1(s_0)$$

（ix）由以上各步，我们得到了

由各阶段开始的最优报酬函数：$W_m(s), W_{m-1}(s), \cdots, W_1(s_0) = W^*$

相应各阶段的最优决策函数：$x_m(s)$，$x_{m-1}(s)$，…，$x_1(s_0) = x_1{}^*$

为了寻求第2阶段的最优决策$x_2{}^*$，由第一阶段所作的最优决策$x_1{}^* = x_1(s_0)$，利用（3.14），转移状态s_0到新的状态$s_1 = \varphi_1(s_0, x_1{}^*)$，从而得到$x_2{}^* = x_2(s_1)$，重复这一作法，直到最后得到第$m$个阶段的最优决策：$x_m{}^* = x_m(s_{m-1})$。于是我们就得到了此动态规划问题的最优策略，$X^* = [x_1{}^*, x_2{}^*, \cdots, x_m{}^*]$。

最优报酬：$W^* = W_1(s_0)$

注：迄今，我们所考虑的动态规划问题只是所谓“加性”动态规划问题，即系统的总报酬是作为各阶段报酬的和得到的。亦即，我们的问题是$W = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \Rightarrow \max$。然而，动态规划亦可处理“乘法准则”的问题，亦即处理：

$$W = \prod_{i=1}^{n} \omega_i \Rightarrow \max$$

（这里我们仅要求各阶段的报酬ω_i均为正的）。

这类问题的解法完全类似于上面“加性”动态规划问题，唯一的区别，就是在递推方程（3.15）中用乘号“×”来替代加

号"+"亦即$W_i(s)=\max\limits_{x_i}[f_i(s,x_i)\times W_{i+1}(\varphi_i(s,x_i))]$

$$(3.17)$$

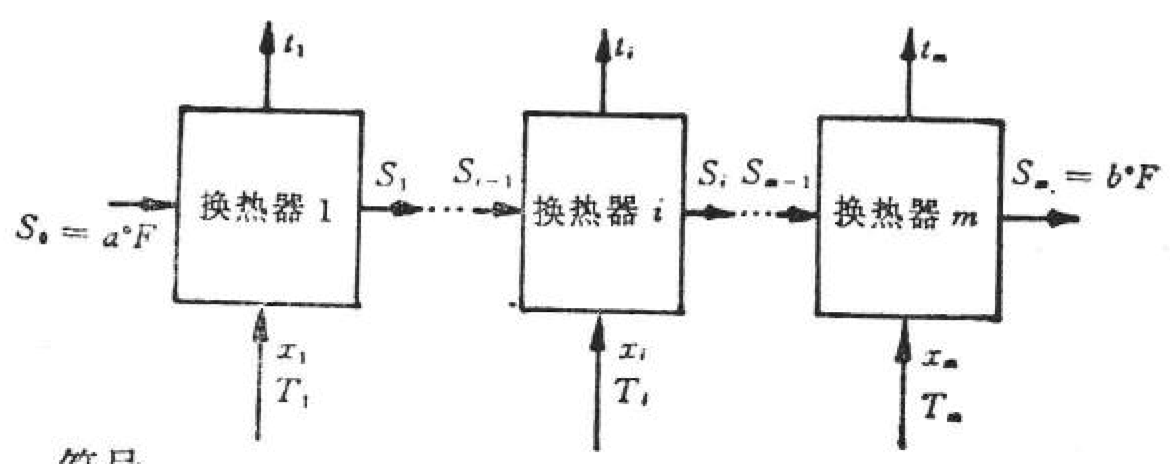
动态规划还可以处理无穷序列决策过程。有兴趣的读者可阅读R，Bellman的经典著作[3]。

3.2　动态规划应用的数字例

动态规划的应用甚为广泛，特别适用于最优控制过程。本节给出两个用动态规划方法解决生产实际问题的数字例子，通过这些例子可以看出动态规划解决实际问题的技巧和方法。

3.2.1 换热器系列的最优设计

某炼油厂要设计有m个换热器的系列，使原来温度为a°F的油连续流经m个换热器，逐级加温后，到离开第m个换热器时具有要求的温度b°F。试问：各换热器换热面积应为多少？才能在保证油升到b°F时，换热系列总的面积最小（耗费最小）。



符号：

a——油的原始温度[°F]；

b——油加热后要求到达的温度[°F]；

D——油的流率[lb/hr]；

C_P——油的比热[Btu/(lb)(°F)]（一个Btu为一磅水升高1°F所需热量）；

D_i——第i个换热器中热载体流率[$1b/hr$]；

C_{Pi}——第i个换热器中热载体比热[$Btu/(1b)(°F)$]；

k_i——第i个换热器的传热系数[$Btu/(hr)(ft)^2(°F)$]；

T_i——进入第i个换热器的热载体温度[$°F$]；

t_i——流出第i个换热器的热载体温度[$°F$]；

S_i——流出第i个换热器的油的温度[$°F$]；

x_i——第i个换热器的换热面积[$(ft)^2$]。

此问题可视为一个多步决策问题：

为了简单起见，设$D_i \cdot C_{Pi} = DC_P (i = 1,2,\cdots,m)$（在$D, C_P$, C_{Pi}给定后对每个换热器，可调D_i使此式相等。这是为了使下面模型方程简化而设的条件）。

（1）选取状态变量与决策变量。

根据问题的性质，我们自然选取S_i，$i = 0,1,\cdots,m$，为系统的状态变量，因为它是表征所控系统每一决策点的状态。决策变量自然为x_i，$i = 1,2,\cdots,m$。

（2）按问题本身的自然方式，划分所控过程为m个阶段，每个换热器为一阶段。

（3）确定容许决策集：$0 < x_i \leqslant c$（由工程上的要求来确定）。

（4）导出系统的状态方程及每阶段的评估函数。

由热平衡方程有

$DC_P(s_i - s_{i-1}) = D_i C_{pi}(T_i - t_i)$，

即$T_i - s_i = t_i - s_{i-1}$　　(3.18)

由第i个换热器的热传导方程有：

$$DC_p(s_i - s_{i-1}) = k_i x_i \cdot \left(\frac{T_i + t_i}{2} - \frac{s_i + s_{i-1}}{2} \right) \quad (3.19)$$

以(3.18)代入(3.19)得：

$DC_p(s_i - s_{i-1}) = k_i x_i (T_i - s_i)$，

即 $s_i=\dfrac{s_{i-1}+\bar{k}_iT_ix_i}{1+\bar{k}_ix_i}$ $\qquad i=1,2,\cdots,m,$

此处$\bar{k}_i=\dfrac{k_i}{DC_P}$

于是得到系统状态的转移方程

$$s_i=\varphi_i(s_{i-1},x_i)=\frac{s_{i-1}+\bar{k}_iT_ix_i}{1+\bar{k}_ix_i}\qquad i=1,2,\cdots,m \qquad (3.20)$$

现在已知：初始状态$s_0=a$，终止状态 $s_m=b$，由问题的目标，我们的评估函数即为$\omega_i=f_i(s_{i-1},x_i)=x_i$，$i=1,2,\cdots,m$。

目标：$\sum\limits_{-=1}^{n}x_i\Rightarrow\sum\limits_{-=1}^{n}x_i\Rightarrow\min$。

（5）根据最优原理，写出动态规划的递推方程。现在我们采用3.1.1段中递推方程的形式，于是令$W_i(a)\equiv$当进入具有i个换热器的系统油料初始温度为$a°F$，要求离开时为$b°F$，且系统已作了最优设计时，此换热器系列的最小总面积。

现在我们的目的，要求出$W_m(s_0)$ $(s_0=a)$，
由最优原理，推得函数方程：

$$W_m(s_0)=\min_{x_1}[x_1+W_{m-1}(\varphi_1(s_0,x_1))]$$

$$=\min_{x_1}[x_1+W_{m-1}(s_1)],$$

一般，$W_i(s_{m-i})=\min\limits_{x_{m-i+1}}[x_{m-i+1}+W_{i-1}(s_{m-i+1})]$，$i=m$，$m-1$，$\cdots$，2

$$W_1(s_{m-1})=\min_{x_m}x_m\ (\text{由}(3.20))=\min_{xm}\frac{s_m-s_{m-1}}{\bar{k}_m(T_m-s_m)}$$

$$=\frac{b-s_{m-1}}{\bar{k}_m(T_m-b)}.$$

（6）$m=3$时的具体数字计算。

对由三个换热器组成的系统进行最优设计，具体数字计算如下：

设$s_0=a°F=100°F$，　　$s_3=b°F=500°F$

$T_1=300°F$，$T_2=400°F$，$T_3=600°F$。

图6.3

$$D\cdot C_P=D_1\cdot C_{P1}=D_2\cdot C_{P2}=D_3\cdot C_{P3}=10^5 Btu/(hr)(°F),$$

$$k_1=120Btu/(hr)(ft)^2(°F),$$

$$k_2=80Btu/(hr)(ft)^2(°F),$$

$$k_3=40Btu/(hr)(ft)^2(°F),$$

则
$$W_1(s_2)=\frac{500-s_2}{40/10^5(600-500)}=25\cdot(500-s_2).$$

$$W_2(s_1)=\min_{x_2}[x_2-W_1(s_2)]=\min_{x_2}[x_2+25\cdot(500-s_2)]$$

$$(\text{由}(3.20))=\min_{x_2}\left[x_2+25\left(500-\frac{s_1+(80/10^5)\times 400x_2}{1+(80/10^5)x^2}\right)\right]$$

右边当$x_2^*=25\sqrt{50}\sqrt{400-s_1}-1250$时达到最小，

故$W_2(s_1)=1250+50\sqrt{50}\sqrt{400-s_1}$，

$$W_3(s_0)=W_3(100)=\min_{x_1}[x_1+W_2(s_1)]$$

$$=\min_{x_1}[x_1+1250+50\sqrt{50}\sqrt{400-s_1}]$$

$$=\min_{x_1}\left[x_1+1250+50\sqrt{50}\sqrt{400-\frac{100+(120/10^5)\times 300x_1}{1+(120/10^5)x_1}}\right]$$

右边当$x_1^*\doteq 579$时达到最小，

此时$W_3(100)\doteq 7047$——总面积最小值。

于是，由（3.20），有$s_1=\dfrac{100+(120/10^5)\times300x_1}{1+(120/10^5)x_1}=182$，

由上面　$x_2^*=25\sqrt{50}\sqrt{400-s_1}-1250\doteq1359$，

再由（3.20）得，$s_2=\dfrac{182+(80/10^5)\times400\times1359}{1+(80/10^5)\times1359}=295$，

因$\min(x_1+x_2+x_3)=x_1^*+x_2^*+x_3^*=W_3(100)$，

$\Rightarrow x_3^*=W_3(100)-x_1^*-x_2^*=7047-579-1359=5109$，

即三个最优换热器面积分别为：

$x_1^*=579(ft)^2$，$x_2^*=1359(ft)^2$，$x_3^*=5109(ft)^2$。

此时换热器系列总面积最小，它为$7047(ft)^2$。

由（3.18）可算出：

$t_1=T_1-s_1+s_0=300-182+100=218°F$，

$t_2=T_2-s_2+s_1=400-295+182=287°F$，

$t_3=T_3-s_3+s_2=600-500+295=395°F$。

3.2.2 卡车装货问题

动态规划方法也可成功地用来求解线性规划问题，特别是某些整数规划问题。下面我们用一个具体例子来阐明动态规划方法对于整数规划问题的应用。

一辆载重为Q吨的卡车，需装运一批含有m个品种的货物到某地（这批货物中的每个品种均为单件），它们的重量和所给予的运费均为已知。试问：在总装载量$\leqslant Q$的条件下，应装运哪些品种货物，才能使所获得的运费达到最大？

（1）划分所控过程的阶段。

因该问题本身不具有自然的阶段，所以我们以人为的方式来划分。将这批货物按品种编号（按运费增加或按重量增加的原则均可），把考虑是否装载某个品种货物为一个阶段，因此整个装货过程可视为由m个阶段组成。

（2）选取决策变量与状态变量。

显然表征每个决策点（前一阶段结束与后一阶段开始的交叉点）状态的应该是该卡车仍能继续装载货物的容量。故状态变量S应选取为每阶段开始时，卡车所剩余的装载容量。根据问题的性质，在每个阶段的决策变量应选取为：

$$x_i=\begin{cases}1 & \text{装载第}i\text{个品种货物}\\0 & \text{不装载第}i\text{个品种货物}\end{cases}$$

（3）导出系统的状态方程及每阶段的报酬函数。

设C_i为第i个品种货物的重量，则

$$s_i=\varphi_i(s_{i-1},x_i)=\begin{cases}s_{i-1}-c_i & \text{若}x_i=1\\s_{i-1} & \text{若}x_i=0\end{cases}\tag{3.21}$$

并且$s_0=Q\quad s_m\geqslant 0$。

设r_i为装载第i个品种货物的运费，则

第i个阶段的报酬函数：$\omega_i=f_i(s_i,x_i)=\begin{cases}r_i\cdot x_i & \text{若}s_i\geqslant c_i\\0 & \text{若}s_i<c_i\end{cases}$　(3.22)

目标：$\sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i\Rightarrow\max$。

（4）根据最优原理，写出动态规划的递推方程，我们采用上节中（3.15）形式的递推方程，于是，令

$W_i(s)\equiv$系统在第i阶段开始时所处的状态为s，则从第i个阶段开始直到最后阶段止，系统所获得的最优报酬。

从而由最优原理，导得动态规划的递推方程为：

$$W_i(s)=\max_{x_i}[f_i(s,x_i)+W_{i+1}(\varphi_i(s,x_i))],\ i=1,2,\cdots,m\tag{3.23}$$

（5）$m=6$时的具体数字计算。

对于6个品种货物的编号，重量及运费给出在下表：

表6.1

货物品种编号	1	2	3	4	5	6
货物重量(单位：100kg)	4	7	11	12	16	20
运费(单位：10元)	7	10	15	20	27	34

已知卡车的总装载量$Q=35=s$。

(i)用逆序法，先施行最后第6个阶段的条件最优化(见前节(2)中的(vii))。确定终止状态前一阶段状态s的集合，对此状态集合的每个状态，通过下式：

$$W_6(s)=\max_{x_6}[f_6(s,x_6)]$$

及(3.22)式，计算此条件最优报酬($c_6=20$, $r_6=34$)：

s:　$0,1,2,\cdots,19,20,\cdots 35,$

x_6:　$0,0,0,\cdots,0,1,\cdots,1,$

W_6:　$0,0,0,\cdots,0,34,\cdots,34.$

(ii)对递推方程(3.23)，令$i=5$、4、3、2、1；施行前面各阶段的条件最优化。分别列出对应于每一阶段的条件最优报酬$W_i(s)$及条件最优决策$x_i(s)$(见前节(2)中的(viii))。

例如，$i=5$ (此时$c_5=16$, $r_5=27$) 则由(3.23)式有

$$W_5(s)=\max[f_5(s,x_5)+W_6(\varphi_5(s,x_5))].$$

由(3.21)及(3.22)计算此条件最优化得：

s:　$0,1,\cdots,15,16,17,18,19,20,\cdots,35,$

x_5:　$0,0,\cdots,0,1,1,1,1,0,\cdots,0,$

W_5:　$0,0,\cdots,0,27,27,27,27,34,\cdots,34.$

类似地我们可计算得到：

$W_4(s)$,　$W_3(s)$,　$W_2(s)$,

$x_4(s)$,　$x_3(s)$,　$x_2(s)$,　对于$s=0,1,\cdots,35$。

计算的结果总结在表6.2中

因已知初始状态$s_0=35(c_1=4,\ r_1=7)$，从而有

$$W_1(s_0)=\max_{x_1}[f_1(s_0,x_1)+W_2(\varphi_1(s_0,x_1))]$$

$$=\max\begin{cases} r_1+W_2(s_0-c_1)\text{（由表6.2）}=7+49=56, & \text{若}x_1=1\\ W_2(35)=57 & \text{若}x_1=0\end{cases}$$

故得$W^*=W_1(s_0)=W_1(35)=57$,

$x_1^*=x_1(s_0)=0$。

（iii）由表6.2及最优决策$x_1^*=x_1(s_0)$利用（3.21）式得到$s_1=\varphi_1(s_0,x_1^*)=35$，从而推得$x_2^*=x_2(s_1)=1$，重复这一作法，直到得到第6个阶段的最优决策：$x_6^*=x_6(s_5)$。于是我们就得到该问题的最优策略：$X^*=[x_1^*,\ x_2^*,\ \cdots,\ x_6^*]$

$$=[0,1,0,1,1,0]$$

最优报酬：$W^*=W_1(s_0)=57$，（见前节（2）中的（ix））。表6.2中，带有圆圈的数字，即为该阶段的最优决策。

表6.2

s	$i=6$		$i=5$		$i=4$		$i=3$		$i=2$		$i=1$	
	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i
0	⓪	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10		

表6.2(续)

s	$i=6$		$i=5$		$i=4$		$i=3$		$i=2$		$i=1$	
	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10		
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10		
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10		
11	0	0	0	0	0	0	1	15	0	15		
12	0	0	0	0	1	20	0	20	0	20		
13	0	0	0	0	1	20	0	20	0	20		
14	0	0	0	0	1	20	0	20	0	20		
15	0	0	0	0	1	20	0	20	0	20		
16	0	0	①	27	0	27	0	27	0	27		
17	0	0	1	27	0	27	0	27	0	27		
18	0	0	1	27	0	27	0	27	0	27		
19	0	0	1	27	0	27	0	27	1	30		
20	1	34	0	34	0	34	0	34	0	34		
21	1	34	0	34	0	34	0	34	0	34		
22	1	34	0	34	0	34	0	34	0	34		
23	1	34	0	34	0	34	1	35	1	37		
24	1	34	0	34	0	34	1	35	1	37		
25	1	34	0	34	0	34	1	35	1	37		
26	1	34	0	34	0	34	1	35	1	37		
27	1	34	0	34	0	34	1	42	1	44		
28	1	34	0	34	①	47	⓪	47	0	47		
29	1	34	0	34	1	47	0	47	0	47		
30	1	34	0	34	1	47	0	47	0	47		

表6.2(续)

s	i=6		i=5		i=4		i=3		i=2		i=1	
	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i	x_i	W_i
31	1	34	0	34	1	47	1	49	0	49		
32	1	34	0	34	1	54	0	54	0	54		
33	1	34	0	34	1	54	0	54	0	54		
34	1	34	0	34	1	54	0	54	0	54		
35	1	34	0	34	1	54	0	54	①	57	⓪	57
36												
37												
38												
39												
40												

最后，我们得到该卡车应装载第2个，第4个及第5个品种的货物，其总重量为35，恰与卡车的载荷容量一致（这是巧合，一个最优策略的总装载量可以$\leqslant Q$）。它的最优报酬为570元。

4 排 队 论

上一章我们讨论了一类确定性的运筹学问题及其最优化方法（即确定性的多阶段决策问题及动态规划方法）。然而，在第二章中，我们已经知道更为困难的是非确定性情形的运筹学问题，因此，在这一章中，我们将简略地讨论下随机非确定性情形（见第二章的2.2.2段）中的排队问题，作为运筹学方法论的结束。在整个讨论过程中，我们假定读者已初步具备概率统计方面的基础知识（例如见[14]）至于进一步有关随机过程（主要是马氏过

程）的知识，将在本章的第二节作为预备知识，概略地加以介绍。

4.1 排队论的对象和模型

4.1.1 排队论研究的对象

排队是现实生活中常见的现象之一。例如：

（i）在银行出纳员窗口等候服务一群顾客排队；

（ii）在加油站前等候加油的汽车排队；

（iii）在汽车修理厂等候修理的一些汽车排队；

（iv）在某一机场上空，等候降落的一些飞机排队；

（v）在电话问讯台等候回答的一些电话呼唤排队，等等。这种排队现象的例子不胜枚举。然而考察一个各种类型的排队现象，不难发现它们具有一些共同的特征：其一，都有要求某种服务的对象；其二，在每一排队现象中，都有一个提供服务的系统（这一系统可由一个或几个服务机构组成）。为了统一术语，我们将这种要求服务的对象均称为"顾客"，而提供服务的机构称为"服务台（或服务员）"。例如在上面例子中（例(i)是显然的）的加油的汽车，送修的汽车，准备着落的飞机，要求回答的电话呼唤等均为"顾客"，而加油站服务员、修理工、机场跑道等就是提供服务的"服务台"。由于这些排队问题都具有共同的"顾客—服务台"的特点，因而它们均称为排队系统，对每个排队系统而言在大多数情况下，顾客来到的次数以及他们所需服务的时间，在事先都是无法确定的。因此，排队问题是一个非确定性的运筹学问题。排队论就是研究此类问题的一个运筹学分支。简单地说，排队论所研究的是一个系统对一群顾客提供某种服务时，这群顾客占用此服务系统时所呈现的状态。这种状态通常是以顾客留在服务系统上的数量来表示，这个数量称为"队伍长度"，简称为"队长"，有时也以顾客停留在系统上的时间来表示，此段时间称为"等待时间"。等待时间由两个部分组成，其

一，为顾客等候使用服务台的“延误时间”；其二，为占用服务台的时间，亦即服务时间。由于排队论是讨论有关顾客在服务系统上的活动情况，因而排队论有时也称为“随机服务系统”，“等待线问题”或者直接称为“拥挤理论”。

4.1.2 排队模型的结构与描述

(1)模型的结构

排队系统的模型一般由下列几部分组成：

(i)系统的容量

它表示了系统中允许的顾客数。例如在上面例(i)，(ii)，系统中一次只允许有一个顾客，例(iii)，(iv)中，允许的顾客数是由修理工人数和机场跑道数给定的，又如，某商业中心区已有足够的停车场地，一辆汽车找不到场地停放的情况是非常少见的，这时我们就说此系统的容量是无限的。

(ii)系统的性质——损失系统和延滞系统

根据容量的限制，一个系统可区分的损失系统，延滞系统和兼有损失和延滞的混合系统。在一个纯粹的损失系统中，顾客来到时，若所有服务台均无空闲，则他得不到服务而离去。在延滞系统中，即使服务台无空闲，顾客也会等待。要是提供顾客等待的场地有限，那么这两方面的特点就兼而有之，故仅在等待的场地全被占满时才会出现顾客损失的现象。

(iii)服务台个数和系统结构

如果有一个以上的服务台提供服务，就可将它们用不同的方式安排一下，以满足系统的特殊需要。在百货商店中，各付款处同时平行地工作，而装配线上的各个服务点通常是串联起来工作的。在一个图书馆网络中，各个地区性图书馆在不同的地区服务，以满足区内外的需要。在这几种情况下，各个服务点之间相互依赖的结构是在对它们进行分析时必需考虑的重要因素之一。

(iv)到达过程(输入过程)

如果顾客的来到和给予服务是严格按照预先的计划进行的，那么就可避免排队现象。但在现实中却并非如此，多数情况下顾客的到达是受某些外界的不确定性因素制约的，因此，到达过程最好是用一个恰当的随机过程来描述。由于篇幅限制，本章只限于泊松（Poisson）过程的到达方式，其目的只是为了使讨论简单一点而已（关于泊松过程的知识将在下一节中介绍。至于更为一般到达过程的排队模型有兴趣的读者可参考[12]。

在一开始的一些排队现象的例子中，作为顾客源的集合可视为一个无限集，然而在某些情形并非如此。例如某厂中机器发生故障是顾客到达，但可能出故障的机器数是有限的，因此，在为这种到达过程构造概率模型时，需要考虑这一因素。另外我们也可以看到，如果顾客源很大（例如，某服务站签订了大量的合同），那么为了实用的需要，我们就可将它视为无限集（要是这一假定有助于从模型中得出所需资料的话）。

（v）服务时间

服务台的服务时间（如修理时间、加油时间、电话占线时间等）最好用一个恰当的随机变量和概率模型来描述。同样，我们也要指出，由于篇幅关系，为了简单起见，本章仅限于讨论具有指数分布或定长分布随机变量描述的服务时间。

（vi）排队规则

选择顾客进行服务的方式称为排队规则。在考虑顾客必需等待的情况时，这种选择办法是一个重要的因素。在许多情况下，只需改变下排队规则，系统的效能就能得到改进。

最通常的排队规则就是大家所熟悉的“先到先服务”。用这种规则来选择排队的顾客，就是按他们到达的先后次序来提供服务。如果随机地选取顾客来进行服务（即每一位顾客被选中的机会都相同），那么这种排队规则就称为“随机顺序服务”还有这样的情况，比如在一个仓库里，最后进库的物品却被第一个使

用，这种规则被称为“后到先服务”。在其他不同情况下实际应用的重要的排队规则中，还有各种各样优先服务的规则。在用这些规则时，根据顾客和服务的特点，顾客们被分成具有不同优先权的几个类别。例如，支付了较多服务费的顾客就有较大的优先权被选中进行服务。在正常情况下，计算中心选题计算时，需要计算时间较短的作业就会得到较大的优选权。顺便提一下，我们在各类顾客标定优选指标时，应使各类的重要性随着它们的指标增大而下降（即当$i<j$时，i类比j类有更大的优先权）。计算中心算题还用到一种所谓“反馈规则”的优先服务规则，使用这一规则时，每一作业都赋予一个确定数量的计算时间（称为时限），要是在这一时间内，某一作业的计算还没有结束，它就让位于排队、等待的另一作业，并重新去排队，此时它可能仍属于原先的优先类（这种规则就称为循环规则），也可能它降到优先权较小的顾客类中去。

在上述所有这些规则中，“先到先服务”规则最简单，因此，如不特别声明，在我们的讨论中总假定是按照顾客的到达次序提供服务的。至于其他的排队规则，有兴趣的读者可参考[12]。

建立一个排队模型的过程，也就是找出系统的不同特点并确定合适概率模型的过程。为了建立概率模型，首先要收集统计数据，在此基础上进行统计分析与推断，具体的我们将本章最后一节中介绍。

在描述一个服务系统时，为了方便起见，人们通常采用堪道（Kendall）使用的符号，即将到达过程，服务时间分布，服务台个数，系统容量等各自的符号罗列出来。如果系统容量不受限制，则堪道符号为：到达过程/服务分布/服务台个数；如果系统容量受有限制，则堪道符号为：

到达过程/服务分布/服务台个数/系统容量。

由于到达过程和服务时间分布是用概率模型表示的，故也可用各

种分布的字母来表示。泊松到达过程和服务的指数分布都用符号M来代表（表示其马尔可夫性质），符号D表示服务时间的长度和到达间隔是常数。例如在一开始的例（Ⅴ），在电话问讯台等候回答的一些电话呼唤排队问题中，当一个顾客（一次呼唤）到达时，如果电话线被占，则此顾客受阻而不能进入系统；此外，顾客到达是一个泊松过程，服务时间服从指数分布，因此，这个系统的模型就是一个具有泊松到达过程和指数分布的服务时间的单个服务台的损失系统即$M/M/1/1$。又如，前面提到的停车场问题中，来到的车辆是顾客，它们在停车场停放的时间就是服务时间。由于停车场地很大，足以满足所有车辆的停车需要，故我们可以假定服务台个数是无限的。这既不是一个损失系统，也不是一个延滞系统，因为任何顾客进入系统不会遭到拒绝，也无需等待。因此这是一个具有泊松到达过程和指数分布服务时间的无限个服务台的排队模型，即$M/M/\infty$。

（2）系统的效能与改进

上面提出的排队模型都是描述性模型，要使用它们，还需对它们进行分析，以便从模型中求得更多的资料。从系统的角度来看，主要关心的是下列几个特征数字。

（i）队伍长度和系统中的顾客数。队伍长度就是实际排队的顾客数。

（ii）顾客等待时间。也即到达的顾客受到服务前必需等待的时间。

（iii）忙期与闲期。系统中有顾客的时间和没有顾客的时间可以交替出现，从系统的观点看，希望闲期越短越好，但从顾客的观点看，则正好要求相反，因此，在这两种观点之间进行调和折衷就成了衡量系统效能的关键。

（iv）利用率。也即一件事物被利用起来的时间比率。在单个服务台系统中，系统的利用率和服务台的利用率是一致的，并

与忙期和闲期有关。在多个服务台系统中。可能在某些时间里，仅有部分服务员在忙碌着。

如果到达过程和服务过程都可用以时间为参数的一些随机过程来作为它们的模型，那么对有限时间内的这种随机过程作分析，即使我们对系统中各要素作了非常简单的假定，它在目前仍是一件无法办到的事。但若系统长时间地进行着，那么，在适当的条件下，系统的性态将会稳定在某种标准状态附近，而有关的随机过程也会稳定下来而表现出通常所说的平稳状态的特征。随机过程在平稳状态所表现出来的性态与时间及其起始点无关，故时间参数可不予考虑，相应的随机过程也就可以简单地用一个随机变量来表示，而且这个随机变量的概率模型是能够加以分析的。由于平稳状态的许多结果比较简单，因而在实际中用得最多。

系统效能的各个指标可以间接地用来改进其系统。例如，要是发现系统利用率较低，就可改变一下基本参数使其利用率达到希望的水平。另一方面，为了改进系统的效能也可提出一些标准的模型。在第三节中，我们将介绍一些标准的排队模型。

4.2 服务过程与到达过程的概率模型

为了进一步讨论具体的排队模型，在这一节中，我们将常用的服务过程和到达过程概率模型的一些基本知识，作一概略的介绍并将其作为下节的预备知识。

4.2.1 常用的服务时间分布

在上一节，我们曾经提到过（见4.1.2的(v)），在排队问题里，服务台的服务时间常常假设为具有某种统计分布的随机变量，在这里我们将列举一些常用的分布。下面假定X为随机变量。

（1）定常分布。设c为一常数

如果　$P\{X=c\}=1$　　$P\{X\neq c\}=0$

则X称为具有定常分布的随机变量，其分布函数为

$$F_X(x)=\begin{cases}0, & 若x<c\\ 1, & 若x\geqslant c\end{cases} \tag{4.1}$$

（2）指数分布。

假设$\lambda>0$，如果X的分布密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & 若x>0\\ 0, & 若x\leqslant 0\end{cases} \tag{4.2}$$

则称X为具有指数分布的随机变量。

假设服务时间T为指数分布的随机变量，则利用条件概率公式，有

$$P\{T>t+h|T>t\}=P\{T>t+h\}/P\{T>t\}$$

$$=e^{-\lambda(t+h)}/e^{-\lambda t}=e^{-\lambda h}=p\{T>h\},h>0。$$

上式说明：当服务时间为指数分布时，不论顾客占用服务台多久，其剩余时间仍为指数分布的随机变量。这种性质称为无后效性（或无记忆性）。

（3）正态分布。

假设$\sigma>0$，如果X的分布密度函数为

$$f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}},\ -\infty<x<\infty \tag{4.3}$$

则称X为正态随机变量。

可证明：它的期望：$E[X]=\mu$，方差：$V_{ar}[X]=\sigma^2$

由于正态分布定义在实轴上，X也可能为负值。在排队论的问题中，我们多半是用大于零的随机变量来进行计算，所以较少

用到正态分布，但由于它在其他随机问题中的地位并且它又是中心极限定理的极限分布，因此仍将它列举于此。

（4）均匀分布

假设$a<b$，如果X的分布密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a<x<b\\ 0, & x\leqslant a\text{或}x\geqslant b\end{cases} \tag{4.4}$$

则称X为具有均匀分布的随机变量。

以上为连续型随机量的分布，下面我们介绍两个排队论中占十分重要地位的离散型随机量的概率分布。

（5）泊松（poisson）分布

假设$\lambda>0$，如果X的概率分布为

$$P_X(x)=P\{X=x\}=\begin{cases}e^{-\lambda x\frac{(\lambda)^x}{x!}}, & x=0,1,\cdots\\ 0, & x\neq 0,1,\cdots\end{cases} \tag{4.5}$$

则称X为泊松随机变量，在概率统计中我们知道泊松分布为二项分布及负二项分布的极限分布。

（6）几何分布

设$0<p<1$，如果X的概率分布为

$$P_X(x)=P\{X=x\}=\begin{cases}p^x\cdot(1-p), & x=0,1,2,\cdots\\ 0 & x\neq 0,1,2,\cdots\end{cases} \tag{4.6}$$

则称X为具有几何分布的随机变量。

4.2.2 泊松（Poisson）过程与马氏链

前面我们已经提到，泊松随机过程是排队模型中描述到达过程的简单而常用的概率模型。

（1）一般随机过程定义

一个随机过程$\{X(t), t\in T\}$是一族随机变量，对于任何一个包含在集合T内的元素t来说，$X(t)$都是一个随机变量，在这里t通常用来表示时间，例如，$X(t)$可以表示在时刻t的队列长度。

当T为可数集合时，$\{X(t), t\in T\}$称为“离散时间过程”，而T为实轴上的区间（闭的或开的）时，此过程就称为“连续时间过程”。

例如，令$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$为独立同分布的随机变量。假定Y_i代表某工厂在第i月份的生产量，则$X_n=\sum_{i=1}^{n} Y_i$为前n个月的累积生产量。这一类$\{X_n, n=1, 2, \cdots\}$为离散时间随机过程或称随机序列。

随机过程中一类十分重要的过程，就是所谓“马氏过程”。过程$\{X(t), t\in T\}$是称为马氏过程（或Markov过程），如果对任一时刻t_0，则此过程在将来（即$t>t_0$）的概率特征仅依赖于它在时刻t_0的状态与它过去（即$t<t_0$）的状态无关。亦即对任意的

$t_1<t_2<\cdots<t_n$，有$p\{X(t_n)<x \mid X(t_{n-1})=x_{n-1}, \cdots, X(t_1)=x_1\}$

$$=p\{X(t_n)<x \mid X(t_{n-1})=x_{n-1}\} \tag{4.7}$$

（4.7）式表示过程$X(t)$的“马氏性”。它的直观解释为当$X(t)$的“现在”（即$t=t_{n-1}$）已知时，则它的“过去”（即$t_i<t_{n-1}$）和“将来”（即$t_n>t_{n-1}$）的统计特征无关。

下面我们介绍一个排队论中地位十分重要的马氏过程。

（2）泊松过程

泊松过程$\{N(t), t\geqslant 0\}$是一个计数过程，亦即$N(t)$代表在$(0, t)$之间事件发生的次数，它必满足下列四个条件：

(i) $N(0)=0$，

(ii)守序性(稀少事件)：$p\{N(t)=0\}=1-\lambda t+0(t)$,

$p\{N(t)=1\}=\lambda t+0(t)$, $p\{N(t)\geqslant 2\}=0(t)$.

(iii)增量平稳性：$p\{N(t+h)-N(t)=n\}=p\{N(h)=n\}$,

$t>0$,

(iv)增量独立性：$N(t)$与$N(t+h)-N(t)$相互独立

在上面的条件(*ii*)里，$0(t)$表示以$\lim\limits_{t\to 0}\frac{0(t)}{t}=0$为条件的一个$t$的函数。因此守序性要求在极短时间$\Delta$内一个事件发生的概率为$\lambda\Delta$，没有事件发生的概率为$1-\lambda\Delta$，而两个或两个以上事件发生的概率趋近于零。条件(*iii*)说的是，在一个时间间隔内所发生的事件次数，只与这个间隔长度有关，而与间隔何时开始，何时终止无关，这就是所谓“时齐性”。条件(*iv*)表明在两个互不重叠的间隔里发生的事件次数是相互独立的随机变量。在上面的条件中λ称为该泊松过程的“发生率”。

注：(*a*)可以证明：上述泊松过程的条件(*i*)，(*ii*)，(*iii*)，等价于下列条件：

$$p\{N(t)=n\}=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t},\ n=0,1,2,\cdots,\lambda>0,\ t\geqslant 0$$

亦即，对任给$t\geqslant 0$，$N(t)$是一个以λt为参数的泊松随机变量。

(*b*)容易证明：泊松过程具有“马氏性”，亦即泊松过程是一个马氏过程。

(*c*)假设一个泊松过程事件发生的时间为τ_1，τ_2，…那么，$T_i=\tau_i-\tau_{i-1}$就是第i次事件的发生间隔，则可证明：泊松分布的发生间隔互为独立同分布的指数分布随机变量，即

$$p\{T_i\leqslant t\}=1-e^{-\lambda t}\quad (t>0) \tag{4.8}$$

因此将泊松过程视为某一过程的模型时，可用泊松分布来检验在一个指定时间间隔内发生的事件数，或者用指数分布概率模型来

拟合事件相继两次发生的时间间隔。

在建立排队模型时，泊松过程是最常用的随机过程之一。因为它具有与指数分布相关的无记忆性，因此就易于应用。

（3）马氏链（或Markov链）

如果取值于空间：$S=\{0,1,2,\cdots\}$的一个随机序列：$\{X_n, n=1, 2, \cdots\}$具有马氏性：

$$p\{X_{n+1}=y_{n+1}|X_1=y_1,\cdots,X_n=y_n\}=p\{X_{n+1}=y_{n+1}|X_n=y_n\} \tag{4.9}$$

则此序列就称为一个马氏链。S里的元素称为$\{X_n\}$的“状态”。

(i)转移概率与切普曼——柯尔莫哥洛夫（chapman—Колмогоров）方程。

称$p_{ij}(n)=p\{X_{n+1}=j|X_n=i\}$，

为$\{X_n\}$在时刻n从状态i转移到状态j的一步转移概率，如果马氏链具有平稳性，也即转移概率$p_{ij}(n)$与n无关，则有

$p_{ij}=p\{X_{n+1}=j|X_n=i\} \quad n=1,2,3,\cdots$

本章所讨论的均为平稳马氏链，故在任一时刻，转移概率都是一样的。

称$p_{ij}^{(m)}=p\{X_{n+m}=j|X_n=i\}$，$n=1,2,\cdots$

为m步转移概率。

由马氏性，有 $p_{ij}^{(m)}=\sum_{k\in S}p\{X_{m+n}=j|X_n=i,X_{n+1}=k\}\cdot p\{X_{n+1}$

$$=k|X_n=i\}=\sum_{k\in S}p_{kj}^{(m-1)}\cdot p_{ik}$$

同理
$$p_{ij}^{(m)}=\sum_{k\in S}p_{ik}^{(m-n)}\cdot p_{kj}^{(n)} \tag{4.10}$$

此式称为“切普曼—柯尔莫哥洛夫”方程。

有时为了书写方便，我们也用矩阵来代表所有的转移概率，这个

矩阵称为“转移矩阵”（或转移概率矩阵）。

$$P=\|p_{ij}\|=\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{pmatrix}$$

（ii）状态分类

在马氏链中，各状态之间有一定的联系。如果过程可从状态i转移到状态j（即存在某个$n\geqslant1$使得$p_{ij}^{(n)}>0$），我们就称从状态i可达状态j。如果从状态j也可达状态i，则称状态i和j互通。应用这个性质，我们将彼此互通的状态组成一类，称为等价类。

例1. $P=\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 显然这些状态可分成两个等价类：$s_1=\{0,1,2\}$，$s_2=\{3\}$。

$s_1=\{0,1,2\}$中的各态彼此互通，但与$s_2=\{3\}$中的状态互为独立。

［定义］：假定i，j是属于同一个链的两个状态，令$T_{ij}\equiv$由i态出发第一次走到j态时所用去的步数。

(a)如果$\sum\limits_{n=1}^{\infty}p\{T_{ij}=n\}=1$则$j$称为“常返态”；

(b)当j为常返态时，如果$E[T_{ij}]<\infty$则j称为“正常返态”；

(c)当j为常返态时，如果$E[T_{ij}]=\infty$，则j称为“零常返态”；

(d)如果$\sum\limits_{n=1}^{\infty}p\{T_{ij}=n\}<1$，则$j$称为“非常返态（或瞬时

态"）。

条件(a)是说一个马氏链回到j态的概率为1；条件(b)说，如果j态为常返态，而由j回到j的步数的均值为有限数；条件(c)说的是j虽为常返态，但是回到j的平均步数为无穷大；最后条件(d)说的是一旦马氏链离开了j态，那么它就不一定会再回到j态去了。

例2．假设一个马氏链为 $P=\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

则{0，1}为常返态，{2}，{3}为非常返态。该链由三个等价类：{0，1}，{2}和{3}组成。

此外，若马氏链的状态可能（并非一定）回到某一状态，转回时所需的步数的最大公约数称为状态的周期。事实上，因$p_{11}^{(2)}>0$，$p_{11}^{(3)}>0$，$p_{22}^{(2)}>0$，$p_{22}^{(3)}>0$，$p_{33}^{(1)}>0$。故例1中的各个状态都是非周期的。

（iii）稳态概率（平稳分布）。

假设一个马氏链：$P=\begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$，$P^2=\begin{bmatrix} 0.48 & 0.52 \\ 0.39 & 0.61 \end{bmatrix}$

$$P^3=\begin{bmatrix} 0.444 & 0.556 \\ 0.417 & 0.583 \end{bmatrix},\ P^4=\begin{bmatrix} 0.4332 & 0.5668 \\ 0.4251 & 0.5749 \end{bmatrix}$$

观察P的一系列乘幂，显然可看出下列性质：当幂增大时，每列中较大的元素将减小。较小的元素将增大。例如，在第一列内，第一个元素依次为0.6，0.48，0.444和0.4332；而第二个元素依次为0.3，0.39，0.417，和0.4251，如果幂次继续增大，收敛性表明，我们将得到P的一个乘幂，它的每一列中各个元素都是相

等的。在上例中，最终（$n\to\infty$时，其中n为P的幂次）矩阵的形式为$\begin{bmatrix}0.42857 & 0.57143\\0.42857 & 0.57143\end{bmatrix}$，其他的马氏链，不管它规模多大，亦有同样的结果。如果转移概率矩阵各行都是相同的，如同上述矩阵那样，则不论初始状态如何，系统处于某种状态的概率都是相同的。随着P的幂次的增大，P的每列元素都趋于同一个值，这也说明经历一定时间的状态转移后，初始状态的影响逐渐消失，系统最终达到完全与初始状态无关的一种平稳状态，从而就称系统此时处于平稳状态。此时系统处于各种状态的概率称为稳态概率（或平稳分布）。

稳态概率的求法：

设$S=\{0, 1, 2, \cdots, m\}$为一马氏链的状态，相应的稳态概率为$\pi_0, \pi_1, \cdots, \pi_m$，则$\lim\limits_{n\to\infty}p_{ij}^{(n)}=\pi_j$ 且有

$$\pi_0+\pi_1+\cdots+\pi_m=1 \tag{4.11}$$

要求出这些概率值，可求解在条件（4.11）下，由下列形式给出的联立方程组：

$$(\pi_0,\pi_1,\cdots,\pi_m)\begin{pmatrix}p_{00} & p_{01} & \cdots & p_{0m}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ p_{m0} & p_{m1} & \cdots & p_{mm}\end{pmatrix}=(\pi_0,\pi_1,\cdots,\pi_m) \tag{4.12}$$

从（4.12）可得到：$p_{0j}\pi_0+p_{1j}\pi_1+\cdots+p_{mj}\pi_m=\pi_j$，$(j=0, 1, \cdots, m)$ (4.13)

虽然（4.13）有$(m+1)$个方程和$(m+1)$个未知数，但只有m个方程是独立的（若将(4.13)两端都对j求和就可得到恒等式）。因此，当求解这些方程时，我们可用(4.11)来替代它们中的任

一个方程，并由这样的$(m+1)$个方程解出$(m+1)$个未知量π_0，π_1，…，π_m。

4.3 排队模型的分析

4.3.1 排队系统：$M/M/1$与$M/M/1/k$

现仅有一个柜台的邮电所服务系统，根据以往顾客数目和对他们每个的服务时间有一批统计数据（由于篇幅限制，这些数据资料不在此列出），对这批资料分析的结果，我们发现顾客来到邮电柜台边的情况可用一个泊松过程作模型，平均值为每时段（3分钟）1.97人；而服务时间可用平均值为0.5295分的指数分布的随机变量作模型。

考虑两种情况：（1）邮电所给顾客排队等候的场地无限制；（2）系统中给顾客等候的场地有限制，只能容纳下四名顾客（其中包括正在受到服务的那位顾客），针对上面的情况（1），我们有

（1）排队系统：$M/M/1$

令$N(t)$＝在时刻t的队伍长度，

$p_n(t)=p\{N(t)=n\}$，

λ＝到达率（单位时间内到达的顾客数）；

μ＝服务率（单位时间内服务的顾客数）。

顾客到达为泊松过程$N(t)$，顾客的服务时间可用平均值为$1/\mu$的指数分布随机变量来描述，且系统中只有一个服务台。如果一个顾客到达时，服务台忙着，他就要排队等候。为了便于讨论顾客的等候时间，我们假定排队规则是“先到先服务”。应注意，系统中顾客数的概率分布或队伍长度与排队规则并没有关系（为什么？请思考）。又假定系统的容量是无限的，因此，关于系统中顾客数即$N(t)$的状态空间为$\{0,1,2,3,\cdots\}$。

设$A(t)$为在时刻t以前累积到达的顾客数，由设它具有泊松

分布：

$$p\{A(t)=n\}=e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!},\ n=0,1,2,\cdots$$

且服务时间s的密度函数为$f(t)=\mu e^{-\mu t}$，$t>0$。

由于到达间隔、服务时间都是指数分布（参考前节泊松过程的注），故当服务台被占用时，在 h 时间内发生两个事件或两个以上事件（不论是到达或离去）的概率都是$0(h)$，而且在两个不相重叠的间隔内发生的事件彼此互为独立。所以$p_n(t+h)$可以分解如下：

$p_n(t+h)=p\{N(t+h)=n\}=p\{N(t)=n-1\}\cdot p\{(t,t+h)$内有一个到达发生$\}+p\{N(t)=n\}\cdot p\{(t,t+h)$内无事件发生$\}+p\{N(t)=n+1\}\cdot p\{(t,t+h)$中一个离去发生$\}+0(h)$， (4.14)

由于在$(t,t+h)$中发生的事件其概率具有平稳性（即与t无关），又因在$(0,h)$中既无到达也无离去的概率为

$$(1-\lambda h)(1-\mu h)+0(h)=1-(\lambda+\mu)h+0(h),$$

从而（4.14）式可以写成

$p_n(t+h)=p_{n-1}(t)\lambda h+p_n(t)[1-(\lambda+\mu)h]+p_{n+1}(t)\cdot\mu h+0(h)$，或者$p_n(t+h)-p_n(t)=p_{n-1}(t)\cdot\lambda h+p_{n+1}(t)\cdot\mu h-(\lambda+\mu)hp_n(t)+0(h)$。

对上式两端同除以h，再让$h\to0$，则得

$$\frac{dp_n(t)}{dt}=\lambda p_{n-1}(t)+\mu p_{n+1}(t)-(\lambda+\mu)p_n(t),\ n=1,2,\cdots \tag{4.15}$$

若$n=0$，则有$p_0(t+h)=p_0(t)\cdot(1-\lambda h)+p_1(t)\mu h+0(h)$，

故得$$\frac{dp_0(t)}{dt}=\mu\cdot p_1(t)-\lambda\cdot p_0(t), \tag{4.16}$$

（4.15），（4.16）的解颇为复杂，这里我们只讨论方程的稳态概率解。亦即，如果$p_n=\lim\limits_{t\to\infty}p_n(t)$，$n=0,1,2,\cdots$

（这里p_n可解释为在长时间中发现系统处于状态n（平稳状态）的概率）存在，则$\lim\limits_{t\to\infty}\frac{dp_n(t)}{dt}=0$，从而（4.15）与（4.16）可改写为状态平衡方程：

$$\begin{cases}\lambda p_0=\mu p_1\\(\lambda+\mu)p_n=\lambda p_{n-1}+\mu p_{n+1},\ n=1,2,\cdots\end{cases}\qquad(4.17)$$

利用$p_0+p_1+\cdots=1$的关系，解得

$$p_n=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right),\ n=0,1,2,\cdots\qquad(4.18)$$

上式中λ/μ为服务台的使用率，它可由令（4.18）中的$n=0$，得到$\frac{\lambda}{\mu}=1-p_0$。

通常为了方便，让$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$=到达率/服务率，于是有

$$p_n=\rho^n(1-\rho),\qquad n=0,1,2,\cdots\qquad(4.19)$$

如果$\rho<1$，即服务率大于到达率，（4.19）为一个几何分布，这时队列长度的各个可能的状态是$N(t)$作为一个马氏链的正常返态。如果$\rho\geqslant1$，由（4.19）式可知p_n或为零或为负值，因此（4.15），（4.16）不具有平稳分布解。当$N(t)$的状态为无穷多时，平稳分布就可能不存在，在实际情况下，这几乎就意味着队伍长度随着时间的流逝而无限增长，在实例中，当到达率大于服务率时，服务系统上的流入量多于流出量，因此队伍越来越长，这里要提醒读者的是，如果队伍长有一个上限（比如，当队伍长到一定程度就不再有顾客到达），则平稳分布就一定存在（因为此时的马氏链为一有限的正常返链）。

因为（4.19）为几何分布，设N为平稳状态下系统中的顾客数，则由（4.19）得

$$E[N]=\frac{\rho}{1-\rho}\text{（几何分布随机变量的均值）}\tag{4.20}$$

$$V_{ar}[N]=\frac{\rho}{(1-\rho)^2}\text{（几何分布随机变量的方差）}\tag{4.21}$$

由于系统$M/M/1$为一个等待系统，因此顾客的等待时间是系统的一个重要特征。如果按照“先到先服务”的规则，那么一个顾客的等待时间就是排在他前面的所有顾客的服务时间总和。注意到平均服务时间为$1/\mu$，就可以从（4.20）求出平均等待时间$E[W]$为

$$E[W]=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right)=\frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}\tag{4.22}$$

一个顾客在系统中花费的总时间（也称为逗留时间）可由服务时间加上等待时间而求得。若用s记服务时间，就有

$$E[W+s]=\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}+\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu(1-\rho)}=\frac{1}{\mu-\lambda}\tag{4.23}$$

由（4.20）和（4.23）可以得到一个有趣的关系式，即

$$E[N]=\lambda\cdot E[W+s]\tag{4.24}$$

亦即系统中的顾客平均数等于一个正离去的顾客在系统中逗留期间内到达的顾客平均数。（4.24）式给出的关系式对于更一般的排队系统也是成立的。

上面得到的这些结果，可作为建立标准模型时的描述性部分，此外，我们也可利用上述结果来改进系统。我们以一开始给出的邮电所例子来说明这一点。在该例中，我们有$\lambda=0.657$，$\mu=1.888$，$\rho=0.348$，$E[N]=0.534$，$E[W]=0.283$.

假定服务率并不知道，需要根据关于某些费用的考虑来求出。又设邮电所对每个顾客等待的每分钟时间需要承担c_1元的费用，而当服务率为μ时，$\mu\cdot c_2$元是提供服务的每分钟费用。注意到，

$$E[N]=\frac{\rho}{1-\rho}=\frac{\lambda}{\mu-\lambda},$$

就可求出系统的总费用为$c=\frac{\lambda c_1}{\mu-\lambda}+\mu c_2$

使用求c的极小值的经典方法（关于μ求导，令其导数为零），可得出μ的最优值，也即使预计费用为最小的μ值：

$$\mu^*=\lambda+\sqrt{\frac{\lambda c_1}{c_2}} \tag{4.25}$$

在这种情况下，仅当$c_1/c_2\doteq 2.306$时，原来的服务率($\mu=1.888$)才是合理的。

针对邮电所情况（2）（即等候场地只能容纳四名顾客），我们有

（2）排队系统：$M/M/1/k$

在描述这一系统时，对系统$M/M/1$需作的唯一修改是系统的容量。我们假定系统中有k个顾客时（包括正在受到服务的顾客），就不容许新的顾客进入系统。因此，这个模型的状态空间为整数集$\{0, 1, 2, \cdots, k\}$。仍设p_n为系统在平稳状态下处于状态n的概率。由（4.17），现在的状态平衡方程为，

$$\begin{cases}\lambda p_0=\mu p_1\\(\lambda+\mu)\cdot p_n=\lambda\cdot p_{n-1}+\mu p_{n+1}, n=1,2,\cdots,k-1\\\mu\cdot p_k=\lambda\cdot p_{k-1}\end{cases} \tag{4.26}$$

仍令$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$由（4.26）得

$$p_1=\rho p_0,\ p_2=\rho^2 p_0,\ \cdots,\ p_k=\rho^k p_0 \tag{4.27}$$

再加上条件$\sum_{n=0}^{k}p_n=1$，可得

$$p_0(1+\rho+\rho^2+\cdots+\rho^k)=1 \tag{4.28}$$

但 $1+\rho+\rho^2+\cdots+\rho^k=\frac{1-\rho^{k+1}}{1-\rho}$ (4.29)

由于在系统容量全被占用时就会失去顾客，因此正如前面所述即使在顾客到达率大于服务率时（即$\rho\geqslant1$时），系统也具有一种稳态分布，亦即

$$\begin{cases} p_0=\frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}} \\ p_n=\frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}}\cdot\rho^n,(n=0,1,2,\cdots,k) \end{cases} \tag{4.30}$$

可以注意到，p_k就是顾客被拒之于系统之外的概率。

在邮电所的例子中，我们有

$p_0=0.655$, $p_1=0.228, p_2=0.079, p_3=0.028, p_4=0.010$,

以及 $E[N]=0.510$

注：关于排队系统：$M/M/s$和$M/M/s/s$的分析方法是类似的，我们不在此一一赘述了。

4.3.2 排队系统$M/D/1/k$

顾客的到达过程是泊松过程，他们在一个容量有限的系统中受到一个服务台的服务，且假定服务时间是一个常数。由于这种结构的特殊性，在这种情况下就不能使用在分析前面几种系统时所用的方法。然而，我们可提出一种离散模型。

设b为服务时间，每隔b个单位时间就观察一次系统，（如图6.4所示）。

0 b $2b$ $3b$ $4b$ nb $(n+1)b$

图6.4 观察时刻

如果观察时刻与顾客离去时刻正好一致（它们并非如此，为什么？）我们就假定离去后的状态被观察到了。设X_n是第n次观察

的时刻$(t=nb)$在系统中的顾客数，可以证明$\{X_n,n=0,1,2,\cdots\}$是一个马氏链。当系统的容量为k时，$\{X_n, n=0, 1, 2, \cdots\}$可在集$\{0, 1, 2\cdots, k\}$中取值。

若到达率已知，且假定到达过程是泊松过程，在长度为b的一段时间内到达的顾客数就可容易地求出。设A_n是$[(n-1)b,nb]$中到达的顾客数，并令$a_r=p\{A_n=r\}(n=1, 2, 3, \cdots, r=0, 1, 3, \cdots)$。考虑$X_n$取不同值时的$X_{n+1}$的值。若$X_n=0$，则$X_{n+1}$由$[nb, (n+1)b]$中到达的顾客数和$k$这两个数中较小的数给出（注意，在$nb$后到达的第一个顾客在$(n+1)b$不会结束其受到的服务）。故我们有$p\{X_{n+1}=j/X_n=0\}=\begin{cases}p\{A_{n+1}=j\}, & 若j<k\\ p\{A_{n+1}\geqslant k\}, & 若j=k\end{cases}$

若$X_n=i>0$，正受到服务的顾客在$(n+1)b$以前就已离去，故有：

$$p\{X_{n+1}=j|X_n=i\}=\begin{cases}p\{i-1+A_{n+1}=j\} & 若j<k,\\ p\{i-1+A_{n+1}\geqslant k\} & 若j=k。\end{cases}$$

记 $p_{ij}=p\{X_{n+1}=j/X_n=i\}$,

$$就有p_{0j}=\begin{cases}a_j & 若j<k\\ \sum_{r=k}^{\infty}a_r & 若j=k\end{cases}$$

$$p_{ij}=\begin{cases}a_{j-i+1} & 若j<k\\ \sum_{r=k-i+1}^{\infty}a_r & 若j=k\end{cases}$$

于是该马氏链的转移概率矩阵。

$$
p=\begin{pmatrix}
a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{k-1} & \sum_{\gamma=k}^{\infty} a_r \\
a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{k-1} & \sum_{\gamma=k}^{\infty} a_r \\
0 & a_0 & a_1 & & a_{k-2} & \sum_{\gamma=k-1}^{\infty} a_r \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\
0 & 0 & 0 & & a_0 & \sum_{\gamma=1}^{\infty} a_r
\end{pmatrix} \tag{4.31}
$$

对这一转移概率矩阵使用典型的分析方法就可推出关于模型所需的资料。下面我们以具体实例来说明这一方法。

某加油站的服务员一次只能给一辆汽车加油。已知他为每个顾客服务的时间约为4分钟。此外，加油站的位置只允许让一辆汽车加油和另外三辆汽车等候，否则会影响交通。因此我们假定队伍不能延伸到马路上去。现有一批4分钟为一单位时段的在此加油站加油的汽车数的统计资料，由于篇幅关系，这些数据资料不在此列出。根据这批资料进行统计分析推断的结果，我们发现，平均值为1.58的泊松概率模型是这些到达数据的一种使人满意的模型。

在该例中，我们有$b=4$分钟，且知到达过程为泊松过程，平均值为1.58，查泊松表（见[14]的附录）我们得到：

$$a_0=0.206,\ a_1=0.325,\ a_2=0.257,\ a_3=0.135,$$

$$a_4=0.053,\ a_5=0.017,\ a_6=0.004,\ a_7=0.001.$$

由此可得：

$$P=\begin{pmatrix} 0.206 & 0.325 & 0.257 & 0.135 & 0.077 \\ 0.206 & 0.325 & 0.257 & 0.135 & 0.077 \\ 0 & 0.206 & 0.325 & 0.257 & 0.212 \\ 0 & 0 & 0.206 & 0.325 & 0.469 \\ 0 & 0 & 0 & 0.206 & 0.794 \end{pmatrix}$$

欲求这种类型马氏链状态的平稳分布，一般的方法是解下面的方程组（见上节）。设π_i为马氏链处于状态i的稳态概率，则$(\pi_0, \pi_1, \cdots, \pi_N)$满足：

$$(\pi_0,\pi_1,\cdots,\pi_N)P=(\pi_0,\pi_1,\cdots,\pi_N) \tag{4.32}$$

其中只有N个方程是独立的，因此为了求得唯一解，利用性质：

$$\pi_0+\pi_1+\cdots+\pi_N=1$$

就上述问题具体写出这些方程，就有

$$\begin{aligned} &0.206\pi_0+0.206\pi_1 &&=\pi_0 \\ &0.325\pi_0+0.325\pi_1+0.206\pi_2 &&=\pi_1 \\ &0.257\pi_0+0.257\pi_1+0.325\pi_2+0.206\pi_3 &&=\pi_2 \\ &0.135\pi_0+0.135\pi_1+0.257\pi_2+0.325\pi_3+0.206\pi_4 &&=\pi_3 \\ &\pi_0+\pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4 &&=1 \end{aligned} \tag{4.33}$$

求解（4.33）时，利用递推方法较方便。由第一个方程得，

$$0.206\pi_1=0.794\pi_0，故\pi_1=3.854\pi_0.$$

由第二个方程，得$0.206\pi_2=0.675\pi_1-0.325\pi_0=2.276\pi_0$ 故 $\pi_2=11.049\pi_0$

然后由第三个方程，得

$$0.206\pi_3=0.675\pi_2-0.257\pi_1-0.257\pi_0=6.211\pi_0,$$

故$\pi_3=30.150\pi_0$，

在最后一个方程中使用这些结果，就有：

$$\pi_0(1+3.854+11.049+30.150+81.827)=1$$

从而有$\pi_0=0.00782$，$\pi_1=0.03014$，$\pi_2=0.08640$，

$\pi_3=0.23577$，$\pi_4=0.63989$。

这一结果说明，经过一段长时间运行后，我们可以预期，在将近64%的时间内系统的容量全被占用着。根据目前的到达率，这个服务员实际上不会有什么空闲的时间。

要分析比上述这种排队情况更为一般的模型，就需要更多的的随机过程知识，有兴趣的读者可参考[12]。

（作者：胡宣达）

参 考 文 献

[1] E.S.Wentzel,
Operations Research—A Methodological Approach,
Mir Publishers, 1983.
[2] L.R. Foulds,
Optimization Techniques—An Introduction,
Springer—Verlag New Yark Inc.,1981.
[3] R. E. Bellman,
Dynamic Programming,
Princeton Univ.Press, 1957.
[4] A. Летов,
ДИНАМИКА ПОЛЕТА И УЛРАВЛЕНИЕ
ЙЗД(Наýка́), 1969.
[5] T. L. Saaty,
Elements of Queueing Theory With Applications,
McCraw—Hill Book Co. New York,1961.
[6] R. O. Schlaifer,
Analysis of decisions Under Uncertainty,
McGraw—Hill New York,1969.
[7] 《哲学研究》编辑部编。
科学方法论文集 湖北人民出版社，1983。
[8] J、J、摩特，S、E、爱尔玛拉巴主编，
运筹学手册（基础和基本原理）——中译本
上海科学技术出版社，1987。
[9] L. 库珀等著，魏国华等译，
运筹学模型概论，上海科技出版社，1987。
[10] 越民义，运筹学简介，
《运筹学杂志》vol 1. No .1(1982),2—11.

[11] 顾基发，魏权龄，多目标决策问题，
《应用数学与计算数学》No.1.(1980)．28—47．
[12] 华兴编著，排队论与随机服务系统，
上海翻译出版公司，1987。
[13] 钟珊编编，最佳控制的数学方法及其应用。
江苏科学技术出版社，1982。
[14] 胡宣达编，数理统计初步。
江苏人民出版社，1980；江苏教育出版社，1984重印。
[15] 中国科学院计算中心概率统计组编，
概率统计计算，科学出版社，1983。

〔七〕 对策论(博奕论)数学方法

1 对策论综述

对策论是现代应用数学中的一个分支。一般认为，它属于运筹学的一个学科（详见后面１．４节）。由于它所研究的对象与生产、生活、军事、经济、法律等等实际领域有着密切的联系，而且处理问题的方法又有明显的特色，因而日益引起广泛的注意和重视，成为现代应用数学中发展较快的一个分支。

1.1 对策论研究的对象

对策论是在竞争条件下作最优决策的数学模型理论。竞争是一种现象，在此现象中，谁是参与者并且它怎样结局，它的结局如何；还有，谁得利于并以何种手段得利于此结局都是我们需要知道的。为了对“竞争”给出一个形式的描述，我们先来看一个最简单的游戏例子。

假设有两个游戏者，每人都有若干根火柴，第一个人用左手或用右手握一根火柴，让第二个人猜究竟火柴在哪只手中。如果猜到了，这根火柴就给第二个人，如果猜不到，第二个人就要付给第一个人一根火柴。这样就算游戏的一局。显然，两人的目的都要使自己的火柴增多。

从这个最简单的竞争例子中，两个游戏者就是此竞争现象的

参与者，以后我们称为“局中人”。局中人除了可理解为个人以外，一般可理解为一个群体（如球队），交战的各方，甚至也可了解为在生存竞争条件下的生物种类。在市场经济中也经常理解为自由竞争的公司或商号。此外，有时将大自然和人视为一对“局中人”也是极有好处的。自然，要构成一个对策，至少要有两个“局中人”，否则就没有竞争了。因此，“局中人”是对策的一个基本要素。

另外，从该例也可看到每个局中人为了达到自己的目的，在每次游戏中都可有几种办法来行动（此例中第一个人有两种办法：即将火柴握在左手或右手。第二个人同样也有两种办法：即猜左手或右手）。在对策论中称这种方法为“策略”，即第一、第二人分别都有两个“策略”。因而，每个局中人在一局对策中都有一个策略集合。显然，这“策略”概念也是对策必不可少的一个基本要素。“策略”这个术语也是从许不同的具体对象中抽象出来的，因而，它就可作极为广泛的理解：既可以是某一步的动作，也可以是事先拟定的整个行动计划。例如，在军事中，策略可以是简单地决定在一个战役中采取进攻敌人某一最薄弱环节的策略，也可以是战略上采用某种新式武器装备起来，并制订出一套训练掌握这种武器的人员等等。再如，在工业上，为减少废品而斗争的产品检验员的策略，既可以是他根据抽样检查来接受或拒绝一批产品的行动，也可以是他根据抽样检查的结果来调节控制生产的一套方法。总之，这里“策略”一词的是数学上的术语。

在每个对策中，一般，每个局中人至少应有两个策略，所以，我们所举的游戏例子已是最简单的博奕了。因为如果一个局中人只有一个策略的话，那么整个对策的结局就完全听凭别人摆布，换言之，此人就没有资格算作一个局中人了。

此外，“策略”虽然可作广泛的理解，但有一点是受到限制

的，即策略必须是在一局对策中贯彻始终的行动原则。换句话说，就是当各个局中人在一局对策中都选定了自己的一个策略后，这局的结果就被决定了。因此，大家所选定的一组策略总起来就称为一个“局势”。如在我们所举的例子中，第一人用右手握火柴，第二人猜是右手，这一对策略就唯一的确定了对策的一种结局，将它们放到一起就组成了一个“局势”（在西方文献中，不引进“局势”这一概念）。每个对策都有一个“局势”集合。

当局势确定之后，对策的结果就被决定了，胜负也就立见分晓，这种结果我们可描述如下：在每个局势下，每个局中人都从某个来源处取得一定数量的“赢得”，可见这“赢得”实际上是全体局势集合上的函数。所以，可以说每个局中人都有自己的一个“赢得函数”。这是对策中极重要的一个要素。如在我们的例子中，赢得函数如下：“在第一人出右（左）手，第二人猜右（左）手的局势下，第二人赢得一根火柴（同时，也就是第一人赢得负一根火柴，或说第一人“输掉”一根火柴）。在第一人出右（左）手，第二人猜左（右）手的局势下，第一人赢得一根火柴（同时就是第二人“输掉”一根火柴）。这里，我们虽然采用“赢得”、“输掉”的词汇，但决不能理解为赌钱的输赢，而应理解为定量的描述对策结局的一种自然的方法。

上面所述的各个“局中人”，基本上是被限制在彼此不通信息的条件下，单独行动来进行对策的。然而在实际中，常常出现相反的情形，某些“局中人”，彼此交换情报，互通信息，结成联盟以便采取一致行动，另一部分“局中人”当然也可结成另一个联盟，等等。这种联盟，我们称为“行动联盟”。结盟的形式可以是多种多样而且是十分复杂的。联盟的形式，也可以是由于局中人的赢得（利益）为目的而形成，这种联赢我们称为“利益

联盟"。各个局中人也可以不参加任何联盟，也可以同时参加几个联盟。在联盟内，对联盟的总赢得（总利益），可能是归集体所有，也可能还要重新分配给联盟中的各个局中人。

综上所述，于是对于最一般竞争的形式描述必须表明下面五个基本要素：（a）参与竞争的群体(即行动联盟)为元素的集合Ca；（b）每个行动联盟的策略集合族：$\{S_k\}_{k\in C_a}$；（c）局势集合$S\subset\prod_{k\in C_a}S_k$；（$d$）参与者的利益群体（即利益联盟）的集合$C_i$；以及（$e$）$S\times S$上的二元关系族：$\{\succ_k\}_{k\in C_i}$，此二元关系表示局势之间利益联盟的选择。

注：在西方文献中，行动联盟与利益联盟是不加区别的。

在上述两人猜火柴的简单游戏中，局中人：{Ⅰ，Ⅱ}的每一个均可视为一个行动联盟和利益联盟，故$C_a=C_i=\{\text{Ⅰ},\ \text{Ⅱ}\}$；每个行动联盟的策略集合：$S_{\text{Ⅰ}}=$\{握左，握右\}，$S_{\text{Ⅱ}}=$\{猜左，猜右\}，故此竞争的策略集族：$\{S_{\text{Ⅰ}},\ S_{\text{Ⅱ}}\}$；此竞争的局势集$S=S_{\text{Ⅰ}}\times S_{\text{Ⅱ}}$（共有$2^2=4$个元素，即（握左，猜左），（握左，猜右），…，等）；并且在此竞争中是通过赢得函数：$H_i(i\in C_i)$来描述二元选关系：$\succ i$的；当且仅当，对任给x'，$x''\in S$，$H_i(x')>H_i(x'')$时，那么$x'\succ ix''(i\in C_i)$，即对第i个局中人而言，局势x'优超于局势x''。于是，系统：

$$\langle C_a,\ \{S_k\}_{k\in C_a},\ S,\ C_i,\ \{\succ k\}_{k\in C_i}\rangle$$

称为一个对策。

1.2 对策论研究的内容及其分类

对策论研究的内容，在于建立每个对策元素（见上面的对策定义）和它的"最优"结局之间的联系。为此，首先要完整、精确地给出"最优性"概念；其次，要证明最优结局的存在性；再

次，要给出最优结局的实际确定方法。对策论的发展也导致研究不同对策之间的联系，讨论对策的不同计算方法，以及考虑对策的类，空间与范畴等等一些问题。

对策的分类。不存在利益联盟或者说仅有一个这种联盟的对策，纯粹是数学理论或传统的最优化理论描述和研究的对象。确切地说，对策至少有两个利益联盟。

通常在对策论中，行动联盟和利益联盟均为离散的，并且都是局中人集I的子集。从前，对策中的局中人集I是假设为有限的，然而自1970年起，已开始研究具有无限并且甚至非离散的局中人集的对策。

对于只有一个行动联盟的对策，全部局势的集合可取为此唯一行动联盟的策略集，并且无需进一步探讨策略。所以这种对策称为非策略对策。所有其他的对策，亦即那些具有两个更多个行动联盟的对策称为策略对策。策略对策中又分为合作对策与非合作对策。

策略对策中主要是非合作对策类。在此类对策中，局中人集I与行动联盟集C_a重合，并且亦与利益联盟集C_i重合。每个局中人$i\in I$，有一个由他处置的策略集S_i，全部局势的集合可取为笛卡儿乘积$S=\prod_{i\in I}S_i$，并且通过定义在S上的赢得函数H_i来描述选择关系"$\succ_i$"，当且仅当$H_i(x')>H_i(x'')$时，那么$x'\succ_i x''$。从而一个非合作对策可描述为一个三元组：$G=\langle I,\ \{S_i\}_{i\in I},\ \{H_i\}_{i\in I}\rangle$。如果所有的策略集$S_i$均为有限的，那么此非合作对策称为有限的。有两个局中人（即$I=\{\text{Ⅰ},\ \text{Ⅱ}\}$）的有限非合作对策称为双矩阵对策。

如果$I=\{\text{Ⅰ},\ \text{Ⅱ}\}$，并且对所有$x\in S$，有$H_{\text{Ⅰ}}(x)=-H_{\text{Ⅱ}}(x)$，那么$G$称为两人零和对策。每个两人零和对策可由三元组：$\langle S_{\text{Ⅰ}},\ S_{\text{Ⅱ}},\ H\rangle$给定。这里$S_{\text{Ⅰ}}$，$S_{\text{Ⅱ}}$分别为局中人Ⅰ与Ⅱ的策略集，并且$H$为局中人Ⅰ的赢得函数。有限两人零和对策称为矩阵

对策。

如果在两人零和对策中，$S_{\mathrm{I}}=S_{\mathrm{II}}=[0,1]$，那么此对策中的每个局势可以正方形$[0,1]\times[0,1]$中的一个点来描述。这种对策称为单位正方形上的对策。

让I为局中人集；$x_i(i\in \mathrm{I})$为他们的策略集，X为一个其元素称为位置的集合；T为一个其元素具有时刻意义的集合。令f：$S\to 2^{T\times I}$，即f按对策的每个局势确定一个对应，此对应为给定在T上取值于X的一个函数；局势的每个f—映射称为一局，局的全体构成的集记为$\mathscr{B}$；最后，让h_i为定义在$\mathscr{B}$上，局中人i的一个效益映射。于是，系统：

$$G=\langle I,\ \{x_i\}_{i\in I},\ T,\ X,\ f,\ \mathscr{B},\ \{h_i\}_{i\in I}\rangle$$

称为一般位置对策。最终，在这种对策中每个局中人的赢得完全由出现的局势，即由所有局中人策略的选择确定的。所以这种对策为非合作对策。

假设在一般位置对策G中，元素X为一个有限维的欧几里得(Euclid)空间，T为实数集，并且假设ϕ：$S\times X\times T\to X$给定。假设局势$x\in S$是使得微分方程组：

$$\frac{dX}{dt}=\phi(x,X,t),\ X\in X,\ t\in T,$$

(考虑为向量方程)，对于给定的初始条件有唯一的解。那么每个局势确定了一局，在这种局势中的一局称为一条轨道。按这种方式定义的对策称为微分对策。

一般位置对策类包括位置对策和动态对策；动态对策又包括

随机对策，递归对策和生存对策。

1.3 对策论的发展历史梗概

对策论作为一种数学演习的诞生，可追溯到日期为1654年7月29日，帕斯卡尔（B. Pascal）给费尔马（P. Fermat）的一封信，该信也可认为概率数学理论的开始。嗣后，1712年，瓦尔德格莱夫（Waldegrave）发现了“打爱司牌（Le Here）对策”的最优混合策略；1732年，贝努里（D. Bernoulli）分析了“圣彼得堡（st. Petersbarg）对策”；1814年，拉普拉斯（P. Laplace）考虑过对策的最优性原理以及1888年，贝特兰（J. Bertrand）以一种对策理论的手段来处理过一种纸牌的赌博。实际上，若干对策理论的结论已在其他数学分支：最佳逼近理论（П. П. ЧЕБЫЩЕВ），凸多胞形几何学（Г.МИНКОВСКИЙ）以及线性不等式理论（E. stiemke）中以等价形式考虑过。1911年，策墨洛（E. Zermelo）对下棋描述了一种对策理论的方法；1912年，波雷尔（E. Borel）开始了矩阵对策的系统研究，证明了在某种情形下，最优混合策略的存在性。1928年，冯·诺伊曼（Von Neumann）发表了他的工作：“Zur Theorieder Gesellschaftspiele”，这一工作包含了当代对策论的一些基础概念。这些概念是由冯. 诺伊曼（Von Neumann）和摩根司特恩（O. Morgenstern）详细提出的，到1944年，他们两人合著的“博奕论和经济行为”一书出版了，此书在某种意义上可说是前人对对策模型研究的总结。其中叙述了对策的公理化定义，证明了有关对策的许多定理，并且指出了今后进一步发展理论的途径。因而使得这方面的数学理论得到了某种完善化。从1944年以后，对策论已进入许多当代的数学分支。

1.4 对策论与其他数学领域的联系及其应用

对策论与其他数学领域联系密切。截然不同的数学工具均被应用于对策论，并且大量传统的数学问题亦有对策论的一般化。

常常碰到的策略对策，如军事对策，作战双方彼此并不完全了解对方已有哪些准备和部署，以及作战计划如何，等等。此时，对任何一方都不可能有某种取胜的算法（此处，即作战计划），因而在构造和研究这种对策模型时，就必须借助于概率论的方法。有一段时期，甚至容许考虑将对策论作为概率论的一部分。

运筹学的数学模型（最优决策模型），根据作决策问题的信息量，自然地划分为三个层次：确定性的，随机性的和非确定性的（详见：运筹学方法）。在非确定性条件下作决策可解释为作决策的一方对“自然界”的一场竞争（见前面1.1节），因此它如同一个对策。从本质上，所有多目标问题均属于对策论。所以对策论按它的方法论基础和实用的去向，可考虑为运筹学的一部分。

对策论是控制论的数学工具的一部分。在动态对策中，策略均表示为局中人的“信息状态”的函数，所以在对策过程中，局中人可获取或损失信息。这就建立了对策论与信息论之间的联系。

对策论除了数学学科内部的各种联系之外，对策论还有许多数学之外的实际应用。它主要可应用于涉及那些直接与竞争有关的实际领域。例如，军事、外交，市场经济（特别，对策论可应用于公司间的市场争夺问题，竞争市场中价格的调整，交易所的对策，等等），法律；另外，在疾病防治，海洋捕捞，农业抗灾，工业生产，地质勘探，体育竞赛，等等问题上也有应用的可能。

尽管对策论实际应用的可能性，在原则上是多么明显，然而迄今它的进展却十分缓慢。这除了因其理论上的不足之外，还有更为重要的原因，就是很难将实际问题形成对策的模型。特别是当实际部门，对它还不了解的时候。

更详细些说，对策论既然是用来研究在不完全知道对方行动或意图的条件下的竞争模型。那么，什么叫不完全知道呢？确切些说，就是一方面每个局中人必须要知道对方可能采取的策略集合，而且也要知道所有局中人的赢得函数是怎样的（即大家采取了各种策略后的结局如何）。所不知道的只是究竟对方要选取的哪个策略而已。可见，要想构成对策模型，还是要让每个局中人知道不少东西。对于局中人的策略集合，一般说来还比较容易从事物本质分析中来看出。但要想知道赢得函数却是非常困难的事。因为要想切实知道赢得函数，就只有从多次实践中（从多次类似的对策中）通过对对方行动的观察，积累经验，一般地还要经过统计分析才可以得到。显然，这就需要在实际部门工作人员的共同努力下，并经过相当长时间，才有可能。尽管如此，对策论的应用前景还是广阔的。

2 两人有限零和对策——矩阵对策

在前一章中，我们从总体上对“对策论”作了一个简单介绍。本章我们要来讨论一种最简单的，也是最典型的对策—两人有限零和对策。我们之所以说它是最简单的，无非是因为参与对策的人既最少，而且每个人又都只有有限个策略。虽然如此，但它的确反映了对策模型的特点，而且也的确对局中人的行为起了指导作用，给出他们的最优策略，因而说它是典型的。另一方面，它也是我们进一步讨论其他类型对策的基础。至于其他类型

的对策，由于篇幅限制，也由于要涉及更深的数学知识，所以我们不能在此作一一的介绍了。有兴趣的读者可参考有关对策论的著作。

2.1 基本概念

正如前一章所述，矩阵对策在1912年才开始逐渐得到系统的研究，然而这类问题在我国古代就已有记载，“田忌与齐王赛马”就是一个著名的典型例子。为了能更好地了解矩阵对策的基本概念，我们就从此例子出发。

例2.1 战国时期，齐王和大将田忌赛马，双方约定各从三个等级中选出三匹马（上马、中马、下马）进行比赛。田忌的马比齐王同一等级的马都要差一些，但比齐王等级较低的马都要强一些。因此，如用同等级的马对抗，田忌就要连输三局，每局的赌注为一千金，这样田忌要输掉三千金。但是田忌手下的谋士给田忌出了个主意：每局比赛前，先询问齐王赛马的等级，然后用田忌的下马与齐王的上马对抗，输一局；用上马与齐王的中马对抗，赢一局；再用中马与齐王的下马对抗，再赢一局。这样反而可以赢得一千金。

我们正是要从例2.1来引进矩阵对策的基本概念，在进一步讨论之前，让我们先给出一个抽象的模型。

设有两个人进行对策，他们分别称为局中人Ⅰ与局中人Ⅱ，设局中人Ⅰ有m个纯策略α_1，…，α_m，并且用S_{I}来表示他的纯策略集：

$$S_{\mathrm{I}}=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m\} \tag{2.1}$$

同样用S_{II}来表示局中人Ⅱ的纯策略集：

$$S_{\mathrm{II}}=\{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n\} \tag{2.2}$$

局中人Ⅰ从S_{I}中选取一个α_i，而同时局中人Ⅱ从S_{II}中选取一个β_j，

这样对策过程就告终止，于是说，我们得到一个纯局势(α_i, β_j)。由上可知纯局势集：$S = S_{\mathrm{I}} \times S_{\mathrm{II}}$，它共有$mn$个元素，亦即共有$mn$个纯局势。在纯局势集$S$上定义局中人I的一个赢得函数$H_{\mathrm{I}}(\alpha_i, \beta_j) \equiv a_{ij}$，因为我们现在研究的对策是零和的（亦就是I"赢得"的即为II"输掉"的）亦即，$H_{\mathrm{I}}(\alpha_i, \beta_j) = -H_{\mathrm{II}}(\alpha_i, \beta_j) \equiv a_{ij}$。于是，关联着这些纯局势，我们就得到一个矩阵$A$：

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \tag{2.3}$$

其中A的行数便等于局中人I的策略个数，而A的列数等于局中人II的策略个数，即A是一个$m \times n$的矩阵。此矩阵A通常便称为对策的赢得矩阵（或支付矩阵）。

综上所述，所谓给出一个对策G便是给定了S_{I}，S_{II}与A。因此可以将G表示为：

$$G = \langle S_{\mathrm{I}},\ S_{\mathrm{II}},\ A \rangle \tag{2.4}$$

由于对策的参与者是两个人，他们的纯策略个数都是有限的，而且两人的赢得之和为零，所以这种对策G称为两人有限零和对策。由于当矩阵A给出后，如果像以上所约定的那样，用行(列)的数目代表局中人I（II）的纯策略个数，而用a_{ij}($-a_{ij}$)代表局中人I（II）的赢得，那么对策也就因之确定，所以G也称为具有赢得矩阵A的矩阵对策。最后，由于两个局中人的赢得之和为零，这就是双方利益是相冲突的，所以G有时也称为有限对抗对策（一种非合作对策）。

利用以上术语，例2.1便是一个矩阵对策。若以田忌为局中人I，齐王为局中人II。各方对自己一方每匹马都规定一个上场参赛的次序，也就是确定一种对策的纯策略。显然，每方都有$3! = 6$种纯策略。

局中人Ⅰ(田忌)的纯策略集：$S_{\mathrm{I}}=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_6\}$，其中$\alpha_1=$(上、中、下)，$\alpha_2=$(上、下、中)，$\alpha_3=$(中、上、下)，$\alpha_4=$(中、下、上)，$\alpha_5=$(下、中、上)，$\alpha_6=$(下、上、中)。

局中人Ⅱ(齐王)的纯策略：$S_{\mathrm{II}}=\{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_6\}$，其中$\beta_i$如同局中人Ⅰ的$\alpha_i$，$i=1, 2, \cdots, 6$，例如，$\beta_1=\alpha_1=$(上、中、下)等等。这样，我们可得赢得矩阵$A$如下：

$$A=\begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

由赢得矩阵A中可看出，若预先得知齐王(局中人Ⅱ)所采用的策略(亦即A中给定某一列)，则田忌(局中人Ⅰ)总可选用一种策略相对抗，保证赢得一千金(亦即在A中给定的这一列中，总可选取数值为1的一个元素，此元素对应的行数，即为田忌选用相对抗策略α的足标)。

如果田忌事先不知道齐王采用的策略，实际情况一般如此，亦即矩阵对策中局中人双方互不提供任何有关决策的信息；因此，在这种情形下，各人该如何“理智”地进行这场赛马便不是一件很简单的事了。

2.2 最优纯策略

上面我们提到要研究两个局中人如何“理智”行动。首先，我们知道对于局中人来讲，一个行动的获利程度是按照他们赢得多少来衡量的。因此，我们所谓“理智”行为便表示：一个局中

人采取某种行动(即选取某个纯策略)时，最不利的情况是什么？而从这些最不利的情况中，他要选择其中最有利的一种情况。换言之，所谓“理智”，我们可以理解为不心存侥幸的稳妥办法。为此，我们从下面一个概型化例子出发来分析这一问题。

例2.2 甲、乙两队进行乒乓球团体赛，每队都由三名球员组成。双方各可排出三种不同的阵容，每一种阵容可视为一种纯策略。于是$S_甲=\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$，$S_乙=\{\beta, \beta_2, \beta_3\}$。根据以往比赛的记录，相应的赢得矩阵$A=(a_{ij})$($a_{ij}$代表甲队的得分)为：

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ -5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

那么这次比赛双方各采用哪种阵容上场最稳妥？下面我们来分析这个问题。

甲方（即局中人Ⅰ）面临的各种情况（见矩阵A）是：

甲方采用α_1时，赢得为3分，1分或2分。最不利情况的赢得为1分。

甲方采用α_2时，赢得为6分，0分或－3分。最不利情况的赢得为－3分。

甲方采用α_3时，赢得为－5分，－1分或4分。最不利情况的赢得为－5分。

三个最不利的情况中以“赢得为1”这情况为最有利的。因此甲方的“理智”行动是采用纯策略α_1。上面所讲的从各种最不利的情况选一个最有利的这一事实，如果用矩阵A的元素大小来叙述的话，就是表示甲方从各行中取出最小的数，然后再从这些所得的数中取出最大的一个数。在我们的例子中便是：

$$1=\max_i \min_j a_{ij} \tag{2.6}$$

同样，乙方（局中人Ⅱ）所面临的各种情况是：

采用β_1时，赢得－3分（或输掉3分），－6分或＋5分，最不利的情况是赢得－6分。

采用β_2时，赢得－1分。0分或＋1分，最不利的情况是赢得－1分。

采用β_3时，赢得－2分，＋3分或－4分，最不利的情况是赢得－4分。

这三种最不利情况中，以赢得为－1（即"输掉1分）这种情况为最有利的。而这种选择也就是乙方从矩阵A的各列中选出最大的数（即各元素改号后取得最小的数），然后再由这些所得的数中取出最小的一个（即改号后取出最大的一个）。在我们的例子中便是：

$$-1=\max_j \min_i(-a_{ij})=-\min_j \max_i a_{ij} \tag{2.7}$$

因而乙方的"理智"行动是采用策略β_2。这样一来，甲方选取纯策略α_1时，赢得至少是1分，而乙方选用β_2时，输掉至多是1分。另方面矩阵(2.5)中，对应于纯局势$(\alpha_1,\ \beta_2)$的又正是1。因此当纯局势$(\alpha_1,\ \beta_2)$出现时，两个局中人（即甲、乙双方）的"理智"行动都实现了。为了清楚起见，我们列出下表：

表 2.1

a_{ij}	β_1	β_2	β_3	$\min_j a_{ij}$
α_1	3	1 **	2	1 *
α_2	6	0	－3	－3
α_3	－5	－1	4	－5
$\max_i a_{ij}$	6	1 *	4	

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = a_{i^*j_*} = a_{12} = 1$$

于是，我们可以给出下面的

定义2.1 对于矩阵对策$G = \langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$，等式：

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} \tag{2.8}$$

成立，则称此公共值为对策G的值，记为v_G；而取得这公共值的纯局势$(\alpha_{i^*}, \beta_{j_*})$称为$G$在纯策略下的解（或称为对策$G$的一个鞍点）；而$\alpha_{i^*}$与$\beta_{j_*}$分别称为局中人Ⅰ与局中人Ⅱ的最优纯策略。

现在我们可以回答例2.2中所提出的问题了，甲、乙双方都选用其最优纯策略才是"理智"的。

回过头来，我们再来考察下例2.1中对策G的赢得矩阵A，易知：

$$\max_i \min_j a_{ij} = -3; \quad \min_j \max_i a_{ij} = 1,$$

两者不等，故此对策G无解，亦即G的鞍点不存在。上例说明并不是每个纯策略矩阵对策$G = \langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$都有解存在。因此，有必要去讨论最优纯策略存在的条件。

定理2.1 矩阵对策$G = \langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$有解的充要条件是存在一个纯局势$(\alpha_{i^*}, \beta_{j_*})$，使得对一切$i = 1, \cdots, m$；$j = 1, \cdots, n$，均有

$$a_{ij_*} \leqslant a_{i^*j_*} \leqslant a_{i^*j} \tag{2.9}$$

证明：条件的充分性。由不等式(2.9)的左边及右边分别得到：$\max_i a_{ij_*} \leqslant a_{i^*j_*}$；$a_{i^*j_*} \leqslant \min_j a_{i^*j}$。

合并上面两个不等式，便得：

$$\max_i a_{ij_*} \leqslant a_{i^*j_*} \leqslant \min_j a_{i^*j} \tag{2.10}$$

因为，$\min_j \max_i a_{ij} \leqslant \max_i a_{ij_*}$；$\min_j a_{i^*j} \leqslant \max_i \min_j a_{ij}$

故由(2.10)又得到：

$$\min_j \max_i a_{ij} \leqslant a^*_{i*} \leqslant \max_i \min_j a_{ij} \tag{2.11}$$

类似地，可证明其相反的不等式，因此有

$$\max_i \min_j a_{ij} = a_{i^*j_*} = \min_j \max_i a_{ij} \tag{2.12}$$

即对策G有解，$(\alpha_{i^*}, \beta_{j_*})$为其解（即鞍点），而$a_{i^*j_*}$为$G$的值。

条件的必要性。设$\min_j a_{ij}$在$i = i^*$时达到极大，又$\max_i a_{ij}$在$j = j_*$时达到极小，即

$$\min_j a_{i^*j} = \max_i \min_j a_{ij};\quad \max_i a_{ij_*} = \min_j \max_i a_{ij} \tag{2.13}$$

往证：这样的i^*与j_*便能满足(2.9)式。由设有

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij}$$

故由(2.13)得到：$\min_j a_{i^*j} = \max_i a_{ij_*}$；于是$\max_i a_{ij_*} \leqslant a_{i^*j_*}$。因此对一切$i = 1, \cdots, m$均有$a_{ij_*} \leqslant a_{i^*j_*}$。

同样可证对一切$j = 1, \cdots, n$，均有$a_{i^*j_*} \leqslant a_{i^*j}$。

由定义2.1知：如果对策有值的话，那么值是唯一的。但由定义易见取得该值的纯局势（即鞍点）(α_i, β_j)不必是唯一的。例如，赢得矩阵为

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & -1 \\ 8 & 5 & 7 & 5 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

的两人有限零和对策，下列两个局势：(α_1, β_2)与(α_3, β_4)都取得对策值5。这样一来，局中人Ⅰ便有两个最优纯策略α_1与α_3，而局中人Ⅱ也有两个最优纯策略β_2与β_4。由该例我们可看出$(\alpha_1,$

β_4)与(α_3，β_2)均为解。一般地，矩阵对策的解也具有上述两个性质，易证如下：

性质1° 无差别性。即设($\alpha_{i'}$，$\beta_{j'}$)与($\alpha_{i''}$，$\beta_{j''}$)为对策G的两个解，那么$a_{i'j'}=a_{i''j''}$。

性质2° 可交换性。即设($\alpha_{i'}$，$\beta_{j'}$)与($\alpha_{i''}$，$\beta_{j''}$)为对策G的两个解，那么($\alpha_{i'}$，$\beta_{j''}$)与($\alpha_{i''}$，$\beta_{j'}$)也都是解。

这两个性质表明，局中人Ⅰ采用构成解的一个纯策略时，能保证他的赢得V_G不依赖于对方的纯策略，正是由于这一缘故，所以才称构成解的纯策略为最优的。

附带提一下，对于两人有限非零和的对策，即两个局中人的策略集S_{I}与S_{II}仍然是有限的，但他们的赢得不再是用一个矩阵来表示，而是用两个矩阵来表示。例如，

局中人Ⅰ的赢得矩阵为$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

局中人Ⅱ的赢得矩阵为$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

此时，当局中人Ⅰ用纯策略α_1，局中人Ⅱ用纯策略β_1时，局中人Ⅰ赢得2而局中人Ⅱ的赢得为1。这种对策因此也称为双矩阵对策（见第1章）。对这种对策而言，即使存在有两个纯局势($\alpha_{i'}$，$\beta_{j'}$)与($\alpha_{i''}$，$\beta_{j''}$)都满足定理2.1中的条件(2.9)，但它们一般地讲就不再具有上述的两个性质。

由前述可知，一个矩阵对策可能无解，也可能存在多个解，但一般我们有下面的

定理2.2　对于纯策略矩阵对策$G=\langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, A\rangle$，总有

$$\min_j \max_i a_{ij} \geqslant \max_i \min_j a_{ij}$$

证明：对于每个固定的i'与j'，都有

$$\max_i a_{ij'} \geqslant a_{i'j'} \geqslant \min_j a_{i'j} \tag{2.15}$$

故$\max\limits_i a_{ij'}(j'=1, 2, \cdots, n)$中的最小者$\min\limits_j \max\limits_i a_{ij}$将大于等于$\max\limits_j a_{i'j}(i'=1, 2, \cdots, m)$中的最大者$\max\limits_i \min\limits_j a_{ij}$。●

优超原理　在赢得矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$中，如果第i行各元素都不小于第k行相应的各元素，即$a_{ij} \geqslant a_{kj}$，($j=1, 2, \cdots, n$)，则称局中人Ⅰ的策略α_i优超于策略α_k，记为$\alpha_i \geqslant \alpha_k$，此时无论局中人Ⅱ采用何种策略$\beta_j$，局中人Ⅰ采用$\alpha_i$总比采用$\alpha_k$好。如果$A$的第$j$列元素都不大于第$k$列相应的各元素，即$a_{ij} \leqslant a_{ik}(i=1, 2, \cdots, m)$成立，则称局中人Ⅱ的策略$\beta_j$优超于$\beta_k$，记为$\beta_j \leqslant \beta_k$。此时，无论局中人Ⅰ采用何种策略$\alpha_i$，局中人Ⅱ采用策略$\beta_j$总比$\beta_k$好。

因而，在求解对策$G=\langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, A\rangle$时，如果$\alpha_i \geqslant \alpha_k$，那么局中人Ⅰ对策略$\alpha_k$可不予考虑，即可把$\alpha_k$从策略集$S_{\text{I}}$中删去，并把$A$的第$k$行抹去；如果$\beta_j \leqslant \beta_k$，那么局中人Ⅱ对策略$\beta_k$可不予考虑，即把$\beta_k$从$S_{\text{II}}$中删去，并把$A$的第$k$列抹去。这种利用优超策略来降低赢得矩阵的维数的原理称为优超原理（关于优超原理，在下一节我们还将详细论述）。

例2.3　利用优超原理降低下列赢得矩阵A的维数。

$$A=\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 8 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

解：

$$\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 8 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \overset{\beta_2 \leqslant \beta_1}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \overset{\alpha'_2 \geqslant \alpha'_3}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} 2 \\ \\ 6 \end{pmatrix} \overset{\alpha''_2 \geqslant \alpha''_1}{\Longrightarrow} (6).$$

由此可知，对策的解为(α_2, β_2)，其值为6。

2.3 混合策略与混合扩充

由定理2.2知，对于矩阵对策$G=\langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$，一般有

$$\min_j \max_i a_{ij} \geqslant \max_i \min_j a_{ij}$$

而由前面的分析，我们知道，$\max\limits_i \min\limits_j a_{ij}=v_{\mathrm{I}}$，为局中人Ⅰ能保证的赢得；$\min\limits_j \max\limits_i a_{ij}=v_{\mathrm{II}}$，为局中人Ⅱ保证至多输掉的值。这样一来，在$v_{\mathrm{I}}<v_{\mathrm{II}}$的情形下，局中人便不知该如何选取纯策略才合式。为了克服这一困难，我们需要将策略的概念推广。当然这种推广要能得到比较自然的解释才行。为此，我们有下面的

定义2.2 设给出矩阵对策：$G=\langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$，其中$S_{\mathrm{I}}=\{\alpha_1, \cdots, \alpha_m\}$，$S_{\mathrm{II}}=\{\beta_1, \cdots, \beta_n\}$，$A=(a_{ij})_{m\times n}$；$m$维向量：$X=(x_1, x_2, \cdots, x_m)$，$x_i\geqslant 0$，$\sum\limits_{i=1}^{m} x_i=1$，与$n$维向量：$Y=(y_1, y_2, \cdots, y_n)$，$y_j\geqslant 0$，$\sum\limits_{j=1}^{n} y_j=1$，分别称为局中人Ⅰ与Ⅱ的混合策略。

此定义，实际上表明了，局中人Ⅰ是以概率x_i取纯策略α_i，因此若设想Ⅰ与Ⅱ两个局中人无限多次进行对策G时，X就是他采用纯策略$\alpha_1, \cdots, \alpha_m$的频率，若进行一次对策，那么$X$可视为局中人Ⅰ对各个纯策略的偏爱程度。局中人Ⅱ的混合策略也可同样地得到解释。这样一来，所谓局中人Ⅰ(Ⅱ)的混合策略便是$S_{\mathrm{I}}(S_{\mathrm{II}})$上的概率分布。以后有时将混合策略简称为策略。

此时，纯策略便是混合策略的一种特殊情形，局中人Ⅰ的纯策略α_i就是以概率1取α_i，以概率0取其他策略时的混合策略。

在决定了混合策略X与Y之后，纯局势(α_i, β_j)也便以概率$x_i y_j$而出现，于是局中人Ⅰ在这样的混合策略之下的赢得，便是数学期望：

$$E(X, Y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_i y_j \tag{2.16}$$

而这样选定的一对(X, Y)，我们称为一个混合局势。于是，我们可给出下列定义。

定义2.3 设$G=\langle S_{\rm I}, S_{\rm II}, A\rangle$是一个矩阵对策。$X(Y)$为$S_{\rm I}(S_{\rm II})$上的概率分布。又$E(X, Y)$为局中人Ⅰ赢得的数学期望。令$S_{\rm I}^*=\{X\}$，$S_{\rm II}^*=\{Y\}$，则称对策：

$$G^*=\langle S_{\rm I}^*, S_{\rm II}^*, E\rangle \tag{2.17}$$

为对策G的混合扩充。

现在我们的意图是：对于对策G而言，当$v_{\rm I}<v_{\rm II}$时，用G^*来取代G，使得能存在一个混合局势(X^*, Y^*)，其对两个局中人而言都认为是最好的。这便是下一节要讨论的内容。

2.4 矩阵对策解的存在性及其基本性质

2.4.1 解的存在性

现在我们就根据对策G的混合扩充：$G^*=\langle S_{\rm I}^*, S_{\rm II}^*, E\rangle$来讨论；其中

$$S_{\rm I}^*=\{X\},\ X=(x_1, \cdots, x_m),\ x_i\geqslant 0,\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1,$$

$$S_{\rm II}^*=\{Y\},\ Y=(y_1, \cdots, y_n),\ y_j\geqslant 0,\ \sum_{j=1}^{n}y_j=1;$$

$$E(X, Y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_iy_j.$$

设两个局中人如同以前一样，仍是“理智”地进行对策G^*。当局中人Ⅰ采取混合策略X时，他只能希望获得

$$\min_{Y\in S_{\mathrm{II}}^*} E(X, Y) \tag{2.18}$$

因此，局中人Ⅰ应选取$X\in S_{\mathrm{I}}^*$使(2.18)式取最大值，即局中人Ⅰ保证自己的赢得不少于

$$\max_{X\in S_{\mathrm{I}}^*}\min_{Y\in S_{\mathrm{II}}^*} E(X, Y)=v_{\mathrm{I}} \tag{2.19}$$

同样对于局中人Ⅱ，他的输掉至多是

$$\min_{Y\in S_{\mathrm{II}}^*}\max_{X\in S_{\mathrm{I}}^*} E(X, Y)=v_{\mathrm{II}} \tag{2.20}$$

如同定理2.2的证明，这里一般我们也有

$$v_{\mathrm{I}}\leqslant v_{\mathrm{II}} \tag{2.21}$$

定义2.4　设$G^*=\langle S_{\mathrm{I}}^*, S_{\mathrm{II}}^*, E\rangle$为矩阵对策$G=\langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$的混合扩充。如果

$$\max_{X\in S_{\mathrm{I}}^*}\min_{Y\in S_{\mathrm{II}}^*} E(X, Y)=\min_{Y\in S_{\mathrm{II}}^*}\max_{X\in S_{\mathrm{I}}^*} E(X, Y) \tag{2.22}$$

则称此公共值为对策G的值，记为V_G。而取得此公共值的混合局势(X^*, Y^*)称为G在混合策略下的解（或简称为解），而X^*与Y^*分别称为局中人Ⅰ与Ⅱ的最优混合策略（或简称最优策略）。

于是，我们有下面的矩阵对策的基本定理。

定理2.3　任何矩阵对策G一定有解（在混合扩充中的解）

由于此定理的证明，要涉及欧氏空间中有关凸集的一些知考，故从略。

2.4.2 解的基本性质

如同前面关于在纯策略中的解一样，我们有下面的

定理2.4 (X^*, Y^*)为对策G的解的充要条件是对于一切$X \in S_{\mathrm{I}}^*$与一切$Y \in S_{\mathrm{II}}^*$，均有

$$E(X, Y^*) \leqslant E(X^*, Y^*) \leqslant E(X^*, Y) \tag{2.23}$$

定理的证明与定理2.1完全一样，只要将那里的a_{ij}换写成$E(X, Y)$即可。

也与前面一样，在混合策略下的解仍然具有可交换性与无差别性。

根据$E(X, Y)$的定义以及纯策略α_i与β_j是混合策略X与Y的特例，我们还可导出与(2.23)等价的条件，即

定理2.5 (X^*, Y^*)为对策G的解的充要条件是对于$i=1$，…，m与$j=1$，…，n，均有

$$E(\alpha_i, Y^*) \leqslant E(X^*, Y^*) \leqslant E(X^*, \beta_j) \tag{2.23*}$$

定理2.4还可表成：

定理2.6 设v_G为矩阵对策G的值，X^*，Y^*分别为局中人Ⅰ与Ⅱ的最优策略的充要条件是

$$v_G \leqslant E(X^*, Y)\text{，对任意}Y \in S_{\mathrm{II}}^*\text{，} \tag{2.24}$$

$$v_G \geqslant E(X, Y^*)\text{，对任意}X \in S_{\mathrm{I}}^*\text{，} \tag{2.25}$$

证明：由于证法完全类似，我们只就局中人Ⅰ的情形来讨论，即只证(2.24)式。

必要性。由设X^*，Y^*分别为局中人Ⅰ与Ⅱ的最优策略，则对任何$Y \in S_{\mathrm{II}}^*$，均有

$$v_G = E(X^*, Y^*) \leqslant E(X^*, Y)\text{即(2.24)式成立。}$$

充分性，由定理2.3知，G一定有解，因此由定理2.4，一定存在一个（混合）局势(X', Y')，使得对一切$X \in S_{\mathrm{I}}^*$与$Y \in S_{\mathrm{II}}^*$，

均有

$$E(X, Y') \leqslant E(X', Y') \leqslant E(X', Y) \tag{2.26}$$

且$E(X', Y')=v_G$。于是，对于S_{I}^*中的一个特定的X^*有

$$E(X^*, Y') \leqslant E(X', Y') \tag{2.27}$$

而另方面由条件(2.24)又得到

$$E(X^*, Y') \geqslant v_G = E(X', Y') \tag{2.28}$$

从而由(2.27)与(2.28)，即有

$$E(X', Y') = E(X^*, Y') \tag{2.29}$$

于是由(2.26)，(2.24)与(2.29)，有

$$E(X, Y') \leqslant E(X^*, Y') \leqslant E(X^*, Y)$$

对一切$X \in S_{\text{I}}^*$与一切$Y \in S_{\text{II}}^*$均成立，即(X^*, Y')是一个解，因此，X^*是局中人Ⅰ的一个最优策略。

2.4.3 优超原理

前一节纯策略对策略中的优超原理，这里仍然成立。由于在前一节中未详细论证，为此，我们结合这里的混合策略情形，给出下面的定理。

定理2.7 设$G=\langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, A\rangle$为一个矩阵对策，其中$S_{\text{I}}=\{\alpha_1, \cdots, \alpha_m\}$，$S_{\text{II}}=\{\beta_1, \cdots, \beta_n\}$，$A=(a_{ij})_{m\times n}$。如果$\alpha_1$为其余的纯策略$\alpha_{i^0}(1<i^0\leqslant n)$之一所优超，由$G$可得到一个新的矩阵对策$G'$：$G'=\langle S_{\text{I}}', S_{\text{II}}, A'\rangle$，$S_{\text{I}}'=\{\alpha_2, \cdots, \alpha_m\}$，$a_{ij}'=a_{ij}$，$i=2, \cdots, m$；$j=1, \cdots, n$。则

1° $v_{G'}=v_G$，

2° G'中局中人Ⅱ的最优策略便是G中局中人Ⅱ的最优策略。

3° 若$(x_2^*, \cdots, x_m^*)$为G'中局中人Ⅰ的最优策略，则$(0, x_2^*, \cdots, x_m^*)$为$G$中局中人Ⅰ的最优策略。

证明：为确定起见，设α_1为α_2所优超：

$$a_{2j} \geqslant a_{1j}, \quad j=1, 2, \cdots, n \tag{2.30}$$

设v为对策G'的值，又$(x_2^*, \cdots, x_m^*)$为G'中局中人Ⅰ的最优策略，而$(y_1^*, \cdots, y_n^*)$为G'中局中人Ⅱ的最优策略。于是，由定理2.5有

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j^* \leqslant v, \quad i=2, \cdots, m \tag{2.31}$$

$$v \leqslant \sum_{i=2}^{m} a_{ij} x_i^*, \quad j=1, 2, \cdots, n \tag{2.32}$$

因此，要证明结论1°），2°），3°），只要证明：

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j^* \leqslant v, \quad i=1, 2, \cdots, m \tag{2.33}$$

$$v \leqslant \sum_{i=2}^{m} a_{ij} x_i^* + a_{1j} \cdot 0, \quad j=1, 2, \cdots, n \tag{2.34}$$

其中(2.34)显然由(2.32)推得。往证：(2.33)成立。

(2.33)中，对于$i=2, \cdots, m$，就是(2.31)，于是只要证明

$\sum_{j=1}^{m} a_{1j} y_j^* \leqslant v$，即可。由(2.30)推得：

$$\sum_{j=1}^{n} a_{1j} y_j^* \leqslant \sum_{=1}^{n} a_{2j} y_j^* \leqslant v.$$

推论　若定理中α_1不为纯策略α_{i_0}之一所优超，而是为α_{i^0} $(1 < i^0 \leqslant n)$的某个凸线性组合所优超，定理的结论仍然成立。

类似地，对于S_{II}的策略，优超原理同样成立。

如同前节一样，我们可利用优超原理来简化矩阵对策的维数。

例2.4　利用优超原理降低下列赢得矩阵A的维数

$$A=\begin{pmatrix}3&4&0&3&0\\5&0&2&5&9\\7&3&9&5&9\\4&6&8&7&5\\6&0&8&8&3\end{pmatrix}$$

解：

$$A\xrightarrow{\alpha_4\geqslant\alpha_1}\begin{pmatrix}5&0&2&5&9\\7&3&9&5&9\\4&6&8&7&5\\6&0&8&8&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\alpha_2'\geqslant\alpha_1'}$$

$$\begin{pmatrix}7&3&9&5&9\\4&6&8&7&5\\6&0&8&8&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\beta_1''\leqslant\beta_3'';\ \beta_2''\leqslant\beta_4''}\begin{pmatrix}7&3&9\\4&6&5\\6&0&3\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}\beta_1'''+\frac{1}{2}\beta_2'''\leqslant\beta_3'''}\begin{pmatrix}7&3\\4&6\\6&0\end{pmatrix}\xrightarrow{\alpha_1^*\geqslant\alpha_3^*}\begin{pmatrix}7&3\\4&6\end{pmatrix}。$$

3 矩阵对策的解法

对“对策”求解，也和其他数学一样，可从两方面来进行。一个是求出全部的解；一般说来，一个局中人采用不同的策略，可以有不同的赢得，只要列出了全部最优策略加以足够的分析，就有可能找出一个最大限度地符合局中人意图的解来。所以能求出全部的解是十分重要的。但是这方面的工作，即使在最简单的情况下，也要涉及大量的计算，令人厌烦或者是不可能当场求出解来。另一方面，对于某些对策类，如我们介绍的矩阵对策，只要

求出一个解来，对于大多数实际目的而言已足够。它虽未能求全解，但问题的解可能比较简单地得到了。因而就提出了至少要求出一个解的方法问题（顺便指出，具有唯一解的矩阵对策是常见的）。由于篇幅限制，本章不可能详尽地来介绍矩阵对策的各种解法，而仅介绍线性规划解法与迭代法。

3.1 矩阵对策的线性规划解法

设$G^*=\langle S_{\mathrm{I}}^*, S_{\mathrm{II}}^*, E\rangle$为纯策略矩阵对策$G=\langle S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, A\rangle$的混合扩充。其中

$$S_{\mathrm{I}}=\{\alpha_1, \cdots, \alpha_m\},\ S_{\mathrm{II}}=\{\beta_1, \cdots, \beta_n\};\ A=(a_{ij})_{m\times n};$$

$$S_{\mathrm{I}}^*=\{X\},\ X=(x_1, \cdots, x_m),\ x_i\geqslant 0,\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1,$$

$$S_{\mathrm{II}}^*=\{Y\},\ Y=(y_1, \cdots, y_n),\ y_j\geqslant 0,\ \sum_{j=1}^{n}=1.$$

又设v为G^*的值。

由于$\beta_j\in S_{\mathrm{II}}\subset S_{\mathrm{II}}^*$，故当$X^*$为局中人Ⅰ的一个最优策略时，由定理2.6的（2.24）式，对一切$j=1, 2, \cdots, n$，均有

$$E(X^*, \beta_j)=\sum_{i=1}^{m}a_{ij}x_i^*\geqslant v;\ \text{其中}x^*=(x_1^*, \cdots, x_m^*).$$

由定理2.6的（2.25）式，可同样地类推。于是，我们得到下面的两个命题：

命题3.1满足 $\sum_{i=1}^{m}a_{ij}x_i\geqslant v, (j=1,\cdots,n),\ x_i\geqslant 0, \sum_{i=1}^{m}x_i=1,$

$$(3.1)$$

的解$(x_1^*, \cdots, x_m^*)$为局中人Ⅰ的最优策略。

满足$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}y_j \leqslant v$，$(i=1,\cdots,m)$，$y_j \geqslant 0$，$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$ (3.2)

的解$(y_1^*, \cdots, y_n^*)$为局中人Ⅱ的最优策略。

命题3.2 设(X^*, Y^*)为对策G^*的解，则

$$\max_{1\leqslant i\leqslant m} E(\alpha_i, Y^*) = \min_{1\leqslant j\leqslant n} E(X^*, \beta_j) = v$$

证明：由命题3.1知，对一切j，$1\leqslant j\leqslant n$，均有

$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i^* = E(X^*, \beta_j) \geqslant v$，从而推得

$$\min_{1\leqslant j\leqslant n}\left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i^*\right) = \min_{1\leqslant j\leqslant n} E(X^*, \beta_j) \geqslant v$$

往证：上面不等式中的不等号不成立。假若不然，

$v < \min_{1\leqslant j\leqslant n} E(X^*, \beta_j)$，则对一切$j$均有$v < E(X^*, \beta_j)$，因

而，$v = v\sum_{j=1}^{n} y_j^* = \sum_{j=1}^{n} v y_j^* < \sum_{j=1}^{n} E(X^*, \beta_j) y_j^* = \sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i^*\right) y_j^*$

$$= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i^* y_j^* = E(X^*, Y^*)。$$

这与(X^*, Y^*)是一个解矛盾！因此，$v = \min_{1\leqslant j\leqslant n} E(X^*, \beta_j)$。

同样可证明：$v = \max_{1\leqslant i\leqslant m} E(\alpha_i, Y^*)$。 ∎

下面我们给出一个简单定理，它对于对策的求解是有用的。

定理3.1 设有两个矩阵对策：

$$G = \langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, A \rangle = \langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, (a_{ij}) \rangle,$$

$$G' = \langle S_{\text{I}}, S_{\text{II}}, (a_{ij}+L) \rangle.$$

其中L为常数，则

$$v_{G'}=v_G+L;\ \mu_G=\mu_{G'},$$

其中μ_G与$\mu_{G'}$分别表示G与G'解的集合。

读者可自证之。

下面，我们来讨论，任何一个矩阵对策可以化为一个线性规划来求解。

由命题3.1与命题3.2知，对于任给一个矩阵对策G_A: $A=(a_{ij})_{m\times n}$。求局中人Ⅰ的最优策略就是寻求满足：

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}a_{ij}x_i\geqslant v,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n,\\ \sum_{i=1}^{m}x_i=1,\\ x_i\geqslant 0,\ i=1,\ \cdots,\ m.\end{cases}$$

的向量$X=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m)$。其中$v$为对策$G_A$的值，即

$$v=E(X^*,\ Y^*)=\max_{X\in S_{\text{I}}^*}\ \min_{1\leqslant j\leqslant n}\ E(X,\ \beta_j)$$

$$=\max_{X\in S_{\text{I}}^*}\ \min_{1\leqslant j\leqslant n}\sum_{i=1}^{m}a_{ij}x_i.$$

由定理3.1，不妨设$v>0$。作变换：$x_i'=x_i/v(i=1,\cdots,m)$。

这样上述条件变为：
$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m}a_{ij}x_i'\geqslant 1,\ j=1,\ \cdots,\ n,\\ \sum_{i=1}^{m}x_i'=1/v,\\ x_i'\geqslant 0,\ i=1,\ \cdots,\ m.\end{cases}$$

其中$v=\max\limits_{X\in S_{\text{I}}^*}\min\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\sum\limits_{i=1}^{m}a_{ij}x_i$。

这就化为线性规划问题：

求满足约束条件：

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}a_{ij}x_i'\geqslant 1,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n\\ x_i'\geqslant 0.\end{cases}$$

的解x_i' $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$，并使目标函数：

$$\sum_{i=1}^{m}x_i'\Rightarrow\min$$

类似地，对于局中人Ⅱ的最优策略也可化为下列线性规划问题：寻求满足约束条件：

$$\begin{cases}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}y_j\leqslant 1,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ m\\ y_j\geqslant 0.\end{cases}$$

的解y_j $(j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$，并使目标函数：

$$\sum_{j=1}^{n}y_j'\Rightarrow\max.$$

其中$y_j'=y_j/v$，$v=\min\limits_{Y\in S_{\text{II}}^*}\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}y_j$。

例3.1　求矩阵对策G_A，其赢得矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&3&1\\1&2&1\end{pmatrix}$$

的解。

解：首先由优超原理降低A的维数：

$$A=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&3&1\\1&2&1\end{pmatrix}\xRightarrow{\beta_1\leqslant\beta_3}\begin{pmatrix}2&0\\0&3\\1&2\end{pmatrix}=A'=(a'_{ij})，其次，$$

由定理3.1再令$A''=(a'_{ij}+1)=\begin{pmatrix}3&1\\1&4\\2&3\end{pmatrix}$，使得$a''_{ij}>0$；$i=1,2,3$；$j=1，2$。于是，关于对策$G_{A''}$，有相应于局中人Ⅰ的线性规划$(L_P)_{G_{A''_{\mathrm{I}}}}$：

$$x_1+x_2+x_3\Rightarrow\min,\ s.t.\ \begin{cases}3x_1+x_2+2x_3\geqslant1\\x_1+4x_2+3x_3\geqslant1\\x_j\geqslant0,\ j=1,\ 2,\ 3\end{cases}$$

引进剩余变量x_4，x_5后，将上述线性规划化为下列形式：

$$x_1+x_2+x_3\Rightarrow\min;\ s.t.\ \begin{cases}3x_1+x_2+2x_3-x_4=1\\x_1+4x_2+3x_3-x_5=1\\x_j\geqslant0,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ 5\end{cases}$$

将上约束条件中两个方程均乘以－1，然后应用“对偶单纯形法”求解，得到$(Lp)_{G_{A''_{\mathrm{II}}}}$的最优解：$X=(x_1,\ x_2,\ x_3)^T=\left(\frac{1}{7},0,\frac{2}{7}\right)^T$；最优值$f=\frac{3}{7}$，从而$v=\frac{7}{3}$。相应的对偶$(Lp)_{G_{A''_{\mathrm{II}}}}$的解：$Y=(y_1,\ y_2)^T=\left(\frac{2}{7},\ \frac{1}{7}\right)^T$从而，由定理3.1，得$G_A$关于局中人Ⅰ的最优混合策略：$X^*=(x_1^*,x_2^*,x_3^*)^T=v\cdot(x_1,x_2,x_3)^T=\frac{7}{3}\cdot\left(\frac{1}{7},0,\frac{2}{7}\right)^T=\left(\frac{1}{3},\ 0,\ \frac{2}{3}\right)^T$。局中人Ⅱ的最优混合策略：$Y^*=(y_1^*,$

y_2^*, $0)^T = v\cdot(y_1, y_2, 0)^T = \frac{7}{3}\cdot\left(\frac{2}{7}, \frac{1}{7}, 0\right)^T = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)^T$. 对策$G_{A''}$的值$v_{G_{A''}} = \frac{7}{3}$，从而对策$G_A$的值$v_{G_A} = \frac{7}{3} - 1 = 4/3$ 。

3.2 解矩阵对策的迭代法

迭代法的主要思想是：两个局中人反复进行对策G_A多次，每次对策后，双方都根据在前面已经进行的若干次对策中所赢得的数目，然后来确定在下一次对策中所采取的纯策略。下面举例来说明。

设矩阵对策G_A的赢得矩阵如下：

	β_1	β_2	β_3
α_1	-1	1	1
α_2	2	-2	2
α_3	5	5	-5

其中α_1，α_2，α_3是局中人Ⅰ的纯策略；β_1，β_2，β_3是局中人Ⅱ的纯策略，表中数目是在相应纯策略下局中人Ⅰ的赢得；也就是局中人Ⅱ的输掉。

第一步：设局中人Ⅰ取纯策略α_1，此时局中Ⅱ的所能可的输掉是

	β_1	β_2	β_3
α_1	-1	1	1

即如果局中人Ⅱ取纯策略β_1，则Ⅱ输掉-1，如果取β_2则输掉1，取β_3则输掉1。

设局中人Ⅱ取纯策略β_1，此时局中人Ⅰ的所有可能的赢得是

	α_1	α_2	α_3
β_1	－1	2	5

即当局中人Ⅰ取纯策略α_1时，局中人Ⅰ赢得－1，当取α_2时赢得2，取α_3时赢得5。

根据上面分析，局中人Ⅰ取α_3时赢得最大；局中人Ⅱ取纯策略β_1输掉最小，故在第二次对策时，局中人Ⅰ将取纯策略α_3；局中人Ⅱ将取纯策略β_1。

第二步：局中人Ⅰ取α_3，此时局中人Ⅱ的可能的输掉是

	β_1	β_2	β_3
α_3	5	5	－5

局中人Ⅱ取β_1，此时局中人Ⅰ可能的赢得是

	α_1	α_2	α_3
β_1	－1	2	5

两次对策，局中人Ⅱ和局中人Ⅰ的可能输掉和赢得总和分别是

	β_1	β_2	β_3
α_1	－1	1	1
α_3	5	5	－5
总和	4	6	－4

	α_1	α_2	α_3
β_1	－1	2	5
β_1	－1	2	5
总和	－2	4	10

此时局中人Ⅱ取β_3时输掉最小，因此在下一次对策时将取β_3；局

中人Ⅰ取α_3时赢得最大，因此在下次对策时将取α_3。这样一直进行下去。为了方便起见列表如下：

局数	Ⅰ所取的纯策略	Ⅱ所取的纯策略	Ⅰ赢得总和			Ⅱ输掉总和		
			α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3
1	α_1	β_1	−1	2	5	−1	1	1
2	α_3	β_1	−2	4	10	4	6	−4
3	α_3	β_3	−1	6	5	9	11	−9
4	α_2	β_3	0	8	0	11	9	−7
5	α_2	β_3	1	10	−5	13	7	−5
6	α_2	β_3	2	12	−10	15	5	−3
7	α_2	β_3	3	14	−15	17	3	−1
8	α_2	β_3	4	16	−20	19	1	1
9	α_2	β_2	5	14	−15	21	−1	3
10	α_2	β_2	6	12	−10	23	−3	5
11	α_2	β_2	7	10	−5	25	−5	7
12	α_2	β_2	8	8	0	27	−7	9
13	α_1	β_2	9	6	5	26	−6	10
14	α_1	β_2	10	4	10	25	−5	11
15	α_1	β_2	11	2	15	24	−4	12
16	α_3	β_2	12	0	20	29	1	7
17	α_3	β_2	13	−2	25	34	6	2
18	α_3	β_3	14	0	20	33	11	−3
19	α_3	β_3	15	2	15	44	16	−8
20	α_1	β_3	16	4	10	43	17	−7
21	α_1	β_3	17	6	5	42	18	−6
22	α_1	β_3	18	8	0	41	19	−5

续表

局数	Ⅰ所取的纯策略	Ⅱ所取的纯策略	Ⅰ赢得总和			Ⅱ输掉总和		
			α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3
23	α_1	β_3	$\overline{19}$	10	−5	40	20	$\underline{-4}$
24	α_1	β_3	$\overline{20}$	12	−10	39	21	$\underline{-3}$
25	α_1	β_3	$\overline{21}$	14	−15	38	22	$\underline{-2}$
26	α_1	β_3	$\overline{22}$	16	−20	37	23	$\underline{-1}$
27	α_1	β_3	$\overline{23}$	18	−25	36	24	$\underline{0}$
28	α_1	β_3	$\overline{24}$	20	−30	35	25	$\underline{+1}$
29	α_1	β_3	$\overline{25}$	22	−35	34	26	$\underline{+2}$
30	α_1	β_3	$\overline{26}$	24	−40	33	27	$\underline{3}$

从上表易见，在30局对策中局中人Ⅰ取纯策略α_1，15次，α_2，9次，α_3，6次；而取纯策略α_1，α_2，α_3的频率分别为$\frac{15}{30}$，9/30，6/30，表为向量：$X_{30}=(15/30,\ 9/30,\ 6/30)=(1/2,\ 3/10,\ 1/5)$。局中人Ⅱ取$\beta_1$，2次，$\beta_2$，9次$\beta_3$，19次，那么取纯策略$\beta_1$，$\beta_2$，$\beta_3$的频率分别为2/30，9/30，19/30表为向量：

$$Y_{30}=(2/30,\ 9/30,\ 19/30)=(1/15,\ 3/10,\ 19/30)。$$

我们自然会想到，当对策无限进行下去时，X_N和Y_N似应趋于最优策略。

总结上述如下：第一局让局中人Ⅰ和Ⅱ任取纯策略i_1和j_1。假设上述对策已经进行了N局，此时局中人Ⅰ所取的纯策略序列为i_1，i_2，…，i_N。局中人Ⅱ所取的纯策略序列为j_1，j_2，…，j_N。在第$N+1$局时，局中人Ⅰ取纯策略i_{N+1}，使得

$$\sum_{k=1}^{N} a_{i_{N+1} j_k}=\max_{i}\sum_{k=1}^{N} a_{i j_k},$$

局中人Ⅱ取纯策略j_{N+1}，使得$\sum_{k=1}^{N} a_{i_k j_{N+1}} = \min_j \sum_{k=1}^{N} a_{i_k j}$。

局中人每一步都这样选择策略，就好像他预测对手今后所遵循的混合策略，就是他在前面的对策过程中所积累的纯策略的频率一样。

鲁滨逊（J. Robinson）[5]，证明了：

$$\lim_{N\to\infty} \min_j X_N A_{\cdot j} = \lim_{N\to\infty} \max_i A_{i\cdot} Y_N^T = v_G,$$

其中 $X_N = (N_1'/n, N_2'/n, \cdots, N_m'/n)$；$Y_N = (N_1''/n, N_2''/n, \cdots, N_n''/n)$，$N_i'$为$i_1$，$i_2$，…，$i_N$中纯策略$i$出现的次数，$N_j''$为$j_1$，$j_2$，…，$j_N$中纯策略$j$所出现的次数。$A_{\cdot j}$表示赢得矩阵$A$的第$j$列，$A_{i\cdot}$表示矩阵$A$的第$i$行。换言之，即

$$\lim_{N\to\infty} X_N \quad 与 \quad \lim_{N\to\infty} Y_N$$

为局中人Ⅰ和Ⅱ的最优策略。

夏勃诺（H. N. Shapiro）[6]，证明了第N步误差的数量级不超过$N^{-\frac{1}{n+m}}$。怎样加速上述迭代法的收敛速度是一个值得探讨的问题，至少，迭代过程可以这样来进行：第一局：局中人Ⅰ先任取一个纯策略i_1，此时局中人Ⅱ取纯策略j_1，使得$a_{i_1 j_1} = \min_j a_{i_1 j}$。

第二局：局中人Ⅰ取纯策略i_2，使得$a_{i_2 j_1} = \max_i a_{i j_1}$，局中人Ⅱ取$j_2$，使得$\sum_{k=1}^{2} a_{i_k j_2} = \min_j \sum_{k=1}^{2} a_{i_k j}$。这样交义地进行迭代，当然其收敛要比前一种迭代要快一些。上述迭代方法虽然收敛很慢，但是运算倒是很简单，很有利于运用机器来进行。

（作者：胡宣达）

参考文献

[1] Owen, G., Game Theory, Acad. press, 1982.

[2] Aubin, J.P.Mathematical method of game and economic theory, North-Holland, 1979.

[3] Rosenmuller, J., The theory of games and markets, North-Holland, 1981.

[4] Karlin, S., Mathematical method in theory of games, Programming and economics, Addison-Wesley, 1959.

[5] Robinson, J., An iterative method of Solving a games, Ann. of Math. 54, 1951.

[6] Shapiro, H. N., Note On a Computation in the theory of games, Comm. pure and Appl. Math. 11. No. 4, 1958, 588—593.

[7] 中国科学院数学研究所第二室编，对策论（博奕论）讲义，人民教育出版社，1960.

[8] Mckinsey, J. C. C., Introduction to the theory of games, McGraw-Hill, New York, 1952.（中译本：高鸿勋等译，博奕论导引，人民教育出版社，1960）.

〔八〕 关于体育竞赛的数学理论

有两种比赛方式，其一是各人(队)单独地完成比赛项目，根据完成过程而定成绩，根据成绩而定名次，例如跳远、跳高、跳水、标枪等，这可以叫做表演赛；另一种是竞赛双方合作而完成比赛项目，根据完成过程而定胜败(或和)，再根据全部的胜败情况而定名次，例如各种球类，棋类等等，这可以叫做对抗赛。

当然，给定成绩的标准，规定胜败(和)的标准也是可以斟酌的，但本文对此不作讨论，假定这些标准已经大家同意了。这时表演赛的名次的决定是没有什么争论的，但对抗赛只定出双方的胜败(和)，当参赛者不止两人时，如何根据全部胜败情况而定名次呢？这就很值得研究了，而且还有很多的数学理论在其中，竞赛制度如定得不当，会导致很多不良的副作用，这体育界早已熟悉，本文也不作深论。

在对抗赛中如何决定名次呢？最简单的是"胜者在前"的原则：当甲乙进行比赛且甲胜乙败时，甲的名次应在乙的名次之前。因为甲乙名次的前后只牵涉到甲乙两人，应只从甲乙两人的实力考虑，而最能反映甲乙两人实力的，当然是甲乙两人对抗赛的结果。的确，当甲胜乙败时，通常都是认为最后甲将在乙之前的。如果在甲胜乙之后，居然出现(在循环赛中便可能出现)乙胜丙而丙胜甲的情况，一般人们都会说：甲后面的表现失常，或说乙后面有大好的表现，或说，丙对乙时表现不佳而丙对甲时则大大发挥水平；无论怎样说，都说明这种结果与人们预期的结果不

符从而解释其原因。由此足见胜者在前的原则是人人都采用的。

结合这条原则，可以还得出下列的推论：当甲胜乙而乙胜丙时，马上便应该把甲排在丙之前，不必也不应该甲丙再进行比赛了。之所以“不必”，因为由上所述，甲胜乙，故甲排在乙前，乙胜丙，故乙排在丙前，这样毫无疑问地甲排在丙前时，无需比赛了。之所以“不应该”，是因为如果还规定甲丙再进行比赛，当丙胜甲时，无论最后甲乙丙的名次如何，都将破坏了胜者在前的原则，亦即都出现了；名次在后的赛者战胜了名次在前的赛者，与人们的直觉要求冲突了。在制定竞赛制度时，是应该防止这种导致矛盾的因素的。

对胜者在前这个原则最大的责难是：甲胜乙、乙胜丙之后，丙胜甲的情况是可能的，事实上也时有发生的。如果从而取消甲丙比赛而立即规定甲胜丙，将对丙不公平，使丙丧失了“翻身”的机会。

我们说，这种循环相胜的现象，即所谓爆冷门，绝大部分是出于失常状态，即甲队大失水准或丙队超常发挥。但这种现象到底属于失常现象，丙队当然寄希望于它，但制定赛制时不应考虑这种偶然的、失常的现象而置一般的、经常性的规律于不顾。

除爆冷门外，也很可能由于下列情况而出现循环相胜的现象，乙怕甲而不怕丙，丙怕乙而不怕甲，甲怕丙而不怕乙，即各队均有一些弱点被别的某个队抓住。这时如使用胜者在前原则，当先赛甲乙与乙丙时，名次将是甲乙丙，先赛乙丙与丙甲时，名次将是乙丙甲，先赛丙甲与甲乙时，名次将是丙甲乙。似乎比赛结果的名次将随比赛程序而改变，不能显出各队的真正实力了。

其实，这时各队的真正实力是互有优劣，谁也不是绝对的强者。比赛的程序（一般由抽签决定）只是决定由谁发挥出其特长而谁暂时（在这次比赛中）不能发挥其特长而已。比赛结果所定的名次仍然反映出在某方面谁最强谁最弱，并没有丧失竞赛的意义。

但是，人们却因而废除了胜者在前的原则，而采取另一原则，可以叫做总分原则。这个原则是：无条件地参赛员两两比赛，胜者得两分，负者得零分，和者各得一分，然后计算全部比赛的得分的总和。依总和而定名次，当总和相等时，有三个方法，或根据小分总和的大小而定名次，或同分者重赛而定名次，或者同分者并列同名次。这种总分原则比之胜者在前原则更为常用。

尽管常用，但我们觉得其毛病更多，远远不如胜者在前原则。

首先，它直接否认胜者在前原则，以致两者不能并存（不能同时照顾）。在甲胜乙、乙胜丙的情况下，还坚持无条件再进行甲丙比赛，是肯定还经常出现丙胜甲，还须“考虑到”丙胜甲，这便是明目地反对胜者在前原则（而后者是人们直觉上承认的原则）。

其次，胜者两分和者一分，负者零分，这是在给分上已经承认胜者力量强，负者力量弱，既然如此，为什么不承认“胜者在前”，而要计算其他因素，最终导致胜者名次(可能)在后呢？可见，在原则上总分制也是讲不通的。

第三，上面说过，甲乙相对名次应该由甲乙比赛胜负而定不应牵涉到第三者。而总分原则恰恰是：甲乙名次先后不能由甲乙的胜败而定，还应参考甲乙对别的参赛者的胜败而定。这样一来，便出现了种种弊病。使用这种原则的赛制，每每到了比赛的某个阶段，甲队的总分已遥遥在前或遥遥落后，或与总分在前在后的两队已总分相差极大，今后比赛胜负已不影响到其名次时，甲队或者敷衍塞责，谈不上比赛，或者帮乙队(让乙队胜)而打丙队，这样乙丙两队名次不由于乙、丙的实力而依靠于甲队的好恶了。这是总分原则最大的弊病。

第四，好的赛制应该使得每场比赛的胜负均影响到参赛队名次的升降，从而每队每场均须争取胜利，努力以赴，而采取总分

原则的赛制不具这个条件，如上项所述。

最后，采用总分原则的必须采用循环赛制，这样比赛场次特别多而且充满强弱悬殊的不精采的比赛，这也是总分原则的一大弊病。

应该指出，根据胜者在前原则而制定的竞赛制度，实质上是解决下列问题：任给若干个物体，如何只根据天平(但没有法码)而定出各物体的轻重次序，这就是计算机科学中的排序（sorting）问题。在计算机科学中有大量的讨论，但那里的讨论在竞赛理论中并不合用，因为两者所考虑的有关情况(所谓环境)并不相同，大体说来如下：

在竞赛中一个比赛者不能在短期间连续比赛多场（那将太劳累影响了成绩），而计算机中用同一量连续进行多次比较是完全可以的。

在计算机中把颠倒了次序的量移位以恢复正常次序，也算一个动作，和比较大小的动作相似，花同样的时间，须合并计算。而在竞赛中，比较胜负的比赛是重要的，费时间的，由比赛结果而宣布名次，可以说不费吹灰之力，完全不必计算所花费的时间。

在竞赛中我们每每能够参考比赛者以往的比赛成绩而知道各比赛者的实力，他们之间的强弱次序大体已知（当然不是准确知道)，可以利用这种知识而安排比赛次序，每每可以减少比赛场数，但在计算机中却完全没有这种知识。

此外，竞赛时希望产生冠亚军的比赛(所谓比赛高潮)应放在最后或离最后不久，冠亚军产生后，应很快便结束而发奖，在计算机中，这类要求完全是没有的。

因此，尽管计算机中的排序问题与体育界的竞赛问题是根据相同的原则而制定的，但两者的有关环境完全不同，其理论结果也不相同，当然彼此关系密切，可以互相借鉴，但不能照抄搬

用。

对现行竞赛制度的评论

现在流行的竞赛制度，最重要的也是用得最多的有两种：淘汰制（简单的与分层的）与循环制（简单的与分组的），现在试简评之如下：

简单淘汰赛是：基本上采用胜者在前的标准，竞赛者两两相比，负者淘汰，再由胜者两两相比，再淘汰。当只余下两员时，仍互相比赛，胜者为第一，负者为第二（第三名以下无法确定，故不能排名次）。

显然所得的第一名是合理的（由胜者在前原则可知他应排在一切人之前），但第二名是不合理的，直接败于第一名的其他的人都有做第二名的资格（无法表明第二名实力强过他们）。之所以得到第二名，由于单淘汰赛补充了一条规定：当只余下两名时，该场比赛叫做决赛，决赛中的负者为第二名。既补充了这条不反映实力的规定便偏离了胜者在前原则。而第三名以下不排名次，又违背了参加者应该有一个名次的这个希望。

如果想对全体排名次，可根据单淘汰赛精神进行补充比赛，我们说决出冠亚军的比赛叫做决赛，参加决赛的两人处于最高层（第一层），决出由谁参加决赛的比赛（准决赛，可以叫做1/2赛），负者在第三层；决出由谁参加1/2赛的比赛（可以叫做1/4赛），负者在第三层；决出由谁参加1/4赛的比赛（可以叫做1/8赛），负者在第四层，……如此类推。由第一层的人进行淘汰赛决出冠亚军，由第二层的人进行淘汰决出第三、四名，由第三层的人进行淘汰赛决出第五至第八名，由第四层的人进行淘汰赛决出第九至第十六名，……如此类推。这样仍然保持单淘汰赛的精神而能得出全部名次，符合上述原则。但胜者在前原则仍不能完

全遵守，因为根据分层而定各名次始终是不合理的人工约定。

再谈循环制。

简单循环制是：采用总分标准，任意两队均进行比赛(不淘汰)，胜者得两分，负者得零分，和则各得一分。然后按分数总和而排名次，如总分相同，其实可以排成并列名次，一般则根据小分而排名次。如各级小分均同，则或排并列名次，或重赛而定名次。

简单循环制直接废除胜者在前的标准，代之以总分原则。凡循环制都采用总分原则，而采用总分原则的本质上都使用循环制(或其变种)，可以说两者关系极为密切而不可分的。上面批评的总分原则的各种缺点，全部出现在循环赛制上。甚至于胜者在前原则难于处理的循环取胜情况(甲胜乙，乙胜丙，丙胜甲)，采用循环赛制时总分相等，仍然无法定出名次(只有依靠小分)。

但是最大的弊病是：循环赛的比赛场次太多！大家知道，当参赛者共n名时，单循环制须赛$\frac{1}{2}n(n-1)$场。举个例说明，64个参赛者须赛2016场，费时太多了。事实上，进行循环赛的大都不超过10名比赛员(10名比赛须赛45场)，比赛员一多便无法采用单循环赛了。这时，目前的趋势是采用分组循环赛，分组循环赛可因具体情况不同而有多种，下面只考虑其一。

分组循环赛总原则是：将参赛者分成a组，每组q人，在各组中采用单循环赛决出第一至第q名，然后各组中的第一名再用单循环赛决出第一至第a名，各组中的第二名再用单循环赛决出第$a+1$至第$2a$名，各组中的第三名再用单循环赛决出第$2a+1$至第$3a$名。如此等等。

分组循环赛的场数较单循环赛的场数略为少些，但却有一个致命的缺点，便是第二名以下的名次的决定不是合理的(从而违反了第二原则)。因为，各组第二名都有争取全体第二名的资

格，如今只能争取第$a+1$至第$2a$名，这种规定的不合理是显而易见的。此外，即使就总分标准而言，分组循环赛所定的每组中的名次也是没有根据的。因为总分原则只就全体都两两比赛，其总分才勉强反映出各参赛员的水平，如果换为各组中的两两循环比赛，便极可能某组中的前几名反不及别组中的末几名，因此，分组循环赛极难说是能够得出符合实际的名次的。可以说，分组循环制只能减少若干比赛场次，但总分制的优点却丧失无遗了。因此分组循环制并不是一个好制度。

还有一些赛制，先分成两组而循环比赛，由一组的首名与另一组的次名相比，两者的胜者再争冠军，两者的负者再争三四名，这没有任何根据，更难说有什么优点，故不再论。

对新竞赛制度的建议

我们现在纯粹采用“胜者名次在前”的原则，不再补充任何别的标准，并根据这个原则而建议五种新竞赛制，各有特点，以供不同需要者的选用。前两种是旧竞赛制的小改动，后三种是新制定的竞赛制。

第一是紧缩循环制。这制的要点是：沿用单循环赛的赛程，但到后面时凡是根据胜者在前的标准已确定相对名次的即不再比赛。因此一般情况下，便有一大批赛程取消从而大大缩减比赛场数。例如，凡已有甲胜乙、乙胜丙的则后面排有的甲丙比赛，即可取消。

最有利的情况是：当$n=2k$时，第一循环时1对2，3对4，5对6，……，$2k-1$对$2k$并假定奇号数胜（共k场）。第二循环是：2对3，4对5，6对7，……，$2k-2$对$2k-1$（还应$2k$对1，但暂缓，以观结果），并假定偶号数胜。这时全体的名次均已排定，只赛$n-1$场，当$n=2k+1$时，第一循环同上（$2k+1$

号轮空），第二循环同上但加上$2k$对$2k+1$，仍假定偶号数胜这时全体的名次亦已排定，亦只赛$n-1$场。故本法的最有利情形是只赛$n-1$场，与单淘汰赛的比赛场最同，但单淘汰赛只能合理地决出第一名，而这里却合理地决出全部名次，因此远优于单淘汰制。

最不利的情况是：每两人比赛均只能决定该两人的相对名次，丝毫不牵涉到别人的名次。例如，甲乙相比，甲胜乙败，乙丙相比，丙胜乙败，结果甲丙仍须比赛，换言之，每次循环都须赛完各场，不能减少。从而仍须赛$\frac{1}{2}n(n-1)$场，与单循环赛的场数同，场数虽同，但我们这里不出现“总分相等须比小分”的问题，亦不出现“相对名次已确定仍需比赛”的问题。两者仍不相同。

一般情形，本法所需场数应在$n-1$与$\frac{n}{2}(n-1)$之间。

第二，分阶段淘汰制。本法的要点是：先用单淘汰制决出第一名；其次，从只败于第一名的参赛者中用单淘汰制决出第二名；其次，从最多只败于第一、二名的参赛者中用单淘汰制决出第三名，………一般，从最多只败于第一名至第k名的参赛者中用单淘汰制决出第$k+1$名，直到全部名次决出为止。显然这个赛制是符合胜者在前原则的。赛场数亦是远远少于$\frac{1}{2}n(n-1)$的。因为第一名的决出，虽然用了$n-1$场，但第二名的决出只赛$\log_2 n$场（因败于第一名的人只有$\log_2 n$）远远少于$n-2$，决出第k名的比赛场次一般亦远远少于$n-k$，从而比赛场数远远少于$\frac{1}{2}n(n-1)$。要计算比赛场数的确数是困难的，而且该确数一般随情况而变化的，不是一个固定数（n固定时，场数仍未固定），只能求其上下确界；即使这两确界也不是容易求得的，这

里暂且从略。

这样的赛制有一个缺点，即是，先得出第一名，而末名最后得出，而一般希望冠军应在比赛最后阶段得出。对此可采取反向淘汰法，即淘汰胜者，负者继续比赛，这样先决出末名，然后从只胜末名的人中用反向淘汰法决出倒数第二名，从只胜末名或倒数第二名的人中用反向淘汰法决出末前三名等等，这样冠军便将在最后产生，合于要求了。

但是赛程仍无法预先决定。必待末k名决出后，从只胜末k名的人中抽签以决定赛程。对组织比赛的人说来，不能预先决定赛程是一个很不受欢迎的因素。

以下是新建议的竞赛制。

第三是种子式竞赛制。这制的要点是：先由两人比赛，决出第一、第二名(临时的，下同)，进来第三人与第一名比赛，如第三人胜则他为第一名，而前两人依次降为第二、第三名；如第三人负，则他再与第二名比赛而决出第二、三名。一般，当已决出第一至第k名后，进来一个新人。新人先与第一名比赛，如新人胜则新人为第一名，以前的人的名次依次降一级，如新人负则第一名照旧而新人与第二名比赛，……，如新人连续战败，最终将与第k名比赛以决第k、第$k+1$名。这样一直添入新人直到全部名次均已决出为止。

显见，最顺利的情况是：每次均是新人的一战而胜，每个新人只战一场，总共只赛$n-1$场便决定了全体名次，比赛场数亦与单淘汰制同，亦能合理地决出全部名次。最不利的情况是：进来的第k名均是每战均败，共需战k场才能决定名次，这样全部比赛场次为：

$$1+2+\cdots+(n-2)+(n-1)=\frac{1}{2}n(n-1)$$

场数又与单循环制同。一般情况其场数在$n-1$与$\frac{1}{2}n(n-1)$之间。

如果我们参照各人以往比赛成绩（例如上届名次）而拟定强弱名单（类似于种子名单，不过这里全体比赛者都是种子，都拟出次序）。然后有意让弱者先赛，强者后赛，那末在少爆冷门的情况下，比赛场数极将接近于$n-1$而大大少于$\frac{1}{2}n(n-1)$。只有频繁地爆冷门（拟议名单不妥，拟议中的强者频繁地败于拟议中的弱者），比赛场数才接近于单循环赛的场数。可以说当排好种子次序后，按次序而比赛，所需比赛场数是很少的（相当接近于$n-1$）。第一种赛制（紧缩循环制）的下界也是$n-1$，但我们即使有了种子次序，也很难对第一种赛制规定比赛次序使得场数尽量地少。

表面看来，似乎必需前k名全部确定后（亦即第k进入者全部比赛完毕后）才能进入第$k+1$名从而似乎不能平行比赛（亦即，不能同时进行几场比赛），这种想法是不对的，我们可以同时进行多场比赛，赛程如下：

比赛者分两类，一类是已（暂时）定了名次的，一类是新进来的（未定名次的）。下面(m, n)指第m个进入者与已定名次的第n名竞赛。一旦，第m新进者胜利，他便变成已（暂时）定名次者，以后的$(m, \cdots)$便不再进行比赛。

3．种子式赛制的赛程

(2, 1)

(3, 1)

(3, 2), (4, 1)

(4, 2), (5, 1)

(4, 3)(5, 2)(6, 1)

(5, 3)(6, 2)(7, 1)

(5，4)(6，3)(7，2)(8、1)

(6，4)(7，3)(8，2)(9，1)

(6，5)(7，4)(8，3)(9，2)(10，I)

(7，5)(8，4)(9，3)(10，2)(11，1)

………

每个横行都是可以同时进行的(读者自己试验证)如果(6，2)比赛时6胜而2败，第6进入者将为第2名(第三、四、五名顺次降为第四、五、六名)(6，3)(6，4)(6，5)将取消，对后进来的人，即(7，1)，(7，2)，(7，3)，(8，1)，(8，2)等将是与新排就的第一、二、三名相比赛，但对更早进入者(例如，第5进入者)如尚未赛完，则(5，4)将是与原来的第四名相比(因为新的第四名即旧的第三名而5已与旧的第三名比赛过了，不应重复)其余照此原则办理。

由上看来，种子式竞赛制是比较好的一种赛制，拟议的强弱名单如果适当，可以少爆冷门而大大减少比赛场数。

第四是优选式竞赛制。当参赛者的实力无法预知，或由于某种原因"不便"于排列强弱顺序时，可采用优选式方法而大大减少比赛场次。这方式是，每次均与已(暂时)排好次序的"中等"参赛者比赛，亦即，如须插入第a至第b名之间时，先与第$\frac{a+b}{2}$名比赛，这种方式叫做对中赛。

例如，设已有三名排了次序，1～3。进来第四名赛员。他先与第$\frac{1+3}{2}$(=2)名比赛。如胜则与第一名比，如负则与第三名比，无论如何，只赛两场便可定出全部四名赛员的名次(依常法，最多时需三场)。

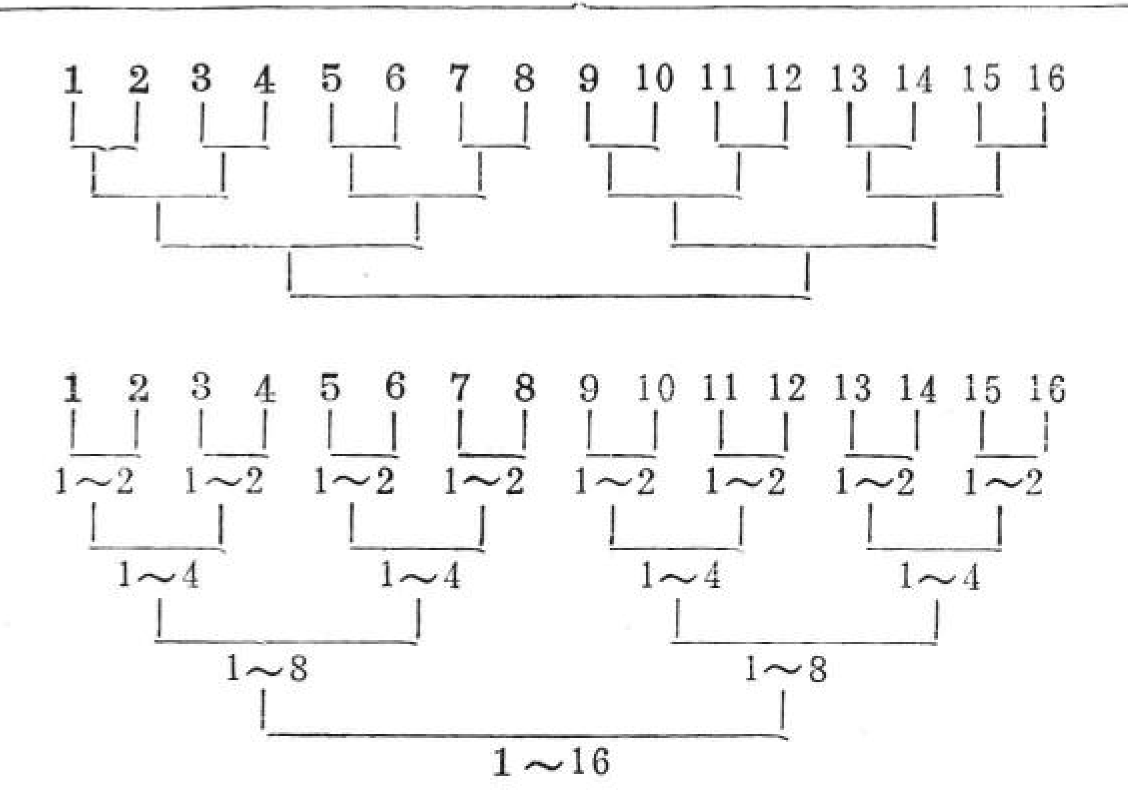
又如，设已排好了7名名次，1～7。进来第八名。他先与第$\frac{1+7}{2}$(=4)名相比，如胜他须插入第1～3名之间，依上段所论只

需再赛两场即够。如负他须插入第5～8名之间，同理仍只需再赛两场即够。无论如何，合共只赛三场即可把进入者的名次确定，远远少于7场的数目。

一般说来，如果2^m-1名已排好名次，照优选法，只需再赛m场即可把进来的第2^m名比赛员的名次确定。此外，如果已排就$k-1$名次，进来第k名比赛员时，当$2^m<k<2^{m+1}$时，只须m场或$m+1$场便可把第k名赛员的名次确定了。据此，我们极易计算优选式竞赛制所需的比赛场数的上界与下界，其下界虽略大于$n-1$，但其上界却大大少于$\frac{1}{2}n(n-1)$，不像前面第一，第三种竞赛制，其上界为$\frac{1}{2}n(n-1)$，要靠排出种子名次才能减少场数。

表面看来，似乎必须第k名赛员全都赛完得出名次后，进来的第$k+1$名赛员才能实行对中赛，这种看法仍是错误的。只要第k名进来比赛了一场，他在哪个区这便已决定，第$k+1$名进来者便可以对中赛了；当第k名进来者比赛了两场后，他在哪个1/4这亦已决定，第$k+1$名进来者仍可以进行第二次对中赛。由此看来，完全不必等候先进来者全部赛完，可以逐场逐场地由后进来者跟上比赛。因此平行比赛是完全可以的。而本法无须先知道比赛员的成绩（实力），故更便于使用。具体的赛仍可采用上面种子式赛制的赛场，只是（m，n）不再是“第m进来此与已排就的第n名相赛”，而应理解为；“第m进来者的第n场对中赛”。

第五种：攻擂式赛制，就赛程而论，本赛制与单淘汰制十分类似，所不同的是：单淘汰制时，两人相赛，负者淘汰，而本赛制则是：（已排就名次的）两组赛员采用攻擂式相赛而合并成为排就名次的一个组。设有16名赛员，单淘汰制为上表，而攻擂式赛制则是下表：（其中1～2表明排出第一第二名，1～4表示排出第1至第4名。余仿此）。



攻擂时可由强而弱，亦可由弱而强：一般是弱者先出（强者比赛放在后面），试将由两个已排1～4名的组赛出1～8的过程描述如下：双方先出第4名比赛，负者为全体末名（第8名），胜者与对方的前一名（目前为第三名）相比，负者为全体末前一名（第七名），胜者与对方更前一名相比。显然，每比赛一场即确定一个名次。故确定1～8名时，至多需赛7场。确定1～16名时最多连赛15场）。最顺利的情况时，一方的末名连胜对方全体，从而由1～4名而确定1～8名时只需赛4场即够，即所需赛场场数与对方成员个数相等（而不是两方成员总数减1）。

攻擂式不必两组人数相等，可由$1-m$名与$1\sim n$名而排出$1\sim m+n$名。由上可知，最顺利情况只须赛$\min(m, n)$场，最坏情况只需赛$m+n-1$场，一般所需赛场场数在两者之间。

本赛制的各场比赛是可以平行进行的。不但不同擂台的攻擂可以平行进行，即使同一擂台仍可以分两个小组，一是由弱而强，一是由强而弱，同时进行。例如，在同一个(1～4，1～4)拼成(1～8)的擂台中，可以同时如下进行：

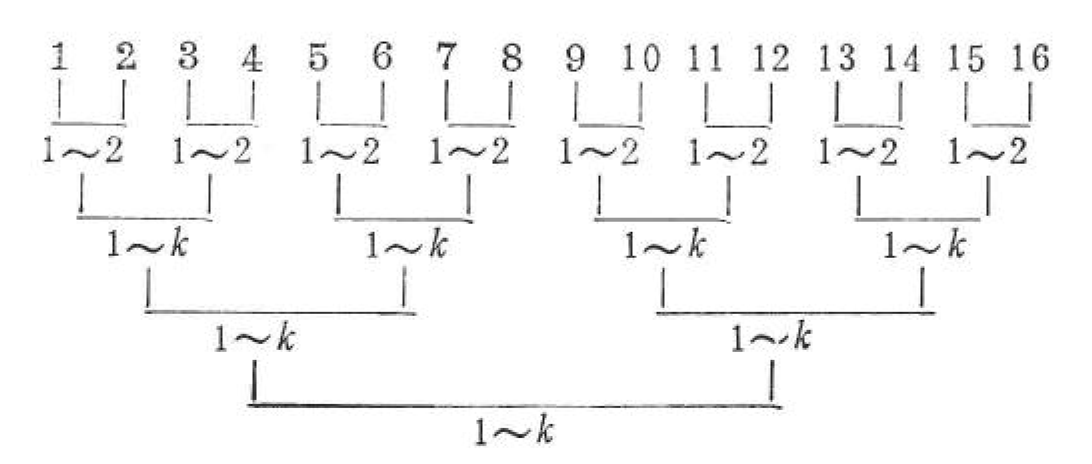
甲台：1 ⟷ 1	乙台：4 ⟷ 4
胜者已定，负者继续	负者已定，胜者继续

仍是每赛一场即有一名名次已定，从而合计最多7场。这样，本赛制可以充分进行平行比赛，使得比赛尽可能早日结束。

以上五种是基本的赛制。此外我们还可以把若干种赛制混合使用，还可以按具体情况而作出各种变化。种类繁多，不胜枚举，今略述一、二例如下，其余读者可自行设计。

在攻擂式中，如果在派出最弱或最强者相赛之前，先由某组末名与对方首名相赛，如末名胜利，则全体名次即定，这样虽然赛场数可能每次比攻擂均多赛一两场，但却不放过只赛一场即可排出两组全体名次的机遇，这种尝试是值得的。但下文计算场数对此我们不作细论。

又如果这届比赛并不想决出全体名次，而只录取前k名（其余不计名次），这时我们亦可以采取相应对策而大大减少比赛场次而仍然合理定出所录取的全部名次。试就攻擂制而言，可规定，出场次序是双方由强而弱，决出k名后即不再比赛。其赛程是：



如$k>4$，则由(1～2，1～2)当然只得(1～4)而不是(1～k)但两组人数总和多于k人时则截至k名即停，又最后一轮的1～k，为了把冠亚军决赛挪到最后，可规定最后一轮是由弱而强，以便冠亚军产生赛可放在最后。

此外因各种具体情况而需作相应改变的还有很多不再细述。

附 各种赛制的比赛场数

下面计算一些赛制的比赛场数，从而也反映各种赛制的优劣（场数少的一般是更好的）。

设参赛人数为$n(=2^m+r,\ r<2^m)$

①单淘汰制　$n-1$场(此数记为甲)

②分层淘汰制　此数记为乙(n)，由下式计算

$$乙(0)=乙(1)=0$$

$$乙(2n)=n+2乙(n)$$

$$乙(2n+1)=n+乙(n)+乙(n+1)$$

再有：$乙(2^m)=m\cdot 2^{m-1}$及$乙(2^k+h)=h+乙(2^k)+乙(h)(h<2^k)$，从而极易计算出各值

③单循环赛制，此数记为已$(n)=\frac{1}{2}n(n-1)$

④分组循环制，设分为a组，每组q人，则共$aq\left(\frac{a+l}{2}-1\right)=n\left(\frac{a+q}{2}-1\right)$场，由于$aq=n$(常数)，故当$a=q=\sqrt{n}$时场数最少(共$n(\sqrt{n}-1)$场)，但$\sqrt{n}$未必为整数，无法分成$\sqrt{n}$组（每组$\sqrt{n}$人），但可以不要求每组人数均相等，从而可以得到比$n(\sqrt{n}-1)$更少的场数。但所少的场数不大，可不必过于计较，下文我们即以$n(\sqrt{n}-1)$(整数部分)作为分组循环赛所需的比赛场数，记为戊(n)。

⑤紧缩循环制　介于甲与乙之间。

⑥分阶段淘汰制　今尚未有公式算出。

⑦种子式赛制　介于甲与乙之间

⑧优选式赛制　介于丙与丁之间，丙丁如下计算，（丙为下界丁为上界）。

$$丙(2^{m+1})=丙(2^m)+2^m\cdot m+1,\ 丙(1)=0,\ 丙(2)=1,$$

$$丁(2^{m+1})=丁(2^m)+2^m(m+1),丁(1)=0,\ 丁(2)=1.$$

另外，在2^m与$2^{m+1}-1$之间，丙作成以m为公差，丁作成以$m+1$为公差的等差级数。

⑨攻擂式赛制，介于乙与丁之间（乙为下界，丁为上界）。

由于乙较丙为小，故就比赛场数而言，攻擂式略优于优选式。种子式与紧缩循环制的下界均为甲，更小于乙，但需靠种子名单的帮助（而且假定按种子顺序比赛时不爆冷门）。

今就n的若干值而列出各比赛场数于下表：

人数	甲	乙	丙	丁	戊	己
1	0	0	0	0	—	0
2	1	1	1	1	—	1
3	2	2	2	3	—	3
4	3	4	4	5	4	6
7	6	9	10	14	11	21
8	7	12	13	17	14	28
14	13	25	31	41	37	71
16	15	32	38	49	48	120
30	29	71	94	119	132	432
32	31	80	103	129	147	496
50	49	133	193	237	300	1225
54	63	192	264	321	448	2016
90	89	275	420	503	763	4005
128	127	448	649	769	1319	8128

续表

人数	甲	乙	丙	丁	戊	已
150	149	515	803	945	1687	11175
256	255	1024	1546	1793	3840	32640
300	299	1180	1898	2189	4896	44850
512	511	2304	3595	4097	11073	130816
1024	1023	5120	8204	9217	31744	523776

（作者：莫绍揆）

〔九〕 Scholz问题的解决

提 要

Scholz问题有两个．(1)试找出一数集为有限谱的充要条件；(2)试判定是否有限谱的补集必然仍为有限谱．本文指出了，一集M为有限谱当且仅当它为一个特存ε^2集（定义见下），又指出在一定条件下，可作一个有限谱它的补集不再是有限谱．因此我们完全解决了第一Scholz问题而在一定条件下解决了第二问题．

命dig(x,y)指（在v进制下）数x的第y位数字．一集B叫做特存ε^2集指“$x\in B$”可以表示为$\exists f<\cdot v^{h}\alpha(f,v)$，这里$h$为一常数而$\alpha(f,v)$为一个$\varepsilon^2$谓词（在Grzegorczyk谱系中），使得在其中f只出现在dig的第一变目处。

文献〔1〕的末页上列有四个“数理逻辑中未解决问题”，第一个便是Scholz提出的如下问题。

“设IK为带有相等词的一阶谓词演算。

今有问题如下，设H为IK的公式，所谓H的谱指使得H可满足的自然数的集合。M为自然数的任意一个集合，试找充要条件使得有一个H而M为H的谱”。

有一个IK的公式H而M为H的谱时下文将M叫做有限谱（或可满足数集）。Scholz问题是：找出M为有限谱的充要条件。

文献〔2〕的书末也列有好些未解决问题。第一条便是：

“1。有限谱问题。给定一个句子φ（按指一阶语言的句子），φ的有限谱指那些$n<\omega$而使得φ有基数为n的模型者。

猜想：如果$S\subseteq\omega$为$\mathscr{L}$的某个句子的有限谱，则$\omega\backslash S$亦是$\mathscr{L}$的某个句子的有限谱。(Scholz)”

这两问题显然有非常密切的关系，但它们究竟是两个不同的问题。可能我们找到了所要求的充要条件而不能判定该猜测的正误，也可能我们能判定该猜测的正误而得不到该充要条件。因此这两个问题将分别叫做第一、第二Scholz问题。

本文先解决第一问题，给出所求的充要条件；然后讨论第二问题指出在一定条件下该猜测是错误的。

一些预备知识

在讨论模型或有限谱时，我们总是就非空域立论。显然域中元素的本质是无关紧要的，重要的只是域中元素的个数。因此假定域中元素为$\{0, 1, \cdots, v-1\}$，并把它叫做v域($v\geqslant1$)。当$v\geqslant2$时，令0，1分别表示真、假。因此(当$v\geqslant2$时)，谓词可以看作一种特殊的函数（只取0，1以为值）。

有关一公式的全称封闭式、存在封闭式的概念是熟知的。显然一公式的模型与它的存在封闭式的模型是相同的。今后在讨论模型时，只使用有关个体变元的存在封闭式。这时没有自由个体变元而只有谓词符与函数符。

当讨论有限模型时，凡谓词与函数认均为以v域作为其定义域与值域。这时它们便叫做v函数与v谓词（但当$v=1$时v谓词的值域不是v域)。$\exists x<v$与$\forall x<v$形的量词叫做v量词。

一般说来，函数与谓词是不能用一数来表示的，但v域函数、v域谓词却有可能。这种可能性是解决第一Scholz问题的关键。

当$v\geqslant 2$时，试考虑k元v域函数$f(x_1, \cdots, x_k)$，其自变元可以独立地从0到$v-1$取值，故f共有v^k个值。如果把值$f(a_1, \cdots, a_k)$放在v进制中的第$\langle a_1 a_2 \cdots a_k\rangle$位处（这里$\langle a_1 a_2 \cdots a_k\rangle$指$a_1 + a_2 v + \cdots + a_k v^{k+1}$），我们便得一个$v$进制数，它共有$v^k$位，这数叫做函数$f$的代表数，记为$f^*$。类似地可以得到$v$域谓词$B$的代表数。记为$B^*$。

注 当$v=1$时，谓词的代表数不能表为v进制数，而一函数的代表数根本没有用处，因此我们须限于$v\geqslant 2$。

显然，v函数或v谓词（k元的）的代表数均$<_v v^k$，省记为$<_k v$，当然，一谓词的代表数可取为$<_2 v^k$。但这个更小的上界对我们没有什么好处，所以这里使用公共的上界$<_k v$。

函数、谓词与其代表数的对应是1－1的，因此可以由代表数而得回函数、谓词本身。为此，我们须引进函数dig（由digit即“数字”而来）。

定义 当$v\geqslant 2$时，$\mathrm{dig}_v(a, x)$指：在v进制下数a的第x位数字（个位算作第0位）。因此有

$$\mathrm{dig}_v(a, x) = [a/v^x] \dot{-} v\cdot[a/v^{x+1}],$$

这里$[x]$指x的整数部分。

引理1 $f(x_1, x_2, \cdots, x_k) = \mathrm{dig}(f^*, \langle x_1, x_2, \cdots, x_k\rangle)$,

$$B(x_1, x_2, \cdots, x_k) \leftrightarrow \mathrm{dig}_v(B^*, \langle x_1, x_2, \cdots, x_k\rangle) = 0.$$

定义 设一项ξ或一公式φ不含v函数以外的函数，则它叫做s项或s公式。

定义 运算*（它以s项及s公式为主目）可以递归地定义如下。

（1）$x^* = x$当x为个体（常元或变元）时，

（2）$(f(\xi_1, \cdots, \xi_k))^* = \mathrm{dig}_v(f^*, \langle \xi_1^*, \cdots, \xi_k^*\rangle)$，这里$f$为$v$函数，诸$\xi$为$s$项；

（3）$(B(\xi_1, \cdots, \xi_k))^* = \mathrm{dig}_v(B^*, \langle \xi_1^*, \cdots, \xi_k^*\rangle) = 0$，这

里B为v谓词；

（4）$(\neg\varphi)^* = \neg(\varphi^*)$（$\varphi$为$s$公式）；

（5）$(\varphi\vee\psi)^* = \varphi^*\vee\psi^*$等等（$\varphi$，$\psi$为公式）；

（6）$(\exists x\varphi)^* = \exists x\varphi^*$，$(\forall x\varphi)^* = \forall x\varphi^*$（$\varphi$同上）。

显然，$*$对一切s项与s公式都有定义。

结合本定义与引理1可得

引理2　设$v\geqslant 2$，如果φ为s公式，则当没有约束谓函词时有

$$\varphi\leftrightarrow\varphi^*;$$

又如果A为一函数符或谓词符而有k个主目，则

$$\exists A\varphi\leftrightarrow\exists f<_k v\varphi^*.$$

证　第一部分显然，由于A有k目，其代表数将$<_v v^k$（即$<_k v$），故第二部分亦显然。

定义　$\exists a<_k v$与$\forall a<_k v$分别叫做特存，特全量词。两者均称为特别量词。

定义　对任何种谓词（即含变元的公式）φ，例如Δ谓词，如果在其中f仅出现于dig的第一变目处，而相应的第二变目均呈$\langle\xi_1\cdots\xi_t\rangle$形而$t\leqslant h$，则$\exists f<_h v\varphi$（与$\forall f<_h v$）分别叫做特存（特全）$\Delta$谓词。

定义　基底项与基底公式可递归定义如下，

（1）个体变元为基底项；

（2）如果ξ_1，…，ξ_k为基底项，则$\mathrm{dig}_v(x, \langle\xi_1, \cdots, \xi_k\rangle)$亦为基底项，这里$x$为变元；

（3）如果ξ_1，ξ_2为基底项，则$\xi_1=\xi_2$为基底公式；

（4）如果φ，ψ为基底公式，x为变元，则$\neg\varphi, \varphi\vee\psi, \varphi\wedge\varphi$，$\varphi\leftrightarrow\psi$，$\varphi\leftrightarrow\psi, \forall x<v\varphi$，$\exists x<v\varphi$亦为基底公式；

（5）基底项与基底公式限于由(1)－(4)所得到者。

定义　特存基底公式又叫做（v的）特存基底谓词。由特存基底谓词所决定的集叫做特存基底集。

定理1　一集合M为有限谱当且仅当有一个特存基底集A使得$M=A/\{0\}$。

证　必要性　设M为一有限谱，则有一个一阶语言中的公式φ，其中无自由个体变元，使得

$$v\in M\leftrightarrow\varphi\text{在}v\text{域上可满足且}v\neq 0$$
$$\leftrightarrow H\wedge v\neq 0\text{（设记如此）。}$$

命A_1，…，A_n为φ中全部函数符与谓词符，它们最多具有h个变目。

当$v\geqslant 2$时由引理2有

$$\exists A_1\cdots\exists A_n\varphi\leftrightarrow\exists f<_h v\cdots\exists f_n<_h v\varphi^*.$$

故有，$H(\leftrightarrow\exists A_1\cdots\exists A_n\varphi)\leftrightarrow\exists f_1<_h v\cdots\exists f_n<_h v\varphi^*$，记之为$\beta$。

检查有无$1\in M$。

如果$1\in M$，则$H\leftrightarrow\beta\vee v=1$，可命$A=\{v|\beta\vee v=1\}$；

如果$1\notin M$，则$H\leftrightarrow\beta\wedge v\neq 1$，可命$A=\{v|\beta\wedge v\neq 1\}$；

无论如何均有：$H\leftrightarrow v\in A$。于是再有

$$v\in M\leftrightarrow H\wedge v\neq 0\leftrightarrow v\in A\wedge v\neq 0\leftrightarrow v\in A\backslash\{0\}.$$

显然A为一个特存基底集，故必要性得证。

充分性　设A为一个特存基底集，则有一特存基底公式

$$\beta(=\exists f_1<_h v\cdots\exists f_n<_h v\varphi),$$

使得
$$v\in A\leftrightarrow\beta.$$

由定义，诸f只出现于形为$\mathrm{dig}_v(f_i\langle\xi,\cdots,\xi_k\rangle)$的项中（$k\leqslant h$）。今把每个这样的项$\mathrm{dig}_v(f_i,\langle\xi_1,\cdots,\xi_k\rangle)$均换为$F_i(\xi_1,\cdots,\xi_k,0,\cdots,0)$，这里$F_i$为函数符，并删除相应的量词$\exists f_i<_h v$。如果此外还留存有dig项，它们必具下形：$\mathrm{dig}_v(t,\langle\xi_1,\cdots,\xi_k\rangle)$，具有相应的$v$量词$\exists t<v$，今把一切这样的项换为$z$，将得一公式$\gamma(z)$。再把原公式改为

$$\exists z(\gamma(z)\wedge:\ y=t\wedge\xi_1=\cdots=\xi_k=0\cdot\vee y=0$$
$$\wedge\neg(\xi_1=\cdots=\xi_k=0)).$$

根据dig的意义，这公式是和原公式等价的。这里出现一个数字0，但这个0并没有任何特殊性质，故可把各处的0均换为一个新变元u，并且全体公式前面添入首标$\exists u<v$（或$\exists u$），这样便把常项0除去了。然后充分性部分便得证。从而定理1也得证。

在一定意义下定理1已解决了第一Scholz问题。但是函数dig很少使用，而要判定某个谓词能否表示成（或等价于）一个特存基底谓词也是困难的。因此我们需要更好的准则。为此我们要把v函数的概念加以推广。

定义 如果有一数h使得对每个u以及诸x有

$$\max(x_1,\cdots,x_k)<u\wedge u\geqslant 2.\rightarrow f(x_1,\cdots,x_k)<u^h,$$

则f叫做h级（弱）自封函数。

显然，如果诸g为（弱）自封，最多h级，而f为t级（弱）自封函数，则$f(g_1\cdots,g_m)$亦为（弱）自封，最多为ht级。

当将定义域限于v域时则一阶（弱）自封函数恰为v函数，而高阶者则否。但是借助于v进制，后者仍可代以固定个数（与进制v无关）的v函数，甚至于可以代以一个v函数（只是变目个数增大了）。

定义 $\langle x_0x_1\cdots x_k\rangle$指$x_0+x_1v+\cdots+x_kv^k$。

显然，当$k>0$而$x_k\neq 0$时$\langle x_0x_1\cdots x_k\rangle$的值将$>v$，故$\langle\quad\rangle$不是$v$函数。但是两$v$进制数之间的相等关系却可以用$v$函数来表示。因为，当$h$，$k$具体给出时，有

$$\langle x_1x_2\cdots x_h\rangle=\langle y_1y_2\cdots y_ky_{k+1}\cdots y_{k+h}\rangle$$
$$\leftrightarrow x_1=y_1\wedge x_2=y_2\wedge\cdots\wedge x_k=y_k\wedge y_{k+1}=\cdots=y_{k+h}=0$$

引理3 任何h级（弱）自封函数$f(x_1,\cdots,x_h)$可以由一级（弱）自封函数$f_1,f_2,\cdots,f_h$（依次序）来确定。

证 任给一数u，因为f为h级故当$\max(x_1,\cdots,x_h)<u$时$f(x_1,\cdots,x_h)$的值将$<u^h$，从而在u进制中它将为h位数。今命

$$f(x_1,\cdots,x_k)=\langle f_1,f_2,\cdots,f_h\rangle(x_1,\cdots,x_k).$$

显然f将由诸$f_i(1\leqslant i\leqslant h)$而确定。此外当$\max(x_1,\cdots,x_k)<u$时有$f_i(x_1,\cdots,x_k)<u$，故诸$f_i$为一级（弱）自封函数。引理得证。

定义 引理3中的f_i叫做函数f的第i个分支函数，它们都是1级（弱）自封函数。

引理4 如果$F(x_1,x_2,\cdots,x_k)=f(g_1,g_2,\cdots,g_m)(x_1,x_2,\cdots,x_k)$，则$F$的各分支函数都可以由$f$的以及诸$g$的分支函数作复合（叠置）而得。

证明是比较麻烦的，但原则上却是非常简单而直接的。

注意。不存在固定的一数h（与u无关）使得

$$\max(x,y)<u\wedge u\geqslant 2\cdot\rightarrow x^y<u^h,$$

故x^y不是（弱）自封的。因此x^y没有分支函数，它也不能由固定个数的1级（弱）自封函数所确定。

必须注意，虽然（弱）自封函数类很狭小以致不包含有x^y函数，但它却足够宽广以致包含一些非原始（甚至于非一般）递归函数。试命$g(x_1,\cdots,x_k)$为一个非一般递归函数，这时$\min(\max(x_1,\cdots,x_k)^h,\ g(x_1,\cdots,x_k))$显为$h$级（弱）自封函数，但一般地它不是一般递归的。此外，每个谓词（甚至于非递归的）都是（弱）自封的。因此看来应该适当限制这个函数类。

定义 如果存在一个定义过程(即有一组等式系来定义它)，从后继函数S出发，使得所定义的各中间函数都是最高为h级的(弱)自封函数，则该函数便叫做h级(强)自封函数。

显然，每个强自封函数同时亦是弱自封函数，其逆未必正确。因为，一个函数f之为强自封，不但f自身而且其定议过程中的一切中间函数都应该是弱自封的。

引理5 对每个（强）自封函数f而言，都有一个定义过程，在其中一切中间函数都是1级（强）自封的。

证 对每个中间函数我们改而定义其分支函数即可。

根据明显的方法我们定义（强）自封谓词、特存（强）自封

谓词，特存(强)自封(自然数)集等等。

现在我们给出另一准则。

定理2　一集M为有限谱当且仅当有一个特存(强)自封集A使得$M=A/\{0\}$。

证　因为特存基底集也是特存(强)自封集，故必要性是显然的，今证充分性。

由于A是特存(强)自封集，故有一个(强)自封谓词$\varphi(v)$使得(其中h,n为具体数字)：

$$v\in A\leftrightarrow\exists f_1<_h v\cdots\exists f_n<_h v\varphi(f_1,\cdots,f_n,v)$$

我们逐步实施下列各步骤。

(I)首先，我们除去各特存量词及诸f。根据定义，诸f只出现在dig的第一变目处，而第二变目(当把各高级(强)自封函数换为它们的分支函数后)可写为$\langle\xi_1\cdots\xi_k\rangle$($k$具体给出且$k\leqslant h$)。引入新$h$元函数符$F_i$。根据定义必有$k\leqslant h$，因而可将

$\mathrm{dig}(f_i,\langle\xi_1\cdots\xi_k\rangle)$换为$F_i(\xi_1,\cdots,\xi_k,0,\cdots,0)$，(共有$h-k$个0)这样，诸$f$便被删除了。

(II)我们需将每个受界量词换为v量词。在φ中可有下形的受界量词：$\exists t<g(x_1,\cdots,x_k)$与$\forall t<g(x_1,\cdots,x_k)$，而$g$为$h$级(强)自封函数，今作替换：

$$\exists t<g(x_1,\cdots,x_k)\text{换为}\exists t_1<v\cdots\exists t_h<v(\langle t_1,\cdots,t_h\rangle<\langle g_1,\cdots,g_h\rangle(x_1,\cdots,x_k)\wedge\cdots),$$

$$\forall t<g(x_1,\cdots,x_k)\text{换为}\forall t_1<v\cdots\forall t_h<v(\langle t_1,\cdots,t_h\rangle<\langle g_1,\cdots,g_h\rangle(x_1,\cdots,x_k)\rightarrow\cdots).$$

此外还极容易表示两个v进制数之间的大小关系。因此一切受界量词都可以换为v量词，这正是我们所要求的。

(III)我们还应除去变元v以及常数、常函数与常谓词，因为后者不在一阶语言内，为此目的我们需建立v域上的算术。

作为准备，可以根据下列条件而引入谓词符$<_0$与函词符S_0

（我们并不关心于所用条件个数的多少），

$(<_0 1)$　　$\forall x \neg(x <_0 x)$,

$(<_0 2)$　　$\forall x \forall y(x <_0 y \rightarrow \neg y <_0 x)$,

$(<_0 3)$　　$\forall x \forall y \forall z(x <_0 y \wedge y <_0 z \cdot \rightarrow x <_0 z)$,

$(<_0 4)$　　$\exists u \forall x(u = x \vee u <_0 x)$,

$(S_0 1)$　　$\forall x \forall y(x = y \leftrightarrow S_0 x = S_0 y)$,

$(<_0 S_0 1)$　　$\exists w \forall x(x <_0 w \vee x = w \cdot \wedge x \neq w \rightarrow x <_0 S_0 x)$.

当这些条件满足后$<_0$将把v域线性排序，具有唯一的最小元素与唯一的最大元素，可分别记为0及w。由于函数S_0是1－1的，显然各元素可命名为$0, S0, SS0, \cdots, S^{v-1}0(=w)$，并将命名为0，1，2，…，$v-1$。这里$S_0$与$<_0$与通常的$S$，$<$是不同的，因为它们不具有下列性质：

$$\forall x(Sx \neq 0) \text{与} \forall x \exists y(x < y).$$

要建立算术必须引入通常的S，因为每个常函数与常谓词都须借助于它而定义（事实上，由它出发而定义）。

关于S的Peano公理是

$$\forall x(Sx \neq 0) \wedge \forall x \forall y(x = y \leftrightarrow Sx = Sy).$$

要满足这两公理必须使用无穷域（因为S把该域映射到它的真子集中去），因此，这样的函数S在v域中是无法定义的。

我们知道，要计算至高为$h+1$级的（强）自封函数与(强)自封谓词，我们只使用具有h位数（v进制下）的值便够了。因此我们无须建立真正的算术本身，只建立下列的算术便够了：当所使用的值均$<v^{h+1}$时它与通常的算术一致。这便是我们下文中所做的。

首先，如下定义S：

$$S\langle x_1 x_2 \cdots x_h\rangle = \langle (Sx_1) x_2 \cdots x_h\rangle, \text{ 当} x_1 \neq w \text{时},$$
$$= \langle 0(Sx_2) \cdots x_h\rangle, \text{ 当} x_1 = w \wedge x_2 \neq w \text{时},$$
$$= \cdots\cdots$$

$$=\langle 00\cdots(Sx_h)\rangle,\ \text{当}x_1=\cdots=x_{h-1}=w$$
$$\wedge x_h\neq w\text{时}.$$

我们将不定义$S\langle ww\cdots w\rangle$，或者定义为$S\langle ww\cdots w\rangle=\langle 00\cdots 0\rangle$。由于$S\langle ww\cdots w\rangle$的通常值$\geqslant v^{h+1}$，所以如何定义它是不发生影响的。

既定义了S我们便可以把数a写成S^a0，而变元v（不在v量词内的），则写为Sw，至于v量词内的v则简单地把"$<v$"删除便成了。

然后使用有关在φ中出现的各（强）自封函数的通常定义方程，但改写为有关分支函数的定义方程，后者都是1级（强）自封函数。

显然我们所建立的算术将会和通常的算术一致，只要所用到的一切值均$<v^{h+1}$.

命所有一切公式的合取为β，显然，当$v\geqslant 2$时，有

$$v\in A\leftrightarrow\beta\text{在}v\text{域上满足(记为}H(\beta)).$$

再检查是否$1\in A$,

如果$1\in A$，则

$$v\in A\backslash\{0\}\leftrightarrow H(\beta\wedge\exists x(x=x)\cdot\vee\exists x\exists y(x=y)),$$

如果$1\notin A$，则

$$v\in A\backslash\{0\}\leftrightarrow H(\beta\wedge\exists x\exists y(x\neq y)).$$

在两情况之下$A\backslash\{0\}$都是一个有限谱。故充分性得证。从而定理得证。

在这里比较本结果与Grzegorczyk的分层是适当的。

用熟知的算术化方法极易证明：

一切强自封函数都是$\mathscr{E}^3$内的函数。

引理6　函数$\mathrm{dig}_v(f_1\langle x_1\cdots x_k\rangle)$是$\mathscr{E}^3$内的函数。

证　我们利用叠置（复合）与受限（原始）递归式逐步地定义$\mathrm{dig}_v(a,x)$和$\mathrm{dig}_v(a,\langle x_0x_1\cdots x_h\rangle)$如下。

（1） $xNy(\leqslant x)$：$xN0=x$，$xNSy=0$（又$1Ny$记为Ny）；

（2） $Dx(\leqslant x)$：$D0=0$，$DSx=x$；

（3） $x\dot{-}y(\leqslant x)$：$x\dot{-}0=x$，$x\dot{-}Sy=D(x\dot{-}y)$；

（4） $x\dot{-}uv(\leqslant x)$：$x\dot{-}u\cdot 0=x$，$x\dot{-}uSv=(x\dot{-}u\cdot v)\dot{-}u$；

（5） $rs(x,y)(\leqslant x)$（约定$rs(x,0)=x$）。

$$\begin{cases} rs(0,y)=0, \\ rs(Sx,y)=(Srs(x,y))N(N(Srs(x,y)\dot{-}y)); \end{cases}$$

（6） $[x/y](\leqslant x)$（约定$[x/0]=0$），

$$\begin{cases} [0/y]=0, \\ [Sx/y]=[x/y]+N(y\dot{-}Srs(x,y))N^2y; \end{cases}$$

（7） $[x/y\cdot z]=[[x/y]/z]$ （用叠置）；

（8） $[x/y^z](\leqslant x)$，

$[x/y^0]=x$，

$[x/y^{Sz}]=[[x/y^z]/y]$；

（9） $[x/y^{u\cdot v}](\leqslant x)$，

$[x/y^{u\cdot 0}]=x$，

$[x/y^{u\cdot Sv}]=[[x/y^{u\cdot v}]/y^u]$；

（10） $[x/y^{u\cdot v_1\cdot v_2}](\leqslant x)$。

$[x/y^{0\cdot v_1\cdot v_2}]=x$，

$[x/y^{Su\cdot v_1\cdot v_2}]=[[x/y^{u\cdot v_1\cdot v_2}]/y^{v_1\cdot v_2}]$；

仿（9）（10）可以逐次作出$[x/y^{u\cdot v_1\cdot v_2\cdot v_3}]$，…，以及对具体给出的数$h$而作出$[x/y^{u\cdot v_1\cdot v_2\cdot\cdots\cdot v_h}]$（$h$不能是变元或复杂项）。令诸$v$相等即得

（11） $[x/y^{u\cdot v^h}]$。

再命A表示$x_0+x_1v+\cdots+x_hv^h$即$\langle x_0x_1\cdots x_h\rangle$，则有

（12） $[x/y^A]=[[\cdots[[[x/y^{x_0}]/y^{x_1v}]/\cdots]/y^{x_hv^h}]$，

（13） $\mathrm{dig}_v(a,\langle x_0x_1\cdots x_h\rangle)=[a/v^A]\dot{-}v[[a/v^A]/v]$。

这样一来便可看见，$\mathrm{dig}_v(a, \langle x_0 x_1 \cdots x_h \rangle)$的确是在$\mathscr{E}^0$之内。引理得证。

注意 由（9）容易看见$\mathrm{dig}_v(a,x)$是在$\mathscr{E}^0$之内的

$$\mathrm{dig}_v(a,x) = [a/v^x] \dot{-} v \cdot [[a/v^x]/v],$$

但是$\langle x_0 x_1 \cdots x_h \rangle$不在$\mathscr{E}^0$之内，所以单由（9）不能断定$\mathrm{dig}_v(a, \langle x_0 \cdots x_h \rangle)$也在$\mathscr{E}^0$之内。

由引理6可知一切基底谓词均在$\mathscr{E}^0$内，故有

基底谓词$\subseteq \mathscr{E}^0$谓词$\subseteq \mathscr{E}^1$谓词$\subseteq \mathscr{E}^2$谓词$\subseteq$强自封谓词$\subseteq \mathscr{E}^3$谓词。

当冠以“特存”时仍有同样关系。

推论 $\mathscr{E}^2$数集（除去$\{0\}$）是一个有限谱。

结合定理1与定理2，便得

主要定理 一集合为有限谱当且仅当在下列任何一类中找到一集合A使得$M = A \backslash \{0\}$：

（1）特存基底集，

（2）特存$\mathscr{E}^0$集，

（3）特存$\mathscr{E}^1$集，

（4）特存$\mathscr{E}^2$集，

（5）特存强自封集。

证 注意，有（1）$\subseteq$（2）$\subseteq$（3）$\subseteq$（4）$\subseteq$（5）。故由定理1与定理2即得证。

和定理1、2的证明同样可以直接证明任何特存强自封集也是特存基底集。

推论 在主要定理中所列的（1）—（5）集都是同一的集。

推论 在主要定理中所列的（1）—（5）集都包含于$\mathscr{E}^3$集之内，又都包含了$\mathscr{E}^2$集。

证 因为函数x^y在$\mathscr{E}^3$之内，故集（5）包含在$\mathscr{E}^3$之内，此外，显然（4）包含了$\mathscr{E}^2$集。

因此可以说，一切$\mathscr{E}^2$中的集都是有限谱，而一切有限谱均在$\mathscr{E}^3$之中。

现在再讨论第二Scholz问题。

命题 如果基底谓词类可以由一个（强）自封谓词而枚举，则有一个有限谱M使得$\omega\backslash M$不是有限谱，这里ω是正整数集。另一方面，如果Scholz猜测是对的，那末基底谓词类不能由（强）自封谓词而枚举。

证 每个有限谱可以表成$\exists f<_h v\varphi(f,v)$，这里$\varphi(f,v)$是一个二元基底谓词。假设有一个（强）自封谓词$\beta(f,v,m)$使得当$m$取尽正整数时我们可得一切有限谱，这时有

$$v\in M_m\leftrightarrow v\neq 0\wedge\exists f<_h v\beta(f,v,m),$$

这里h随β而确定，因而是固定的（不随m而更改）。今定义M如下

$$v\in M\leftrightarrow v\neq 0\wedge\exists f<_h v\beta(f,v,v).$$

因为$\beta(f,v,v)$仍为（强）自封谓词，M便是一有限谱。又有

$$v\in\omega\backslash M\leftrightarrow v\neq 0\wedge\neg\exists f<_h v\beta(f,v,v)$$

假如Scholz猜测是对的，则将有一正整数c使得$\omega\backslash M=M_c$，从而

$$v\in M_c\leftrightarrow v\neq 0\wedge\neg\exists f<_h v\beta(f,v,v),$$

以及

$$v\in M_c\leftrightarrow v\neq 0\wedge\exists f<_h v\beta(f,v,c).$$

今命v为c（由于$v\in M_c$，故必$v\neq 0$），即得

$$\neg\exists f<_h v\beta(f,c,c)\leftrightarrow\exists f<_h v\beta(f,c,c).$$

这是荒谬的。因此Scholz猜测是错误的，命题于是得证。

在[3]中，有一个未解决问题：$\mathscr{E}^0$中的函数能否用$\mathscr{E}^1$中甚至于用$\mathscr{E}^2$中的函数而枚举。

推论 如果$\mathscr{E}^0$中的函数能用$\mathscr{E}^2$中的一个函数而枚举，则Scholz猜测是错误的；反之，如果Scholz猜测正确，则$\mathscr{E}^0$中的函数不能用$\mathscr{E}^2$中的函数而枚举。

（作者：莫绍揆）

参 考 文 献

[1] Journal of Symbolic Logic, 17:2, 1952.
[2] Chang, C.C. and Keisler, H.J., Model Theory.
[3] Grzegorczyk, A., Some Classes of Recursive Functions.

第 四 部

自然科学方法论

〔一〕 自然科学方法概论

自然科学方法论作为人类知识体系中的一种形态和重要组成部分，是作为哲学逻辑学方法论和各种具体自然学科的研究方法的中间层次而提出来的。作为中间层次，它既是对各门具体学科的研究方法的抽象、概括与总结，同时也是哲学逻辑学方法的特殊化或具体化的一种展现。所以，自然科学方法论作为哲学，从方法论原理的角度看，它只构成一般哲学的一个特殊的、低层次的分支；它实质上是方法论原理和一般哲学方法在各门具体自然科学研究领域中的应用；而作为科学，它又构成了一门软科学、是为各门具体自然科学提供方法、原则、手段、途径的最一般的科学。

1 自然科学方法论的意义

自然科学作为一种高级复杂的知识形态和认识形式，是在人类已有的知识基础之上，利用正确的思维方法、研究手段和一定的实践途径而获得的；它是人类智慧和创造性劳动的结晶。因此，在科学研究、科学发明和发现的过程中，是否拥有正确的科学研究方法是能否对科学事业作出有价值贡献的关键。正确的科学方法至少在如下四个方面给人类的智力创造行为带来认识论和方法论上的价值。

1·1 揭示科学发展的客观规律，规定正确的研究方向

所谓方法实质上都是对某一具体事物、具体过程的内在的运动、变化规律的把握。因此，任何科学方法都必然包括从整体上对科学发展演化规律的揭示和阐明。

根据现代人们对科学发展演变过程的揭示，认为基本上存在如下几条规律：

1.1.1研究领域、学科门类从少到多的增生规律

这种规律具体表现为科学发展演化过程中分化与综合的矛盾，即表现为分中有合，合中有分，愈分愈合，愈合愈分的演化趋势。据统计，目前的学科门类已经超过2000种以上，这实质上是构成科学整体的各分支长期分化和综合的结果，因此，人们在从事科学研究的时候必须遵循这一既分化又综合的演变规律。在分化的过程中我们会将科学向更深层次推进，在综合的过程中我们会发现和建立大量的边缘性学科或交叉型学科。诸如生物化学、生物物理、地球化学、地球物理、地质力学、数学地质等学科无一不体现了科学的这一分分合合所导致的学科门类从少到多的增生规律。

1.1.2科学总体由浅入深、由简单到复杂的不断深化规律

这一发展规律可以从二方面来理解，首先从科学理论乃至学科的结构和内容上来看，科学总是遵循从简单的定义、概念、定理到理论、学说和学科的方向发展的。比如从古代亚里士多德(Aristotle)把生命定义为一种既简单又神秘的“活力”，到现代人对生命的本质所获得的既深刻又复杂的认识，认识了这条规律，我们就会坚信：任何科学真理都不可能穷尽它对那个领域的认识，只要锲而不舍，总会获得认识上的突破，不断地将科学真理向前推进。

其次，从科学活动本身上看，无论是研究的方式、方法、途

径、手段，还是研究的技术设备、仪器、管理组织方式、资金、物质条件等都日益复杂化、多样化。如果说在近代一个人凭借兴趣、爱好和诗人般的直觉、灵感就可以成为一名生物学家的话，而在今天由于各门学科的相互渗透，各种方法、手段和途径的综合利用，以及人类认识层次的日益深入，一个人如果不借助各种先进的科学仪器、技术设备，不拥有数、理、化、天、地、生、乃至各种软科学知识，就很难成为一位生物学家。

1.1.3理论化愈来愈强、抽象程度愈来愈高、经验描述愈来愈少的的规律

比如就力学的发展过程来说，从亚里士多德的经验描述性的力学到伽利略(G·Galileo)的经验概括，提出自由落体定律，再到牛顿(I·Newton)完成的力学体系和爱因斯坦(A·Einstein)凭借抽象、逻辑和理论思维的力量发现的质能关系式，最恰当不过地说明了科学是遵循着这一条普遍性愈来愈大、理论性愈来愈强、抽象度愈来愈高的演变规律的。因此，作为一名科学家只有认清科学发展的这一趋势，能动地利用自己的理论思维能力，不断地提高理论的抽象程度和整体性与系统性，方能更有效地推动科学发展。

1.1.4精确程度日趋增大，逻辑性日趋简明和严密的规律

这条规律的具体体现是：a.科学中数学知识和数学方法的应用愈来愈广泛，从最早应用数学的物理学、天文学逐渐扩展到现在的经济学乃至哲学，尤其是逻辑学。b.各门科学理论日趋公理化、符号化、形式化，尤其是算法语言的发展，既促成电子计算机和控制论的产生，又被广泛用来描述力学、物理学、生物进化论、遗传学、经济学和语言学等许多科学部门中的理论问题。认清这条规律，就会使我们清醒地认识到今后的科学离开数学知识、数学形式、数学方法以及算法语言是很难发展的。一个科学家也只有具备这方面的知识，看清科学的这一发展趋势，方能作出具有

一定价值的科学发现。

1.1.5科学发展的加速规律

关于这条规律恩格斯(F·Engels)早就给予论述。他说，“科学发展的速度至少也是和人口增长的速度一样的，人口增长同前一代人的人数成比例，而科学的发展则同前一代人遗留下来的知识量成比例。因此，在最普通的情况下，科学也是按几何级数发展的。”① 事实上，根据近几个世纪以来，科学学科和科学专业增生的速率，科学期刊、科学论文、科学书籍增长的速度，以及科学人力的急剧增多和科研费用的急剧增大都证明了科学发展的这一加速规律。仅就科学人力的增长为例，在世界范围内，1800年有1000名科学家；1850年有1万名科学家；1900年有10万名科学家；1950年有100万名科学家；估计到本世纪末将有1000万名科学家。这个数字表明，科学家是每半个世纪扩大10倍。其速度远远超过人口的自然增长速度。一个国家要想在科学技术上不落伍，首先在量上跟上这一加速发展速度，就必须有发达的教育事业作保证，而要想加速发展教育，又必须有雄厚的经济实力。所以，科学技术、教育、生产力这是一个相互制约、相互联系、相互作用的统一的整体。其中哪一个环节缺失都会影响整体及其他环节的发展。

1.1.6科学重心不断转移的规律

就是在科学发展演变的过程中，其中一些学科分支的存在和发展，在一定时期之内规定和影响着科学的其他各个分支乃至科学整体的存在和发展，这些处于支配地位并决定着科学发展过程的学科就是所谓科学的重心。这种重心是随着科学的发展而不断变化和转移的。从16世纪哥白尼(N·Copernicus)开创的新天文学到16、17世纪伽利略、牛顿创立的力学体系，从18世纪末拉瓦锡

①马克思恩格斯全集，第一卷、第621页。

(A.L.Lavoisier)的氧化学说开创了化学的新纪元到19世纪的生物进化论，进入20世纪之后，爱因斯坦的物理学革命又使迄今为止的科学依然在“大物理主义”的强大势力统治之下，所以我们只有认清每一个时期科学研究的重心，才能跟得上科学发展的步伐，利用重心学科的成就来带动和影响其他学科的发展。同时我们也只有认清科学重心不断转移的规律，敏感地捕捉它未来可能发生转移的方向，才有可能使本国的科学或本人所从事的科学研究走在科学发展时代的前列，以致对科学的发展起到某种牵头作用。

认识上述科学发展的规律性，无疑对于科学发展规划的制定、科研发展方向的捕捉、科学研究课题的选择、科研队伍的建设、科研人员的培养等都有着至关重要的指导作用。因此把握规律也就是掌握方法的问题。方法只有是事物内在运动、变化规律的一种揭示和阐述才真正是一种科学的、有用的方法；规律是客观存在的，但是又需要我们把它发掘和揭示出来方才有可能变成为我所用的规律和方法。

1.2 为科学研究工作提供具体的方法

在科学发展史上，人类积累了各种各样的从事科学研究和科学发现的方法。比如弗兰西斯·培根(F.Bacon)的归纳法、笛卡尔(R.Descartes)的直觉演绎法、牛顿的公理化方法和归纳与演绎相综合的方法、约翰·赫歇尔(J.Herschel)、惠威尔(W.Whewell)等人创立的有关科学程序的理论，杜恒(P.Duhem)、坎贝尔(N.Campbell)、亨普尔(C.Hempel)等人对科学理论的结构的揭示和描述、穆勒(J.S.Mill)对归纳方法的系统发展和5种重要的归纳方法的提出、威廉·杰文斯(W.S.Jevons)的假说一演绎观点、马赫(E.Mach)的“经济思维原则”、彭加勒(H.Poincare)的约定主义、波普尔(K.Popper)的否证论和“试错方法”、以及历

史主义学派所提出的各种非理性方法等都是具有实用价值，可以为科学研究带来新的发明和发现的方法。

比如现代科学哲学中的批判理性主义和历史主义学派针对理性主义所提出的各种非理性方法，包括直觉、灵感、顿悟、猜测、想象、本能、潜意识、情感、兴趣、意志、信仰、乃至宣传、鼓动等方法、手段都可以为科学家有效地利用，并产生出有意义的结果。

例如直觉，作为一种仅凭外在的直接观察，根据有限的资料就作出大胆的、有洞察力的判断、结论、选择或预见的思维形式，作为一种简单、明了、迅速、果断、而又常常有效的探索手段和研究方法，在科学史上，在科学发现、科学创造、新概念和新理论的提出和建立过程中起到了令人兴奋和值得珍视的作用。这种作用，法国数学家彭加勒基于他的学术生涯曾给予如下描述，他说：“对于纯粹的几何学家而言，这种本领是必要的，逻辑用于论证，直觉可用于发明。知道如何批评固然不错，知道如何创造当然更好。….逻辑可以告诉我们走这条路或那条路保证不遇到任何障碍，但是它不能告诉我们哪一条路引导我们到达目的地。为此，必须从远处瞭望目标。教导我们瞭望的本领是直觉。没有直觉，几何学家便会像这样一个作家，他只是按语法写诗，但是却毫无思想。”①

灵感是文学家、艺术家、科学家、哲学家以及其他一切从事创造活动的人，在创造或创作过程达到高潮阶段时，出现的一种最富有创造性的心灵状态或认识形式。在这种状态中，科学家会突然作出发现，文学家会突然构思出绝妙的情节，哲学家会突然提出具有重大意义的哲学命题。关于灵感在科学研究中的作用，许多科学家都有亲身体会。他们认为灵感不仅可以在紧张的研究工作

---

①彭加勒，科学与方法，1913〔纽约〕，英文版。

之后的闲散时间倏忽而至，而且也可以在大脑进行正常活动的过程中突然涌现；不仅可以在人们对问题作了多方面的研究之后出现，而且可以在刚刚接触问题的时候就茅塞顿开。

激情作为一种激烈、奋进和不可遏止的情感，是人们从事创造或创作活动不可缺少的一种精神动力。在科学的发现、发明和创作过程中不能没有激情。没有对真理的执着探索，对知识顽强追求的热忱和激情，人们也就不可能真正揭示出大自然的美与和谐。当然，科学今天也就不可能富有几乎无与伦比的魅力。然而科学创造的激情却不是凭空可以产生的。它是由隐藏在人的行为后面的各种不同动机激发起来的。具体地说与科学创造的激情有关的动机和因素主要有如下几种：a.科学家所拥有的强烈的好奇心和求知欲；b.含糊与不确定所带来的追求与快乐；c.征服、战胜和彻底揭示自然的决心、毅力与热情；d.追求认识美、求知美所带来的欢乐。关于这种美的感受和欢乐正如一位美国教授凯柏(Ggorgy kepes)所说的，“科学家的灵犀、诗人的心扉、画家的慧眼，此三者所感受到的都是同样的和谐、同样的优美、同样地富有韵律与节奏。大自然的视野如诗、如画。”① 爱因斯坦在谈到科学家的献身精神时也指出，人们总想以最适当的方式来画出一幅简化的和易领悟的世界图像；于是他就试图用他的这种世界体系来代替经验的世界，并来征服它。这就是画家、诗人、思辩哲学家和自然科学家所做的。他们都按照自己的方式去做；各人都把世界体系及其构成作为他的感情生活的支点。

科学家的信念，通常是与其情感和意志溶合在一起的。它表现为人的生活立场，支配着人的日常行动，任何一名科学家都不能没有坚定不移的信念，豪放远大的理想，执着追求的目标。信念是科学家的法宝，是一切科学创造的根本动力，是一切

① 依力夫译，科学英雄与人类，爱迪出版社，12页。

科学工作的基础。爱因斯坦说，毫无疑问，任何科学工作“都是从世界的合理性和可知性的坚定信念出发的。”①尤其是要想做一个旧理论的批判者、改革者、新理论的开辟者非得具备大胆、自信、有雄心、有志气和蔑视陈旧的东西、怀疑权威的东西等优秀的品质不可。哥白尼始终坚信自己的学说正确；伽利略面对宗教裁判所的迫害坚信“地球确是在运动”；布鲁诺在熊熊的烈火将要夺去生命的时刻，还满怀信心地向全世界宣告：“后世的人将会理解我”！如此等等，可见信念在科学的发展进程中，在科学家们的研究活动中起到何等举足轻重的作用。

1.3 为科学的新发现、新发明提供启示和借鉴

科学发现的历史表明：许多重大的科学成就、科学突破都取决于科学研究方法的重大改革，或直接就是某种科学方法产生的结果。众所周知，弗兰西斯·培根利用他所创立的新归纳法——实验的方法最早发现了热的运动本质；笛卡尔运用他所提出的直觉—演绎的方法创立了解析几何学；在物理学中伽利略利用实验—数学方法发现了落体定律，运用理想实验发现了惯性定律，开创了动力学研究的先导；牛顿利用公理化方法和归纳与演绎相结合的方法完成了经典力学体系；汤姆生(J.J.Thomson)、卢瑟福(E.Rutherford)玻尔(N.Bohr)等人运用模型化方法揭开了物质微观粒子结构的序幕，建立了各种不同的原子结构模型；爱因斯坦基于哲学的头脑，运用理想实验的方法、演绎方法和各种非理性的直觉、顿悟的方法创立了相对论，引发了本世纪最惊人的一场物理学革命，开辟了相对论物理学和现代宇宙的新时代。

在天文学领域，康德(I.Kant)和拉普拉斯(P.S.Laplace)运用思辩和假说的方法提出了天体演化学说，布丰(G.L.L.Buffon)利用大胆的想象和猜测最早提出了太阳系灾变的思想。至于

今天的宇宙学和新天文学体系的创立，比如宇宙大爆炸理论的创立，如果不利用大胆的想象和推理，勒梅特(F.Lemaitre)、盖莫夫(G.Gamow)等人是不可能提出这种令人难以置信的理论来的。

在化学中许多理论的建立和科学发现也都是得益于某种科学方法的正确运用。拉瓦锡运用定量实验的方法和理论思维的方法否定燃素说，创立氧化学说。道尔顿(J.Dalton)基于对古希腊原子论思想的继承创立了科学的原子论，为化学的发展开辟了新纪元。凯库勒(F.A.Kekule)基于梦中的灵感和想象发现了苯的环状结构式，门捷列夫(Д.N.МенделеeВ)则利用分类法和比较法发现了元素周期律；至于海特勒(W.H.Heitler)和伦敦(F.London，1900—1954)等人则利用移植法将量子力学的理论和方法引进化学研究，创立了量子化学。

在生物学领域，拉马克(J.B.Lamarck)一半基于理性思辨，一半基于观察实验创立了最早的生物进化学说。而达尔文(C.R.Darwin)则一生都是通过辛勤的观察、实验、整理、分析和综合，最后才创立了举世震惊的自然选择学说和生存竞争理论。美国两位年轻的科学家基于现代科学实验的最新手段和分析、类比与想象的方法破译了DNA分子的双螺旋结构；而另外一些人则大胆地利用不同学科“嫁接”、“杂交”的优势创立了许许多多的生物新学科，诸如量子生物学、生物力学、社会生物学等都是这类方法具体运用的结果。

科学史上，牛顿从苹果落地导致引力定律的发现；伽利略从教堂里的吊灯的有规律的摆动中发现摆的运动定律；英国工人哈格里沃斯(J.Hargreves)从碰到的纺车中突然直觉到直立的纺锤也能转动的原理；魏格纳(A.L.Wegner)通过类比和联想，从

---

①爱因斯坦文集，第一卷第284页，商务印书馆，1970。

偶尔注意到地图中南大西洋两岸的相似性，头脑中闪出了大陆漂移的念头；达尔文和华莱士（W.A.Wallace）从对马尔萨斯（T.R.Malthus）人口论的阅读中直觉到生存竞争理论；库仑（C.A.Coulomb）利用类比的方法从牛顿的万有引力定律中受到启发，发现了电学中的库仑定律；哥白尼通过向后回溯的方法从毕达哥拉斯（Pythagoras）时代提出的“中心火”学说中受到启发，创立了他的“日心学说”；如此等等都说明科学方法对于科学研究、新思想、新观念、新理论、新假说形成的重要性。

一个人如果不掌握一定的科学研究方法就想在科学的海洋中作出某种发现，那只能落得个“盲人骑瞎马”的后果。科学不是一种侥幸的捕获物，而是人类所从事的一种有计划、有目的、有方案的高级、复杂的创造性劳动。在这种劳动中人们一方面利用以前人类积累起来的知识、经验和方法、手段；另一方面又在进行着的创造活动中不断地总结经验、教训，从中提炼出新的方法、途径。所以科学发展的过程，不光是科学知识积累与变革的过程，同时也是科学方法不断创新与积累的过程。方法与科学的各种发现都有着内在的统一性，换句话说没有哪种科学发现不是利用一定方法的结果。所以我们决不能忽视各种科学研究方法的自觉的学习与应用，而且要在运用中达到熟中生巧的水平，即能够非常娴熟地运用各种方法于自己的创造性活动过程中，只有这样，我们才有可能取得预期的科研成果，从而不断地推进科学向前发展。

1.4 现代科学尤其需要注重科学方法论的研究和利用

（1）在已经进入“大科学时代”的今天，无论从科学人员的数量、科学活动的规模和范围上看，还是从取得的科学成果上看都达到了非常宏大的程度。估计今天在世界范围内从事专职的科学研究人员总数已达近800万；在如此众多的科学家队伍中和加

此广阔的研究领域中，无论是哪一个人要想取得卓有成效的研究成果都必须掌握有效的方法论，精心捕捉选题，准确把握研究方向，加强竞争意识和竞争能力，否则会事半功倍，乃至完全劳而无功。

（2）就科学研究的组织规模与特点而论，不仅各个国家都有自己统一的科研机构，制定统一的科研规划；而且在世界范围内也组织了许多国际性的科学组织，制定了更加宏大的科学规划。像西欧的联合核子研究所就是由十几个国家联合组织的一个科学研究机构。此外，诸如战后建立的一些协作组织：德国的1\2火箭研究组织、美国研制原子弹的曼哈顿计划组织、苏联的人造卫星科研组织、美国的阿波罗登月计划科研组织、以及目前轰动世界的主持耗资260亿美元的研究计划的机构——美国五角大楼的战略防预计划组织等都是规模巨大的科学家协作组织。支配、指挥、控制、发动如此巨大的科研组织发挥作用，显然需要有超越于各门具体学科之上的总体的科学研究方法、方案、规划、纲领、程序、步骤、章程、纪律等一类具有方法论意义的东西来作为该科研组织的实践灵魂或实践原则。

（3）从科研课题上讲，许多重大的科学研究课题都是综合性的、多学科、多"兵种"协同作战的大课题，诸如能源的利用和开发问题，环境和生态系统的保护问题，太空实验和宇宙开发问题，世界性的疑难疾病的预防和治疗问题等等，都是大的综合性研究课题。对于这些综合性课题显然不是任何个人"单枪匹马"就能完成的。因此，如何在总体战略上配备人力，选择攻关方向、攻关路线、攻关的方式、方法，如何在战术上紧密协作，密切配合，这些都需要把现代科学方法论中的系统论方法和控制论方法加以具体地运用和发挥，方能使这种"大兵团"作战在科学研究的过程中更好地发挥作用。

（4）从科学研究活动的分工上看，在个体性科学研究时期，

单个的科学家要承担有关科研活动的一切职能。而随着科学的公众化和社会化的日益发展，科学研究活动中出现了分工愈来愈细的趋势。现在的一项大型科学研究活动，参与人员常常要分为如下几种：研究人员、情报人员、管理人员、决策人员、后勤人员等等。科学方法不仅对于科研人员来说是必需的，对于其他各类人员都是必需的。不懂得科学发展演变的规律，不知道科学研究的发展方向，不懂得现代科学研究所需要的设备和先进手段，不知道如何运用系统论、信息论、控制论和数学方法于自己的职业领域的人，是不可能完成好本职工作，从而推动整个科研机构的工作进程的。

（5）不仅各门具体学科之间相互渗透、相互配合，协同攻关；而且基础科学与应用科学和技术科学之间，自然科学与社会科学之间，也都相互渗透、密切配合，共同形成了一个相互联系、相互作用的大科学网络。这种大的网络结构无疑是现代大科学时代的一个突出特征。针对这种特征，科研人员必须要善于综合、善于"嫁接"、善于联想，既要精通整体论的思维方法，善于从整体上把握事物的本质；也要善于利用原子论的思维方式，从最深的层次上来把握自己的研究领域，力图找出最基础的东西出来。要像华生(J.B.Watson)、克利克(F.H.Crick)等人在错综复杂的科学领域中巧妙地运用化学和物理学的知识与方法从分子层次上揭示了生命的深层本质一样。

（6）与科学的大网络相联系的还有图书、信息、出版、后勤等多种因素。这些因素都与科学构成了一个相互作用的整体与系统。在这个系统中，每一个要素或环节的缺失都可能破坏或影响这个高度有序的科学整体结构。当代人类为了最大限度地发挥科学的整体性功能，发挥科学的主体——科学家的持久创造能力，保持科学创造群体的互补作用，建造了一些大规模的拥有良好研究环境和研究条件的科学城。科学城的建立本身就体现了科学研

究方法的广泛应用和实施。

（7）由于现代科学已经从原来的感官能感知的领城扩展到感官所感知不到的领城，即宇观领域和微观领域，这样一来仅仅凭借原先的那些观察实验的方法就显得力不从心了。于是非得借助理性思维方法不能把握这些领域中研究对象的本质，以致科学方法的研究和利用在现代科学研究活动中就显得格外的重要。

（8）由于知识量的空前膨胀，过去那种仅仅靠积累知识的方法来使科学研究占优势的时代已经过去了。现在能够打开新知识大门的钥匙主要的不是靠占有的知识量的多少，而是靠先进的科学研究方法恰当有效地运用知识。一个信息灵通的科学家在迅速了解当前世界的研究空白之后，恰当地运用有效的研究方法，很可能会在短期内作出突破性的科学发现。而对于一个不善于把握信息又不善于有效地运用研究方法的人来说，努力再多，仍可能只是步前人的后尘而已。所以，在当今时代掌握科学研究的方法比占有知识更重要。方法可以创造知识，方法是开发创造知识的手段和工具。

（9）由于现代的许多科研项目耗资巨大，直接关系到一个国家或民族的经济发展速度，因此科研工作决不能盲目从事，必须在正确的方法论指导下，经过严格的考核、论证、全面衡量得失和达到目标的现实可能性、谨慎行动，方才有可能达到预期的目的、效果。

从以上各个方面来看，可以充分肯定，学习和研究科学方法论是有着巨大的现实意义和实践价值的。

2　科学研究的程序和模式

关于如何从事科学研究、科学发现，不同的科学家和科学哲

学家总结出了不同的研究程序和发现模式。概括起来基本上分为如下三种类型：一是传统的经验归纳的模式，二是波普尔的猜测、反驳的模式，三是库恩（T.S.Kuhn）的范式更替的模式。

2.1 传统的经验归纳模式

传统的研究程序主要是指一般科研人员所遵循的一种常规程序。它通常都采用归纳方法作为科学研究的主要方法。这种程序一般都包含如下的基本环节和步骤：

2.1.1确定研究课题

科学研究实质上就是一个不断地提出问题和解决问题的过程。因此进行任何一项具体的科学研究，都首先需要确定研究课题。这是科学研究工作的一个重要而又关键的环节。选题的正确与否直接关系到科研工作的成效。一般说来，确定了研究课题，也就决定了科学家的主攻方向、奋斗目标，同时也在一定程度上决定了科研工作所应采取的途径和手段。科学家们普遍认为，正确的提出问题就意味着科研课题的任务获得了一半的成功。

那么究竟怎样来从事科学研究课题的选择呢？这里有几个原则可供参考和施行。

a.需要性原则，即在选择课题时首先要考虑它是否为社会的发展、经济的繁荣、国民的生活所需要；其次要考虑它是否符合科学技术本身的需要，是否符合科学发展的总体趋向。否则将得不到社会及一定的科研机构的支持，仅靠个人力量，在当今的大科学时代，孤立无援，是不会获得重大成功的。

b.可能性原则，即在选择课题时要考虑是否具备完成该课题的现实可能性，从人力、物力、能力、社会背景和文化传统等各方面全面考核，看是否具备完成该课题的必具条件。无论是个人还是国家，如果在人力、财源、知识背景等条件不具备的情况下，盲

目地、主观地选择与自身能力相距甚远的课题，那么就必然要遭到失败。

c.发展性原则，即要选择那些有发展前途的，具有开拓性的研究课题。这样的课题完成后不仅能推动科学的发展，而且能影响和制约某一研究领域乃至整个科学的发展、演变趋势。这样才有可能使自己的科学研究在科学的百花园中独树一帜，有压倒群芳之势。

d.经济合理性原则，即在选择科研课题时，需要进行经济分析，力求做到用最小的经济代价获得最满意的科研成果，要避免选择那些花钱多，周期长，规模大，即又没有多大社会效益的课题。

e.发挥优势原则，即选择课题时一定要考虑自身的特长，自身的优势，所选课题是否在自己所从事的专业范围之内，是否是自己能够驾轻就熟的领域，是否能够引起自身的兴趣和同行们的兴趣，一句话是否能最大限度地发挥自己的聪明才智或一个研究机构的内在潜力。

选择课题除了需要考虑这些基本原则之外还需要选择课题的主体具备一定的素质，即要拥有丰富的知识储备、科研经历和经验，具备优良的思维品格，即要拥有独立思考的能力、丰富的想象能力和辩证思维的能力，除此之外还要消息灵通、信息广泛、情报准确，并能够及时地掌握科技发展动态。只有这样，我们才有可能选择一个理想的、有价值的和成功希望的研究课题。

2.1.2积累知识，搜集资料

即凡是与该课题有关的理论、学说、定律、定理、概念、观念、猜想、假说、经验事实、感性材料都要无一遗漏地搜集到，尤其是那些与自己的选题相类似或相接近的研究材料要特别注意吸收、借鉴、学习、搜集的方法，不仅要大量地阅读图书，期

刊、科研信息和科研报告，而且要进行大量实际调查和采访工作。向有经验的科学家直接进行请教、讨论、相互切磋，是科研工作的重要一环。

在积累知识和搜集材料的过程中，既要有辨别真伪的能力，同时又不能只搜集一面的东西或只“听一面之辞”。与该课题有关的正面材料、反面材料都要注意搜集、积累、分析、批判。正确的东西可供吸收、继承，错误的东西可供批判和借鉴，而且往往正是一些反面的、错误的东西给予我们新的启发、新的观念和思想。另外在前人的研究中，虽然有些观点、结论错了，但是他所获得的感性材料却完全有可能为我所用，从中得出正确的观念和结论来。这正如恩格斯在谈到如何对待已有的研究成果时所指出的：“在任何一门科学中，不正确的观念，如果抛开观察的错误不讲，归根到底都是对于正确事实的不正确的观念。事实终归是事实，尽管关于他的现有的观念是错误的。如果说我们已经抛弃了陈旧的接触说，那末这种理论企图加以解释的那些确定的事实仍然存在。”① 这就是说，在我们搜集和积累材料的时候，注意不要把理论、观念和与之相关的经验事实完全混为一谈。而要认真地进行识别和判断；既要判别理论、观念的真伪，也要判别经验事实的真假。不能以假乱真或以真乱假。

2.1.3观察、实验

积累知识、搜集材料那只是接受和继承前人的知识，为了获得新的更直接的材料，还必须针对问题或所设计的研究方案进行各种科学实践，即通过亲自的观察和实验搜集大量的第一手资料。

所谓观察一般都是在自然条件下，即对研究对象未加变革或干预的情况下进行的，它所获得的只是些比较粗糙和表面的经验

①恩格斯，自然辩证法第139页，人民出版社，1971.

知识，一般说来进行观察要符合如下的基本原则和要求：

a.科学观察人员应该具备勇于探索和为科学献身的精神，要树立严谨、细心、耐心的工作作风，努力提高观察水平。

b.观察要符合客观性原则，即坚持从实际出发，采取实事求是的态度按照客观事物或事件的本来面目去如实地进行记录、描写和反映，决不弄虚作假。

c.坚持全面性原则，即观察要尽可能多地从各种角度、各个层面去进行，要反映和把握研究对象的各种属性、特征、规定、关系、结构、机能，只有这样才有可能抓住事物的本质，不致犯以偏盖全的错误。

d.遵循典型性原则，即在观察中要选择那些具有代表性的观察对象，掌握良好的观察时机，选择利于观察的地点，力求捕捉能够反映事物本质的事实和材料。

e.运用理论渗透观察的自觉行动，有意识地利用各种理论来观察和解释研究对象，以获得尽可能全面的、客观的观察资料和经验内容。同时要把辩证法带进观察实践当中，要充分地认识到任何观察对象、观察结果都是相对的、有条件的和可变的，不是绝对的和永恒的。

所谓实验，这是科学家最常应用的一种获得更丰富、更具体、更精确的感性材料和经验知识的重要手段与途径。一般说来最常见的实验方法有如下几种：

a.比较实验。为了寻找或确定二种以上事物或事件的优劣、异同，利用比较方法进行的实验。

b.定性实验。为了判定研究对象的性质、属性、结构、功能、要素之间的构成关系等等所进行的实验。定性实验解决的是“有没有”、或“是不是”的问题。

c.定量实验。为了认识研究对象的量的特征和各构成要素之间的数量关系而安排的实验。

d.析因实验。为了寻找引起某些变化、某些现象、某些结果的原因而进行的实验。

e.模拟实验。在研究工作中，由于研究对象不允许进行实际地操作和实验，而采用模拟的方法把研究对象模型化，然后通过在模型上进行实验来间接地认识研究对象。

f.判决实验。在科学发现的过程中，为了检验科学理论或科学假说的真伪而设计的一种特殊的判决性实验，即它的实验结果对于宣判一个理论的真伪具有决定性的作用。

对于实验的要求是，除了要遵循观察方法所要遵循的原则和规则之外，科学实验的结果还要拥有可以重复性，即在相同的实验条件之下，应该出现相同的实验结果。另一方面它要求把更深刻的理论思维贯穿于实验设计、实验观察，实验数据的处理和实验结果的理解等各个实验环节中。

2.1.4抽象、概括、判断、推理

人们通过观察和实验获得研究对象的大量感性材料，这只是对事物的一种现象认识，而本质则隐藏在现象的背后，不能为人们直接感知，为了揭示研究对象的本质，并找出其内部规律，必须进行科学抽象，进行理性加工工作。

所谓科学抽象指的是在科学研究中，人们运用思维能力排除非本质的次要因素，从现象之中抽出其固有的本质特征，以达到对事物的规律性认识的一种方法。科学抽象的过程就是运用正确的理论思维对观察、实验材料去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的改造制作过程。它通常都要遵循如下基本原则：

a.以实践为科学抽象的基础。科学抽象是对人们在实践中所获得的感性材料的抽象，抽象的结果是否反映客观实际，还需要回到实践中进行验证。

b.掌握充分可靠的观察实验材料是进行科学抽象的基本条件。理性认识总是存在于感性认识之中，本质总是存在于现象之

中，要想抽象出事物的固有本质，发现其内在规律，就必须充分地占有感性材料，而且必须是可靠材料，否则就不可能得出正确结论。

e.掌握思维规律和方法，正确地进行思维是进行科学抽象的关键。法国生理学家贝尔纳说："良好的方法能使我们更好地发挥运用天赋的才能，而拙劣的方法则可能阻碍才能的发挥。因此，科学中难能可贵的创造性才华，由于方法拙劣可能被削弱、甚至被扼杀；而良好的方法则会增长，促进这种才华。"①

科学抽象的过程也就是对感性材料进行概括形成概念的过程。因此任何概念都是抽象、概括的结果，都是对事物的普遍的、本质的认识。一切科学认识都必须借助于概念才能进行。换句话说，人类只有运用概念才能进行思维，进行判断、推理，构造出理论体系和科学大厦来。

概念虽然有着一定质的稳定性、确定性，但并不是固定不变的、僵死绝对的，而是流动着的、变化着的，是随着人类的实践内容的不断丰富而不断地发展着的。不仅如此，当人们在反复的社会实践中，发现旧的概念与新的经验事实发生矛盾时，人们完全可以创立全新的概念来代替被实践证明是错误的概念，使人类的认识更正确地反映事物的本质，推动人类的认识不断地发展。

概念虽然是对事物的本质的认识，但仅仅靠概念并不能积极地、能动地发挥人的思维本性，迅速扩展对外部世界、研究对象的认识。概念产生后，它作为思维的细胞，必然要被用来进行判断和推理，以使概念的内容充分展开，所以判断和推理与概念相比是更为高级、复杂的思维形式。

所谓判断是对思维对象有所断定的一种思维形式。没有判断，人们的思维就无法进行活动，可见判断是很重要的一种思维

①科学研究的艺术序言，科学出版社，1979.

形式。它一般拥有如下几种形式：在形式逻辑中，根据主词的量分为单称、特称和全称判断；根据谓词的特征分为肯定、否定、不定判断；根据主词和谓词的关系分为直言、假言、选言判断；根据主词和谓词之间的联系的样式又分为或然、实然和必然判断。

由判断发展到推理，这既是人类认识的深化，也是人类思维形式的进化。因为推理是比判断更为高级的思维形式，它是由已知一个或几个判断过渡到新的判断的思维形式，它是判断内部矛盾的展开，它揭示了各个判断之间的必然联系。通过推理，可以从现有的知识中推出新的知识，从而扩大已有的认识成果。

推理的种类也很多，按照前提的数目有直接推理和间接推理；按照思维进程的方向，又有归纳推理、演绎推理和类比推理。但是，不论何种类型的推理，都像概念和判断一样，有其客观基础。因此要想运用推理获得正确的结论，必须使推理的前提如实地反映客观事物，而且前提和结论之间的联系也一定要符合客观事物之间的内在联系，否则推理的结论就是不正确的，特别是运用推理来认识那些不能直接观察到的现实过程时，更要在现实中证实推理复杂链条中的重要环节，只有这样才能真正获得科学的、正确的结论来。

2.1.5提出假说和理论

科学研究的最终目的是要实现对研究对象的本质、规律性的认识，即形成科学理论。但是，任何科学理论的形成都不是一蹴而而就的，而是一个逐渐的、依次完成的过程。在科学研究的过程中，它常常是研究程序中的最后一道工序。具体地说，一种科学理论的产生大体要经过如下程序：从观察实验获得感性材料开始，运用人的抽象概括能力提出概念、范畴，然后运用判断、推理等逻辑思维形式和直觉、顿悟等非逻辑的思维形式提出定律、定理，最后经过大胆的猜测、想象或逻辑构造形式提出假说；提出的假说再回到实践的过程中或者得到经验的验证或者永远地被淘汰。所

以，在科学理论形成之前还有一道工序，这就是提出猜测与假说的过程。

所谓假说是一种以假定的想法为基础的知识或理论，它是对事物以有限数量的事实和观察为基础的一种新的说明方式。假说决不是一种宗教式的主观臆造，它只是与科学理论相比还有待于接受科学实验的进一步验证；但是与感性材料、概念、定律、定理、个别的推论相比，它又更具有系统性、条理性和理论性。所以科学假说是人的认识到达科学真理的一个必不可少的环节和桥梁，是科学发展的一般形式。这正如恩格斯所指出的，“只要自然科学在思维着，它的发展形式就是假说。”①

提出和建立假说的方法是多种多样的，理性的方法有：归纳法、演绎法、类比法、模拟法、对称法、移植法、比较—分类法、数学法，非理性的方法有：直觉、灵感、顿悟、猜测、想象等形式。

在科学研究过程中，科学假说一旦提出，接下去的工作，便是选择正确的方法、途径，通过科学实验去验证假说，使其转化为科学理论。一般说来验证科学假说有如下几种基本的途径和方法：

a.直接验证法。就是通过科学观察或科学实验，直接地观测科学假说所反映的自然现象，以直接地证实或否定科学假说的客观内容。

b.间接验证法。从直接观察或验证科学假说成立所应该导致的必然结果或客观效应上，去间接地证实或否定科学假说的客观内容；从直接观察和验证科学假说成立所必然具有的本质现象和本质特征上，去间接地证实或否定科学假说的客观内容；从直接观测或验证科学假说成立的充分且必要的条件上，或从直接验证

①恩格斯．自然辩证法第218页，人民出版社，1971。

根据科学假说逻辑地作出推论和预言上，去间接地证实或否定科学假说的客观内容。

c.逐渐逼近法。第一，从一个与科学假说的实质内容有着本质联系的较大的范围上开始进行验证，然后逐步缩小范围，逐步逼近以至最后达到验证科学假说本身的实质内容或最终结论而发展为科学的理论。第二，从一个初步的科学假说开始，经过反复验证，多次修改和补充，使之逐步接近并最后发展为科学的理论。

2.2 波普尔的猜测、反驳模式

波普尔从他的批判理性主义和否证论的立场出发，把科学发现的模式总结成为一种四段图式，它的简单形式是：

$$P_1 \rightarrow TT \rightarrow EE \rightarrow P_2$$

四段图式是波普尔所提出的试错法的表达形式，也是他的哲学方法和科学方法的表达形式。其中P表示问题，EE表示排除错误。当作为哲学方法或科学方法的图式时，TT表示试探性理论。当作为普遍的试错法的图式时，TT又表示试探性期望，这时也可以把TT换作TS(试探性解决)。

四段图式所表达的科学发现的程序是：从问题出发，为解决问题提出各种不同的试探性理论（或期望、假说），通过对理论的检验而排除错误，提出新的问题，如此往复，以至无穷。具体地说，科学发现或科学研究的第一个阶段是：问题是起点，从问题开始意味着方法乃是解决问题的方法；认识的逻辑，研究的逻辑都是解决问题的逻辑。问题的产生和出现，在波普尔看来都是突然的。问题的出现的时机主要是期望遭到挫折的时候，或者知识陷入困境的时候。就科学知识来说，问题常产生于以下3种情况：a.一个理论体系内部的不协调；b.两个不同理论之间出现矛盾；c.理论与观察、实验之间有冲突。

第二阶段是针对问题提出各种解决问题的理论和假说。它们

是作为试探性的解决办法而存在的。这些解决办法可能有效、也可能无效。因为它们都是针对问题提出的猜想与假设。那么这些理论、假设是怎样提出来的呢？波普尔认为这是一个属于认识心理学的问题，而不是属于认识逻辑的问题，因而没有逻辑的途径，只有非逻辑的或非理性的途径；解答问题要靠灵感的激起和释放；或者说靠创造性的直觉和想象。

他说，为了解决问题，人们设想的解决办法、推测性理论、假设或者假说可以不止一个，而且往往要有多个。这样就自然地存在着不同的假说或理论之间的竞争。由于一些条件的限制，参予竞争的理论或假设在数目上总是有限的，于是可以从中筛选和择优。这就表现出这种科学发现的方法的试错性质。

第三阶段是排除错误。设想出的假说、理论是否能站得住脚，需要通过检验。所谓检验在波普尔那里指的是对假说、理论的批判性讨论。在他看来，观察和实验本质上是检验的方法，所以都属于这样的批判性讨论。

检验的程序是演绎的，即从接受检验的假设或理论之中演绎出一些个别性命题，然后对这些命题加以批判性讨论。检验的方式有两种，一是从逻辑上作批判性讨论，凡是逻辑上有矛盾的，或者属于重言式命题都是不科学的，要被淘汰和排除。二是在实践中作批判性讨论，即在实验中或理论的实际应用中进行检验，那些没有得到经验内容暂时确认的理论、假说都将被淘汰和排除。那些被经验内容暂时确认了的理论和假说被保留下来继续接受批判和反驳，直到被否证。

第四阶段是产生新问题，即只要在继续不断的反驳与批判过程中发现了理论或假说与经验事实之间有矛盾、冲突，于是新的问题便出现了。新的问题出现就意味着科学发现过程又进入了另一个新的循环周期。

波普尔所描绘的科学发现的四段图式显然具有如下特点：

a.反对经验主义，认为科学研究不是从观察和实验开始，不是从实践所获得的经验内容开始，而是从问题开始，从已有的知识、期望或理论开始。

b.反对归纳主义，波普尔认为假说、理论不是利用归纳法归纳出来的。因为归纳方法不能从逻辑上说明人们是如何从个别命题、个别的经验事实归纳出全称命题的；另外利用归纳法所作出的结论总是可错的。

c.反对可证实性原则，波普尔认为一切理论都不可能得到证实。因为要证实一个理论，必须找出肯定这个理论的每一个经验事例，包括过去、现在和未来的所有有关的事例。显然这是不可能办到的。

d.反对传统的理性主义，波普尔把柏格森意义的非理性因素引进他的科学发现的逻辑中，弥补了纯理性所不可能起到的作用。

用肯定的命题来表达波普尔的科学发现的模式的特点是：它是否证主义的、批判理性主义的、演绎主义的、同时又是实在论的。

2.3 库恩的范式更替模式

在库恩看来，科学研究在科学发展的不同阶段具有完全不同的性质和使命。他认为在常态科学时期，科学研究就是根据已经确立的范式进行研究。这种常态研究不能改变范式，在观念上和现象上都很少要求有创造性的东西。这个时期的科学家的任务不是检查范式、改变范式，而是坚守范式，坚定不移地用范式去解决科学研究中的各种问题。

库恩把常态科学中的问题称之为“难题”。所以常态科学时期的科学家不是解决问题，而是解决难题。库恩说：“我采用难题这个词是为了强调即使是最好的科学家，通常所遇到的困难，就像纵横字谜或死棋那样，只是对他自己的创造性的挑战，

陷入困境的是他，而不是现行的理论”。①

库恩说，在常态科学时期，由于科学家们盲目信仰范式，教条式地墨守范式，不容许有任何超出范式的突破，因而这个时期常常压制重大革新，严格地限制了科学家们的视野，使这个时期的科学只是渐进性的量变，而没有质变。但是库恩又认为“这对于整个科学的发展来说却是十分必要的。因为，这样就可以把科学家们的注意力集中在狭小的范围内的一些深奥的问题上，从而迫使他们细致而深入地去研究自然界的某一小部分，否则，科学的进步是不能想象的”。①

库恩认为：科学研究在反常、危机和革命时期具有着与常态研究完全不同的性质。在危机时期，科学范式的摇摇欲坠虽然给科学家们带来了分歧与混乱，使他们失去稳定和方向，但是也给他们带来了批判精神与创造意识。他说，“首先由于危机，才有新的创造。”新的范式一旦被创造出来，危机也就随之结束而进入更激烈地新旧范式竞争的时期，即科学革命的时期。

那么新的范式究竟是怎么样产生的呢？在这个问题上，库恩与波普尔一样，持直觉主义或非理性主义的立场。他认为范式或科学理论不是科学家的理论思维的结果，而是他们的“神秘的灵感”或“想象的直觉”的产物。它们是在科学家头脑里“一下子涌现出来的。”

再一方面，由于范式不是认识，不是对外部世界的客观反映，而是科学共同体集体所确立的一种信念，因而从旧范式到新范式的转变，并不是科学家们的认识的深化，而只是信念的转变，或宗教的“皈依”。库恩认为：新范式的创立者和拥护者往往是科学家共同体中的年轻一代，他们受旧范式的熏陶不深，对

①库恩，必要的张力第271页，福建人民出版社，1981.

①库恩，科学革命的结构第24页，上海科学技术出版社，1982.

旧范式的信仰也不坚定，容易对它产生怀疑，所以他们是科研队伍中和科学革命过程中的进步力量；而老一辈科学家由于长期受旧范式的薰陶，他们中的一些人思想保守，难以放弃旧范式接受新范式，因此他们常常是科研队伍中或科学革命过程中的保守力量。

总起来说，库恩对于科学研究的程序或科学发现的过程的描述是：年轻的一代，在科学的危机和革命时期，利用发散式的思维提出新的概念、理论和范式，然后通过新旧概念、新旧理论、新旧范式的激烈竞争，使某种新概念，新理论或新范式被作为一种信念而为整个科学共同体所接受，并排除了旧的概念、理论和范式，这样就推动了科学的运动和发展。不过，库恩也没有忽视常规时期科学家们的工作。在这一时期，科学家们实际上是在运用已经确立的理论、范式来从事实践和应用。正是这一时期的实践和应用，即解难题的过程，为科学家们提供了大量的感性材料。并日益增多地发现经验与现有的理论或范式之间的矛盾或反常现象，才迎来了科学的危机和革命时期中的科学家们的创造性活动。

上面我们只是简单地和主要地描述了三种科学研究的程序和模式，丝毫不意味着科学活动中只有这三种程序或模式。同时也没有一成不变的和普遍有效的程序。这个问题，费耶阿本德(P.Feyerbend)从他的无政府主义认识论的立场出发，对他之前的所有的科学方法论和科学哲学的观点都提出了尖锐的批评。他说，科学本质上是一种无政府主义的事业，它没有普遍的规范性的方法。“无碍于科学进步的唯一原则是：怎么都行。”①也就是在费耶阿本德看来，科学研究、科学发现或科学发明并没有固定不变的程序、方式、方法、途径、规则。一切传统的方法都应当被当

①费耶阿本德，反对方法第23页，1979[伦敦]英文版。

作"中国妇女的缠脚布"而被抛弃。唯一的原则就是多元的、无政府主义的、无约无束的、完全开放的、怎样能获得成功就怎样干的原则。因此在方法论上他也坚决反对传统的归纳方法，坚持非理性方法，认为是非理性孕育、产生和保卫了科学，使它现在具有理性的形式。因此，他比波普尔和库恩更激进和更极端的是：不仅科学发现的方法是非理性的，不仅捍卫和发展科学的方式、方法也是非理性的，而且科学的本质也是非理性的。因为在他看来科学与宗教、巫术、神话之间完全没有一条严格分明的界限。科学中有神话，神话中有科学；适用于发明创造神话的方法，也适于发明和创造科学。

3　科学研究的种种具体方法

在确定了科学研究的课题，明确了科学研究的方向之后，如何完成科学研究的任务，实现既定的研究目标，这就要取决于更具体的研究方法。人们在长期的、反复的科学实践中逐步总结和形成了各种具体的科学研究方法。这些方法除了传统的哲学方法和最基本的观察与实验的方法之外，还有如下诸种方法：

3.1　科学质疑法

是指由怀疑而导致提出问题的思维过程。其过程发端于疑难的发现，其结果是某个或某类问题的提出。质疑一般有两类：浅表质疑和深透质疑。深透质疑又称科学质疑，它产生于对科学背景的深入分析，对新发现的事实的深刻理论探索。由此思维形式所确立的问题常常是重大的科研题目，比如法拉第提出的"磁是否能产生电？"的问题，就属于深透质疑，即科学质疑。

科学质疑常常通过如下途径发生：a.寻求经验事实之间的联系并作出统一解释；b.分析已有理论与现实之间的矛盾；c.发现

多种假说之间的差别和对立；d.揭示某种理论体系内部的逻辑困难；e.考察不同理论体系之间的矛盾；f.追求理论的普遍性和逻辑简单性；g.检验假说和事实；h.构思理论结构，实验手段和技艺。

科学质疑是科学研究的开端，质疑能力是科研能力的尺度，它推动着人们的创造性思维；科学质疑贯穿于科研工作的始终。因此，学会质疑是学习科研方法的第一步。

3.2　科学分类法

也称归类法，是依据认识对象的共同点和差异点，将认识对象区分为不同类别的研究方法。利用这种方法旨在揭示各对象之间的隶属关系、历时关系、因果联系或其他本质联系；它是在对科研对象有了一定的认识和比较，在积累了相当数量可靠科学资料的基础上所运用的方法之一。其重要性是：可使大量繁杂的材料条理化、系统化，从而为分门别类的研究创造条件；可以根据分类系统所反映的事物内部的规律性联系，为寻找和认识某一具体事物提供认识上的向导。

进行科学分类时应注意如下事项：a.应遵从逻辑科学的分类规则；b.应反复进行，反复探索，力求得到最佳分类；c.随着经验材料的积累，应不失时机地进行新的科学分类，这是导致重大科学发现的前提。至于分类的检验和证明，主要从两方面入手，一是逻辑上的检验，即能合理地解释和说明用以作为分类基础的科学资料，能够和已有科学理论相容；二是实验和观察上的检验，即根据分类所作出的预测如果被观察和实验所证实，那么这种分类的科学性也就得到了证明。

3.3　比较—分类法

是比较法与分类法的综合，是一种通过科研对象之间的比

较，并依此揭示它们之间的规律性联系的方法。这种方法在各个学科和领域都有广泛的应用。生物学家达尔文运用比较分类法，发现了物种之间的规律性联系，创立了科学的生物进化论。化学家门捷列夫运用比较—分类法发现了元素间的规律性联系，揭示了元素周期律。我国汉代医学家张仲景通过对当时常见的感染急性疾病的比较—分类，建立了由表及里的六经辨症施治理论体系，收到了捷如浮鼓、其效若神的临床治疗效果。

随着科学技术的日益发展，比较—分类法在科学研究中的作用也日益加强并获得了丰富和发展，现在产生了利用数学理论和电子计算机研究生物分类法的边缘学科——数量分类学及其各种聚类方法，为科学研究中的比较—分类提供了现代化的理论工具。

在这一方法中，比较是进行分类的前提和基础，分类则是比较的深化和结果。因此在具体运用这一方法时，一般都是由比较进达于分类；但有时也可以先进行假设性分类，然后由这种假设性分类出发进行比较，最后再由比较进达于分类。

3.4 科学归纳法

是指在科学研究中运用归纳方法提出和建立假说，在实验基础上抽象和概括事物之间的关系的一种科研方法。它是一种由个别到一般、从特殊到普遍、从现象到本质的认识手段和认识方法。它大体上可分为：枚举法、消去归纳、渐近归纳和综合归纳4种类型，它们都是同类的形式逻辑方法在科研过程中的具体运用。

科学归纳法具有下列特点：归纳获得的结论内容超出了前提所包含的内容，因而它是人们扩大知识内容的一种逻辑方法，但也正因如此，其结论与前提之间的关系，即经验命题与理论命题之间的关系是或然关系。归纳方法可以用于提出假说和建立科学理

论，但其归纳过程与主观上的猜测和假设不同。基于上述原因在运用科学归纳法时应特别注意用经验、事实和实验对归纳的合理性与正确性给予验证；应注意用更概括的归纳校正已经归纳的结果。

8.5 科学演绎法

是指在科学研究中运用形式逻辑的演绎方法提出问题、创立假说、指导实验、形成理论体系等一系列科学方法的总和；它是形式逻辑的演绎方法在科研活动的各个程序上的具体运用。

科学演绎法主要包括三段论基础上的证明方法、公理化方法、假说演绎法等三种具体方法。它们在科研活动中拥有如下作用：a.是提出问题的主要逻辑手段，通过逻辑演绎既可以发现理论与事实之间，理论与理论之间以及理论自身内部的矛盾，又可以发现检验假说过程中所发现的问题。b.是简述科学理论的主要方式，是证明科学结论的基本手段；现代数学和自然科学中普遍运用的公理化方法，实际上就是一种高度发展了的演绎方法。c.具有帮助科学发现的方法论功能。演绎法通过把前提中蕴含的知识明朗地揭示出来，常常导致新概念的形成和新事物、新规律的发现。d.可以用来正确评价某一科学理论在整个所在理论体系中的地位、功能和发展远景，因而它是科学成果评价的主要逻辑手段。不过使用演绎法时要特别注意内容与形式的统一、演绎法与归纳法的统一、理论体系和客观存在的统一。

8.6 科学类比法

是根据两个或两类对象在某些属性和特征上的类同，从而断定或推论它们在其他属性和特征上也可能相似的一种科学方法。它的客观基础是事物之间的同一性、相似性、客观规律发生作用的重复性。

科学类比包括共存类比、因果类比、对称类比、协变类比、直接类比、拟人类比、综合类比等具体类比方法。科学类比是提出科学假说和进行工程设计的重要逻辑方法。使用科学类比，首先要拥有较为充足的科学资料，并对资料本身进行深入研究，这包括已知类同性之间的相互关系、结构层次、因果联系、功能作用、现象发生的历史顺序等，在这一基础上推出事物的某种特性、功能或结构。

运用科学类比时应注意：a.对进行类比的两个研究对象应尽量找出它们之间的共同属性或特征，这是科学类比可靠性的数量基础。b.要尽可能以两个研究对象的本质属性为依据，并且类比中由此出发的共同属性和结论之间应有本质的联系，这是科学类比可靠性的质量基础；c.科学类比所获得的结论具有或然性，因而它不便直接作为逻辑证明。

3.7 科学联想法

是科学研究活动中的一种特定的想象，它是把某一领域的事物与其他领域的事物联系起来思考，并由此激发新的认识的一种创造性思维方式。按其形式，它可分为三类：相似联想、对比联想和接近联想。

科学联想要依赖于三个具体条件：首先要有对两个被联想事物的深刻理解，要有关于这两个不同事物的系统知识，因此，扩大知识面和理解力是提高联想能力的前提。其次，要有一个自觉的指向性或发散性的思维过程作为基础。联想是建立在观念和体验之上的，一种观念只有与另一种观念巧妙联系起来，才会由脑子里的一个思想引伸和激发出另一个与之有关的思想。宽广的知识面和深刻的理解力只有在自觉的意识和思维活动中才能发生效力；没有能动的、自觉的思维活动就不会有联想。最后，联想的进行有赖于引起思想跃迁的外部事物的的激发。人们联想的发

生，常常是由当时的感知所直接诱发，因此善于观察、勤于感知是激发联想的主要手段。

3.8 理想模型法

是将研究对象加以理想化从而突出和暴露它的某些特性和关系的科学研究方法。理想模型法在科学技术中有十分广泛的应用。比如物理学中的理想气体和液体、力学中的理想刚体、工程技术中的理想地基等，都是理想模型法的典型例子。

被理想化的模型具有抽象性、近似性和相对性的特点。抽象性是指被理想化的模型是对现实具体事物的抽象和提炼，它只存在于理想状态中。近似性是指，它所建立的模型只是近似地反映着被研究的客体而不是直接等同。相对性是指，它所建立的模型都是有条件的、相对的，离开一定条件这种模型就不能成立。理想模型方法的这三个特点说明，在使用这一方法时，要注意通过修正数量以纠正近似性；通过分析事物的条件性和确定性以正确反映模型的相对性；以对事物的全面理解来保证抽象的科学性，并注意根据不同的研究对象和目的来设计和使用不同的理想模型。

3.9 科学相似法

是根据相似原理和相似定理而制定的一类理论科学和工程技术的研究方法。它主要包括类比、模拟、模型和仿生四种具体形式。自然科学和工程技术所研究的各类事物，都或多或少地存在相似性、类同性和某些共同点，这些类同性或共同点可以表现在质和量上，也可以表现在内容和形式上，甚至表现在事物之间的关系上。因此科学相似方法是有相当普遍的使用价值的。它是人们认识和探索新事物的桥梁，是类比法、模拟法、模型法和仿生法的理想基础。在科研活动中，我们通过相似方法去进行观察、探索，可以获得某些直观的启示。

3.10 内外互推法

是综合运用从外推内法和从内推外法的一种科学研究方法。从外推内法是运用人们对现象和本质辩证规律的认识，综合分析事物外部特征，从而揭示事物内部特性的一种科学方法；而从内推外法则是从事物的内部分析入手，用局部说明整体；用要素说明系统；用内在根据来说明事物的外部特征。内外互推法则是综合运用这两种方法，使对事物的认识更加深入、系统。它有两种推断形式：一种是外—内—外推断形式；另一种是内—外—内推断形式。

运用第一种形式的程序是：首先要占有大量资料，要把认识对象的各个方面尽可能地搜集全面和完整，并力求准确和细致；其次，要对材料进行分类和比较、分析和综合，考察现象和特征发生变化的初步规律性、次序性和发展趋势性；然后在充分占有和消化材料的基础上，以假设、归纳和推理的形式，推断事物的内部结构和机理；最后；从更高的理论层面上概括已知材料并预测新的现象。第二种推断形式的进行程序与第一种推断形式的程序类同，只是出发点不同和推断方向相反而已。

从内推外法是在人的认识深化之后所常用的一种科研方法，因而其结果带有具体化的特点；而从外推内法，是人们获得具体材料后的一种常用科研方法，因而其结果有综合与深化的性质，而内外互推法则兼有这两方面的特点，它通过不断地深化和综合，使认识层层深入，使思维结果条理清楚，形成系统，从而成为当代自然科学和工程技术认识复杂系统所不可缺少的方法。

3.11 上下求索法

这种方法把事物的发展理解为一个辩证否定的进步过程；把过去、现在和将来作为一个过程的不同阶段，在找出和发现现在

与过去之间的有机联系的基础上，把现存事物的横断面看成是事物历史发展的缩影，以便能更好地理解过去，预测未来。

上下求索法认为：新旧事物之间是发展中有继承，延续中有飞跃，因而可以从现存事物中寻找过去事物的特征和痕迹，以此为基本线索追索该事物的历史发展，这样一来凡是探索天体演化，生物进化、人类起源、物质进化等方面的研究课题都可以运用上下求索法以达到预期的目的。使用上下求索法的基本程序是：首先要有对现存事物的详细观察、系统分析和深刻理解，要有对事物现状的准确而全面的认识；其次，根据现存事物的认识和理解进行梯度和层次、环节和链条等结构关系的探索；然后，根据对事物现状的认识，整理和分析已发现的历史材料，把现存事物的梯度、层次关系转换为事物发展的历史关系；最后，根据事物的历史发展，预测事物发展趋势和未来情景，作为让未来事实证实的假设或猜测。

3.12 相互渗透法

是一种提出新问题、创立新科学的常用科学方法。它是将各有侧重的不同学科中的观点、成果和理论，相互借鉴、相互应用，使之结合与渗透，从而提出新的科研问题和研究方向，创建新的理论和学科。例如物理学与化学的理论成果相互结合，就创建了物理化学这门学科。本世纪以来产生的大量的交叉学科和边缘学科都是相互渗透法具体应用的范例。

3.13 反面入手法

又称对称法，是指从所要解决的问题的反面或对称面着手去解决问题的一种科研方法。例如在数学中，为了研究物的问题而从数入手；力学中为了解决动的问题往往从静入手；工程技术中的疑解法也属于这一方法范畴。反面入手法的广泛应用恰好证明了

事物的矛盾性和矛盾的普遍性，说明一切对立的方面都有其统一性，而且这种对立就恰恰存在于它们的统一之中。否则这种方法是无用武之地的。

3.14 逐步逼近法

是一种采取过渡措施和媒介方法，逐渐接近预定目标的科研方法。事物联系的普遍性和一切对立都经过中间环节而相互过渡是这种科学方法的客观根据。而善于选择适当的中间环节，使事物从量的积累和部分质变达到整体的和根本的质变是使用这一方法的基本技巧。生物学上的远缘杂交就是运用这种逐步接近法而成功的。使用逐步接近法应注意：一是选取能直接起步的接近起点；二是每一过渡步骤和媒介方法都必须有成功的把握；三是接近的方向应始终指向预定的目标。

3.15 直接中的法

又称华氏直接法，是华罗庚教授总结和使用的一种开门见山、单刀直入、抓住问题的症结和核心、不用中介和过渡、直接解决问题的科研方法。运用这一方法表达一个复杂问题的结论时，往往有两种形式：一是简明短小的数学公式；二是形象鲜明的物理模型。直接法的哲学基础是抓主要矛盾。因而透过现象看本质，排除次要抓核心是运用这一方法的基本技巧。

3.16 倒推法

是从已知事物的过程和结果出发，追索和探究引起事物过程和结果的原因和动力的科学方法。著名科学家达尔文用同位素作标记，研究绿色植物的光合作用机制就是用的这种方法。

倒推法的运用，表现为一个逐级推理的逻辑过程，科学研究中它常被用来寻找事物的原因。由于推理的结果不一定成熟可

靠，又由于造成某一结果的原因常常是多重的，因而用这种方法得来的结论有很大的或然性。使用这种方法时应尽量结合实验方法，排除原因的多重性，使结论具有必然性、可靠性。

8.17 还原法

是一种通过探讨和分析构成事物要素的功能和结构，从而达到对事物整体的深刻认识的科学方法。例如，金刚石和石墨的结晶系统就是通过探索构成这两种物体的原子排列而被认识的。目前人类对生命本质的深刻认识也是利用还原法从分子层次乃至量子层次进行探索和研究的结果。

还原法的方法论基础是：系统是由要素所构成，要素通过结构决定整个系统的功能。正是以这种要素—结构—功能的内部联系作基础，高层次发生的过程才可用低层次的过程来说明，整体中表现出来的性质才可用各部分的性质及其关系来解释。离开这种内部联系，形而上学地运用这一方法，将会导致“还原论”。当代流行的“大物理学主义”就是企图利用还原的方法把高层次的规律和本质完全归结为低层次的规律和本质的一种思潮和倾向。

8.18 上升法

又称从抽象到具体的方法，是辩证逻辑的一种根本方法；是思维复制存在、描述进化、揭示发展的最高逻辑手段。在这种方法中，思维表现为上升的三个基本逻辑环节是：

（1）逻辑起点。它是科研对象的最一般、最简单的规定，是构成科研对象的基元和细胞；它包含着科研对象在其发展过程中的一切矛盾的胚芽。

（2）逻辑中介。事物从一个层次进化到另一个层次，思维从一个范畴跃迁到另一个范畴，总要经过中介和过渡，经过合成与转化，逻辑中介就是指的事物基元发展到事物的全部关系所经历

的一切联系和过渡。例如化学键是原子之间相互联系的中介。

（3）逻辑终点。它是细胞经由中介发育成熟的完整机体，是多样化的统一，是各个抽象规定按照一定的结构组成的系统。例如由元素通过中介构成的化合物系统等。

使用上升法的基本程序是：先由感性具体到抽象规定，即通过观察实验获得研究对象的完整表象；再由表象在思维中蒸发和结晶为抽象的规定；由抽象规定过渡到思维中的具体，思维把抽象出来的各种规定性，根据它们之间的特有中介和联系环节，把它们有机地联系起来。

使用上升法应坚持如下原则：

a.历史和逻辑、逻辑和存在相统一的原则。辩证逻辑的上升法是自然规律、社会规律和思维规律的概括与总结；上升法的上升和事物的发展进化相一致，逻辑结构应和事物的构建关系相统一。

b.科学抽象原则。上升法的抽象是寻找作为科研对象基元的细胞，而不是与科研对象系统相去甚远而无直接有机联系的某个因素。

c.辩证具体原则。上升法中的上升和具体，其目标是展示事物的全部关系和发展结果，上升不能超越系统而把科研对象系统外的因素统一到科研对象中来，具体是以在本系统内再也不能具体为限度。

3.19 试错、逼近法

是指在科学研究中，运用各种方式和方法，去发现通往真理的正确方向的活动过程。它是探索方法和检验方法的结合，是科研活动与科研目标的统一。试错与逼近常常是在逻辑思路被证明为错的情况下，在各种信息之间进行重新组合，以形成一个关于问题的新解法，因而这一思维过程常常表现为发散式思维和逐步归

纳的形式；表现为一个漫长的、散乱的思维过程；但试错与逼近的结果，又常常是科研目标的实现，问题的得解，真理的发现，因而其答案和结果又常常具有突发性和集中性，这就是试错与逼近思维过程的两个既互相区别，又相互联系的特点。

波普尔十分欣赏科学的试错和逼近的方法。他认为试错法的最大特点是批判精神和否定意识，只有通过不断地批判与反驳，才能不断地淘汰错误理论，选择正确理论，推动人类的认识不断地逼近真理。他认为科学的试错法就像一切生物都具有先天的适应环境的本能一样为科学家们所不可缺少。不过波普尔所提的试错与逼近的方法，只是旨在消除错误的理论，增大认识的逼真度，而不是旨在证实或实现某种期望和目标。所以科学试错法只是一种“猜想与反驳”的方法，而不是保证一定成功的方法，它的实质是“试探与否证”。

8.20 理论选择法

把达尔文的自然选择机制应用于科学发展的过程，进行科学理论之间的竞争，竞争的结果淘汰那些不适应的、过时的、缺少经验内容和实用性的理论，选择和保留那些适应的、有较多经验内容和实用性的新理论或先进的理论，这就是理论选择。理论选择作为一种自觉运用的科学方法，一般包括如下的步骤和内容：

首先要确立理论选择的对象和标准。所谓理论选择的对象就是由各种猜测、假说、不成熟的理论或学说构成的一组潜理论，又可以称之为“潜理论群”。有了各种不同的潜理论，人们才能够在其基础之上进行科学理论的竞争与选择。至于选择何者，淘汰何者，这需要考虑选择标准问题。按照库恩的说法，一种好的科学理论一般应具备如下五个方面的特征：精确性、一致性、广泛性、简单性和有效性。这五个特征是评价一种理论是否充分的标准准则，当科学家必须在现有理论与后起竞争者之间进行选择时，

这五种特征具有关键作用。

其次是确立理论选择的方式和途径问题。一般说来人们是通过如下的途径和方式进行理论选择的：

a.理论之间的竞争，即理论选择的对象——同一潜理论群中的各种不同的假说、理论之间进行的竞争。

b.理论内部的竞争，即理论内部各构成要素的竞争。这种竞争的结果通常是导致一种理论自身包含更多的经验内容、更严密的逻辑关系和更完善的理论形式。

c.理论与文化的竞争，即被选择理论所处的文化背景——知识背景、意识形态和传统观念对科学理论的选择作用。比如遗传学家孟德尔于1865年发现的遗传学定律被埋没了35年，直到本世纪初被重新发现，这就是文化知识背景对理论的选择和淘汰作用。

d.理论与社会的竞争，即社会需要、政治制度和经济力量对理论的选择和制约作用。

最后是理论选择的结果，就选择结果的总趋势来看，非科学的理论最终将被淘汰，科学的理论总是在选择中不断地得到充实、丰富、完善和发展。这种选择趋势一般表现在两个方面，一是使原来的理论向更深的层面不断地深化；二是使原来的理论向更广阔的领域扩展，不断地发生空间上的分化。正是这种不断的深化和分化构成了科学发展的进化树模式。

3.21 系统论方法

根据系统科学的方法论原则，对系统进行描述、设计与优化的具体方法和技术称为系统分析方法。它主要有三种形式：

a.模型化方法。这是一种为加深了解事物的本质而采取的实验方法。主要有实物模型法和数学模型法。实物模型法解决较简单的实验任务；数学模型法则能够表示事物的内在联系和事物之间的动态联系，因而被系统分析时大量采用。

b.定量化方法。这是对系统进行精确定量研究所采取的方法。它包括三方面内容：一是以一种客观尺度对系统进行量的测度，得出系统状态随时间而变化的数据；二是对系统各要素之间相互关系的量变规律进行正确描述；三是运用数学演算寻找最优方案。定量化方法不仅适用于高精密系统，而且对所有科学部门都显示出应用的前景。

c.最优化方法。这是寻找解决问题最优方案的方法。最优化方法包含活动步骤、技术手段、达到的目的三个内容。对提出的各种方案进行比较，找出其中的最优方案，以最少的消耗实现系统的功能，产生出最大的功效。

系统分析方法与传统研究方法相比，具有更准确、更有效、更符合现代化要求的优点，必须高度重视、广泛采用，以提高解决问题尤其是解决复杂问题的效率。

3.22 控制论方法

控制论中所具有的对系统进行辨识和研究的一般方法，称为控制论方法。它主要包括信息方法、功能模拟方法和黑箱辨识方法。信息方法着重研究系统中的信息变换规律，从信息方面来研究系统的功能，以便更好地获取、传递、加工和处理系统中的信息。功能模拟方法不研究系统内部的物质、能量、元件、结构和一个个因果关系的对应关系的情况，而只考虑整个系统在功能上的等效性。黑箱辨认方法认为：只能得到它的输入值和输出值，而不知其内部结构的任何系统，都是黑箱。通过观测系统的输入和输出及其变化，提出和选择模型，进行反馈检验，确定模型以研究系统的内部规律，就可以辨识和阐明黑箱。

控制论方法的主要特征是：

a.它体现了认识与实践的统一，理论和技术的统一。例如，功能模拟所建立的模型不仅是认识的手段，而且本身就是认识的

目的。

b.控制论方法的再一个重要特点就是它从整体上有机地把握客体。告诉人们，要研究复杂的系统，单从结构上、基质上机械地研究是不行的，应当从整体上来研究事物。

3.23 信息论方法

应用信息观点，把系统看作依靠信息的获取、传输、处理、存贮来实现其目标的运动过程的研究方法，称为信息方法。信息方法具有两大类特点：

a.运用信息概念、信息运动规律作为研究的依据。

b.把系统的运动过程作为一个信息变换过程来研究。通过信息方法，可以说明和揭示所有系统在实现其目标的过程中的共性和个性。

信息方法不仅是科学研究的重要方法，而且是一切工作的有力手段。对于科学决策来说更为重要。决策过程本身就是一个特殊性的系统。如果没有大量的信息作依据，就不可能进行决策，如果没有对信息的及时收集、传递、整理加工和变换，就不可能做到正确的决策。只有通过信息方法，才能使决策达到科学化。

以上我们着重介绍了理性的、逻辑的方法，至于科学研究中大量使用的非理性的、非逻辑的方法，我们在上一节中已略有介绍这里就不再重复。

4　辩证法与自然科学方法的关系

在许多从事具体的研究工作和实际工作的人看来，辩证法是纯粹抽象的、非具体的、没有实用价值的方法，真正有用的方法是科学研究中和各种实际工作中具体运用的个别或特殊的方法。这种看法是不科学的，辩证法是从人类全部认识史中总结出来的最

全面、最深刻的方法论，它是人类方法智慧的最高结晶，只有把辩证方法有机地贯穿到各种具体方法中去，才能真正把握真理。

当然不能否定各种具体科学研究方法和实际工作方法的实用价值，但是也决不能把一切科学方法、一切术语、概念、判断和逻辑推理的形式、法则看作确定的、凝固的、一成不变的、普遍有效的、教条式的、是和客观对象相脱离的纯粹研究手段和工作技巧。换句话说，不能把这些方法和法则当作一种外在的主观工具来使用，认识不到任何原则和方法都是从自然界和人类历史中抽象出来的结果。因此，不是认识对象、作用对象去适应现成的规则和方法，而是原则和方法只有在适合于认识对象和作用对象的情况下才是正确的、有效的。因此，认为思维形式、研究方法只是供使用的手段是不对的；同样认为思维形式和研究方法是外在的手段，只是附着于内容而非内容本身的形式，也是不对的。实际上任何思维形式、思维方法都随着内容的变化而变化。然而大多数科学研究者看不到方法的这种内在本质，常常自觉或不自觉地把主观与客观割裂开来、对立起来，把事物的共性与个性、特殊性与普遍性割裂开来、对立起来，用静止的、凝固的教条式方法，形而上学地来变革和认识不断运动、变化着的世界，这样是不能实现对客观世界的真理性的认识的。

辩证法则是和“充实的存在”，即充满具体内容的具体的存在不可分割地紧密联系在一起的；它是反映一切事物自身的本质及规律的方法；“就是对于自己内容的内部自己运动的形式的觉识”。① 所以，辩证法不仅是高层次的，具有指导意义的方法，而且是人们认识具体真理的过程中所不可缺少的方法。

然而，在一般自然科学的方法论原则中，尤其在西方的一些科学哲学家的认识论和方法论的原则中，通常都把个别命题和普

①列宁，哲学笔记第95页，人民出版社，1974。

遍命题、观察陈述和理论陈述、归纳与演绎、分析与综合、假说与理论等成对范畴，彼此对立起来，认为个别命题不能是普遍命题，观察陈述不能是理论陈述，归纳与演绎不相干，分析与综合不相干，似乎逻辑关系是从外部加入的，而不是命题本身所具有的；没有认识到像“树叶是绿色的”、“哈巴狗是狗”这样一类最简单的命题本身就反映了客观世界中最常见的、最普通的、最简单的事物中所包含的个别就是一般的辩证逻辑；没有认识到个别总是与一般相联系而存在，一般只能在个别中存在，只能通过个别而存在；相反，往往只看到两者对立的一面，像归纳主义与演绎主义长期对立的那样，没有看到两者相同一的一面，并企图从外部去建立一种逻辑关系来解释个别命题向普遍命题的转化。所以自然科学的具体方法虽然是有用的，但是如果缺少辩证方法来指导，那么它作为一种缺乏灵魂的逻辑或思维方法，并不是一种真正的认识全面真理的方法。“它具有近乎经验科学的形式”。①它只能像经验科学所找寻到各种特殊的方法那样，在一定的范围内应用，永远不能取代辩证法。辩证法作为高层次的哲学方法对各种自然科学方法永远具有高屋建瓴的指导和驾驭作用。

事实上，长期的科学实践已经证明，现在一般科学家们所采用的科学方法，并没有超出一般的自然科学的知性认识阶段。譬如说，在知性看来，“主观的仅仅是主观的，老是有一个客观的东西和它相对立，存在与概念完全是两回事，因而不能从概念中推出存在来。同样有限的仅仅是有限的，正好是无限的东西的对立面，因而两者不是同一的。对于其他一切规定也都是这样。”①正是由于科学家们长期基于这种知性阶段的认识，所以迄今为止，他们依然只承认有限的东西，不承认无限的东西；认为无限

①黑格尔论矛盾第65页，商务印书馆，1962.

①黑格尔，小逻辑第401页，商务印书馆，1982.

本身只能是一种假说，从而把无限与有限完全对立起来，没有看到它们的统一；没有认识到无限就恰恰存在于有限之中，离开有限永远不可能找到无限；就像离开分析永远不可能有综合，离开归纳也永远不可能有演绎的一样。

在对待真理与错误、绝对真理与相对真理的关系上，现代的科学方法论者，尤其是西方的科学哲学家也和一般的自然科学家一样，总是把真理看成是绝对的、纯粹的、永恒的、没有一点错误的认识；把错误看成是绝对的纯粹的、永恒的、没有一点正确的、有益的认识。这就是他们缺少辩证法、缺少理性思维所必然带来的弊端。所以，黑格尔(G.W.F.Hegel)在批评这种知性阶段上的认识论和方法论时说，用知性的方式来理解主观性仅仅是主观的主观性，有限性仅仅是有限的有限性，无限性仅仅是无限的无限性以及类似的东西都没有真理性，都自相矛盾，都不会过渡到自己的反面。“用知性的方式去了解理念，就会陷入双重的误会。第一，它不是把理念的两极端，正当地了解为具体的统一，而是把它们了解为统一以外的抽象的东西。即使它们的关系得到明白的表述，知性也仍然会误解这种关系。譬如，知性甚至忽视了判断中的联系词的性质，这联系词表明个体即是主体，又同样不是个体，而是共体。第二，知性总以为它的反思——即认那自身同一的理念包含着对它自己的否定或包含着矛盾——仅是一外在的反思，而不包含在理念自身之内。事实上这种反思也并非知性特有的智慧，而是理念自身就是辩证法，在这种辩证过程里，理念永远在那里区别并分离开同一与差别，主体与客体、有限与无限、灵魂与肉体，只有这样，理念才是永恒的创造，永恒的生命和永恒的精神。”①

自然科学家的知性认识形式的主要缺陷在于把一切事物、概

①黑格尔，小逻辑第401页，商务印书馆，1982。

念、范畴都看成是孤立的、静止的，把一切差别都看成是无同一的差别，又把一切同一看成是无差别的同一，一句话，缺乏对立统一的辩证思维方法。而另一面他们却有着合理性，这就是他们承认客观世界的具体性、丰富性、多样性、复杂性。这一点比现代科学哲学家们或一般的科学方法论者包含着更多的真理性。尤其是西方的科学哲学家们不仅具有否定对立统一规律的缺点，而且由于回避本体论的研究搞纯粹逻辑形式和思维方法的研究，这就从认识论上决定他们的方法论和逻辑学必然是形而上学的。

然而辩证法则不然，它不仅不像科学哲学家们或一般的科学方法论者只遵循形式逻辑那样，只是局限于思维的外在形式的学说，而是关于一切物质的、自然的和精神的事物发展规律的学说，关于世界的全部具体内容及对它的认识的发展规律的学说，即对世界认识的历史的总计、总和、结论；而且，关键还在于辩证法"它研究对立面怎样才能够同一，是怎样（怎样成为）同一的——在什么条件下它们是相互转化而同一的，——为什么人的头脑不应该把这些对立面看作僵死的、凝固的东西，而应该看作活生生的、有条件的、互相转化的东西。"① 所以，凡是在思维上没有达到这一高度的认识论、方法论都必须由辩证法来驾驭。否则一切其他的方法就不可能成为认识世界、改造世界的有效方法。而只能成为效仿前人、熄灭一切创造力的教条主义方法。

关于西方科学哲学的历史主义学派所特别强调的"非理性"方法，虽然对狭隘的、形而上学的方法进行了批判，并提出重新定义理性概念，扩展理性外延的尝试。但是，他们既没有认识到只有辩证法才是真正包含他们所谓的"非理性"方法在内的理性方法，也没有认识到真正科学的方法不是理性方法和非理性方法的简单合并，而是对理性方法和非理性方法的扬弃；对一切具体方

①列宁，哲学笔记第111页，人民出版社，1974。

法的扬弃，从而抽象概括出活的方法论的灵魂——对立统一的方法、普遍联系的方法和历史分析的方法。所以，辩证法也是与目前流行的、尤其是西方哲学家们所主张的各种"非理性"方法有本质差别的。它不仅不同于唯意志论者的"非理性"，即反理性方法、生命哲学家的直觉主义方法、存在主义的自由意志与虚无主义的非理性方法，而且也不同于心理学中流行的几种非理性的认识方法。

当然我们不能否定本能、意志、直觉、下意识以及顿悟、闪念、灵感、统觉等在人们精神活动中、认识活动中的作用。但是，对于以理性活动为主要特征的人类活动来说，它们毕竟处于人类的理性活动统辖之下。这一点，黑格尔在《精神现象学》一书中曾给予了极深刻的论述。他说，那些由所谓高尚的灵感、天才的直觉产生的创见虽有时深刻，但毕竟"还没揭示出内在本质的源泉，同样，灵感虽闪烁着这样的光芒，也还没照亮最崇高的穹苍。真正的思想和科学的洞见，只有通过概念所作的劳动才能获得。"①只有通过概念的运动才能产生知识的普遍性。而这种普遍性一方面不带有直观常识的那种不确定性和贫乏性，而是形成了的完满知识；另一方面又不是因天才的懒惰和自负而趋于败坏的理性王国所具有的那种不常见的普遍性，而是发展到本来形式的真理。也就是说由直觉、灵感所获得的知识必须由哲学思维来把握，必须通过概念推理的形式才能获得真正科学的知识，达到对事物的本质及其规律的真理的认识。而单独靠直觉、灵感既不能达到对"神圣生活的真实揭露和积极表述"，而且还常常会把人们引入歧途。尤其是直觉到的认识，常常带来与真实事物相反的错误的认识。

所以，我们决不能把人的理性活动、辩证思维与感觉、本能、意志、情感等非理性活动绝对对立起来。应该看到它们是对立统

①黑格尔，精神现象学第46页，商务印书馆，1983。

一的关系。所谓直觉、灵感、顿悟等非逻辑的思维形式并不纯粹是一种非理性过程，它们只不过是一种突变式、爆发式的思维形式，是思维过程中的一种质变形式，是人的创造性过程的一个环节。正如著名物理学家德·布罗意指出的，想象力使我们立即把物理世界的一部分作为显示其细节的直观图画而提出来。直觉则在与烦琐的三段论完全不同的顿悟中突然给我们点破。……想象力和直觉本质上都是智慧所固有的。因此，直觉、灵感等对狭隘理性主义者的形式逻辑而言可谓非理性的；而对辩证法而言，又可谓是一种创造性的理性思维形式，是人的思维活动中量变引起的突变式质变。这种质变是人们长期的科学实践和思维活动的结果。除此之外，在头脑中拥有了丰富的感性材料之后，还必须有渊博的知识背景、理论根据、理性的思维方式、方法，高度兴奋的精神状态和集中精力的创造性活动。否则，灵感、顿悟是不会产生的。所以，这类“非理性”方法实质上都是包含在辩证法的理性范围之内的。作为与辩证法不是同一层次的非理性方法同样应该被辩证法所扬弃。换句话说，我们既要肯定各种非理性方法、非理性形式在人类的认识活动和科学活动中的作用，又要反对一些非理性主义对非理性作用的无限夸大，以及完全否定理性作用的错误认识和错误理论。要充分认识和肯定理性思维在人类认识和科学活动中的主导性作用。理性和非理性虽然是人类认识活动中的一对矛盾，但两者的作用并不是平分秋色，没有主次之分。人类之所以是人类就在于他具有理性，尤其在于他具有辩证思维的理性，而非一般形式逻辑意义上的理性；正是辩证的理性真正地展示了人的思维本质。所以，在方法论问题上，我们只有把各种科学研究方法，包括理性的和非理性的、逻辑的和非逻辑的都统一到辩证法这个层次上来，纳入到辩证法的范围中去，才能真正成为认识世界、发现真理的科学方法。

（作者：张之沧）

参考文献

[1] Risto Hilpinen, Rationality in Science, 1980, Boston.
[2] W.H.Newton—Smith, The Rationality of Science 1981, London.
[3] Imre Lakatos, The Methodology of Scientific Research Programmes, Newyork, 1978.
[4] The Irice Lectures, On Scientific Discovery, Vol. 34, Boston, 1977.
[5] Karl R.Popper, The Logic of Scientific Discovery. London, 1958.
[6] Karl R. Popper, Conjectures and Refutations, London, 1963.
[7] Paul Feyerabend, Against Method, Great Britain, 1979.
[8] Larry Laudan, Progress and Its Problems, London, 1977.
[9] Paul Feyerabend, Science in a Free Society, London, 1978.
[10] 彭加勒，科学与假设，商务印书馆，1957。
[11] T.S.库恩，科学革命的结构，上海科学技术出版社，1980。
[12] T.S.库恩，必要的张力，福建人民出版社，1981。
[13] 查尔默斯，科学究竟是什么，商务印书馆，1982。
[14] 卡尔.波普尔，客观知识——一个进化论研究，上海译文出版社，1987。
[15] 岩崎允等，科学认识论，黑龙江人民出版社，1984。
[16] П.Ф.伊利切夫，哲学和科学进步，中国人民大学出版社，1982。
[17] 加藤科五郎，科学与独创，科学出版社，1981。
[18] 关士续，科学认识的方法，黑龙江人民出版社，1984。

〔二〕 物理学方法论

1 物理学的对象及其一般研究方法

1.1 物理学的对象

“物理学”，英文是“Physics”，此字源出于希腊文“Physis”，它的意义是“自然”，表示物理学是广泛地研究自然界的一切事物，并对它们在发展、变化时的各种现象加以探讨。所以，在古代物理学是自然哲学的一部分。后来随着科学技术的发展，很多学科（如天文学、地质学、……及各种技术科学等）的独立,使物理学处于基础自然科学的地位。现在,它所研究的对象是宇宙间物质存在的各种主要的基本形式、它们的物性，内部结构、相互作用、以及运动和转化的规律等等。

物理学期望找出物理现象的基本规律，从而可统一理解一切物理现象。所以，它的最终目的是想把自然界的基本组成部分及其相互作用概括成一个统一的蓝图，从这一蓝图可导出粒子集体的性质及所有宏观现象，但探索这蓝图的伟大任务迄今还远未完成。

物理学的成就，常引起生产技术的飞跃，这已是众所周知的历史事实。如现代生产、生活的电气化，原子能的产生，激光的利用……等人类智慧的这些灿烂花朵都开放在物理学这棵大树

上。又由于物质的各种存在形式和运动形式之间有着普遍联系，所以，物理学所发现的基本规律，除可用以说明自然界中的物理现象外，并在其他许多科学技术中有着重要功用。例如生物物理、物理化学、天体物理、地球物理、大气物理、海洋物理、工程物理、数学物理、……等等学科就是物理学渗透入其他学科领域形成的交叉学科，在社会科学中，物理学也显示有它的重要性。如哲学中的一系列基本范畴：时间与空间、物质与运动、因果性与随机性、主观与客观……等等，物理学都提供以科学的涵义，所以，很多哲学流派都力求从物理学中汲取论证，像逻辑实证论竟认为所有有意义的陈述必须用物理学的语言表达，从而也可想见物理学在社会科学中的重要地位了。

1.2 物理学基本内容概况和发展史略

客观世界是一个内部存在着普遍联系的统一体。物质的不同存在形式和不同运动形式使人们从各个不同侧面来研究这种普遍联系着的统一体内的相互关系及其性质，随着研究的日趋深入和内容的日益广泛而在物理学中以相应的范围和研究对象来深入进行探索，从而形成了物理学的各个分支学科：力学，相对论力学，声学，热学、热力学和统计物理学，电磁学和电动力学，光学，量子力学，原子物理学，分子物理学，原子核物理学，凝聚态物理学，等离子体物理学，粒子物理学等等。

认识来源于观察、分析和实践。早在远古时代人们就已对自然界物质的运动和变化现象产生了兴趣，例如日月的运行，江水的流动，气候的变化，雷电的声光等等的物理现象的观察。相传中国古代燧人氏的砧木取火则已是将物理现象转化为应用。在伏羲时代已知网罟捕鱼，神农时期利用气候变化等处理耕稼农牧。公元前2600年的黄帝时代已发明了指南针，火药，且有车、船，屋宇的建造。商朝（公元前1766—1123年）时已有系统的乐

律，这比希腊毕达哥拉斯（Pythagoras）的音阶还早1300年，现在中国博物馆还保存有商朝的石磬与西周的编钟。

战国时的墨翟（公元前468—公元前382年）在他所著的《墨经》中已有关于力学与光学的记载。如他说："力者，形之所由奋也。"说力是改变物体运动状态的原因。这是力的科学概念在世界上最早的文献记载。

例如保存到现在的四川都江堰水利工程，乃是建造于公元前200多年的古迹。

诸如此类的历史资料，说明中国古代的物理知识水平是相当高的。以后也曾有不少关于物理知识方面的著述与仪器的建造，但由于当时社会制度等的局限，致未能形成为一门科学而发展。

物理学之成为一门科学，主要在西方17世纪。

古埃及虽在公元前几千年建造了规模浩大，至今仍列为人类奇迹的金字塔，及塔内艺术性很高的珍贵文物，说明埃及古人已有高度的物理学水平，但他们未遗留下科学文献。古代希腊虽也有关于物质结构的肤浅的原子说，阿基米德（Archimede）的静力学和浮力定律等等科学知识，但都是零星的科学研究，未形成物理学的系统规模，这情况一直持续到15世纪，才发生变化。这段科学史的转折点，主要有三件大事：

（1）日心说的问世

因据古希腊托勒亩（Ptolemaeus）的地心说所建立的宇宙图，虽与当时天文观测也可符合，但地心宇宙图把天文现象复杂化了，使星球运动的普遍规律不易表达。而哥白尼（N.Copernicus）的日心说，使星球运动的描述大为简化。开普勒（J.Kepler）用日心说研究第谷（Tycho Brahe）所留下的大量天文资料，发现了行星运动三定律，这对后来牛顿力学的创立产生了很大影响。

（2）科学实验的兴起

在17世纪以前，古希腊的亚里士多德（Aristotles）之学说一直在西方占权威地位，但他在力学上有二个谬论，即认为①力是维持运动的原因（匀速运动要有匀力维持）；②轻、重物体下落时快慢不同，重物下落时比轻的快。这谬论一直阻碍了正确的力学理论之出现，当然也影响了物理学的发展。

伽利略（Galileo 1564—1642）破除传统迷信，勇敢地在比萨斜塔上当众作了著名的落体实验，证明轻、重物体下落同时，从而推翻了亚里斯多德的说法。这对长期以来进展迟缓的物理学界起了解放思想的重要作用

伽利略还通过多次实验，创造性地提出了加速度的概念，促进了运动学的发展；并总结出落体运动定律与惯性定律。他还用自己制造的望远镜观察金星的盈亏。他的工作为研究物理现象开辟了科学实验的道路，对其他科学也产生深远影响，因而被后人尊为近代科学之父。

（3）牛顿力学的创立和微积分数学的诞生

牛顿（I.Newton 1643—1728）在开普勒、伽利略等人工作的基础上，结合他自己大量的实验工作，总结概括出关于宏观低速的机械运动最本质的规律：牛顿运动三定律，及万有引力定律。从而把以前那些分散的、个别的力学规律都包含入这个理论体系中，使之成为有严密逻辑性的经典力学（牛顿力学）。同时，牛顿为研究力学而发明了微积分数学。牛顿在1687年出版的《自然哲学的数学原理》，记载了他对科学的伟大贡献。

数学是物理学中逻辑推理的手段，是物理学的重要工具；力学是物理学的理论基础。牛顿对物理学的两大支柱：力学与数学作了创造性的飞跃发展，从而开辟了物理学的新纪元，同时也促进了其他学科的发展。所以后人认为科学是17世纪开始的，并称伽利略为近代科学之父，而牛顿为物理学之父。

我们所说的力学是研究宏观物体低速机械运动的现象及其规

律的一门科学，即经典力学。18世纪时力学的主要发展，是将牛顿力学体系向深度和广度推进。拉格朗日（Lagrange）引入广义坐标与广义速度建立了拉格朗日方程和拉格朗日函数，这样就把以力为基本概念的牛顿形式改变为以能量为基本概念的分析力学形式，对牛顿力学的功能起了提高推广的作用。19世纪时经典力学发展到高潮。哈密顿（Hamilton）原理，哈密顿函数和哈密顿正则方程的建立使经典力学成为物理学中一个成熟的分支，哈密顿正则方程成为物理学中的一个重要方程，并推广应用到日后的统计物理学，量子力学等近代物理学理论中，对推进这些学科的发展起了积极的作用。

在经典力学中，空间向左右上下四方延伸同时间无关，时间从过去流向未来同空间无关，所以时空之间没有联系，可存在绝对静止的参照系，而不同惯性系的坐标之间的变换是伽利略（Galileo）变换，力学定律对任何惯性系是不变的，但电磁现象则并不遵从伽利略变换。20世纪初期爱因斯坦（Einstein）针对这个问题提出了爱因斯坦形式的洛伦兹（Lorentz）变换解决了这个问题，从而打破了时空无联系的绝对静止参照系的观念而进入狭义相对论阶段，使经典力学成为相对论力学在低速运动时的一种极限情况，并把力学和电磁学在运动学基础上统一起来，而时间和空间长度不再是不变的。爱因斯坦又将相对性适用的范围推广到非惯性系统，提出了“引力场同参照系的相当的加速度在物理上完全等价”的等效原理，使研究范围跨入了广义相对论时期，并作出了在引力场中的钟走得快，光波波长要变化，光线要弯曲等推论，继而又在引力场方程的计算上给出了引力波。广义相对论不但开创了宇宙学的研究，也进一步揭示了时空，物质，运动之间的统一性，同时爱因斯坦又提出了统一场论的设想，并为这一伟大理想奋斗直至逝世。

在机械运动中，振动和波动是常见的一种运动形式。声学就

是系统地研究这种运动的产生、传播、转化、吸收等问题的物理学的分支学科。由于声学现象在自然界中相当普遍，犹如光波虽只占波谱的某一段范围有其重要研究价值一样，声学在物理学研究中也占有它的重要地位。

对机械振动的观察远源很古，但只是人耳所能觉察的声音范围。相传中国黄帝时已令伶伦取竹作律，伏羲作琴，这是中国最早的声律，商朝则已有系统的乐律，春秋时已有《乐经》专著。明朝朱载堉于1584年提出的平均律比西方的要早300年。但中西方古人都有人将声与水面波纹相类比，这是很不简单的。

对声学较系统的研究是从17世纪伽利略研究单摆周期和物体振动开始的。1877年瑞利的《声学原理》问世才集经典声学的大成，但声学进行有效实验研究的大发展则是20世纪的事。现已在声学领域里开辟了若干分支，如水声学，建筑声学，超声学，电声学，语言声学，次声学，音乐声学，心理声学，生物声学，射线声学，统计声学和近代物理声学等，并且其研究范围已远超出人耳感觉频段，且已深入到微观领域。

热学是研究热的产生、传递，物质处于热状态下的性质以及他们的变化规律。现已探测到在旧石器时代（大约公元前180万年）人类已开始使用了火，在公元前2000年中国已有气候反常的记载。战国时代的邹衍创立五行学说就把火列为五行中之一行，在西方也有相似认识。但热学走上科学研究的道路只是在1714年华伦海特（Fahrenheit）改良水银温度计定出华氏温标以后才逐步建立起热学的科学理论。到19世纪，一系列实验说明了热是同大量粒子的无规则运动相联系，其中最著名的是焦耳(Joule）和迈尔（Mayer）的热功当量实验，从而为涉及热现象的能量守恒和转换定律，即热力学第一定律奠定了实验上证据。克劳修斯（Clawsius）和开尔文（Kelvin）分别于1850年和1851年独立地在卡诺（Carnot）的热机研究工作基础上提出了内容相当的热

力学第二定律，指明了一切涉及热现象实际宏观过程的方向，克劳修斯还在1854年引入了“熵”函数，赋予第二定律以数学表达形式。能斯脱（Nernst）在研究低温下各种化学反应所总结的大量实验资料基础上于1906年给出了热力学第三定律，后来人们概括为绝对零度温度不能到达这样一种原理。热力学三个定律的建立成为热力学理论的基础。但热力学是一种唯象理论，不去追究微观的内在性质所表现的宏观现象。在分子运动论的基础上逐步发展起来的统计物理学才得以深入到微观领域来深入研究热现象的本质。热力学作为物理学的唯象理论的典范，已在物理学各分支学科中成为基础支柱之一。在研究非平衡态物理系统不可逆过程中热力学现象的宏观理论中发展起来的不可逆过程热力学，也和平衡态热力学一样地已在生物学、气象学、天体物理和化学等领域的研究中作为理论工具来使用。

统计物理学是研究由大量粒子组成的物理系统的物性的一门学科，它是以物质微观结构和相互作用的认识为出发点的，而以概率统计为主要工具，统计平均则体现着系统宏观物性行为。所以统计物理学起有由微观到宏观的桥梁作用，并为各种宏观理论提供微观依据。

19世纪中期的早期统计物理学是在分子运动论基础上建立起来的，到20世纪初吉布斯（Gibbs）写了《统计力学的基本原理》名著才建立了经典的平衡态统计物理的体系。20世纪40年代发展了量子统计。非平衡态统计物理学是在20世纪中期才开始描绘出理论体系，但发展较快。近平衡态的线性区不可逆过程热力学与统计物理学理论已成熟，远离平衡态的非线性区的理论也取得不少成果，但基本上还处于宏观描述阶段。近些年来对量子耗散系统的研究也已开展了起来。

电磁学是研究电、磁和电磁相互作用现象及其规律和客观物体电磁性质的学科。

电磁现象虽早为人见闻，但进行科学的实验研究，到18世纪才开展起来。那时库仑（Coulomb）进行了大量静电与磁的实验研究，创立了电和磁的库仑定律。伽伐尼（L. Galvani）电的发现和伏打（A. Volta）电池的发明，揭开了19世纪电磁学发展的序幕。

在19世纪前期，奥斯特（H.C.Oersted）发现了电流的磁效应，法拉第（M.Faraday）发现了电磁感应现象，……，这批试验的发现，揭示了电与磁间有着密切的联系。麦克斯韦尔（J. C. Maxwell）在法拉第力线概念的基础上，提出了电磁场的概念，并综合前人发现的众多电磁现象，创造性地用一组偏微分方程来反映电磁现象的基本规律，从而建立起了一套系统完整的电磁理论，他并据此演绎推论出电磁波的存在，及其以光速传播的预言，后来都为实验所证实。

以麦克斯韦尔方程组与洛仑兹方程组为基础发展了经典电动力学，从此大大地促进了电磁学的研究进程。

麦克斯韦尔把以前分散的电磁规律，使归结成一门完整的科学理论，使物理学发生了飞跃，其意义重大，影响深远。所以，麦克斯韦尔的工作，被誉为物理学发展史上的第二个里程碑。

现时电磁现象和理论及他们的性质已被广泛应用，可以说已开始进入一定程度的普及阶段。

光学是研究光的性质、及其和物质的各种相互作用。通常分为几何光学与物理光学二部分。前者只研究光的传播、反射、折射等，是设计光学仪器的基础理论。后者研究光的波动性质。

光学发源也很早，在中国战国时墨翟所著的《墨经》中，已有针孔成像的记载。西方在17世纪发展了几何光学。光的折射定律，早已为笛卡儿（R.Descartes）所发现。后来牛顿提出光的颜色理论，证明白光是多种色光混合而成。他还研究了光的干涉现象，并提出关于光的本性的微粒说；同时期的惠更斯（C. H

uygens）提出了光的波动说。

19世纪初，由于光的干涉现象的研究，及以后对光是电磁波的实验证明，于是光的波动说为举世公认。至20世纪初，发现了光电效应，爱因斯坦（A. Einstein）创造性地提出光子的概念，成功地解释了光电效应，并第一次指出光具有波粒二象性。

20世纪60年代，发现了激光，从而使光的应用价值大为提高，同时诞生了非线性光学，更深化了光的研究，大大丰富了光学内容。

原子物理学、分子物理学，原子核物理学和粒子物理学都是在实验基础上开始进行研究的，理论的分析推进了量子力学的发展，同样，理论的发展又推进了这些领域实验的深入。他们是相辅相成，互相促进，也衍生了一些带有分支性的学科，如光谱学（包括原子和分子光谱），量子电动力学、量子场论，量子色动力学等等。

这些分支学科都以各自的研究对象来区分的。原子物理学是研究原子的性质，内部结构，内部受激状态以及原子和电磁场、电磁波等作用、原子之间的相互作用等。分子物理学是研究分子的性质、结构、分子间相互作用和与外界作用的影响，并以此为基础研究气体、液体、固体的物理性质。原子物理学和分子物理学对研究凝聚态物理、等离子体物理，物理化学，量子化学和生物物理等关系密切。

原子核物理是研究原子核的性质，内部结构，内部运动，内部激发状态，衰变、裂变以及他们之间的反应过程等。粒子物理学是当前对物质结构研究的最深层次。它以形形色色的基本粒子为研究对象，对他们的结构、性质、相互转化、状态、因果关系等等为其研究内容，同时探求发现新粒子。

以上不少分支学科都是属于近代物理学范畴，他们都是20世纪才兴起的学科。

凝聚态物理学是物理学科中最大的分支学科，它与生产及应用结合甚为密切。它以凝聚物体，如固体、液体、液晶等等为研究对象。对这些对象的结构、机制、物性、内部的相互作用，与外界的影响等等为其研究内容。其发展过程已经历几个世纪。在18世纪人们对晶体的几何规则开始有了一定的认识，19世纪末20世纪初对晶体的对称性的群理论开始建立，为固体理论的发展找到了基本数学工具，对今后的研究发展起了甚大影响。1912年劳厄（Laue）等发现X-射线通过晶体的衍射现象，证实了晶体内部原子的周期性排列结构，为理论研究开创了依据。随着新的测试手段的使用，对晶体内部结构的分析达到晶格常数范围，对研究凝聚态的结构分析更为精细。近些年来发展的扫描隧道显微镜已可相当高分辨率探测表面原子结构。在理论上，斯特拉特（Strutt)于1927年首先定性地指出固体能带的存在，之后布里渊（Brillouin）等人发展了该理论，现在已发展多种近似方法来计算能带结构，如正交化平面波法、赝势方法、缀加平面波法、紧束缚近似方法等等。量子场论方法在凝聚态物理理论研究中也占有相当重要的地位。

等离子体物理学是研究等离子体的形成、性质和运动规律等的一门物理学分支学科。

所谓等离子体，指的是在微观上带电而宏观上呈中性的大数带电粒子系统。例如通常物质在高温下，将相变成气体，如温度再升高达几万度，气体就电离为离子和电子，成了等离子体。等离子体是导电流体。通常把等离子体称为物质第四态。

等离子体在地面上比较少见，19世纪首先在气体放电中遇到这种物质，但实际上宇宙间的大部分物质呈现等离子体。地球高空的电离层及宇宙空间的离子态物质，又如处于等离子状态的轻核，在聚变过程中可以释放大量的能量。

过去对等离子体的研究，主要用于天体物理与高空电离层。

20世纪50年代以后，为探求磁流体发电及探索受控热核反应的实现，才大力促进了对等离子体的研究。

现在工业上也发展有它的应用，如焊接、切割、喷涂、冶炼等；此外，等离子体也可用作宇宙飞船的推进剂。

1.3　物理学研究的一般方法概论

物理学在过去研究者的辛勤钻研下，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进，把物理学建设成现在这样丰富多彩的科学大厦，其经历之成败经验教训是很多的。从物理学的发展史上，总结前人研究物理学的正、反两方面经验，汲取其有用的方法，指导后来人，这是很有意义的。

总结前人研究物理学的经验，其一般方法原则，大致可归结成如下10条：

(1)选准课题；

(2)观察,实验,调查研究，广泛收集资料，明确目标；

(3)分析、归纳，把握本质；

(4)合理简化，突出要领；

(5)概括事实，提出假设，建立理论；

(6)演绎推论；

(7)类比联想，启发灵感；

(8)创造性思维，突破难关，开拓创新；

(9)验证结果，总结规律；

(10)正确的哲学思想指导。

这10条方法，如运用有方，就可获得科研成果。

前已说明，研究物理学之目的，是为了找出物理现象内在的普遍规律，为此必须多角度、多层次，全面深入了解研究对象的一切情况,选准课题,收集足够的资料以供分析研究，如此才能较方便地找出其内在的一般规律。观察、实验，就是获取直接感性

知识，收集第一手资料；调研查考，这是获取间接的感性知识，是收集的第二手资料。有的科研工作，只能取得第一手资料，有的只能收到的第二手资料，有的可二者兼有。针对研究问题，收集有关资料，原则上是多多益善。

收集到大量资料后，就当分门别类，归纳分析，去伪存真，去粗取精，以求找出其对象的本质特征。

例如焦耳（Joule）研究热与功的关系，就是用实验测量所作的功与发生的热，经多次实验，测得大量数据，经归纳分析后，才得出热功转化的本质规律。

有时所集资料很多，头绪纷呈，必须进行归纳分类。在此基础上，应将问题进行合理简化，抓住主要矛盾，以突出问题的要领，这样就可以对问题作大跨度的有用思考，从而可缩短解题过程。

例如研究物体受力后的运动问题。通常物体受力后，除有运动状态的变化外，还有体积和形状的改变，这些情况如一起考虑，则问题就复杂了。如物体形变很小，现在主要是研究物体的运动，那么就把形变忽略不计，将物体看作是刚体，这样就使问题大为简化，从而可容易解出答案。

有时问题颇为复杂，一时难以看清它的规律，就可根据问题所反映的事实，提出试探性的假说，看在实践中的检验，适当地、逐步地进行修正，最后使上升为理论。

例如夸克模型的理论，就是先有不完善的假说而上升来的。当初夸克设想的提出，只考虑到夸克有三种，后来随着新粒子的大量发现，原来的夸克模型已难对新粒子分类，于是将夸克的种类增加到六种，并又引入“颜色”的说法，遂使夸克模型成为很好说明强子结构的理论。再如量子理论的建立，也是由能量子的假说发展来的。

建立了理论，就应从实践中检验其成立的科学性。利用理论

演绎推论以解答有关的具体问题，或预言科学事实。

例如马克斯韦将19世纪时所知的重要电磁现象，总结成一套电磁理论，并籍以演绎推论出电磁波的存在，后果为实验所证实。

再如前已讲过的弱电统一理论，也曾推论预言了当时尚未知道的许多现象。其中最著名的就是预言了传递弱相互作用的中间波色子：W^+、W^-及Z^0粒子的存在。后在1983年果然在欧洲核子中心实验上发现了这些粒子。

在研究问题时，进行类比联想是很有用的，因它可能启发灵感，作出重要思考。例如光量子的概念，就是爱因斯坦从普朗克的能量子假设类比联想来的。德波罗意（L.V.de Broglie）物质波的思想，就是从光量子的波粒二象性类比来的。

当问题困难，传统理论无力解决，在“山穷水尽疑无路”时，常须有雄才大略深谋远虑者，发挥创造性思维以突破难关，开拓创新。如19世纪末时，黑体辐射、光电发射……等问题，难住了经典物理学而形成物理学的危机时，众多物理学家都思路难通，束手无策，而普朗克竟能突破传统观念，提出众难接受的“量子”假设，从而敲开了微观物理学的大门。这确是了不起的创造性思维。其他如牛顿之创立经典力学，马克斯韦的提出位移电流之概念及建立电磁理论，爱因斯坦之突破传统时空观念而创立相对论，……等等科学贡献，都是物理学上创造性思维的光辉范例。

最后也值得一提的是，在研究物理问题的过程中，正确的哲学思想指导是必不可少的。显然，物理学也与其他科学一样，是要以辩证唯物主义哲学来指导而进行思考的。

因现在社会发展，已使科学技术信息化、电脑化（并将进入光脑化），从而促进了科学研究手段的高度自动化与科学化，于是科研中抽象化的程度提高了，逻辑思维方法在科学研究中就突出显示了它的重要功用。只有善于逻辑思维者，才较易于获得科研的胜利成果。而逻辑思维之是否正确，只有在科学的辩证唯物

主义哲学引导下，才可有正确的推论。例如，应用热力学第二定律，不顾其适用条件而提出宇宙热寂说；将量子力学中测不准关系奉为不可知论的科学依据，……等等，这都是研究者的指导哲学思想错误所造成的逻辑诊断错误。所以伟大的物理学家爱因斯坦说过意义深长的话：物理学的当前困难，迫使物理学家比其前辈更深入地去掌握哲学问题。与其说我是物理学家，不如说我是哲学家。

量子力学创始人之一M·波恩（M·Born）也曾说：每一个现代科学家，特别是每一个理论物理学家，都深刻地意识到自己的工作是同哲学思维错综地交织在一起的，要是对哲学文献没有充分的知识，他的工作就会是无效的。这些名言充分说明哲学对物理学研究的重要性。

上述10条，是研究物理学的一般方法概要。但如从具体科学的方法论来说，则研究物理学的具体方法是很多的，因为对物理问题的研究，在不同层次上所观察到的物质行为模式不同，所以要针对具体情况，施行合适的方法。这犹如对自然景观摄影，因所见树木花草，有远有近，一次对焦，将只能看清一层距离的景物。如对焦看清了近处，则远处模糊不清；如镜头对准了远处景观，则远处可看清而近处模糊。所以，如要看清远近各层次的景观，就应分别对准镜头，调节焦距，看清景观，然后摄影；老想一次对焦，看清远近各层景观，那是不可能的。这也犹如具体科学的方法论，应按具体对象情况，分别采取特殊的有效方法。

2 理论物理方法与实验物理方法及其相互关系

在物理学发展初期，物理学家仅用简陋的自制仪器，仅能对自然现象进行现象地观察，这就是所谓现象阶段。而现代物理则

是从对研究实体内部和外界的相互作用出发，用理论物理方法和实验物理方法两支相互独立又相互交叉的方法揭示自然界物体的状态及其变化规律。

从根本上说，物理学的发展是以实验物理的研究为基础的。比如超导物理学发展到今天，也是从翁纳斯（H.K.Onnes）在1908年获得液氦3年后在研究水银电阻在4.2K突然下降的重大发现后逐步发展的。而理论物理的主要任务是进一步揭示客观物体的内在规律。使从现象认识上升为理性认识，并且用数学语言准确地揭示该规律的物理实质。在物理学发展初期，如上两个任务往往是每个物理学家相继进行的。例如伽利略（Galilean）是典型的早期物理学家。他用斜面实验发现了惯性定律："物体沿水平面运动，没有受任何阻力时，那么……它的运动是均匀的和永无止境的，……。"在该定律中，伽利略已用力这个参量来描述物体的相互作用。这正是理论物理方法的最初阶段。牛顿就是在伽利略实验和初步的理论研究的基础上，提出了力学三定律。这是经典力学的理论基础。他借伽利略等前人引入物理参量力、速度、加速度基础上，建立了描述和机械运动的数学语言：$\vec{F}=m\vec{a}$。这里$\vec{F}$是力矢量，m为惯性质量，$\vec{a}$为物体受$\vec{F}$作用产生的加速度。牛顿建立经典力学方法是理论物理的早期方法。

而近代物理学，研究物理运动规律的方法已明显地分为两个较独立的方法，绝大多数物理学家往往在一个领域中以其中一个方法进行工作。近代国际范围内已分为实验物理学家和理论物理学家两种类型的物理学家。

所谓实验物理方法，其主要在物体某一特定的物理环境下对其进行定量测量。即是对一个物理量先制定一个量度单位，再拿测量对象和这个单位相比较，然后再以数值表示出来。

实验物理方法首先离不开实验现象的观察，如近代物理发展的高分辨率电子显微镜和扫描电镜就是极好的观察工具。当然近

代物理并不是直接单纯地公布自己的观察结果，他们还必须把观察到的结果进行综合和分析，找出他们和宏观参量的实质性的联系。例如用高分辨电子显微镜观察到某金属的微结构存在大量位错或孪晶界，我们可以借此现象推断该金属的强度或导电性质。

实验物理方法常用手段之一是对被研究的对象的物理环境进行控制，从而研究物体在特定环境中的物理特性和物态变化规律。例如要研究某气体的热物理性质，我们可以把一定质量气体封闭在一定体积的容器中，然后控制某种因素，改变气体的温度或压强，就可以找出该气体温度、压强和体积所满足的数学关系。即该气体的物态方程。近代物理学为了用实验物理方法得到被研究系统的物理性质，其控制物理环境的方法向极端手段发展。如极低温、超高温、超高真空、超高压以及高加速系统或失重状态等等。

实验物理方法测量技术是其核心技术，在测量技术中常面临两个关键问题：一个是微弱信号的探测。因为微弱信号往往和其他噪音信号同数量级，物理学家要在如此复杂的状况下把要测的信号探测出来，必须要建立特殊的放大和测量技术。另一个关键是测量误差问题，误差可分为客观因素和主观因素两个途径引入。即在一定条件下作精确测量时，其被测环境可能受外界无机微扰，或测量仪表偶然变化等都可产生误差。另一方面，测量者读数、时间控制等主观因素也能产生误差。

理论物理方法现代已形成一个物理学的独立方法，当然它的基础还是来源于实验结果。理论物理方法的任务有两个，一个是建立新学科，另一个是解释新物理现象并预言一些新现象或新效应。前面我们已简略地提到建立经典力学的方法，从那里我们可以初步总结出这样一个学科建立的规律。

选择适当的物理参量把研究的物理系统物理状态描述出来。

↓

根据大量实验结果，总结出公认的物理规律，并且以相应的物理参量建立该定律的数学表式。

↓

在特殊条件下，用相应数学方法求解所得的数学表式，以求得和实验结果相吻合或预言新的实验结果。

在这里让我们从经典力学向量子力学过渡，从而把量子理论建立成一门独立学科的过程，来介绍理论物理方法是怎样建立一门学科的。

量子力学的实验基础是电磁辐射的二象性和粒子的二象性。早在17世纪，从光的干涉和衍射现象已肯定了光的波动性。如双狭缝衍射已较充分地证明了这一点。但是到20世纪初，从黑体辐射和光电效应又揭示了光具有粒子性。第一个明确提出光具有这种二象性的是爱因斯坦（Einstein）。他提出电磁辐射和吸收时以能量为$h\nu$的微粒形式出现，而且以这种形式以速度为光速在空间运动，这种粒子称为光量子。这里h称为普郎克常数，ν是光波动频率。

继康普顿（Conpton）效应的发现，以及玻尔（Bohr）和索末菲（Sommerfeld）光谱理论取得成就和遇到的困难，1924年德布罗意（de Broglie）在光有粒子和波动二象性的启示下提出微观粒子有波粒二象性的假设，并且用波函数ϕ描述微观粒

子的运动状态。这就奠定了量子力学选取适当物理参量描述微观粒子的物理基础。

波函数随时间的变化，就和经典粒子坐标和动量随时间变化一样，应满足一个特定的运动方程，这就是薛定谔（Schrodinger）方程。到这一步，已基本建立了量子力学的理论基础，所剩下的问题是要建立微观参量（如ϕ）与宏观参量（即实验可测量）之间的关系。这也是量子力学基础理论的一个特殊问题。该问题，量子力学是引入算符来解决的。

量子力学理论基础建立的第三步，是在特殊条件下求解薛定谔方程。因为该方程是偏微分方程，它仅对谐振子和有心力场能严格求解。一般情况下，特别是多体系统仅能近似求解，这样就必须发展求解薛定谔方程的近似求解方法，如微扰论就是其中一种典型方法。

应该指出，建立一门新学科并不是理论物理方程单独的贡献，它是实验物理方法和理论物理方法共同努力的结果。而理论物理方法用现有的基础理论，并发展这些理论，去解释实验物理中新发现的新物理现象或预言一些新物理效应，这应是理论物理独有的任务。一个典型的例子是超导体的BCS（Bardeen, Cooper, Schrieffer）理论。BCS理论所解决的问题是在金属或合金晶格中的多电子问题。这个物理对象是相当复杂的，因为他牵涉到如此多的粒子之间的相互作用，企图从薛定谔方程出发用严格的量子力学理论求解该问题是不可能的。而BCS理论以库珀（Cooper）对模型为基础，提出了超导体的基态波函数以及约化哈密顿（Hamiltanian），从而建立起超导体电子行为的物理模型。在此基础上，采用量子统计就解释了超导体的宏观物理现象。由此可见，理论物理方法在解释一些新物理现象时，主要方法之一是：物理模型到相应的数学处理技巧。

实验物理方法与理论物理方法已发展成相互独立的方法，但

是他们也是辩证地统一的。它们相互促进，推动近代物理学向前飞速地发展。例如实验物理学家发现了超导体促进了BCS理论的发展。而BCS理论又预言了^{3}He必定在低温下超流，这又促使实验物理学家用很大力气在毫度K的低温发现^{3}He超流现象。当今高温超导体的发现，对BCS理论提出挑战，预计新的高温超导体理论又将发展起来。

3 宏观与微观对象的研究方法

根据物理学研究对象的尺度大小不同，而有宏观与微观的区分。

宏观、微观通常是从物质结构的层次来分的。相对于原子、电子等类微观粒子而言，宏观物体是由大量原子所组成的。

但宏观与微观这一概念也是相对的。例如用统计力学的方法研究银河系的结构时，对其中每个天体也都可看作是小系统；如是研究微观粒子内部结构，有时可把单个粒子或原子核看作是宏观系统，用统计力学方法和唯象方法来进行研究。

对于宏观、低速运动物体，牛顿力学等经典理论全可适用。例如对质量为m的质点，受力$\vec{F}$作用的运动问题，则由牛顿力学所规定的运动微分方程：

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

结合它的原始条件：时刻为t_0时的坐标$\vec{r}_0$与速度$\vec{v}_0$，那么此质点的运动情况，（位置、速度、加速度及运动轨道等），无论过去、现在、或将来各时刻的运动情况，都可就此确定。其他如热学的、声学的、电磁学的，或光学的各类经典物理学问题，也都可有确定的因果关系的答案。但对微观现象，诸如原子光谱、原子结构、原子发射、吸收和散射光的过程，及电子、光子和电磁

场的相互作用等类问题，经典物理理论已不再适用。因在微观情况，微观客体的能量、动量等物理量常是不连续的，且微观客体都有波粒二象性，它们的能量E、频率 ν、动量p和波长 λ 之间有关系：

$$E=h\nu,\ \ p=h/\lambda$$

式中h为普朗克常数。这里 E 与p反映了粒子性，λ 与 ν 反映了波动性。所以这两个关系式表达了微观客体的波粒二象性。微观粒子的坐标X和动量p的测量误差Δx与Δp，遵守不确定关系：

$$\Delta x\Delta p\geqslant h$$

这表示微观粒子的位置和动量不可能同时测准。因此，微观粒子的运动规律，将只能是统计规律，不可能像经典物理中的是确定性的规律。这些微观特征，经典物理已无法描述，所以必须用量子理论来处理。

在量子力学中，物理量以算符来表示，算符的本征值，就是该物理量所能取的数值，而本征值常是不连续的，这就反映了粒子性。物理状态由满足薛定谔（E.Schrodinger）方程的波函数来表示，而波函数所含的统计意义，就反映了波动性。这样的数学处理方法外，量子力学中也可用矩阵数学方法来表示。物理状态用一列矩阵来描述；力学量用一多行多列的方阵来描写。这与前述的数学形式虽不同，但它们的效果是等价的。所以量子力学能很好地描述微观现象，它是所有微观低速现象所遵守的规律，在原子物理、分子物理、原子核物理，及宏观物体的微观结构等类问题的研究中，都可适用。对于微观电磁现象，则须用量子电动力学去处理。

关于微观高速运动问题，因出现有粒子的产生和消灭，及相互转化现象，这又非通常的量子力学所能描述，所以须用量子场论来处理。量子电动力学，就是最早的量子场论。在量子场论中，各种粒子如中微子、中间波色子、轻子、层子（夸克）等，

都用相应的量子场来反映；空间、时间中的每一点的量子场，都以算符来表示，称为场算符。这些场算符，满足一定的微分方程和对易关系或反对易关系。量子场既能反映波粒二象性，又能反映粒子的产生和消灭，还能自然地反映正、反粒子配成对的现象。至于量子场论中所遇的发散困难，这可用重正化的方法来克服。

1954年杨振宁和R.L.米尔斯（K.L.Mills）提出的规范场理论和1973年形成的量子色动力学都是量子场论的重要进展。

如在所研究的现象中，坐标值与动量值的乘积远大于h时，那么，量子力学和量子电动力学所得的结果，各与经典力学和经典电动力学所得的结果相一致。

综上所述，可知当研究的物理对象是属于宏观或微观时，因现象的特征不同，研究的方法是不一样的。

4 低速与高速对象的研究方法

高速与低速是相对于光速$C = 3 \times 10^{10} cm/sec$而言，凡远小于光速的速度叫低速，接近光速的称高速。通常最快的超声速飞机，它的速度也不到光速C的一百万分之一，所以在物理学中，超声速仍算是低速。

物体运动时的速度是高速还是低速，其运动的规律是不同的。所以对不同的情况，要区别对待。如所研究的物理对象，是属于低速运动范畴，则宏观的就用经典物理学处理，微观的则用量子物理学处理。如是属于高速运动范畴的，则须用相对论来处理。

经典物理学是以牛顿力学的时空观为依据发展起来的，而牛顿力学的理论体系的基研是四个基本概念，即：“绝对时间”、“绝对空间”、“绝对质量”及“力”（或“场”）。这里所谓

的“绝对”是指与物体的运动状态无关的意思。牛顿运动定律，就是表达了这四个物理量的关系，其数学形式是个二阶常微分方程，它的解，由二个原始条件所完全决定，这就意味着用牛顿定律所描述的物体运动，是有严格的因果关系的。所以，牛顿力学体系有二个主要特点，即：

（1）描述的现象严格遵守因果律；

（2）用以描述现象的时间与空间，彼此独立无关。

这二个特点当然也存在于以牛顿力学为基础的整个经典物理学中。但对高速运动问题，这样时空特征的经典物理学就无法处理了。

先是在19世纪，天文学上发现水星近日点的运动问题，牛顿力学对它不能解释，这是牛顿力学在实验面前第一次遇到挑战，（后来由爱因斯坦广义相对论给以解释的）。接着又发现光速在不同的惯性系中测量，其值都一样，此现象也非牛顿力学所能解释。还有其他，如经典电动力学不能解释电磁感应的相对性。（例如一个磁体与一个导体之间有相对运动时，无论是磁体运动而导体不动，或者是磁体不动而导体运动，二者效果都一样。）马克斯韦方程组在伽利略变换下不是协变的，这不符经典物理理论的要求。这类经典物理理论所泄露的破绽，引起爱因斯坦的注意，连系马赫曾对牛顿时空观的批判，启发他提出不同于牛顿绝对时空观的一种新的时空观念，从而创立了狭义相对论（也称特殊相对论）。

狭义相对论以两条原理为基础。一是相对性原理，认为一切物理定律在所有惯性系中，其形式都一样。这实质上是经典力学中伽利略相对性原理的推广。二是光速不变原理，即认为光速各向同性；光速与光的频率无关，与光源的运动状态无关，与观察者所处的惯性系无关。根据这两条原理，即可导出两个惯性系之间的坐标变换关系。设S'系相对于S系以匀速v向x方向运动。S系

中的观察者，观测某一物理事件所得的空间坐标为 x、y、z；时间为t。S'系中的观察者，观测那同一物理事件所得的空间坐标与时间各为：x'、y'、z'和t'。于此x、y、z各与x'、y'、z'相平行；且当$t=0$时，S'系的原点与S系的原点相重合。于是，这二个惯性系之间的空间，时间坐标有关系：

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

这就是洛伦兹（H.A.Lorentz）变换。这里C是光速。此关系显示了时间与空间不是彼此绝对独立无关的。所以要确定一个物理事件，必须同时用三个空间坐标和一个时间坐标。这四个坐标所组成的空间，称为“四维空间”。用四维空间描写物理事件，这是高速运动情况的基本特征。

显然，在低速运动情况：$\frac{v}{c} \ll 1$，且被观察的物体速度也远小于C，于是，上述洛伦兹变换，就退化为伽利略变换。

狭义相对论对传统的绝对时空观作了革命性的改变，否定了以太的存在，肯定了电磁场是一种独立的物质存在的特殊形式。在辩证唯物论哲学也已指出空间和时间是物质存在的普遍形式。所以，狭义相对论的时空观，不仅对物理学，而且也对哲学产生了广泛而深远的影响。

将经典力学的规律作适当的修改，使能满足洛伦兹变换，就得出相对论力学。据相对论力学可以推知：

光速C是机械运动的极限，任何物体的运动速度，不能超过光速；

运动物体的质量m与其速度v有关：，

$m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$，（$m_0$为物体的静止质量。）

质量m和能量E有关：$E=mc^2$；

不同地点的同时性只有相对意义；

长度缩短：沿杆子方向运动的杆子之长度l比它静止时的长度l_0短，$l=l_0\sqrt{1-v^2/c^2}$，

时间膨胀（时间变慢）：运动着的时钟之指针行走速率，比时钟静止时的速率小，$\Delta t=\Delta t_0\sqrt{1-v^2/c^2}$。

光子的静止质量应为零。

……

狭义相对论的这些预言，后来都为实验所证实。所以狭义相对论不但可以解释经典物理学所能解释的全部物理现象，还可解释经典物理学所不能解释的物理现象，且在微观物理领域，狭义相对论也都有成功的应用，如相对论性量子力学，量子场论，及相对论性统计力学等，都已是研究高速微观粒子的基本理论。因此，狭义相对论的科学性是真实而优美的。

但狭义相对论的应用，也有它的范围，它限用于静止的，或作匀速运动的惯性系，对于非惯性系则须用广义相对论。

广义相对论以等效原理为基础，把引力现象几何化，使归入空间-时间结构。认为空间时间的弯曲结构，决定于物质的能量密度、动量密度在空间时间中的分布，而空间时间的弯曲结构又反过来决定物体的运行轨道。由此可导出水星近日点的进动、光线在引力场中的弯曲、光谱线的引力红移和雷达回波在引力场中的延缓等结论。这也是广义相对论至今所能检验的仅有的四种实验事实。

在引力不强，空间时间弯曲小的情况下，广义相对论的推论和牛顿力学的推论是一致的。在引力较强，时间空间弯曲大的情况，二者的推论结果有差异，不过这相差也较小。

由于时间与空间有关，在低速运动情况，时间与空间的关系不明显，可以（实际上是近似）看作彼此独立无关；但在高速运

动情况，它们的关系明显了，这就决定了高速与低速的运动规律之差异。所以，研究物理问题，对于有关速度之高、低，应按具体情况，用合适的理论来分析处理。

5　少体系统与多体系统研究方法

物理学是自然界物理运动规律的忠实反映，物质量的变化就会相应地引起质变。为了客观地反映少体系统与多体系统物理性质的差别，物理学的研究方法也随之改变。例如对于一个分子或几个分子的运动激烈程度，我们可以用每个分子的瞬时动量或动能来描述，而对于系统的粒子数上升到阿伏伽德罗（Avogad/ro）常数量级（$\sim 10^{23}$/摩尔），这样做已失去了意义。因为他们集体运动，已产生了新规律，这种大数粒子运动激烈程度用一个集体呈现的宏观参量温度来表征。然而我们讲一个粒子或几个粒子的温度是没有意义的。

显而易见，我们企图研究少体系统向多体系统过渡过程的细节，是一个十分复杂的问题。近代计算物理用计算机对几百个粒子进行研究已十分吃力，而多体系统粒子数达阿伏伽德罗常数量级计算物理也无能为力。但是值得讨论的是，物理学对于少体系统与多体系统因为运动规律的变化其研究方法是如何随之变化的，这是一个重要的方法论问题。

让我们先从经典力学开始我们的讨论。如果一个粒子有 f 个自由度。该粒子的总能量哈密顿（Hamiltoniann）函数为 $H=H(q,p)$，这里记 $(q,p)=(q_1,q_2,\cdots,q_f,p_1,p_2,\cdots p_f)$，是2f 个广义坐标和动量。如果给出该粒子的初态（q^0，p^0），那么粒子在任何时间的力学状态可以由下列哈密顿正则运动方程确定

$$\dot{q}_i=\frac{\partial H(q,p)}{\partial p_i}$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H(q,p)}{\partial q_i} \quad (i=1,2,\cdots,f)$$

由该方程组所得之解q_i，p_i的唯一性可以明确以数学表式描述该粒子的运动规律。

如果我们把上列问题那一个粒子推广到N个这样同样的粒子，而N的数量级是阿伏伽德罗常数量级10^{23}。我们若也写出该N个粒子的哈密顿$H(q,p)$，以及该N个粒子系统的初态（q^0，p^0），那么这时上式独立变量从一个粒子$2f$个增加到$N2f$个。也就是说我们如果要解出q_i和p_i，我们要解$N2f$个联立方程。显然这样的计算是无法进行的。物理学面对这样一个系统粒子数由少体变为多体（在数学上已可以近似视$N_0 \to \infty$）情况，抛弃了经典力学方法，而是采用唯象的热力学方法和微观的统计物理方法来研究多体系统N个粒子集体物理属性。

热力学方法根本不顾问这N个粒子系统相互作用的细节，它采用该系统和其周围与该系统相互作用的其他系统（媒质）的集体相互作用的参量来描述。如系统和媒质之间力的互作用采用压强p，热传递的互作用采用温度T，粒子数交换的互作用用化学势μ诸参量来描述。

众所周知，该多体系统的集体运动规律热力学用三个定律表征，并引入内能和熵两个基本的状态函数以数学形式表达出来。

统计物理方法是热力学方法的微观理论，它是寻求这N个多粒子系统集体运动产生的新规律——统计规律。在经典统计方法中，也借用N2f维（q，p）展开的相空间来描述N个粒子系统的微观状态。但是它不可能像力学那样追求系统在某一瞬时在一定初始条件下确切的动力学状态，而是寻求N个粒子集体的统计规律。即在一定宏观条件下，某一时刻系统从一定的可能性或概率处于某一状态。并且假设系统的热力学宏观参量是相应的微观量对系统可能处的各种动力学状态的平均值。统计物理方法并不是

以单个系统为讨论对象，而是讨论与给定系统处于相同宏观条件下的，性质完全相同的，大量的“假想”系统的复制集体。该复制集体称统计系综。系综理论中重要物理量是分布函数ρ，一般情况下$\rho=\rho(q,p,t)$，它是相空间N2f个广义坐标和广义动量与时间t的函数。它表示相空间位于代表点$(q,\ p)$在时间t时dqdp相体积内单位体积系统所处的概率。如果系统处于平衡态，则ρ不含时间，它就是平衡态系统的分布函数。

对于量子力学系统，其统计力学方法是一样的，不过把描述系统的状态改为N个粒子的多体波函数。该函数的变化规律遵寻薛定谔（Schrodinger）方程。理由同上，要解该多体的薛定谔方程是不可能的，我们仍引进量子统计系综和相应的密度矩阵在不同条件下求该系综的密度算符。

上面主要讨论的是平衡态统计力学。然而平衡则是相对的，暂时的，局域的，或者说是近似的，而非平衡则是绝对的，普遍的，经常的和全局的。所以研究非平衡态问题要比平衡统计复杂。它不但考虑系统内部的复杂因素，而且要考虑外界的复杂因素。非平衡统计主要任务是研究物理体系能量，动量状态演化及粒子的输运过程，其方法是从基本原理出发导出非平衡力学方程，并根据量子力学和经典力学的方程，通过微观特征求出输运系数，找出其对称性的根据，并说明涨落—耗散定理等。

在不可逆过程理论中，发展最完善的是分布函数的动力学方程，它是以气体分子运动论为基础，由玻耳兹曼（Boltzmann）首先创立的方程和H定理，使用非平衡统计推导输运系数成为可能。但是该方程和H定理只适用于密度较小的非平衡态系统。对于更一般的非平衡态系统，就产生了如何根据统计力学推导不可逆热力学方程问题。

在近平衡态，发展了线性唯象非平衡热力学，这是一个特殊的物理方法，因为它并不是纯粹地如经典热力学那样的宏观理

论。它还用了微观层次的论证。例如从运动方程对时间反演不变的事实，可以导出昂色格（Onsager）倒易关系。

关于动力学系统理论，是近年来非平衡统计发展最迅速的课题。其中以投影算子方法为其核心内容，这种方法，是在众多自由度的微观系统中将其投影到低维序参量空间进行研究。从经典统计图像来看，在微观描述是6N维（$N \to 10^{23} \to \infty$）相空间中的代表点，而宏观描述则是代表点在某个维数较少子空间的投影。代表点的运动极其复杂，但子空间投影的运动则比较平缓和单调。投影行为为什么能在统计理论中起有重要作用，其原因也就在此。类似于这样的思想方法，可以说，抓住行为本质，找出从繁就简的方法，在物理学研究中是总希望这样做的。这种思想方法在数学中，例如投影几何法也是一个很好例子，是解决实际问题的一个好方法。

非平衡态统计物理中面临的数学上的难题不少，特别非线性问题。物理思想与数学的结合历来是研究和解决物理问题的纽带，而许多问题最后总是归结为攻克数学问题这个难关。在非平衡态统计物理中突出地是去求解刘维（Liouville）方程和各种随机方程式。物理思想主要表现在作出一些合理的统计假设和提出的物理模型以及近似方法的物理意义的设想。从方法论意义来看，这些思想方法对研究物理问题也是遵循认识的发展过程的。

6 准粒子研究方法

物理学准粒子方法的实质是物理学中的一种数学变换。它是表示一种关联，反映着系统从一状态向其他状态转化，其中包含丰富的辩证法。物理学随着越来越具体地反应自然，就要最大限度地使用变换，因为它能在相互关联中反应系统的物理规律。在相对论中用张量，在量子力学中使用矩阵和算符就在于此。它能

使物理量具有更深刻的意义。

多体理论准粒子的引入是物理学研究相互作用系统有效数学变换的方法。近代多体理论实际上包括所谓朗道（Landau）准粒子与元激发两个物理概念。这种概念的建立是物理认识方法的一大进步。

为了说明这种方法的概念，让我们从一个简单的例子入手。如图6.1为两个质量分别为m_1和m_2的粒子被力常数(force constant)为K的弹簧相连接。

该两粒子之总能量为各自的动能和互作用位能之和。设其中一个粒子的质量为m_1动量为（p_{1x}, p_{1y}, p_{1z}），其位置坐标为（x_1，y_1，z_1）；另一个粒子质量为m_2的相应动量和坐标记为（p_{2x}, p_{2y}, p_{2z}），（x_2，y_2，z_2），那么这二体系统之总能量为：

$$\varepsilon = \frac{1}{2m_1}(p_{1x}^2 + p_{1y}^2 + p_{1z}^2) + \frac{1}{2m_2}(p_{2x}^2 + p_{2y}^2 + p_{2z}^2)$$

$$+ \frac{K}{2}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]$$

质量中心

图6.1　两体相互作用系统

显然这两个相互作用的粒子相互关联的运动是相当复杂的。但是如果作下列坐标变换：

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = (m_1 + m_2) x$$

$$m_1 y_1 + m_2 y_2 = (m_1 + m_2) y$$

$$m_1 z_1 + m_2 z_2 = (m_1 + m_2) z$$

$$x_2 - x_1 = r\sin\theta\cos\varphi$$

$$y_2 - y_1 = r\sin\theta\sin\varphi$$

$$z_2 - z_1 = r\cos\theta$$

这时双粒子系统总能量将变为如下形式：

$$\varepsilon = \frac{1}{2M}(p^2{}_x + p_y^2 + p^2{}_z) + \frac{\mu}{2}[\dot{\gamma}^2 + (r\dot{\theta})^2 + (r\sin\theta\,\dot{\varphi})^2] + \frac{K}{2}r^2$$

上列诸式中（x, y, z）是质心坐标，其相应动量为（p_x, p_y, p_z），而（$r.\theta.\varphi$）是以质心为原点的球坐标。通过如上变换就把相互作用的两个粒子简化为两个相互独立的运动。一个相当于坐标处于质心，其质量为$M = m_1 + m_2$的“假想”粒子在作自由运动。而另一个相当于质量为$\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$的“假想”粒子围绕质量中心作运动。如上数学方法就是把两个相互作用的粒子转化为两个无相互作用（也可为有弱相互作用）的两个准粒子的运动。从而使处理该系统的数学问题大大简化。这也是物理学中使用数学变换的一个例子。

设想有N个有相互作用的多体系统，其中某一真实粒子在运动，因为粒子间的相互作用，它必然推拉其周围的粒子，使其周围的粒子好似裹在这颗粒子周围的一股“云雾”随之运动。这个真实的粒子加之这股“云雾”就称为朗道准粒子。准粒子不同于真实粒子，它有不等于真实粒子的有效质量，并且因为准粒子之间的相互作用（如碰撞等），准粒子运动状态会起变化，所以准粒子还具有一定的“寿命”。

让我们用经典液体的准离子，再进一步说明多体系统准粒子方法的概念。如图6.2为正、负离子相等的电解质，当电解质中某一正离子运动，因为库仑互作用，它将吸引周围的负离子，这些负离子有可能随之运动某一瞬时，尔后又因碰撞被其他负离子所代换。平均而言，某一正离子在运动时将被周围一层负离子云包裹，正如图6.2中虚线所示的那样。那么该正离子再加之周围的

"云雾"就构成了正准离子。在图中我们还画出了负准离子的构成，其情况和正准离子类似。从该例中可以看出，在电解质中一

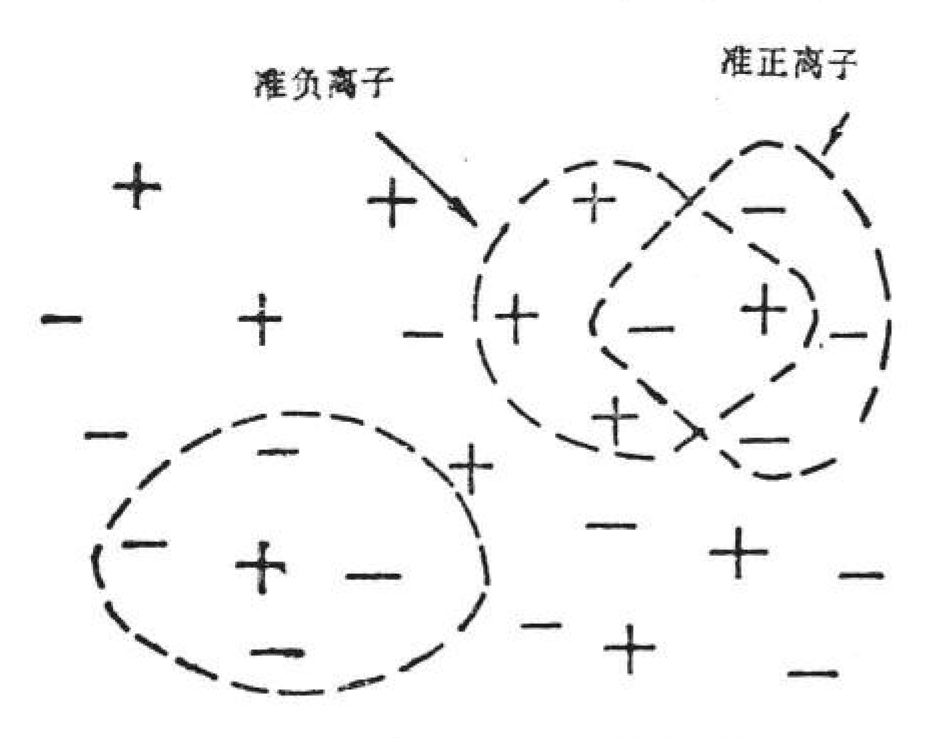


图6.2　电解质中正、负准离子图象

个离子被其异号电荷离子屏蔽，所以准离子之间的相互作用显然比原真实的离子要大大减弱。如果取较粗略近似，可以把这些准粒子视为无相互作用的多体准粒子系统。通过上述讨论，我们似乎可以把各类朗道准粒子系统规纳如下构成公式：

真实粒子＋周围其他粒子云＝准粒子

有些书籍用量子场论术语，上列公式叙述为：

裸粒子＋云＝重正化粒子

从图6.2可看出，每一个准粒子的裸粒子是该准粒子的核，但同时它也是其他几个准粒子云的临时成员。

在金属中电子常以电子气体模型描述。这些大量电子在库仑相互作用下均匀分布在正电荷为背景的位阱中，这种电子的均匀分布就是电子气的基态。设想现在有一个额外电子打进该电子气，由于库仑的排斥作用，该电子将排斥其周围的电子而形成以其为核的空间，如图6.3所示。因为电子气是在正电荷的背景上，

所以该空间具有正电荷，这颗额外电子与其空间就是准电子。因为准电子具有外围正电荷屏蔽，因此该系统中所有两两准电子的

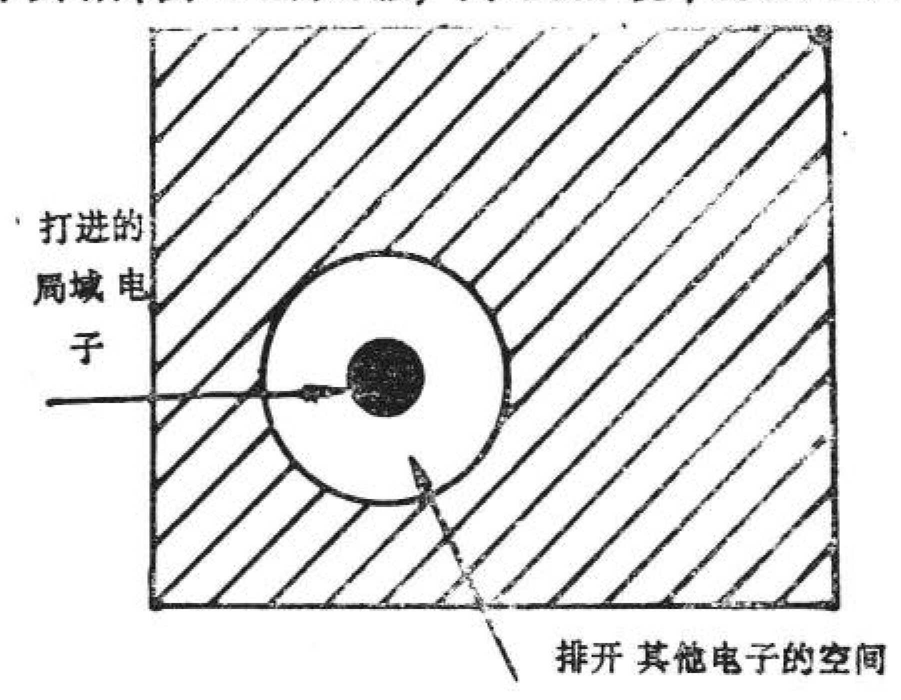


图6.3 打进的额外电子在电子气中产生一个空间

互作用远比真实电子弱。

多体系统的元激发是另一种准粒子的近似方法，该方法是在大数粒子的基态所有粒子集体的波动状态运动而形成视为假想粒子的方法。这类元激发的准粒子统计力学行为直接和该系统宏观热力学参量相关联。

元激发最常见的有声子，它就是固体晶格集体振动被量子化了的集体激发的声波。这样如要求该固体的比热，我们就不必从晶格中各个原子运动状态出发，而直接对固体中激发的声子进行统计计算，声子可视为独立粒子，因而我们仍可用简单的独立粒子量子统计，甚至用半经典的玻尔兹曼统计，就可以算出和实验相一致的固体比热随温度的变化规律。

若用高能电子轰击金属膜，在膜中的电子气体可能激发起密度分布的谐振动，这就是所谓等离子波。和声波情况一样，等离子波满足量子化色散关系，这就是电子气体另一种元激发，称等离

激元。

在铁磁介质中自旋角动量的密度涨落自旋波被量子化，就是另一种准粒子——磁子。

朗道为了介释液氦的超流体的热力学性质，他在氦原子处于温度为零凝聚相基态前提下，提出当超流氦温度升高时有如图6.4所示的两种元激发，当温度较低时，首先激发的是声子，其色散

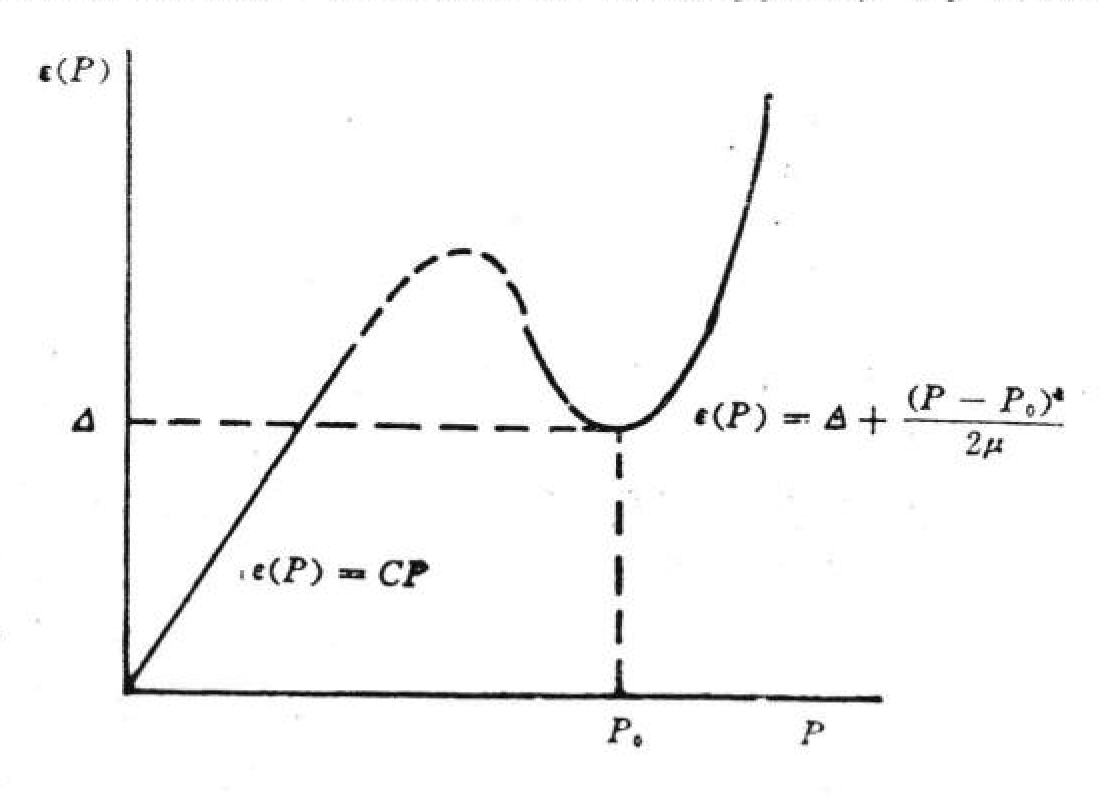


图6.4　郎道提出的超流氦中的两种元激发

关系为，$\varepsilon(p)=cp$，这里c为声速，p为声子之动量，而当温度再高时，在超流氦中激发出色散关系为$\varepsilon(p)=\Delta+\frac{(p-p_0)}{2\mu}$的旋子，这里$\Delta$为常数，称为能隙，其中$p_0$为旋子的能量最低值对应的动量，$\mu$相当于旋子的有效质量。

朗道利用如上两种准粒子，成功地介释了液氦的超流现象，以及和实验相一致的热力学量，从而使处理如此多粒子的超流现象，得到一个简单的数学处理方法。该方法在日后用严格的数学处理结果是一致的。

上面一些例子说明，尽管组成系统的粒子集体间存在复杂的相互作用，但内在关联所反映出的集体效应却往往较简单。人们一旦掌握处理这类问题的某种有效方法而认识这种关系，就能突破壁垒乘虚而入，得到更多的信息，反馈到研究方法的进一步改进上来，得到对事物更深的认识。方法是人为的，但离不开客观实际。方法是在对事物认识过程中产生，方法也为进一步认识客观实际提供武器。

7 唯象理论研究方法

唯象理论在解释物理现象时不去追究微观原因，而是由经验总结得到的自然界的基本规律作出演绎的推论，或建立在概括大量实验事实，归结成少数基本假定作出演绎推理或推论。

热力学方法就是一种典型的唯象理论方法。此理论推论所依据的只是自然界的四个热力学基本定律（热力学第零，一，二，三定律），而这些定律是无数经验的总结。所以热力学的推广有高度的可靠性，且对一切物质都具有适用性，这是唯象理论方法的突出优点，它符合事物的客观实际，符合自然辩证法。当然唯象理论也有局限性，因为它没有深入到物质系统的微观客体的本质和行为所反映的内在原因，它所依据的和主要反映的是宏观现象。所以唯象理论一般讲是属于宏观理论范畴的。

但是，物质在微观水平上所反映的量子力学行为呈现出的宏观现象，即宏观量子现象也可以用唯象的方法和理论来描述并解释。例如不少物质在低于相变的临界温度时所呈现的电阻消失的超导电性现象，在磁场中超导体能完全排斥磁通到体外的迈斯纳（Meissner）效应，圆环中空的磁通量子化现象，超导电子对穿透绝缘薄层的约瑟夫逊（Josephson）隧道效应以及超导体的其他宏观物性，都是量子现象的一些特性可以在宏观尺度上显示出

来的宏观量子效应。唯象地解释这些现象不一定去深究微观机理，而用唯象的京兹堡—朗道（Ginzburg—Landau）理论就可以。该理论是建筑在朗道的二级相变理论基础上的。一般讲，量子力学描述的规律在微观粒子的运动中表现突出，在宏观尺度上往往被掩盖，但是，在结合相变问题上，在低于临界温度的液氦Ⅱ所表现出的无粘滞阻力的超流动性及其他宏观物性则又是一种宏观范围内的量子效应，也可在朗道的二级相变理论基础上来解释并作出推理和推论。

正如唯象的热力学理论能适用于自然界的各种物质系统那样，朗道用唯象方法建立的二级相变理论在形形色色的相变问题上也具有足够的普适性，也可以说是热力学方法论的一个重要分支。

现在就以朗道相变理论作一些分析。该理论的核心是基于大量实验事实所概括出的引进了与相变直接有关的参量，称作有序参量，或间称序参量。形形色色的相变是物质系统有序程度的改变和与之相随的对称性质的变化。客观的反映和实验的总括得出低温相对称性较低，有序度较高，高温相对称性较高，有序度较低。相变点以下和以上有序度的改变相应地称其为有序和无序，而相变是从一种无序（或有序）到有序（或无序）的变化，相应的序参量由零（或不为零）连续变化到不为零（或为零）。这样的序参量变化表现了连续相变的行为。从哲学观点来看待相变，可以说相变是有序和无序两种倾向矛盾斗争的表现。从因果律来看，则物质粒子间错综复杂的相互作用是有序的起因，热运动是无序的来源。相变是两者斗争的结果使状态有所突变，或者说量变到了质变。斗争的主要矛盾方面是序参量，抓住这个主要方面来研究相变问题就得以顺利地透过现象看到变化的实质，和系统呈现的其他物性的变化。这里运用热力学理论作出的基本假定是热力学势在相变点也是序参量的解析函数，并按序参量作级数展

开，再由对称性要求、平衡和稳定性条件推演出系统的一系列与实际相符的宏观物性，说明理论的正确性。但理论研究依据的基本方法是唯象的理论研究方法。

唯象理论方法在物理学上较大程度地带有普遍性，对实际问题的应用则需从物质系统的具体实际出发，这就是从一般到特殊。例如对上述相变问题则需从具体系统的实际来选择序参量。对各向同性铁磁体，在高温是顺磁相，低温时是铁磁相，一个非零的自发磁化强度M标志着磁有序，它的大小就可表示有序程度，所以可将它选作为序参量。对单轴各向异性铁磁体，自发磁化只能沿一个晶轴的方向，或向上，或向下。在相变点以上两个方向等价，在相变点以下就不等价，是一种对称的“破缺”。M的大小同样表示磁有序的程度，所以M也是序参量。对正常和超导转变是一种宏观量子效应，认为在转变温度以上电子是不超导的，转变温度以下呈现出成对存在的超导电子。京兹堡和朗道（GL）选择描写超导电子的量子力学赝波函数ϕ作为序参量，它在相变点以上（正常相）为零，以下（超导相）不为零，ϕ模的平方代表了有序的超导态中超导电子的浓度。所以ϕ可表示有序化程度。他们在1950年提出的理论看上去是纯唯象的，因而其重要性当时没有为人们所普遍承认。但是，1959年戈尔科夫Gorkov）从微观理论证实了他们理论的完全可靠性，并将ϕ与超导能隙参量Δ联系在一起，ϕ的物理含意有了进深的了解。至此，人们普遍公认GL理论是物理直觉的绝技，并公认他们用最简单的方法概括了超导态的宏观量子力学性质，且是理解超导态的独特的电动力学性质的关键。可以说，这是唯象理论方法论应用到宏观量子现象中首次一个突出贡献和范例。对呈现宏观量子效应的超流现象，同样地可选择氦Ⅱ原子的量子力学波函数ϕ作为序参量。对于其他相变，如气液临界点的相变，由于临界点以上分不清气体和液体，也就是气与液是对称的。临界点以下，就

可以分出气体和液体，就破坏了这种对称性。因此，可以把两相的密度差$\rho_{液}-\rho_{气}$作为序参量，因为差值在趋近临界点时连续地趋近于零。对于铁电体的相变则类似于铁磁体，可选择电极化强度P作为序参量，等等。总之，序参量的选择正确与否对研究连续相变是至关重要的。

从历史上看，相变理论是基于一种"平均场理论"基础上来研究的。它的基本点是把粒子间复杂的相互作用用一个假定的唯象的内场，即所谓平均了的场来代替其他粒子对某个特定粒子的作用，从而把复杂的多体问题近似简化为单体问题来处理。但它的图像直观，计算相对讲也简便得多，可作为更精确理论的近似或零级近似，也带有普遍性。1873年范德瓦耳斯（Van der Waals）提出的气液状态方程实际上是属于早期的平均场理论。1907年外斯（Weiss）提出的解释铁磁相变的分子场理论也属于这个类型。1934年布喇格（Black）和威廉姆斯（Willams）研究合金有序化时用了平均场近似。1937年朗道提出的相变理论在热力学函数中引进了序参量，实际上是平均场理论对热力学函数的一些合理假定得出的推理，是这些平均场理论的概括，是对相变问题反映在热力学函数上的唯象性的普遍表达。在超导电性问题上直到1957年巴丁—库珀—施里弗（Bardeen—Cooper—Schrieffer)的超导微观理论中将电声子有效互作用用常数来代替，实际上也是平均场思想的发展。类似的情况在物理学中是颇多的。平均场理论实际上是带有唯象性的理论。在微观理论中直接引进由实验来作出判断的"内场"来代替复杂的相互作用也已带有半唯象色彩。所以，唯象理论方法在理论物理学中占有重要的地位，起有相当重要的作用。

8　物理模型方法

物理学的成就在于对本质和现象的辩证的深入理解。在复杂

的相互作用下所呈现的物理现象，人们要透过现象去认识事物的本质，这是对事物认识的深化。但认识总是先由肤浅的认识逐步深化到比较深入的理解。作为认识论的方法论，在物理学中往往对某些物理现象的解释先采用忽略次要因素而设想一种较简单的物理模型作出理论描绘和计算，如能定性的解释实验事实或客体的存在及其性质与实际相差不大，则这种模型属于可能或基本成立，否则这模型是不成立的。为了要作出比较满意或定量解释，则必需在原有模型基础上加以改进。也常会对某一实体结构和性质提出多种模型设想的理论计算结果来与实验的结果作比较，甚至从其中所设想的模型能解释已反映出的物理现象和已发现的客观实际外，还可能推断预言尚未观察到的物理现象或客体而不久就为之观察到或发现。但物理模型也是有局限性的，因为人们的认识是有限的，况且模型的设想主要地在已有的认识基础上提出来的，认识只是从现象到本质及至更深刻的本质的认识发展过程，即认识和对象逐步接近吻合的过程。而模型不应是主观地随意"制造"，否则就成为唯心主义的空想主义。也有些模型在一段过程中起有作用，但随着认识的逐步深化和理论的逐步完善而成为历史性产物而变得次要了，有的甚至被淘汰。但模型的作用，无论过去，现在和将来仍然是对客体或对象研究的近似化身，具有相当重要的价值和作用，因为它符合认识论的方法论，是物理学方法论的一个重要组成部分。

举几个例来扼要阐述物理模型方法的重要性及其在物理学中的重要地位。

在解释固体摩尔比热Cv时，早期只在基于假定各原子在其平衡位置附近相互独立地作简谐小振动的经典模型，自由度的每一个平方项按经典的能量均分定律贡献相同为$KT/2$的能量，从而所得结果在常温和高温下与1818年杜隆、珀替（Dulong，Petit）的实验所发现的定律$Cv=3R$相符。这里K，T，R分别是玻尔兹

曼（Boltzmann）常数，绝对温度和摩尔气体常数。但在低温范围则C_v随温度很快下降，T趋于零时C_v也趋向于零。经典模型在低温下与实验不符，其原因是固体系统中的复杂相互作用所显现的量子现象在温度比较高时被热运动现象所掩盖，且电子对比热的贡献受泡里（pauli）不相容原理限制显得相对地讲也很微弱，所以都反映不出来。而在低温时，热运动大为减弱，量子现象成了主导地位。此时，经典模型也就不再适用。尽管如此，经典模型在温度不够低时还是直观的和可取的。1907年爱因斯坦（Einstein）应用量子论的观点提出一个简单的固体中原子振动模型，称爱因斯坦模型。他假设原子均以同一特征频率振动，每一原子有三个振动自由度，并用黑体辐射的普朗克（Planck）的振子平均能量公式到振动原子上去，其结果不但在温度比较高时与杜隆、珀替定律相符，且在低温时与实验比较也较满意，但毕竟比热随温度下降而过快地变小，其主要原因是将原子振动频率视作一样的缘故。但这种模型比经典的模型有突破，公认为已取得特有的成就。1912年德拜（Debye）在爱因斯坦模型基础上又作了改进，称德拜模型。他将固体看作是一种连续的弹性媒质，媒质的每一个简正振动模式是具有一定的频率、波长和传播方向的弹性波，每一频率的波有一个纵波和两个横波，频率有一个高限，振动模式是量子化的。按此模型所得的理论结果在高温到低温区和实验符合得相当好，比爱因斯坦模型结果有了更进步的成功。但是一般在绝对温度3K以下与实验结果相比其偏差就显现明显起来，这是因为忽略了电子对比热的贡献所导致的。实际上德拜的简正振动模式是固体原子系统的集体激发模式，是一种准粒子，称作声子。声子现在广泛地在凝聚态理论中应用，也无可否认地是爱因斯坦和德拜对固体比热上用量子论观点所作的开创性贡献的启迪。当然，德拜模型也仍然是有局限性的，它对高度各向异性晶体和波长可与晶格常数相比拟时失效，因为德拜模型是

基于各向同性的连续媒质体上。所以，在一些具体问题上还需作具体对待，模型相应地还需作改进，同时也不能轻视声子和其他粒子及准粒子间的相互作用影响，认识总是在逐步深化的。

在基本粒子模型上大多是用来解释强子内部结构的。最早的强子结构模型是1949年费米（Fermi）和杨振宁提出的。他们从当时已知的所有原子核及介子认为质子和中子是基础，原子核和介子都是由质子、中子和它们的反粒子构成的。据此模型可预言存在$^1S_0$的同位旋单态或$^3S_1$的同位旋单态或三重态。后来在实验上的确发现了具有这些量子数的新粒子。但由于当时发现的基本粒子尚少，因此他们并不认为还有更深入的物质层次，同时这模型不能构造成奇异粒子。1955年坂田昌一推广了费米—杨模型，认为所有强子是由质子、中子和超子以及它们的反粒子构成，称坂田模型。它对介子的分类、介子的质量、自旋、宇称等性质描述较成功，并预言了一种新介子的存在，即后来发现的η介子。但此模型对重子的分类上遇到了困难。随着50年代末又陆续发现了不少短寿命的共振态粒子后，为了解释这些现象，1961年盖耳曼（Gellman）和奈曼（Neeman）用八个重子构成的用$SU(3)$对称性来对强子进行分类的“八重法”，或称“八重态模型”。这模型把当时已经发现的粒子在分类中都分配有自己的位置，且准确地预言了一些新粒子的存在，其中突出的是于1964年被发现的Ω重子。这是沿着费米—杨和坂田等模型方向的一个重大发展。但这模型对当时的基本粒子进行统一解释，例如对光子，轻子族就困难，且在$SU(3)$群的基础表示中，介子和重子还不在属列之中。为了解决后一缺陷，1964年盖耳曼又提出了夸克模型〔兹韦克（Zweig）也同时独立地提出这个模型〕。重子是由三个夸克组成，介子是由一对夸克—反夸克组成，况且，用三个夸克和三个反夸克可以组成当时已发现的所有强子。1965年，中国北京的基本粒子理论组提出了关于强子结构的层子模型，认

为强子是由层子构成，并认为夸克的基元也是微观世界某一层次的特征。这种看法反映物理模型更深入的辩证观点。实际上，“层”是体现着物质结构有无限多层，物质是可以不断分下去，人们的认识是不断地深化的。“层子”就是物质无限可分长程中的一个层次。在这个模型里，认为重子，介子均由层子构成，当时认为层子有九种，有三味，每味有三色，构成强子需由九种层子和相应的九种反层子。层子之间的作用是通过胶子来实现的，这和电子通过光子交换来实现电磁作用相类似，而后者的理论发展成为理论物理学的一个分支，即量子电动力学；前者，即描述层子通过交换胶子和夸克之间通过交换胶子来实现强作用的理论，则发展成为另一个分支，即量子色动力学。虽然这个理论还不能与已很成熟的量子电动力学相比，但物理模型方法所起的作用，和模型方法论符合认识论所遵循的规律，对研究物质世界是占有相当重要的地位。况且，对于夸克这样的客体，虽然理论上预言要把夸克或反夸克从强子里取出来需作无穷大的功。换言之，自由状态的夸克是不可能，但这种客体的存在已为美国斯坦福直线加速器中心在研究质子和中子时发现。这个重大发现获得了1990年诺贝尔物理学奖。这为进一步研究物质更内层的结构提供了更强有力的依据。层子模型在解释介子，重子族的电磁性质，电磁相互作用和弱相互作用，绝大多数计算结果与实验是符合的。历史的进程，随着获得能量为20Gev的高能电子去轰击核子，大量实验观察到了深度非弹性散射过程，并认为核子内部存在着电荷的点状结构的可能。布约肯（Bjorken）等人将这种非弹性散射看作为高能电子独立地在核子内的部分子（即点状电荷）上的弹性散射，称部分子模型，而量子色动力学也在这个模型基础上进一步得到发展。可是，从强子分类来研究得到强子由层子构成，而由电子—核子散射过程来研究得到强子是由部分子构成。两种研究照例都应反映客观实际，应得出同样结论。这

样，说明强子还具有更深层的结构。欲把两者结论统一起来，则部分子也可能属于层子，但对层子模型的研究还应深入。总之，根据观察到的客观反映的增多，人们的认识随之不断深化。对物质内在结构研究方法的改进，来源于对事物的逐步深化认识。同样地，模型的逐步改进或提出新的模型和研究其内在联系，又可加深人们对物质结构认识的进一步深化。如此推演，使之更接近于客观实际，两者应是相辅相成的。

对原子核模型，从多种观点也提出了多种模型。例如从原子核内核子—核子强耦合这一性质出发而建立了原子核的液滴模型，它不仅在一定程度上阐明原子核的静态性质，也能反映动力学性质，如质量规律，表面振动，形变核的转动以及核裂变等。又如通过实验分析发现原子核具有类似元素周期性的情况而与描述原子结构类似的方法提出了半唯象的核壳层模型，成功地解释了所有原子核基态都具有零角动量这一事实等。玻尔（Bohr）和莫特森（Mottelson）推广了这种模型，称综合模型，成了描写原子核单粒子运动和集体运动的唯象理论。另一种观点认为核内核子结合成若干“集团”，而原子核通过这些集团之间的相互作用结合在一起，称核集团模型。该模型对轻核和重核表面所描写的性质与实验符合，并在此模型基础上用共振群和生成坐标这两种主要理论方法来描述和研究，对较重的核系统也取得了较好的结果。以上种种模型都有它们合理的依据，所以能从不同方面给核结构进行描绘，并取得了相应的与实验相符合的结果。

在统计模型型①，其中描写铁磁性质及其相变所提出来的著名的伊辛（Ising）模型和海森堡（Heisenberg）模型，并在这些模型基础上推广和发展起来的不少模型，又是一个很好的例子。伊辛模型是经典的，考虑晶格每个格点上有一个或取向上

①参见于渌，郝柏林著，相变和临界现象，科学出版社，1984。

（+1），或取向下（-1）的磁矩。而海森堡模型是量子的，自旋要遵从量子力学的对易关系。他们的主要差别还在于对统计的取向上。在伊辛模型里从上下两个取向中挑出一种，因而相变破坏了“离散对称性”描述的实际上是各向异性很强的铁磁物质。而在海森堡模型里，从连续的无数个空间方向中选出一个，因而相变破坏了“连续对称性”描写的实际上是各向同性的铁磁物质。但两种模型得出在空间为一维的情况下没有相变的同样结论。在这基础上随着研究的深入，导致出现了不少二维和二维以上的模型。况且，在计算海森堡模型的同时又出现了冰熵、八顶角等模型来研究已越出原来研究的铁磁相变问题的水冰相变问题等。特别，在临界点附近，由于量子涨落与统计涨落相比较已显得不重要，海森堡模型中的自旋可看成推广为有n个分量的经典矢量，即经典的海森堡模型。这里，原来的伊辛模型是$n=1$的特例，而$n=2$和3分别称平面的和狭义的海森堡模型，$n=\infty$则对应于球模型。这样，不但扩大了研究的范围，也加深了对这一领域的深度认识。另外，若将伊辛模型的向上、向下两种状态推广到具有q种状态，即q态泡茨（potts）模型，则$q=2$就是原来的伊辛模型。现时认为，当$o\leqslant q\leqslant 1$时可能描述的是高分子溶液的凝胶转变，所以也越出了原来的研究对象。因此，在这个领域里，从简单模型的提出到复杂模型的相继提出过程中，理论研究方法在逐步深化，研究范围也不断扩大，对研究相变问题已带有普遍意义。这些问题研究的深入，不但物理思想及物理含义在向深度和广度延拓，而且相当大程度上丰富了统计物理的内容，将统计模型推向新的高度。模型推理和推论所作出的预见性，也如基本粒子模型中预言的并被发现的新粒子一样，也将可能被发现。所以，它也具有探索的实在性。

物理模型作为研究物理问题的方法和手段，可以说在物理学的各分支学科中都起着相应的重要作用。再如在微观理论研究

中，按各自研究的具体实际出发建立相应的哈密顿量模型（或形式）已成为惯常的事，由此出发进入理论计算得出的许多结果已大大地丰富了物理学内容。凡此等等，模型方法在物理学研究引导中已成功地作出了重要贡献，并已经常运用。

9　量子场论方法

人们的认识总带有局限性，认识的正确性只是限制在某些条件范围之内。所以，所认识到的总是相对真理。19世纪末以前的古典物理学只在低速、宏观的物理现象范围内起有普遍性的认识作用。20世纪初经历了两个飞跃：一是由于对微观现象的研究而产生了量子论；二是对高速物理现象的研究而产生了特殊和广义相对论。量子力学当时也只限于在低速的微观物理现象范围内起有普遍性作用，而相对论的古典物理理论只在高速的宏观物理现象范围内起有普遍性作用。当进入高速微观领域发现的种种物理现象时，例如光子在一定条件下可转化为一对电子和正电子，反过来，电子和正电子也可转化为一对光子，等等，则通常的量子力学和相对论性的经典物理学来解释这些现象就显得无能为力了。在进入这个领域研究时产生了量子场论方法。这里不妨扼要回顾一下这种研究方法形成的过程及其方法要点是甚有益处的，因为形成方法的观点符合逻辑推理，况且，量子场论方法已扩展应用到不仅是粒子物理本身，而已被广泛应用于统计物理，凝聚态理论，核理论等的近代物理学的许多分支。它的研究方法的思维逻辑，在物理学方法论中也处于相当重要的地位。量子场论方法起着用其他方法所不能起到的特殊作用，已成为对物理微观现象深化研究的重要支柱。它不仅含有深奥的物理思想，同时也是对物质世界哲学观点的深化——“场是物质存在的一种基本形式”的辩证唯物观点。

最先研究高速微观现象是关于光子的现象。早在1900年普朗克(Planck)在解释热辐射和吸收时就提出产生热辐射(电磁波)的谐振子的能量是以一份一份地改变的能量量子形式出现的. 从而成功地解释了黑体辐射现象。爱因斯坦于1905年解释光电效应时明确提出了光的波粒二象性。但直到1923年发现康普顿(Compton)效应后，光量子概念才被普遍接受，即光子是电磁场的量子，属于一种玻色(Bose)子，遵从玻色统计法。这种将具有波动性的电磁场运动加以量子化所显示出波粒二象性的场也称光子场。这不仅修正了经典的概念，也为处理光子的产生和湮灭问题上开创了途径。这是一种概念上的跃迁。这里进一步重要的是所称的二次量子化方法，其要点在于作为描写系统的自变数不用标志个别粒子的各个态的力学量的完全集合，而是转移到用在这些态中的粒子数目上，且要符合统计法则，即粒子是属于玻色子抑是费密子。光子和电子，正电子间可以相互转化，意即基本粒子之间在一定条件下可以共存着湮灭和产生过程这样的相互转化性质。中子可以转化为质子、电子和反中微子；质子可以转化为中子，正电子和中微子，等等。基本粒子的存在和它们之间的相互转化是高速微观物理现象的根本特征之一。

但是，早期发现的一些这类现象曾经被人描绘为所谓的物质在消灭的谬论。列宁针对这种观点阐明了自己的认识。他在《唯物论与经验批判论》一书中写道："这就是说到现在为止我们对于物质的认识所达到的界限在消灭，这表示我们的认识的更加深入；以前看起来是绝对的、不变的、固有的那些物质的性质(如不可入性、惯性、质量等)是正在消灭。这些性质现在表现为相对的，仅为物质的某些状态所固有的。因为物质的唯一性质是客观现实这一性质，也就是存在于我们意识之外这一性质。"①

①列宁，唯物论与经验的批判论，243页1948，(俄文版)。参见三联书店出版的、陈晓时译的唯物论与经验批判论第287页。

我们在寻求处理和解释这类问题的依据也应该从客观实际出发。二次量子化的电磁场系统体现着光子系统所处的情态，某种情态的激发和消失意味着相应光子的产生和湮灭。那末，正、负电子的产生和湮灭能否像光子场那样来描述呢？按照微观粒子呈现的波粒二象性，就可以选择描述单电子运动的波函数看作为电子场并实现其二次量子化。但电子和正电子属于费密子，就需要按费密系统的量子化方案来实现。1928年约旦（Jorden）和维格纳（Wigner）继狄拉克（Dirac）在1927年将电磁场量子化后完成了电子场的量子化，从而他们为量子场理论开创了道路。进一步地考虑到电子和电磁场间的相互作用的量子化问题，并在这些基础上建立起来的早期的量子场论方法就发展形成了量子电动力学这个分支性学科。这不仅是研究电磁相互作用的量子性质，带电粒子（如正、负电子）的产生和湮灭，也研究着他们之间的散射等的系列问题。它的基本假设简单，但理论与实验符合的精确程度，在现代物理学中也是突出的。

诚然，方法本身就是基于在对客观事物认识水平上形成的概念和观点中产生和建立起来的。光子和正、负电子可用相应的各自的量子场来描绘，那么，其他基本粒子当然不妨同样地也用各自相应的量子场来反映，这是建立量子场论的基本点。在量子场论中，空间、时间中每一点的量子场均以算符来表示，称场算符，他们满足各自的微分方程和对易或反对易关系，而各种量子场之间的相互作用可用来处理各种基本粒子间的相互作用和相互转化问题。这样的量子场既能反映波粒二象性，又可反映粒子的产生和湮灭，且可自然地反映正、反粒子的配对现象。

用量子场论方法给出的物理图像是通常的或者初等的量子力学所无法描绘的，它是量子力学研究的深入的层次。

量子场论所描绘的“真空”是所有的场处于基态的表现。所以“真空”并非没有物质。量子场就是物质的化身，就是物质存

在的形式之一。因此，量子场论方法论的内涵，包括欲对引力场的量子化等在内，也是论述了"场是物质存在的一种基本形式"的逻辑学与方法论的一个很好内容之一，是辩证唯物观的又一很好例证。

诚然，方法的建立与认识水平有关。所以，在一定认识水平上建立起来的处理问题的方法，在一些尚未认识清的实际问题处理过程中，有成功的一面，也会有困难的一面。在结合具体客观实际上加以修正和改进方法并扩大其适用范围，这在物理学研究中是常有的事。在量子场论的发展过程中也是这样。例如用微扰论低级近似计算的结果与实验符合是好的，进一步计算高级修正反而遇到无穷大结果，这就是量子场论中著名的发散困难。这个情况的发生来自粒子产生的场对粒子本身的自作用上，其原因是将微观粒子实际上看作为一个点，表明所用的量子场理论方法不能应用到很小的距离上。也有原因说明微观粒子内部很可能还没有被认识到的某种微观结构被忽略了，所研究的微观粒子还不是真正是基本的，需进入更深层次的认识深化。但限于人们认识的有限性，还有待创造更好的实验条件来发现并进行理论探索。

在量子场论的微扰论方法研究中，费因曼（Feynman）发现了每个过程都可用相应的图来表征，并具有简单的直观性，计算上也带来方便性，从而形成了一种微扰方法的费因曼图解法。这种方法在多体问题量子统计的格林函数理论中被广为应用，特别地给出了计算有关过程跃迁几率的计算规则，称费因曼规则。解决量子场论中的发散困难，也是把理论中所有能产生发散的基本费因曼图找出，并通过重新定义一些参量对它们进行处理而解除发散。这种解除发散的方法称之谓重整化。量子电动力学的重整化微扰论计算，如关于电子和μ子的反常磁矩，以及原子能级的兰姆（Lamb）移位，在很高精度上与实验符合。

但是，如在一定条件下产生的理论有它的局限性一样，研究

问题的方法也是在一定条件下产生，也有它的局限性。微扰方法在量子场论中对弱耦合情况是成功的，但当耦合强度到达一定程度的大时，微扰论就不再是有效的。这不仅在量子场论中是这样，在物理学的其他方面也如此。因此，在量子场论发展过程中，在对待不同问题上发展了多种非微扰方法。例如色散关系理论，流代数理论，公理化场论，重整化群方法，格点规范理论等。随着眼界的扩大和认识的深化，也必然带来研究方法上的改进和扩展，在场论研究中也随之提出新课题，例如复合粒子场论，对称性自发破缺的场论和非阿贝尔规范场论等的研究。自60年代后期以来，规范场的研究已成为场论研究的一个中心，量子色动力学作为描述强作用的规范理论也已取得了一定成就。虽然还存在发散困难这个基本问题还未较彻底地解决，和在强耦合下尚缺少有效的近似方法，但量子场论仍然是解决粒子物理学问题的理论基础和有力工具。并且，应用量子场理论方法已在不少领域给物理学的研究增添了累累成果。这种方法已不局限于高速微观领域，也已成为提供非相对论性多粒子系统的处理方法的有成效的工具，已借鉴推广使用在统计物理、凝聚态理论和核理论等领域。格林函数和费因曼微扰方法，已成为这些领域的基本理论工具，推进了这些领域的深入研究起到了重要作用。在借鉴量子场论的重正化群思想和方法下，对解决长久未能克服困难的临界现象问题起了关键性作用。因此，量子场论方法的每一个重要进展，也对物理学其他分支学科的进展起有相当的影响。在特定范围，方法论有其特殊性的方面，但也有其共性的方面。因此，任一分支学科的重大进展对其他分支学科同样起着推进作用。

物理学方法论实际就是研究用什么方法和途径去认识和掌握属于物理和与其有关范畴所反映的自然界的种种物理现象规律的研究（包括应用研究）方法的理论和实践问题。所以，纵观物理学发展的历史，总结其研究方法发展过程所经历的道路是大有益

处的。“前车之辙，后人之鉴”，就是这个道理。但是每种思想方法的确立都有其背景。从相互作用是由场（或场的量子）来传递的观念而引出的企图统一地来描述揭示基本相互作用的共同本质的内在联系的思想并建立这种理论，就是统一场论思想确立的背景和其思想的发展过程。麦克斯韦（Maxwell）在19世纪中期建立的电磁场理论统一了电和磁的作用，可说是首次在经典范围建立的限于电磁场的统一场理论。爱因斯坦将场的观点引入引力理论而创立了广义相对论后，又拟建立引力场和电磁场的统一场论。由于在他理论中的引力场被描述为时空的弯曲，他又企图把电磁场和时空的几何属性联系起来。为此，他将时空的度规推广为不对称的，并与电磁场联系起来。他为当时的统一场论而奋斗，直至逝世。虽然尚未涉及场的量子化，但他的事业责任性激励着后继者为实现统一场论这一宏伟理想而努力不懈。现时的统一场论，已扩大到包括迄今为人所知的四种基本相互作用在内，即强相互作用，电磁相互作用，弱相互作用和引力相互作用。

量子化的电磁统一场论为量子电动力学工作所取代。物理学研究方法也有类同于学习方法经验，其中重要一条就是“循序前进”。在众多困难面前，采取逐个击破的方式是惯用的策略和战术。在创造理论和实践经验基础上，电弱统一规范理论的研究开展了起来，即将电磁统一场论扩展到研究由弱作用和电磁作用在内的统一场理论。这是由于找到了这些作用都可由规范原理所要求的场来传递的信息，就有了共同的基础。进而又将强作用也包括了进来，就是所称的大统一规范理论。电弱统一规范理论已取得相当好的进展，并得到一系列实验结果的支持，而大统一规范理论所预言的一些现象尚有待于实验的验证。到目前为止，量子化的引力理论还不能令人满意。所以，包括四种基本相互作用在内的统一场论，要真正实现爱因斯坦的宏伟愿望还有十分艰巨的工作等待着去做。我们也不能操之过急，要创造条件，循序前

进。也许，还将会发现四种基本相互作用以外的第五种，那统一场论的工作更加艰难莫测。所以，要彻底或者比较彻底地去认识大自然的本质，始终是艰难曲折的事。但认识是无止境的，有待于有关科技工作者和后继者们的延绵不断地创造性地工作和不断创新方法，以加快研究的进程。

10 物理学方法对自然科学、交叉学科发展的影响

客观世界是一个内部存在着普遍联系的统一体，所以各门自然科学之间并不存在着鸿沟。反映在各个方面，如物理现象、化学现象、天文现象、生物现象以及地学、气象等现象，甚至人类的活动，社会现象，都无不与物质的存在密切相关。而自然界中的各种矛盾，各种物质形态，运动形态，各种作用和各种过程都是相互联系、相互渗透的。所以，某个学科对自然界现象的规律的认识，提出的理论思想，研究方法就往往越出本学科自身的范围，影响着其他学科的发展，乃至形成新的学科，分支学科和边缘学科。所以玻恩(Born)曾说："真正的科学是富有哲理性的"。①。

物理学对自然现象的研究带有更根本性的和更本质的内容。物质存在的各种基本形式，它们的性质，行为，运动，相互作用和转化，以及它们的内部结构等的基本规律，都是物理学研究的对象。物理学知识及其研究方法对其他基础自然科学的研究起有重要作用，并对这些学科的发展，在过去，现在和将来都起有和将起有很大影响。当然，其他学科的进展，对物理学的研究同样起着相当影响。一系列的交叉学科，如化学物理、物理化学、生物

①玻恩，我的一生和我的观点，第44页商务印书馆，1979年版。

物理、大气物理、海洋物理、地球物理、天体物理，心理物理、医学物理等等的蜂涌而生，也无不与物理学的研究及其研究方法和其他相应学科的发展密切相关着。物理方法在科学方法的移植与渗透中所处的重要地位，以及在研究自然规律的基础自然科学中物理学所具有的更基本的性质也为世所公认。随着物理学研究的不断深化，必将不断出现与物理学有关的新的边缘交叉学科。

在基础自然科学中，物理学表现基础的基础角色，这与它研究自然界更为本质的对象和内容相称的。物理学，尤其其中的理论物理学（例如相对论，量子论，热力学与统计物理学），由于它在自然科学中所处的更基本性的特殊地位，它与自然科学中的其他学科的关系更为密切。下面举几个例子以显示理论物理学方法在对其他基础自然科学的移植和渗透所形成专门的边缘性学科中所起的作用。

物理学和化学间的交叉学科之一的量子化学是应用量子理论的思想方法来研究化学问题的，它在理论物理学与理论化学的沟通上起了桥梁作用，已形成一个独立的科学研究方向。其中，关于化学键量子理论的研究已取得长足的进步。化学键理论已能定量研究较复杂的分子，并借助去探索新的反应和合成特殊性能的新材料。特别，六氟铂酸氙（$XePtF_6$）的合成已打破了传统观点认为惰性气体不能参加反应的论点。没有量子力学的原子理论，也就不能解释化学元素周期律；没有热力学方法，也就无从产生化学热力学这门分支科目。

生物学与物理学的交叉学科分支科目之一的量子生物学是基于量子力学理论与方法来解释生物现象的学问，也是将量子力学方法作为工具在生物学问题上的应用。为什么“花是红的”？量子生物学告诉我们是由花中含有的色素中的易动性兀电子被可见光激发所致。为什么子女一般地像双亲？量子生物学认为生物体内存在信息高分子（如核酸），相似属性等信息贮藏在DNA（脱

氧核糖核酸）中，甚至连有关的表达程序也准备好了。量子生物学还认为生物体功能的基础是与其中电子和质子的转移有关，且生物体内的新陈代谢的特征是发生高效率的电子传递过程，并用量子力学隧道效应来解释，等等。这些研究和所产生的观点已触及到了生物体的本质层次。所以，对化学研究也好，对生物学研究等也好，在涉及更深层次的研究时，他们与物理学的微观层次相吻合起来研究，这是不足为奇的，因为物质客体组成的基元，如原子、分子、乃至其中的电子、质子等在所处环境的行为，这些也正是物理学范畴研究的内容。对他们研究有共性的一面，在不同环境和条件下又有其各自的特殊性一面。搞清这些关系，也正是科学研究的目标之一。当前，关于生物的进化论问题，也有用非平衡态统计物理方法，特别远离平衡的研究来分析。所以，物理学与生物学的进展到深层次研究的汇合，已进入了量子生物学时代。同时，另一个方面，也正在过渡到生物体的非平衡问题来研究分析的时代。

用广义相对论来研究天体的交叉学科——相对论天体物理学又是一例。在这个巨大尺度的时空问题上，爱因斯坦从物质的本质属性来理解空间和时间，不但为辩证唯物主义的时空定义提供了自然科学的依据，而且他的引力理论（广义相对论）已成为天体物理学的理论基础。他预言的引力场中的引力红移，近日点进动，光线偏转等现象都已为实验观察所证实。况且，诸如研究的超新星、中子星、脉冲星、研究黑洞，引力波以及整个宇宙的时空状态，宇宙的起源等已发展成统称为相对论宇宙学或现代宇宙学这门分支性学科。

以上所举的例子，足可以看到物理学及其方法在自然科学分支科学中的相互移植，渗透过程中所处的重要地位。

11 物理学及其方法转化为技术应用对人类社会进步的影响

当今世界，科学技术的发展日新月异。科学革命紧密地结合着技术革命推动着生产的高速发展，对人类社会的进步正起着前所未有的作用。社会的进步和发展过程遵循着“科学—技术—工程—生产—经济—文化—社会”这样连续循环的上升过程。而人类历史上的几次工业革命是以物理学科，特别其中的经典力学，电磁场论，热力学，量子论及原子、粒子科学的研究成果为先导的。蒸汽机时代，电磁现象的广泛应用——电的世界，原子能的利用以及当前的新技术革命都无不与物理学的研究成果密切相关。物理学的许多成就一旦付之应用，就将很大地造福于人类，推动生产的发展和社会进步。

但是，基础科学的研究成果在没有转化为技术应用之前还只是潜在的或间接的生产力，主要起的是认识自然世界的作用。在转化为技术应用之后，就具有利用和改造自然物质的能力，影响并推动整个人类社会的经济发展和社会进步。这里涉及成果转化为应用的问题。一般讲，到产业化包含四个阶段，即基础研究、探索性阶段；应用研究，成果转化为应用试验阶段；产品的定型化试产阶段和产业化阶段。其中如何将基础研究成果转化为应用是个很重要的步骤。应用物理及其方法，或基础应用研究方法，在这里直接起到桥梁作用。正如毛泽东同志指出的那样：“不解决桥和船的问题，过河就是一句空话。不解决方法问题，任务也只是瞎说一顿。”①

①毛泽东选集，第125页，人民出版社，1964年第一版。

中国传说中古代燧人氏钻木（摩擦）取火，致使古代人能运用火来煮熟食物。以后用火来炼铁，并且古代冶金术也发展了起来。开始，人为火的发明只是一种简单的物理现象：摩擦作功，功转化为热能导致火的产生。但是一旦转化为应用，就产生不可估量的巨大作用，整个人类社会的进步，生产的发展，人类智慧的开拓，物质和精神文明所需的高度发展等等。火的各方面的利用已成为人们必不可少的伴侣。但是它也有不利于人们的一面，我们又要采取防火灾的发生。事物总之一分为二的。所以，在转化为应用的同时，又要防止因不慎而发生事故的可能的一面。我们讲应用物理方法，也就是将已认识和掌握的物理现象如何为人类服务的问题。这里大致有如下几个阶段：（1）探索研究多方面应用的可能性；（2）研究如何实现其应用的途径，包括各种可行性设计方案，也包括可能需要的防范设计在内；（3）反复试验阶段，包括所能达到的性能指标；（4）在各种方法试验中选择最优成果，并力求能达到所化经费和时间少一些而效益又高一些，这点在阶段（2）中也要有所考虑；（5）产品的定型化和改进。

对物质世界隐藏着的或反映出来的各种现象，基础研究的任务就是要搞清"是什么"和"为什么"的问题。应用研究则要解决"有什么用"和"怎样用"的问题。他们按照各自的研究对象有各自的研究方法，当然也可相互借鉴和利用。但是，用评价应用研究的度量，即"有什么用"来评价基础研究，这是偏面的。同样，用衡量基础研究的要求，即一定要在理论上来说明"是什么问题"和"为什么"来衡量应用研究也是不妥的。我们在"理论物理方法与实验物理方法"中谈到了他们之间的关系和重要性。其实，实验物理与应用物理知识以及他们间的研究方法同样是关系密切，实验物理及其方法也是应用研究的基础。在发展物理科技事业中，基础理论研究，实验物理研究和应用物理研究三者是一个统一体，是缺一不可的。同时也必须正确处理好"目

前”与“长远”、“面向”与“储备”、“应用”与“基础”之间的关系。由于基础研究是更为本质的研究，他们成果的间接和直接的应用前景往往是若干年以后才可看出。也常会遇到“有心栽花花不开，无意插柳柳成荫”，他们潜在的生产力一旦成为事实，则可起到或长期地、永远地起到不可估量的作用。爱因斯坦著名的质能转化关系，揭示了质量与能量的本质联系，这在理论上为原子能的利用开辟了道路并发挥了巨大的指导作用。麦克斯韦（Maxwell）揭示的电磁现象规律，他的电磁场论方程式，单就在无线电应用的理论指导上就已为人类作出了多么巨大的贡献。从现象和实践到理性认识，反过来又指导实践，揭示更多的新现象，并使之控制和利用，这是科技发展的一般规律。但在当今，理论为应用和技术上的突破显得作用更强。例如电子学本身最初是在物理学及其真空技术上生长起来的，但晶体管代替真空管则又是与固体物理中的能带理论和导电理论的进展紧密联系的。况且，半导体的发现和理论研究带动了计算机，信息，控制技术的飞速发展。电磁场理论和电子注能量交换理论的研究，为速调管及其他微波管的发明提供了必要的信息和指导。微波波谱学的理论和受激辐射微波放大理论及其技术进步，导致了激光器的发现并研制出众多种类的激光器，他们的应用面也越来越广。对光电效应的研究，产生了光电器件，这给摄像管的制造起了关键作用。原子核物理的纯粹研究发展起来的重大核技术应用以及对超导电性基础研究正在逐步走向多方面应用等等的例子是不胜枚举的。当前，对高技术的重要领域之一的新型功能材料的研制，作为微电子技术、信息、光纤以及新能源、航天和航空、核技术、计算机元件等方面提供的新型材料、他们的理论基础涉及到物理学的许多方面。诸如固体物理学、结晶学、力学、热学、电磁学、光学、光谱学、核物理学、声学、电子学、理论物理学等等，以及边缘性学科，如物理化学、结晶化学、量子化学等。其

中，高温超导材料如能进一步突破，并用于发电、输变电和各种电器设备上，则将大大提高能源利用率，并在许多方面将起有相当大的跃进作用。

从物理学，物理方法转化到技术应用领域也衍生了许多技术学科，成为技术科学和工程科学的一个很重要组成部分。例如核物理到核技术应用和工程物理（原子能发电站工程所必备的物理知识和技术）；无线电物理学到无线电技术；无线电电子学到诸如无线电通讯、广播，雷达、导航、遥控等技术；热力学到热工技术，低温物理学到低温技术，等等，其中都贯穿着物理知识和方法到应用的转化过程。物理学各分支学科与应用目标相结合而衍生的专门化领域也已蜂涌诞生，并发展为成熟的课目。例如力学方面就衍生了以航空需要而研究的空气动力学，对材料的力学性质为对象研究的材料力学，为水力发电等需要而研究水力学等等。凡此种种，可谓五花八门，这些都渗透着物理学及其方法的应用。从通常的商店秤重器、医院的体温表、电影院的放映机、家用电器、到火车、轮船、机器人、人造卫星、发电站等等，以及各种名目繁多的物理仪器、仪表、几乎到处可见。所有这些都和物理知识、方法、技术及其应用的成果分不开。这给人类增添了巨大方便和幸福，也给人类带来智慧发展和开拓，大大促进了生产力的发展。

诚然，基础研究，应用研究和技术开发之间是相互依赖，相互促进的关系。因为先进的技术手段也为基础研究和应用研究提供先进的更好的供研究所需的物质基础。例如没有好的先进的设备条件，也就不可能进行更深入细致的研究工作。

我们应该珍惜从古至今积累和发展起来的物理学成就为全人类服务，反对将其用于灾难性战争。全世界人民，不分种族，不分男女老幼，都应该起来维护和平，维护人类和社会的进步，维护和平利用原子能。

12 展 望

物理学虽然已取得巨大成就，其研究的层次也愈来愈深入，并正愈加深刻地揭示自然界的本质，但更深入研究的难度也越来越大。这不只是受到条件的限制，现有观察和实验手段还无法来检验一些重要新理论的正确性和发现更深层次的物理现象，以及遇到一系列新的数学问题还无法解决，而且也在不断地探索新的研究方法，同时各学科的纵横交义，新理论问题也显得越来越多和越深奥。一个问题解决了，新的问题又冒出来了。例如对超导电性的BCS（Bardeen-Cooper-Schrieffer）理论并在此基础上的强耦合理论认为已成功地解释超导体诸方面的问题，但随着高临界温度超导体的发现，又在不懈地探索新的超导机制。在一些重要问题的解决上看来还距离甚远。例如爱因斯坦宏伟的统一场论愿望的真正实现还是困难重重。这些都反映着物理学科蓬勃发展中遇到的一系列新问题和在认识的逐步深化过程中遭到的暂时曲折。认识是无止境的，堡垒是可以一个个地攻克的。几千年的人类文明发展史上多少科学堡垒已被拿下，发展到今日，特别近百年来的自然科学发展史实，都无可争辩地说明了这一点。“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”。物理科学中的重大问题一旦有所突破，又将可能会是物理学中一场革命。真如相对论与量子论在物理学中所起的革命性作用那样，是一个认识上的飞跃，大大地推进了物理科学的大踏步进程。而物理学某个领域内的突破，也将作出伟大的贡献。物理学家金斯（Jeans）在他的《物理学与哲学》一书中写道：“科学通常以接连不断的细步穿过迷雾前进，在迷雾中，甚至于观察最敏锐的勘察者都难以认清几步以外的事物。偶或迷雾消散，你登上一座山岗，并能俯瞰一片比较宽阔的地区，有时便会得到令人惊异的结果的。这时，整

个科学似乎就要经受千变万化的重新安排，各种知识片断将以一种至今还不受人怀疑的方式调和起来。有时，调整时所发生的动荡可能蔓延到其他学科；有时，它可能转变整个人类思想的潮流”。①回顾物理学发展的过去，展望物理学发展的未来，道路虽然是迂迴曲折，但总是在前进，跃进，再前进，再跃进中向前发展。对客观世界的认识也总是一层深入一层地走向更本质的认识。

这里，认识客观世界的思想方法是很重要的。本课题——物理学方法论的宗旨也在于此。爱因斯坦非常重视认识论的方法论思想。他认为认识论与科学是相互依存的　认识论不去与科学接触，就只会是一个空架子；科学要是没有认识论，也只是原始的，混乱的东西。但是，认识自然界的客体所形成的概念是从客体中产生，再从客体中抽象出来。看起来观念是人脑创造，但它也不能离开经验而独立。观念上升为理论，理论回过来又起指导作用，这个过程用爱因斯坦的话说就是：“从特殊到一般的道路是直觉性的，而从一般到特殊的道路则是逻辑性的”。②他主张“要从尽可能少的假设或公理出发，通过逻辑的演绎，概括尽可能多的经验事实”③。虽然自然界现象复杂纷繁，错综万别，但在繁多的现象背后，他认为具有内在的统一性或内在的和谐性。人们就是要去探索这种统一性与和谐性，这可说是爱因斯坦方法论思想的核心。他提出相对论理论的基本前提只有三个，即相对性原理，光速不变原理和等效原理，但由此得出的结论恰是

---

①金斯，物理学与哲学，吴大基译，第一页商务印书馆，1964。

②爱因斯坦文集，许良英、李宝恒、赵中立、范岱年编译，第10—131页。商务印书馆，1977年第三版

③爱因斯坦文集，许良英、李宝恒、赵中立、范岱年编译，第一卷，第262页商务印书馆，1977。

丰富多彩，影响深远。爱因斯坦方法论的思想在研究自然规律及其本质过程中很值得借鉴和学习，并指引我们如何运用正确的思维方法去开拓科学的未来。

物理学已经过许多世纪的发展，积累了大量而丰富的知识和研究工作经验，这是很宝贵的，对今后的工作很有帮助。对其知识的广泛应用已给人类社会带来许多巨大而丰富多彩的物质文明和精神文明；它也已成为哲学，特别自然哲学的基柱之一。展望物理学发展的未来，也必将更加光芒四射，更加明亮眩目，它将永远激励着人们去探索和揭示自然界更深的奥秘，为全人类服务。

（作者：徐龙道　金　新　范北宸）

参 考 文 献

[1] 中国大百科全书物理学Ⅰ，Ⅱ，中国大百科全书出版社，1987。
[2] 爱因斯坦文集，许良英、李宝恒、赵中立、范岱年编译，商务印书馆，1977。
[3] 武谷三男著武谷三男物理学方法论论文集，商务印书馆编辑部编，1975。
[4] M·玻恩，我的一生和我的观点，商务印书馆，1979。

〔三〕 化学方法论

化学方法论是关于化学一般研究方法的规律性理论，它既具有自然科学方法论的一般特征，也反映化学科学研究方法的特殊规律。它是一般自然科学方法与化学科学方法相互交叉渗透的产物。化学方法论是化学研究的锐利武器和有效工具，人们从事化学研究和教学工作，除了使用仪器、资料等手段外，还必须使用思维工具。随着现代化学从宏观向微观，从静态向动态，从定性向定量，从描述性向推理性发展，化学科学就更离不开理论思维，更需要化学方法论的指导。

根据现代科学方法统一化、综合化的特点和趋势，结合化学的现状来看，系统地研究化学方法论对确定化学研究方向、选择科研课题和探索化学新的分支学科的生长点等，都起着促进的作用；同时，历史上的多次化学革命总是与化学方法的变革相联系着的，我们可以在一定的意义上说，化学方法推动着化学的进步，化学方法论的研究已受到广泛的重视。

化学方法论既然是研究化学运动形态的一种科学方法论，它就必然涉及化学科学研究的对象、特点、性质和范围。什么是化学科学研究的对象呢？要规定化学研究的对象，必须指出化学研究的特殊矛盾，指出化学运动中物质客体的特殊形态。化学是研究原子和分子运动的科学，现代化学研究的客体可以说是一种发展了的原子和分子的范畴，它包括了一个从简单到复杂的序列，即从原子层次（包括原子、原子离子、介子原子等），分子层次（包括分子、分子离子、自由基、活化分子、原子团等）到超分

子层次（如高分子、分子球形复合物，原纤状复合物、晶体等）的序列。一般说，化学科学研究的客体，首先是分子，其次是原子、原子核，基本粒子和超分子等，而化学研究的对象是物质，不是意识，主要是实物粒子，不是场；主要是实物粒子中的分子和分子转变的运动，而不是原子、原子核的运动规律，正是由于化学科学研究的对象是实物，因此，实验的方法就是化学研究中的重要方法，观察与实验是化学家从事研究工作所不能缺少的。化学研究的对象主要是分子、原子，而分子、原子一般是不能直接看到的，这就需要用思维去把握，用模型去具体化，这样，就需要有比较、类比、推理、假说和模型等方法，以作为从事化学研究的重要手段。化学科学的发展也反映了这些手段和方法在化学研究中应用的深入和扩展。本章在概述化学方法论以后，将对以上这些科学方法分别作一介绍。

1 化学方法论概述

1.1 化学方法论的对象和内容

化学方法论研究的对象是化学科学一般研究方法，它作为哲学和化学科学之间的中介和纽带，一方面把哲学方法、自然科学一般方法具体运用于化学运动规律的研究，紧密地与化学学科的特点相结合，因而它在科学方法论体系中具有相对独立性。这种独立性表现在：在内容上较一般自然科学方法论深入和充实；在表述上较一般自然科学方法论精确和具体。另一方面，它又对化学学科中某些共有的、通用的方法进行抽象和概括，使之上升为自然科学研究的一般方法，以丰富、发展和深化一般自然科学方法。

化学方法论一般有以下基本内容：

（1）研究化学科学认识的逻辑结构和活动次序，揭示化学科学研究过程的各个阶段和每一环节的作用、特点及其所应遵循的一般原则。

这里是把化学方法论作为一个整体来研究，即研究化学方法论的逻辑结构体系。如研究总体结构由哪些方法所组成，选题、观察、实验、逻辑思维和非逻辑思维、假说与理论等方法的相互关系，它们分别在整体中的地位和作用等等。

（2）研究化学科学中常用的一般方法，揭示它们的客观基础、适用范围、运用技巧，认识它们的特点及其规律性。

这主要是研究一般自然科学方法，如实验方法、归纳演绎方法、模型方法、理想化方法、假说及数字方法等在化学研究中具体运用时的特点、作用和适用范围等规律性问题。研究如何把富有化学研究特色的个别方法，通过提炼使其上升为一般自然科学方法。如化学的定量与定性分析方法、化学合成法、分子模型法以及化学热力学方法与量子化学方法等对其他学科的适用性。又如通过对化学热力学、量子化学的普遍性研究，扩大和发展它们成为生物学和生态学中的方法等。应当说，化学的某些原理、概念以至化学符号语言系统也具有一般科学方法论的功能，它们在向其他学科移植时，这种方法论功能已日益引起人们的关注。

（3）具体研讨化学史上和近现代著名化学家的研究方法，着重分析化学化工史上重大突破和有代表性的事例，揭示其方法论意义。

化学认识是人们对化学运动形式的客观规律的反映，化学家是人类认识化学运动的主要力量，在他们的实验记录、研究总结、著作、回忆录、传记、手稿和报告讲演中蕴含着丰富的方法论的素材。总结他们的研究方法和治学经验，揭示其方法论意义，无论对传统化学方法的合理继承，还是对现代化学方法的变

革与创新都有重要的作用。化学史上一些成就卓著的化学家，他们不仅有渊博的科学知识，而且在化学方法论上亦各有独到之处。显然，这方面的研究是化学方法论中不可缺少的一部分。

（4）研究新兴学科、新兴技术对化学研究的重大影响，并探讨其深远的方法论意义。

20世纪以来，一大批新兴学科、技术的崛起和整个现代科学技术综合化、整体化发展的大趋势，对现代化学研究方法的发展的影响是十分深远的。在新兴学科方面，尤以系统论、信息论、控制论、突变论、耗散结构论、超循环论、协同论、混沌学、分形论等对化学研究的方法论意义最大，越来越引起化学研究工作者的重视。事实上，这些方法正在日益改变着现代化学家的思维方式。在新兴技术方面，则以电子计算机、激光、分子束、核磁共振、X衍射及超导等现代物理实验技术为中心技术，正在迅速变革化学研究的物质手段。这些物化的手段也是化学方法论迫切需要加以研究的一个内容。人类对化学认识的工具，实际上可分为两大类：一类是思维工具或主观手段，这就是所谓化学理论思维方法；另一类是用于完成观察、实验、测量、记录等任务的装置和设备等物质工具或科学仪器。科学仪器是一种物化手段，是科学认识工具中的“物质”部分。这两部分在人类的科学认识活动中是相互联系、相互结合的。只有这两者的互补，才能完成一个完整的化学科学认识活动，并起着开拓化学认识新领域的作用。这一点，在现代化学研究中的表现更是显著。从这个意义上说，探讨化学前沿研究中的方法论问题必将把化学方法论的研究提高到新的水平。

1.2 研究化学方法论的意义

研究化学方法论，无论对于化学科学的研究和教学工作，还是对于哲学的发展，都有十分重要的意义。

1.2.1 化学方法论是从事化学研究的重要工具或手段

化学方法是化学家认识化学运动规律的工具或手段。一般说，化学家对于化学运动的认识活动的程序总是从问题开始，确定研究对象，建立科学的理论，检验所获得的结果的真理性等。化学研究也总是按照这个活动程序向前发展的，化学方法则是这种认识活动程序的具体化。认识的每一阶段或环节都存在方法的问题，如提出问题就要运用假说的方法；但要提出科学的假说，还必须以一定的实验材料和经验事实作为基础，所以观察、实验又是提出假说的基础。假说转化为理论是一个极其复杂的过程，其中首先有一系列的逻辑检验过程。在演绎检验的过程中，演绎与归纳，综合与分析等方法又相互结合起来使用，并且仅当逻辑上的论证又得到实践检验其正确性时，假说才转化为理论。化学家们如果能正确地掌握和有效地运用上述程序，就可以在研究工作中得到事半功倍的效果。因此，化学家在化学研究中需要借助化学方法使主观和客观发生联系并达到统一，从而化未知为已知，揭示化学运动本质，建立起化学理论。此后，化学家又可以把新建立的化学理论转化为新的化学方法，以新的工具进行新的探索，进一步积累化学知识。例如，19世纪中叶，主要依靠实验分析，实验合成和假说方法建立起来的经典价键理论，到了20世纪初暴露出了局限性。然而，它所确立的“化学结构”概念和关于分子结构与物质性能之间存在相互依赖关系的基本理论，却转化成为研究分子结构的方法，它对于现代化学键理论的发展和化学合成实践的发展，都起到了方法论的指导作用。

可以说，化学方法论是化学理论建立的必不可少的工具。作为化学理论形成的主要标志是在于它具有：能够反映化学运动的客观规律；由前提、推论、证明和结论等所构成的知识体系的严密逻辑性；进行定量表达的精确性等。这些标志所反映的条件，实际上只有依靠化学方法作为研究工具才可能实现。因此，化学

理论的真理性需要依靠化学实验方法加以检验和证实，化学理论的逻辑性则需要运用化学演绎等方法去建立，这样可以把零星或散乱的知识依照本质联系和因果关系纳入一个严密的知识体系。例如，化学原子论建立以后，化学家就运用化学演绎等方法逻辑地解释了质量守恒定律、当量定律和定比定律等一系列经验知识，并把它们有机地联系起来，统一成为一个具有严密逻辑性的知识体系，推动了化学理论的发展。

化学方法论之所以能在化学认识、化学发现、化学理论的建立中起着重要的作用，正是由于它体现了从简单到复杂、从低级到高级的认识活动程序，或从问题出发、明确研究对象、进行实验考察、提出化学假说和检验化学理论等一般性的化学认识过程，从而可以指明研究的途径和方向，以避免错误，少走弯路，顺利达到目的。

此外，由于不同学科发展的相互渗透和融合，化学方法已经不仅是化学理论发展的工具，而且也是其他科学理论发展的一种手段。物理学家依靠化学定性分析方法确认出原子裂变产物，从而才发现了原子裂变，并发展了原子物理学理论；在生物学领域，由于应用了化学方法，才使生物学研究从细胞水平深入到分子水平，建立起分子生物学，推动生物学的深刻变革；在地球科学领域由于运用了化学实验方法，才使地学工作者得以认识地壳的组成、结构和元素的分布规律。总之，化学方法向其他学科的移植、渗透，对促进整个自然科学理论的发展，的确是一种重要手段。

1.2.2 化学方法论是促进化学教育发展的重要途径

现代化学教育的任务已经不是单纯地传授化学知识，而是更加注意发展学生的智力。即培养学生的观察力、想象力、思维力和创造才能等。特别是由于在现代化学迅猛发展和所谓“知识爆炸”的形势下，企图让学生在有限时间内完全掌握日新月异的化

学知识已经成为不可能了，因此，现代化学教育尤其需要把化学方法论作为重要内容，培养和提高学生认识、掌握和运用化学方法的水平，以便能够依此独立、主动、持续不断地获取化学知识，成长为一个具有创造才能的化学家。因此，化学教育不仅应当讲清化学基本概念和基本理论，而且更应当揭示出化学基本概念和基本理论建立与发展的化学方法，并在化学的实验、作业、实习等各个教学环节中不断加以培养和训练。学生学习了观察与实验方法以后，才能正确地运用它，并会不失时机的抓住观察实验中的机遇，突破科学研究中的难点。在掌握了逻辑思维方法后，若将归纳与演绎方法应用于有机化学的学习，就能迅速地把握有机物结构与性能的规律。用比较和分类的方法，可以对一些化学理论知识系统化、条理化，有利于学习知识的加深、巩固。因此，不失时机地对学生有意识地进行方法论的指导，就好比给他们一把打开知识宝库的钥匙，可以在较短时间内培养出一大批具有辩证思维、富有创造精神、年轻有为的人材。

此外，在化学教育方法方面，现代教育也要求教师不应平铺直叙地“讲解”化学知识，而应引导学生自己去“研究”问题，“发现”规律，唤起学生的主动求知精神，并让他们始终保持一种对新奇事物的兴奋感和对化学研究的亲近感。教师要这样做，仅仅依靠丰富的化学知识是不够了，还必须掌握一套科学的化学方法，以便能依照这些方法指出的途径带领学生能动而有效地去汲取化学知识，不断提高教学质量。

1.2.3 化学方法论是联结哲学和化学科学的一条纽带

化学方法论从一个方面把哲学和自然科学相关联，并把哲学对自然科学的指导加以具体化。从一定意义上说，化学方法论是哲学在化学研究领域的具体运用或具体表现形式，从而为哲学应用于化学领域，促进化学研究提供了具体途径。这就是说，哲学往往需要通过化学方法的途径才能有效地在化学领域发挥作用，

并且自身也从中得到发展。例如，恩格斯早在100多年以前就依照辩证唯物主义原理指出了“从无机物中制造出蛋白质”的必然性，从而为生命化学的研究提供了有力指导。然而，这也只能在100多年以后依靠现代化学合成方法的途径才可能实现，并使哲学自身在这一过程中也得到了充实和发展。

现代化学方法也像物理学方法、生物学方法一样，正在把哲学推向前进。科学方法作为一门学问诞生之后，就成为哲学和科学之间的桥梁与纽带，加深了具体科学与哲学之间的联系和作用。因为，人们通过对科学方法论的研究，也就会对哲学的规律、范畴、认识论、辩证逻辑等方面的研究起着推动的作用。例如化学家由于运用了定量归纳法而发现了质量守恒定律，从而为辩证唯物主义物质不灭的原理提供了有力证明，由于运用了化学抽象等方法而建立了原子分子论，从而为辩证唯物主义自然观提供了科学依据。而研究化学家如何具体运用化学方法获得化学感性知识，以及认识化学规律的过程，就能够丰富认识论；研究化学的归纳与演绎、分析与综合、抽象与具体、历史与逻辑等化学方法的关系，就有利于发展唯物主义的辩证逻辑；研究化学发现中的灵感和机遇等非逻辑思维方法，就会丰富哲学的必然性与偶然性的范畴，等等。事实上，哲学需要从化学方法中不断吸取新的养料和做出新的概括，才会持续地保持旺盛的生命力，得到不断发展。

由上述可见，化学方法对于化学以及整个自然科学乃至哲学和化学教育的发展都具有重要意义。从认识论看来，它之所以能够具有如此重要的职能，根本上说是在于它具有化学实践和化学理论的中间环节的作用，从而使认识论的反映论原则能够在化学认识活动中得到贯彻，并把化学感性认识上升为理性认识的过程转化为实际的化学思维活动，成为化学认识过程从实践到理论，从理论到实践两个飞跃的桥梁，这就是说，在化学领域中如果没

有科学的化学方法，科学的认识论原则就不能转化为实际的科学的化学认识活动。因此，学习和掌握化学方法，研究化学方法的历史，剖析化学家的发现过程并钻研科学方法论，从哲学的高度认识化学家成功的经验和失败的教训，揭示化学方法论的实质，不断提高运用化学方法论的水平，对于化学科学研究的发展是殊为重要的。

1.3 研究化学方法论的方法和态度

研究化学方法论应采取历史的方法、联系的方法和理论联系实际的科学态度。

1.3.1 研究化学方法论与研究化学发展的历史和现状相结合

化学史是研究化学方法论的一个重要的经验来源；化学方法论的研究需要概括化学史的材料，从总结历史经验教训中受到启示，以便建立起合理的方法论的逻辑结构。从方法论的角度来看化学史，化学史也是一部充满了正确的科学方法和错误方法之争的历史。在两种或多种的假说，理论之间的争论中，必然包含着方法之争；在一种假说、理论的自身发生、发展过程中，也可能存在着方法上的差异。总结化学史上围绕理论争论中的方法问题上的经验和教训，对于我们正确认识和掌握化学方法论有着现实性和迫切感。

了解化学史可以为我们提供历史上的化学概念与理论是如何产生的，它们又是如何演变的；还可提供化学历史上成功和失败的典型事例，其中的经验与教训；还可提供著名的化学家从事化学研究的方法，以及为了从事化学研究所必备的其他各种科学素质等。显然，离开了这些丰富的经验来源，研究化学方法论就成了一句空话，成了无本之木，无源之水。

学习与研究化学方法论还需要紧密联系化学发展的现状，并尽可能多地涉及现代化学发展的前沿领域。脱离了现代化学的理

论与实践就不可能真正懂得化学史，化学方法论不能仅仅停留在对以往历史的经验性的概括和总结水平上，还必须从现代化学的理论与实验的发展中去进行新的概括和总结，并以此为基础再从逻辑结构和认识论上加以研究提高。这样，化学方法论的研究才能具有既不断充实又不断更新的基础。

1.3.2 联系科学方法论及其他学科方法的发展，开展化学方法论的研究

化学方法论相对于科学方法论来说除了其独立性一面外，还存在着统一性一面。从理论体系上来说，化学方法论毕竟是科学方法论的一个分支。因此，人们对科学方法论研究的深度和广度必然影响着化学方法论研究的水平，从这个意义上来说，应当重视当代东西方各种学派在科学方法论上的研究成果。

首先，应当汲取马克思主义者在科学方法论上已有的研究成果。这方面的研究工作是恩格斯开创的。《自然辩证法》精辟地论述了观察与实验，经验与理论、归纳与演绎、分析与综合、抽象与具体、历史与逻辑等方法的辩证统一。其中有关化学学科及其历史的辩证论述，仍然是今天学习与研究化学方法论所应继续汲取的重要成果。

我们除了汲取马克思主义者在科学方法论上的成果外，也应该批判地汲取西方科学哲学家在科学方法论上的一切有价值的研究成果。西方科学的重大发展带来了方法论的重大发展，而方法论的发展既是对以往科学的总结，又为尔后或未来的科学提供了准备。在我们提倡学习、引进西方科学技术成果的同时，亦能注意学习与研究西方科学方法论方面的成果，也是必要的。

其次，要关注其他学科方法的发展及其向化学方法的渗透。从当代化学发展的趋势来看，综合性越来越强，其标志是化学和其他学科之间的相互渗透、交叉日益加强。这种趋向，一方面导致多种化学边缘学科的产生，另一方面则促进多种学科方法向化

学研究领域的移植。这种关于学科方法的移植及其理论的探讨，对学习与研究化学方法论有着重要意义。如果我们既注意从科学方法论的总体上来对化学方法论进行纵向的、多层次的探讨，又注意从其他学科方法对化学方法的渗透与移植，来对化学方法论进行横向、多方位的探讨，那么，必然有助于达到对化学方法论的较全面的认识。从化学发展的历史、现状和趋向来考察，物理学、生物学以及数学学科的方法对化学方法的渗透、移植，显得更为重要和显著。

当前系统论、控制论、信息论等横断学科或综合学科的方法（诸如系统分析法、功能模拟法、信息处理法等）对化学方法的渗透也呈现出日益增长的趋势，尤其对化学工程技术方法的影响更是明显。对它们的研究，无论对化工技术的开发，还是对拓宽化学方法论内容，都能展现出引人注目的前景。

1.3.3 坚持理论联系实际的科学态度

我们所要学习与研究的化学方法论是关于化学研究方法的一般规律性的理论；它的作用和价值在于它能对化学实践活动起指导作用。但是化学方法论在人们对化学的认识中，还仅仅是一种主观手段或思维工具，还不能代替具体的化学研究的实践活动本身。只有在实际的研究过程中，把化学方法论与研究、教学的具体实际相结合，做到有的放矢，才能收到功效。因此，必须强调学以致用、实事求是、理论联系实际的原则。

化学方法论本身是一个严密的整体，其中各种方法都是化学研究中不可缺少的工具、手段和步骤，它们各自有秩序地、有区别地而又相互联系地处于化学研究过程的一定阶段和地位。因此，对于一个完整的研究过程来说，就必须综合地、系统地、具体地运用各种方法、不能偏爱或偏废某一种方法。否则，研究工作就难免不遭挫折以至失败。从当代化学发展趋势来看，其综合性越来越强。因此，在现代化学的研究和教学中，综合运用各种

方法尤为重要。

综合运用化学方法是指在具体掌握各种方法的合理性及其适用范围的前提下，对于一个具体研究过程而言，并不就意味着所有方法齐头并进，而是要抓住带有突破性的关键方法，同时合理地辅以其他各种方法。只有这样，才能使研究过程真正地少走弯路，得到事半功倍的效果。

在化学方法论研究中坚持理论联系实际的态度，就是要坚持具体问题具体分析。化学研究的内容众多、纷繁复杂，各有各的特点和要求；同时，对于一个具体的化学研究过程而言，研究的实践活动是不断变化的，在不同条件下，会出现新情况、新问题，甚至某种机遇。可见，当研究对象和条件有所变化时，所运用的化学方法也应作相应的调整、变化和发展。在这种情况下，切忌在研究中生搬硬套固定的、单一的方法模式，而应表现出对方法灵活运用的高度应变能力。总之，学习与研究化学方法论应该具有一种求实精神和科学态度。

2 化学研究中的实验方法

人们依照研究目的，使用科学仪器和设备，有意识地去控制自然过程条件，模拟自然现象，避开次要矛盾，突出主要因素，在特定条件下去探索客观规律，从而认识客观世界，这种认识方法就是实验方法。它可以暴露自然过程或生产过程在天然条件下无法暴露的特性，所以是一种更便于观察、研究、探索自然界本质及其规律的方法。

化学实验是科学实验的一部分，它是在给定条件下，以人工方式重复自然界的化学现象，以达到某一目的；或在给定条件下以人工方式提供某些自然界不存在的化合物，以深入研究化学变化及其本质。

化学是一门以实验为基础的科学。化学从17世纪发展到现在，实验一直是化学研究中最基本、最常用的方法。从化学研究的观点来看，化学实验方法的发展可分为四个阶段。第一个阶段，自17世纪波义耳（R.Boyle，1627—1691）以来的100多年。此间化学取得了一次又一次重大突破，多与实验方法的改进密切相关。1661年波义耳发表的《怀疑派的化学家》，就是一部建立在实验方法基础上的近代化学的启蒙著作。波义耳被称为近代化学奠基者的重要原因之一，就是他把严密的实验方法引入了化学。

1777年拉瓦锡（A.L.Lavoisier，1743—1794）在普利斯特列（J.Priestle，1733—1804）发现氧气的基础上，运用精确定量实验的手段，通过种种燃烧实验，终于发现了燃烧现象的本质，创立了物质燃烧的氧化理论，推翻了“燃素说”，引起了化学史上的一场革命。

1804年道尔顿（J.Dalton，1766—1844）在从事数十年的气体实验中受到启发，创立了近代原子论，计算出一些原子量，并首倡化学符号。道尔顿的定量实验在当时一般是准确的，他是一位气体分析专家。这一切成就，使他成为“近代化学之父”，而每个成就都立足于比较准确的科学实验上。

第二个阶段，从19世纪20年代维勒（F. Wohler，1800—1882）合成尿素，开辟了从无机物合成有机物的道路，从而把无机界与有机界联系起来。此后，又合成了葡萄酸、柠檬酸及油脂类、糖类有机化合物，这些天然有机化合物的合成，显示出人类认识自然能力的提高。

第三个阶段，20世纪前半个多世纪，人工合成了非天然的无机的和有机的多种化合物。如橡胶、塑料、合成纤维等高分子化合物及金属陶瓷等新型化学物质，其性能在许多方面超过天然化合物，标志着化学实验方法达到了新的高度。

第四个阶段，20世纪60年代以后，化学在分子水平上模拟生物在常规条件下进行复杂化学变化的实验方法，具有速度快、稳定、准确等优点。这就要求化学实验的水平“更上一层楼”。而近几十年来，理论化学的研究的惊人发展，使数学方法、理论方法及逻辑方法等被广泛地引进化学。但是，理论指导和数学计算结果是否正确，仍然离不开运用实验方法去进行验证，理论化学的发展并没有削弱和否定实验方法，相反地，实验手段的不断改进，新的实验方法、手段被普遍应用，向仪器化、自动化迈进，反而成为现代化学发展的一个重要特点。

事实证明，实验方法在整个化学发展中的地位和作用是非常重要的。在化学的任何一个分支中，都离不开实验；无论用什么方法研究化学，最终也都离不开实验，否则，就不可能有化学的发展。因此，实验方法是研究化学的最基本方法。

2.1 化学实验方法的主要特点

实验方法能在化学发展中起着如此重要作用，正是由它的特点决定的。

2.1.1 化学合成是化学实验方法的重要特征

化学的实验方法不仅能分析和分离、提纯、制取自然界中的常见物质，而且通过合成方法能够仿制自然界存在较少的物质，创造许多自然界中不能存在的物质。在实验室合成自然界中并不存在的许多有机、高分子物质，这是化学实验区别于其他科学实验的重要特征。从上一个世纪20年代维勒人工合成尿素开始，化学实验方法以合成天然有机物为重要目标，把人类对化学物质的认识不断地推进到一个新的水平，促进了化学的发展。一个半世纪以来，化学合成已成了化学实验方法的重要内容。由于化学实验方法不断更新，现在世界上合成的化合物有七八百万种之多，每年还要增加30多万种，其中大多数是人工合成的。在有机合成

方面，不仅能合成橡胶、纤维和塑料等高分子化合物，而且还合成了蛋白质、核酸等生物大分子物质。近几十年来无机合成方面也取得了巨大进展。根据需要合成了一系列重量轻、强度高、耐热性能好的无机纤维，如硼纤维、碳纤维和氧化锆纤维等。还合成了不少种类的高温无氧陶瓷，如氮化硅陶瓷、氮化硼陶瓷等都能耐1600℃的高温。现在军事上所用的压电陶瓷，也是主要由钛酸钡通过实验合成的，人造地球卫星、宇宙飞船上所用的耐高温过硬材料，均是由上述各种陶瓷与金属、无机纤维等做成的复合材料。

化学实验方法中，由于合成手段的飞速发展，今天已形成了一门重要的合成化学分支学科。合成化学实验，使人们积累了无数宝贵经验和资料，为化学理论的发展提供了丰富的素材。例如，在本世纪60年代中期，人们在大量合成反应的基础上，利用量子化学的知识，总结出"分子轨道对称守恒法则"，成功地解释和预测了不少化学反应的方向，1981年完成的人工合成红霉素，更显示了化学合成的艰巨性，仅红霉素分子中大环内酯环系的合成就十分复杂，它含有十个不对称碳原子，因而可能的立体异构数目可达1024个之多，要在这么多可能出现的结构中，控制立体定向反应，唯一地得到需要的产物，正是反映了化学合成的特殊的复杂性，而它取得的成果，则是反映了人们依照一定目的，运用科学仪器和设备，进行化学实验所达到的新水平。

2.1.2 分析方法在化学实验中占重要地位

化学实验中一个重要命题就是要认识化合物的性质、结构和特征，这就离不开分析的方法。最初，在化学中应用实验的方法，主要是对一些天然的化学物质进行简单的分析、分离、制取和提纯。波义耳之所以能给化学元素下了一个科学的定义，主要是依据了他从事定性分析和定量分析的实验成果。直到19世纪，化学实验主要以化学分析方法作为基础手段。

进入本世纪以来，在化学实验中主要采用了仪器分析的方法。例如，光学分析法、色谱分析法、电化学分析法和放射化学分析法等。在实验方法中，通过仪器分析不仅可以分析各种物质的组成成分，而且还能对物质的微观结构进行探测。

近代物理学、数学、电子学以及激光技术、等离子技术、真空技术、分子束、傅里叶变换和电子计算机的急剧发展，革新和发展了化学实验中的仪器分析方法。例如，由于应用激光红外光源和干涉仪，并借用了快速傅里叶变换技术，红外光谱仪能把可测样品的灵敏度，由原来的毫克级提高到毫微克级，这种仪器被称为“分子的指纹”。而被称为“原子的指纹”的电子光谱仪与电子计算机联用，发展为现代各种的电子光谱仪。具有分辨率高、多用或专用等良好性能的核磁共振仪，因运用了超导和傅里叶变换技术，已经能够测定生物大分子和大多数元素原子核的核磁共振谱。借助于x射线激光器，人们通过全息x射线照像而直接看到晶体结构中原子的空间排布。电子计算机与分析仪器的联机使用，通过程序既可控制仪器的操作，又可进行波形分解、基线校准、背景扣除，并及时处理数据、显示分析结果等，从而大大提高了分析实验的灵敏度和准确度，实现了仪器自动化和对样品的连续测定。例如，原子吸收光谱分析器，每批就可分析几十个样品；x射线荧光光谱仪每批可连续测定35个样品。电子计算机的应用，还可以开展如快速反应动力学等新分析方法的研究。激光的应用，特别是激光作为光源，应用于原子吸收光谱、发射光谱、原子荧光光谱和分子荧光光谱等，引起了化学实验中分析方法的巨大变革。

分析实验方法还是化学科学指导生产和技术的重要手段。比如在钢铁工业中，为要保证转炉炼钢的成功，就离不开炉前的快速分析。又如，在半导体技术中，进行原子级加工之所以能实现，主要是依靠了激光技术在检测单个原子方面所取得的成就。

化学实验在现代环境保护中所起的重要作用，同样是通过分析手段实现的。比如，应用分析查清了2-4联苯胺、3-4苯并芘、多核芳烃以及元素镉、铬等物质的致癌作用。

2.1.3 化学实验方法通过移植不断更新

在化学实验方法中，不断引进其他学科的方法，使传统的实验方法改变了面貌，是当前化学实验的重要特征。

化学实验中引进激光技术，诞生了崭新的激光化学。主要研究激光如何引发和控制化学反应。传统的化学实施方法，由于条件所限，很难探测复杂化学反应的微观过程。诸如，反应物分子的激发，分子间的碰撞，激发态分子的发光，相互碰撞分子的能量转移，化学键的破裂、形成，以及伴随这些过程所发生的能量变化和分配等。自从引进了激光之后，情况大变。利用激光形成的超短脉冲，能以非常快的速度在极短的时间内将分子激发到某一微观过程的初始状态，并对这一初始状态随时间变化的过程进行“快速摄影”。由此出现的“激光动态光谱”技术，目前已广泛地用于研究有机化合物中能量转移和传递过程，并揭示了分子的空间取向及其发生电荷转移的规律，为研究基元反应动力学提供了广阔的前景。把激光技术与分子束结合起来，形成的“激光分子束光谱”方法，可以研究分子的各种碰撞过程中进行能量传递及化学键断裂、生成的细节等微观反应动力学问题。此外，激光用于同位素分离以及红外光化学等方面取得了可喜的进展。

近几十年来，化学实验方法由于在分子水平上模拟生物在自然条件下进行复杂的化学反应，使实验具有快速、稳定和准确等特点。这种实验方法奠定了化学仿生学的基础，化学仿生学模拟生物体内的化学反应过程，模拟生物体内的物质输送过程，模拟生物体内的能量转换和信息传递过程。例如生物固氮的化学模拟，就是用化学的方法模拟生物的固氮功能，目的是提高含氮化合物的生产效率。目前在固氮酶的研究方面业已取得了重大成

就。

这些进展说明，传统的化学实验方法，由于移植了其他学科的研究方法，而处于不断更断之中。

2.2 做好化学实验的要领

2.2.1 观察是化学实验成败的关键

任何实验方法都与观察方法有着密切的联系，观察是实验的基础，实验是观察的深入。然而在化学实验中，科学的、全面地观察尤其具有特殊的关键作用。“善于观察”是化学工作者的基本功。不仅仅要能观察到客观上变化多端的实验事实，透过复杂的表面现象，探讨事物的内在本质；还要善于抓住实验中的“异常现象”，加以分析研究，才能够有所发现。法国科学家巴斯德（L.Pasteur，1822—1895）正是在制取酒石酸盐时，观察到晶体晶面的不同面向，并研究其不同偏光性，才开创了立体有机化学的新领域。

2.2.2 经验是化学实验成功的坚强基础

化学实验是要用人的双手去使用各种仪器、药品，进行各种实验操作，装置较复杂的仪器，以及使用现代化仪器设备等等，因此，实验成功与否和实验者的经验能力有着密切关系。如英国化学家珀金（W.H.Perkin）在试图用重铬酸钾作用于苯胺硫酸盐以合成药物奎宁时，结果得到的不是奎宁而是一个黑色沉淀，凭着珀金对于苯胺等有机化合物的丰富经验，他试着加入一点酒精，立即无色酒精呈现出艳丽的紫色，这时，珀金从自身多次有机实验的经验中意识到，他或许发现了一种染料，这就是“苯胺紫”，珀金就成为第一个人工合成染料的人。可见，经验是实验成功的关键之一。

2.2.3 理论思维是化学实验的灵魂

理论思维是进行一切化学实验的必要指导。每一个实验大体

上可以分为四个基本步骤：实验课题的选择；实验方法的设计和实施；对实验所得数据的处理；分析和得出结论并对实验成果的鉴定。每一环节都离不开思维作为指导。即使是以实践活动为主的实验方案的实施过程以及实验现象及数据的记录等，思维活动同样起着重要作用。

在现代化学研究中，理论思维在化学实验中作用更加直接，在设计和实施一个重要实验前，往往必须有周密的考虑。充分运用理论思维，甚至能预见到某些化学事实，然后才以实验方法加以检验、修正和确认。如维生素B_{12}（$C_{63}H_{90}N_{14}PCO$）的合成，由19个国家的100多位化学家经过11年的共同努力才完成。这个课题中就含有理论研究和实验探索两方面的内容，伍德沃德（R.B.Woodward）正是在研究这个课题的过程中，产生了分子轨道对称守恒原理的基本思想，与霍夫曼（A.K.Huffman）一起提出了分子轨道对称守恒原理，继而又用这个理论推动了进一步的合成工作，体现了理论与实践的统一。实验和正确的理论思维是相互作用的，在相互作用中推动科学不停顿地向前发展。实验者必须用正确思维作指导，才会有敏锐的头脑和出色的洞察力，从而在复杂的自然现象中，找出有意义的实验研究课题。总之，要充分而有效地发挥实验在科学发展中应有的作用，就必须重视正确理论思维在其中的指导作用。

3 化学中的比较和分类

在化学研究中，由观察、实验获得的大量化学方面的感性材料，必须经过比较与分类，才能够进一步进行归纳、分析等逻辑思维与科学抽象，才可形成基本化学概念，提出各种化学假说，发展成化学理论。因此，比较与分类方法，是化学研究的基本逻辑方法。

3.1 比较方法

比较是区分事物之间的相同点和不同点的逻辑方法。比较的根据，是因为事物之间总是存在着差异性和同一性。化学领域中普遍存在的个性与共性，就成为人们进行化学比较的客观基础。

在近代和现代化学发展中，人们通过比较，区分开了元素、原子、分子等不同的物质层次，发现了不同类型的化学反应等。化学分析中的比色分析，就是利用比较有色物质的颜色深浅来确定被测物质含量的方法。现代分析化学仍然离不开比较方法。光谱分析就是利用比较方法的一种仪器分析手段，它正是利用对光谱的比较来确定被测物体的化学成分及其含量的。因为每一种化学元素都具有一定波长的特征谱线。因此，用已知元素的特征谱线作为标准，同任意一种被测物质的光谱进行比较就可以鉴别被测物体的化学成分。如果发现被测物体的光谱中存在的谱线和某种已知元素的特征谱线相同，就可以确认该物体中含有这种元素；若发现被测物体的光谱中，存在着与所有已知元素的特征谱线都不相同的谱线，就可以判定其中必含有某种未知的新元素。例如，1892年，英国物理学家瑞利（L.Rayleigh）在研究气体密度时曾运用比较方法发现了从分解氨制得的氮气，其密度比从大气中得到的氮气轻0.5%左右，瑞利一直未搞清楚，同是氮气为什么在密度上会有明显差异？1894年，英国化学家莱姆塞（W.Ramsay）进一步用比较方法揭开了这个谜。他首先纯化了从大气中制得的氮，然后通过光谱分析发现，在这种纯化了的气体中，除了含有已知的氮元素的特征光谱以外，还有一种未曾见到过的明线。由此，他肯定这种明线表明了一种新的元素的存在。进一步研究后，他指出这是一种惰性气体氩（Ar）。从而，揭开了惰性气体研究新的一页。

化学研究中，还常常运用实际事物和理想事物之间的比较。

例如在研究化学热力学问题时，常常把实际气体和理想气体的性质相比较，在理想气体的公式中加一个校正系数γ_i，把Pi改为γ_iPi=fi，使公式适用于实际气体，同时通过比较建立起逸度（校正了的压力）和逸度系数概念。比较实际溶液与理想溶液的性质，用类似的方法建立实际溶液的公式和活度及活度系数的概念。另外，在研究反应过程时，经常是把实际过程与理想的可逆过程进行比较，这种比较方法的运用，在化学热力学中也有很大的意义。

任何比较都有其局限性。由比较所得的结果是相对的，不能绝对化。列宁说过："任何比较都不会十全十美，这一点大家早就知道了。任何比较都是拿所比较的事物或概念的一个方面或几个方面来相比，而暂时地和有条件地撇开其他方面。我们提醒读者注意一下这个大家都知道的但是常常被人忘掉的真理"。①

3.2 分类方法

所谓分类，就是根据事物之间的共同点和差异点，把研究对象区分为不同种类的逻辑方法。用比较方法确定了事物之间的共同点与差异点，再根据它们的共同点将事物归并为较大的类。根据差异点将事物划分成较小的类，以此将事物划分成具有从属关系的不同等级的系统，这就是分类。可见，分类是以比较为基础的。

在化学研究中，对大量的科学材料进行分类，是以事物的质的差别、事物的矛盾的特殊性为客观依据的。凡是归为同一类的化学物质或反应，它们必须在质上有共性，它们必须有相类同的矛盾特殊性，它们必须存在着质的联系。正如列宁所说的："分

①列宁全集，第423页，人民出版社，1959。

类应当是自然的，而不是纯粹的人为的即任意的。”①化学分类还必须以研究对象本身的某种属性或联系作为分类的标准。因为化学所研究的这些客观对象本身有多方面的属性，这些对象之间又有着多方面的联系，所以分类也有多种不同的标准。

化学的研究也遵循人类认识的一般规律。在化学研究中进行分类，有一个从现象分类到本质分类的过程。现象分类只以事物的外部标志或外在联系做为依据。本质分类，则要求把事物的本质特征或内部联系当做分类的依据。现象分类不能反映事物的本质，它有可能把本质上不同的事物归为一类。例如，氯、溴、碘等在结构与性质方面应属同类元素，但若从物态上进行现象分类，则它们会被分别归到气体元素、液体元素和固体元素这种不同的类别之中。因此，对于化学研究来说，最重要的是必须根据事物的本质特征，根据其内部联系来进行分类。化学史充分证明，化学的发展，经历了从现象分类到本质分类的发展过程。化学元素的分类，从古代的“四元素说”、“五行说”直到波义耳的元素说，都是现象分类。19世纪门捷列夫等人从元素的性质与原子量的关系上进行分类，就开始了本质分类，但这也只能算作初级本质分类。直到1913年，莫斯莱发现元素分类的内在根据不在于原子量，而在于原子内部的构造，这就跨入了更深刻的本质分类了。

化学分类方法，应符合一般分类方法的基本原则，即同一性原则，它要求任何一种分类方法，都必须根据同一个标准，并在整个分类过程中始终坚持，不能任意更换；相称性原则，它要求分类必须相应相称，避免分类的过宽或过窄；层次性原则，它要求分类须逐级进行。分类应根据自然界事物之间固有的层次关系

①列宁全集，第255页，人民出版社，1959。

逐级进行，不能越级任意划分。例如，对化学物质的分类，如果分为酸、碱、盐、有机物……，就显得非常混乱，犯了越级划分的逻辑错误。若按层次性原则，就应当先把物质分为元素与化合物，然后在化合物中再分无机物和有机物，最后再对无机物与有机物按一定层次逐级划分。

化学分类必须遵守这些原则，其中尤以分类的同一性原则为重要。因为只有坚持分类标准的同一性，才能保证不违背分类的相称性原则，进而实现分类的层次性。可见，这些原则之间具有着内在的紧密联系。

3.3 比较和分类方法在化学研究中的应用

比较和分类方法在化学研究中起着重要作用，它广泛地应用于化学的各门学科研究中。

分析化学始终离不开比较和分类的方法。可以说，分析的行为在于比较，分析的目的在于分类、鉴别。比较和分类的科学方法不仅推动着分析化学学科的建立，也使得学科内部的系统层次更深入更完善。

无机化学是在人们已经发现了多种元素并把它们进行比较与系统化，即元素周期律发现后，其理论体系才基本形成的。而在这过程中，任何元素的发现都归源于未知元素与已知元素的比较，比较的结果若发现他们不属于同类，则一种新的元素便被发现了。至1869年，63种元素已被人们相继认识，随之而来，其相互间的联系及规律性的理论——元素周期律便形成了。元素周期律在形成过程中，比较和分类方法起着显著的作用。人们在认识元素的同时，对化合物的认识也不断发展，并把它们比较而分为氧化物、酸、碱、盐等类，这时，无机化学已成为一门独立的学科了。

在化学元素的发现和无机化合物性质的研究上，比较和分类

的方法都起了一定的指导作用。

莱姆塞在运用比较方法发现了新元素氩后，认真地分析了氩的化学性质，并与其他元素比较，发现它的性质与相邻元素全然不同，这样比较，使他深信必然有另外一些尚未发现的元素与氩是属于同一类的，后来，他终于发现了氦、氖、氪等性质十分相似的惰性气体元素，比较的方法在这些元素的发现过程中，可以说起了某种认识论上的引导作用。

比较、分类的方法不仅可以发现新元素，还可以帮助人们去认识元素、化合物的性质。

60年代，加拿大化学家巴特列在研究氧和六氟化铂的作用时，得到了一种$O_2P_tF_6$的化合物，他发现P_tF_6带负电，O_2带正电，这就意味着O_2失去了电子，巴特列知道，使氧失去电子需要12.2eV的能量，十分不易。他马上想起了Xe，Xe失去电子需12.13eV能量，虽不易，却比O_2耗能还小，能否用P_tF_6夺走Xe的电子呢？通过对Xe和O_2失电子难易的比较结果，促使他进行了大胆而有趣的尝试。当他把P_tF_6和Xe的气体混合时，得到了一种稳定的略带黄色的化合物，这就是第一个真正的惰性气体化合物XeP_tF_6。XeP_tF_6的发现改变了人们对惰性元素的认识，为深入地研究惰性气体及其化合物开辟了新的道路，除了He、Rn以外，其他三种惰性元素的化合物相继合成出来了，惰性气体也被人们称为第八族元素。

在有机化学研究中，比较与分类方法指导人们去发现有机物质的内在联系及其规律，使知识系统化。

例如，对目前已经发现了400多万种有机化合物，如果没有一个明确的规律和分类系统，人们很难认识掌握它们，人们通常按其不同的特征进行分类。如根据碳干的不同可把有机物分为键状、碳环、杂环三大类；还可根据官能团进行分类，可分成卤化物、醛、醇、酮、羧酸、胺或酚等类型，如羧酸类化合物含有

$-C\langle^{O}_{OH}$（即 $-C(=O)OH$）基团，这就决定着这一类化合物具有共同的特性。它们都显酸性（强弱不同），都可与醇作用生成酯。其核磁共振谱有较大的δ值（10.5～12）等。也就是说，一定的官能团可以赋予分子一定的特性，官能团不同则导致物质的性质不同，我们只要知道物质含有哪些官能团就可以推断其性质，反过来，知其性质又可估测出其所含官能团，所以，按照所含官能团的不同把性质相似的有机物分为一类，找出各类化合物之间的内在联系，指出其发展中出现的分化和综合趋势，促进有机化学的发展。

综上所述，比较和分类的方法在化学中有着广泛的应用。正确、灵活地运用比较和分类方法，必能在化学科学研究中取得更大成效。

4　化学中的模型方法

化学研究中，普遍采用模型的方法。化学家往往依据实验结果和理论思维，得出关于分子结构、化学反应的种种理论构想，而这种理论构想往往是一种容易被人们了解的模型，如原子价、分子结构模型等。化学的发展，也包含着化学模型的演化和更替。可以说，模型方法是化学研究中一种十分重要的科学认识方法。

4.1　模型和模型方法

在自然科学研究中，对客观对象进行了一定的观察实验和所获得的科学事实进行初步的概括之后，常常要利用想象、抽象、类比等方法，建立一个适当的模型来反映和代替客观对象，并通

过研究这个模型来揭示客观对象的形态、特征和本质，这样的方法就是模型方法。被反映和代替的客观对象称为模型的原型。

模型一方面是对原型的因素、联系、结构、功能等加以简化，因而在一定程度上特别在细节上和原型不一致；另一方面它又在本质上与原型的因素、联系、结构、功能保持一致或相似，因而能代表原型，从模型出发能够得到关于原型的信息。

模型方法的优越性在于，它能简化和理想化地再现原型的各种基本因素和基本联系，略去次要的、非本质的细节，能使研究者充分发挥想象、抽象和推理能力，将从原型获得的信息重新加以组合，形成新的图形的、符号的或概念的模式，建立起一定的模型。这样就能突破人们感官的界限和时空的局限性，帮助研究者在思维中把握原型的内在机制、再现宏观水平上，甚至微观和宇观水平上的事物的联系和运动。同时，模型方法使用符号或平面的或立体的图式能使人一下子获得整体映象，并从整体结构上再现原型各要素之间种种联系，从而使构成创造性思维的重要因素——想象，能具体发挥作用。例如，当代著名化学家鲍林（L.Pauling）在研究蛋白质分子结构时，就曾巧妙地利用折叠纸做的立体模型，充分发挥想象力，突破语言的限制，形象地表现出蛋白质分子的立体结构，取得成功。这样利用形象模型，抓住原型的基本结构问题，进行深入研究而导致成功的事例，在科学史上是常见的。

4.2 化学模型的特点

19世纪初随着原子—分子论的建立，逐步形成了关于物质构造的原子—分子—宏观物体三个层次的概念。化学研究的主要对象是分子，是分子的组成、结构、性质和相互转化。由于人们一般地不能“直接”看到分子，必须利用一定的思想模型来把握分子的组成、结构、性质和变化规律。所以化学中最重要的模型是

分子模型及反映分子转化过程即化学反应的动态模型。化学中的其他模型，如官能团模型，化学键模型、反应速度理论模型、溶液模型等，都与这两类基本的化学模型有密切的联系。

设计和建立模型不仅要有大量精密的实验材料和丰富奔放的想象力作为前提，而且需要已知的科学原理和明确的理论观点为指导，并且离不开逻辑思维方法的运用。卢瑟福提出他的原子结构模型，就是在原子有内部结构这个明确的科学观念指导下进行的，而这个观念的产生是以已知的关于元素周期律、放射性、电子的背景知识和电磁理论为依据的。

化学模型作为思想模型，还包括形象模型和符号模型两种方式。形象模型的特点是以一定的形象或图像反映原型的结构、性质和机制。反映原型结构的形象模型不仅从整体上看与原型有一定的相似关系，而且构成模型这一观念系统的元素与构成原型这一物质系统的相应的元素也有某种相似关系，模型好像是原型的简化的图画。例如，原子的行星式结构模型，化学中氢原子轨道角度分布图，各种化学键模型，反映晶体结构粒子空间分布模型，液体和溶液的结构模型等。

符号模型的特点是用专门的符号表示原型的元素及其相互作用关系。因此，符号模型的元素与原型的元素不具有相似性，符号的选择不是以相似性为前提，而多少取决于使用的方便，而且是约定俗成的。只有对于了解符号含义的人，符号模型才有用处。化学模型中符号模型占有突出地位。例如，以化学符号系统表示的各种模型（如分子式、结构式、反应方程式等）就是符号模型的典型例子。虽然符号模型的元素与原型的元素没有相似性，但符号模型与原型之间仍存在相似性，这是由于建立符号模型时要以符号在一维、二维或三维空间的有序分布，反映、再现原型的相应元素的有序分布。所以符号模型与原型之间仍存在着相似性，否则它就不成其为模型了。

化学模型中，结构化学模型是最主要的。

4.3 结构化学模型

结构化学中的模型主要用来反映、再现物质的化学结构。物质化学结构的基本内容包括两个方面：一是分子或晶体内粒子（原子、离子、分子）在空间的分布；二是这些粒子之间的相互作用，特别是原子（或离子）之间的强烈作用，即化学键。这两个方面是密切联系着的，因为粒子在空间的分布是粒子间的吸引和排斥作用决定的，而粒子间的作用力又随它们在空间的距离而改变。

化学结构模型的发展和演化过程，大体上可分为三个阶段：（1）19世纪以经典结构式为代表的经典化学结构模型；（2）1916年建立的化学键的电子理论模型；（3）以量子化学和X射线晶体学为基础的现代结构化学模型。

4.3.1 经典化学结构模型

经典化学中至今仍被广泛使用的分子模型是经典结构式。它属于符号模型，其中用了两类符号：一类拉丁字母表示的化学元素符号，每个元素符号代表分子中该元素的一个原子，利用这种符号表示分子中所含原子的种类和数量；二是用短线表示的价键符号，利用它们表示分子中原子相互结合的次序和性质。

经典结构式作为现实的分子的思想模型，是人们在经典化学的认识水平上关于分子结构的理性观念的直观表示。这种观念主要包括以下几点：原子是构成分子的要素；每种化学元素的原子都有一定的原子价；相邻原子各出一个原子价单位形成一个价键单位；一对相邻原子间可以有一个、二个或三个价键；所有的原子价都被互相饱和，即都被用于成键；分子中的原子通过价键按照一定次序相互联接。但是，原子价和价键作为科学概念，并不是真实分子结构的简单模写，而是对分子中原子的相互作用的科

学抽象。所以经典结构式是以大量实验材料为依据进行科学抽象和想象的产物，是对分子本质属性相对正确的反映。

正由于经典结构式和真实的分子客体之间存在着这样的反应关系，人们才能把前者（模型）作为后者（原型）的替代者来加以研究，以获取关于后者的新的知识。例如，推算异构体的数目，分析分子中原子之间的相互影响，预测分子和其他分子发生化学反应时的可能产物或预测分子的重建方式等。经典结构式这种模型出现之后，立即成为一个有力的思维工具，大大促进了化学研究的发展。

4.3.2 化学键的电子理论模型

经典结构模型中作为价键符号的短线代表什么，一直是人们关注的。1913年玻尔原子模型建立以后，化学家开始试图用原子和分子中电子的行为来说明价键的特性，提出了两种互相补充的化学键的电子理论模型。首先，柯塞尔（W. Kossel，1888—1956）于1916年建立了电价键模型。接着，路易斯（G. N. Lewis，1875—1946）于1916年和朗缪尔（I. Langmuir，1881—1957）于1919年提出并改进了共价键模型。

柯塞尔模型的基本内容是：①采用玻尔的原子模型。每一稳定的电子层结构是惰性气体原子外层的八电子结构。②典型非金属原子易获得电子，典型金属原子容易失去电子，然后形成为具有稳定电子结构的正、负离子。③正、负离子靠库仑引力结合成稳定的化合物。柯塞尔的模型成功地解释了诸如 NaCl、KCl、CaO等化合物的结构。

柯塞尔模型对单质和非离子化合物如H_2、N_2、CO_2等不能解释。路易斯1916年发表的论文中，认为两个原子可以共享电子以达到稳定的八电子结构（他称之为“八隅体状态”）。1923年路易斯进一步提出“电子对”概念，认为不同元素的原子或相同元素的原子生成化合物或单质时，彼此之间可以共享电子对而达

到"八隅状态"。

以上两种化学键模型和理论在本质上是一致的，是互相补充的。它们都是以玻尔原子结构模型为前提，从电子层次上解释了化学键的概念。阐明了经典结构式中短线的意义及原子价的本质和饱和性等概念，对无机化合物和有机化合物的结构给予了协调一致的说明。

4.3.3 现代结构化学理论模型

量子力学于1924—1926年问世以后，它的原理和方法很快被用于研究化学问题，于是产生了现代的化学键模型和理论。

1927年海特勒（W.Heitler）和伦敦（F.London）对氢分子中的共价键应用量子力学原理和近似方法微扰理论进行计算，算得的能量和核间距数值与实际结果相近，取得了成功。30年代初鲍林和斯莱特（J.C.Slater，1900—1976）发展了海特勒和伦敦的方法，提出了他们的价键理论模型。价键理论认为，形成共价键的电子只限于两个相邻原子间的小区域内运动，单键、双键、三键分别有二个、四个、六个电子在运动。这个模型简单直观，与化学家关于价键的传统观念很接近，很快就被化学界所接受。为了解决价键的方向性问题（例如碳原子的四个等效的单键指向正四面体的四个顶点），鲍林等人提出杂化轨道理论模型，其中包含着最大重叠原理的重要思想。这个模型成功地解释了大量化学实验资料。为解释分子磁性等问题，又提出分子轨道理论模型。这是洪德（F.Hund，1896—　）、莫立肯（R.S.Malliken，1896—　）和伦纳德—琼斯（J.E.Lennard Jones）等人所建立的。这一理论模型认为，在分子中已消失了原子的个性，形成共价键的每个电子不是只局限于两相邻原子间的小区域内运动，而是在分子中所有的原子核和所有其余电子的平均势场中运动，其运动状态用单电子波函数进行描述。这种单电子波函数称为分子轨道，它可近似地用原子轨道组合而成。分子轨道能

圆满地说明共价键的饱和性和方向性。30年代中期，应用分子轨道理论解决了价键理论所无法解决的一些问题（如苯分子的结构、氧分子的磁性和结构等），并且提出单电子键、三电子键等新的模型，能有效地处理多原子的π键问题，解释诱导效应、离域效应等。

分子轨道模型和方法用于研究化学反应过程的规律，也取得了很重要的成果，60年代福井谦一（1918—　　）等人应用模型方法，提出了前线轨道概念，并发展为前线轨道理论。同时，伍德瓦德和霍夫曼应用分子轨道理论模型和方法研究化学反应，发现了分子轨道对称守恒原理。福井谦一和霍夫曼由于上述贡献共同获得了1981年诺贝尔化学奖，他们的理论被评价为：人们“认识化学反应过程的发展道路上的里程碑”。这反应了分子轨道理论模型和方法已经由对静态分子的研究发展到对化学反应进行研究的阶段。

化学模型还包括化学热力学和化学动力学模型，这些模型都是属于思想模型，它们对于研究化学反应的机理和过程是十分重要的。另外，理想模型（如理想气体、理想溶液、理想晶体等）在化学研究中亦有广泛应用。

5　化学中的逻辑推理方法

在化学研究中，除了运用观察和实验、比较和分类等感性的和理性的认识方法以外，还要应用归纳、类比、分析、综合等基本的逻辑推理方法。这些逻辑推理方法对于化学家是不可缺少的思维工具。

5.1　归纳方法

归纳推理方法，就是从实验和观测的事实材料、实验数据出

发，得出理论性的一般结果或规律，即从个别到一般的推理方法。

归纳法按照它概括的对象是否完全，可分为完全归纳法和不完全归纳法。

完全归纳法是在某些类似物的全体对象无一遗漏的情况下，归纳概括出结论的推理方法。在有机化学中研究乳酸的化学性质时，分别对左旋乳酸、右旋乳酸和外旋乳酸的化学性质进行研究，发现它们的化学性质基本相同。从而归纳出乳酸的化学性质。这就是完全归纳法。

完全归纳法是必然性推理，这一方法是在考察了某类事物的全部对象，发现它们皆具有某种属性之后才作出的归纳，所以得出的结论就确实可靠。完全归纳法的结论虽然正确可靠，但是它没有超出前提所限定的范围，不能得到新的知识。

在科学研究中，很少能做到完全归纳，我们经常是和无限打交道，因而只能根据部分对象具有某种属性而作出概括，这就是不完全归纳法，它是一种偶然性推理，但结论不完全可靠。

为了获得可靠的结果，人们在归纳过程中，就必须同时运用演绎、分析、综合等方法，这种建立在科学分析基础之上的归纳法，就是科学归纳法，它仍属于不完全归纳法。在科学归纳法中，有一种常用的判明因果联系的归纳法，这是一种对经验科学十分有用的方法。它根据因果规律的特点，在前后相随的一些现象中，通过某些现象的相关变化，如同时出现，同时不出现或同时成比例地发生变化等事实，归纳出现象之间的因果联系。

判明因果联系的归纳法包括求同法、差异法、共变法、求同差异共变法和剩余法。我们就不一一列举，仅就剩余法而言，居里夫人（M.S.Curie，1867—1934）发现镭，就是用了剩余法。她已经知道纯铀发出的放射线的强度和一定量的沥青铀矿所含的纯铀的数量。但是，她观察到一定量的沥青铀矿发出的射线强度

要比它所含的纯铀所放出的射线强度大得多。由此，她推理得出沥青铀矿中一定还含有其他放射性极强的元素。经过艰苦的工作，终于作出了在化学史上有重大意义的贡献，即发现了镭。

一般讲来，不完全归纳法所考察的对象越多，得出的结论可靠性越大；观察的对象越少，得出结论的偶然性成分大，可靠性就越小。但使用科学归纳法，只要前提正确，对事物的分析也是正确的，确实抓住的对象与属性本质联系，结论是必然正确可靠的，考察的对象、数量可以不必很多。这就是不完全归纳法作为科学研究重要手段的根据。

科学研究中归纳法是从特殊认识一般的不可缺少的方法。科学的发展一般是由经验阶段进入理论阶段，由特殊的认识进入到一般的认识的过程。归纳法把大量的经验材料经过分析整理，提高到理性认识阶段，把若干特殊的理性认识变为一般的理性认识。因此，掌握归纳法对于科技工作者是十分重要的。近代化学的创始人道尔顿在一次演讲中指出："在研究过程中我发现一些新的重要事实和资料，并把这些事实归纳为定律。这些定律如果能够成立，在化学方面无疑将产生极其重要的变化，将使整个化学成为一门非常简明的科学，连最普通的人都能理解。"①归纳法正是从经验事实中找出普遍特征的认识方法。

归纳法不仅是一种认识方法，它对科学实验也有指导意义。在科学实验中，人们为了寻找因果联系，常安排一些重复性实验，即在人为地改变某一条件下进行对照实验，以便考察实验条件与结果是否有因果关系。利用归纳法指导实验，能使实验以简明、确定的方式表现出事物因果联系，为我们提供可靠的经验材料，为合理安排实验提供逻辑根据。

① 译自The New Encyclopedia Britannica，原载Memeogical Observations and Essays, 1799.

但是，由于人们无法穷尽同类事物的全部属性，因而作出的结论不是完全可靠的，即归纳得出的创新结论还有赖于实践的进一步检验。正如黑格尔说的："归纳推理本质上是一种尚存疑问的推理。"① "以最简单的归纳方法所得的最简单的真理，总是不完全的，因而经验总是未完成的。"② 因此，从逻辑的角度上说，归纳法得出的结论只能表示可靠结论存在的概率，而不能明确结论的存在。显然，在化学科学高度发展的现代，研究中单一使用归纳法是不行的，必须辅以其他逻辑思维方法，其中之一便是演绎方法。

5.2　演绎方法

演绎推理方法，是指从一般规律出发，运用数学的演算或者逻辑的证明，得出特殊事实应遵循的规律，即"从一般到特殊"的逻辑推理方法。演绎推理是一种必然性的推理。只要推理的前提是真实的，推理形式是合乎逻辑的，那么，推理结论也必然是真实的。

演绎推理的主要形式是直言"三段论"，由大前提、小前提、结论三部分组成一个"连珠"。大前提是已知的一般原理；小前提是研究的特殊场合；结论是一般原理应用于特殊场合所得出的新知识。

例如，放射性元素原子核在β衰变中，出现"能量亏损"现象，怎样解释这个现象呢？泡利（W.Pauli，1900—1958）在考虑这个问题时，运用演绎方法，推断出这是一种尚未发现的粒子引起的，这种粒子静止质量为零，不带电，同周围物质的相互作用很弱，因而难于测出，所谓"亏损"的那部分能量就是被它带

①恩格斯，自然辨证法，第205页，人民出版社，1971。

②列宁全集第38卷，第191页，人民出版社，1959。

走的。费米（E.Fermi，1901—1954）后来用这个结论成功地解释了原子核的β衰变现象，并给这种粒子取名“中微子”。科学学经过几十年的实验和观察，证实了泡利的预言。

从分析的角度看，泡利当时的推理过程可能是这样的：

大前提：能量在转变前后是守恒的；

小前提：β衰变是一种能的转变；

结论：β衰变前后，总能量也是守恒的。

既然β衰变前后总能量守恒，而电子带走的能量小于衰变前的能量，那么，其余的那部分能量一定被一种尚未知道的中性微粒带走了。

上述的直言“三段论”属于演绎推理的简单判断推理。这种推理形式尽管广泛地应用于科学研究中，但对于复杂多变的事物它是远远不够的，这就需要借助于另一种推理形式，即复合判断推理，它是以假设作为演绎推理的前提。运用复合判断推理，俄国有机化学家布特列洛夫(A.M.Ъутлеров 1828—1886)假设：有机化合物化学性质与其化学结构之间存在着一定的依赖关系。由此可以演绎出两方面的结论，一是依据分子的化学结构可以推测出它的化学性质；另一是可以依据其性质及化学反应而推测分子的化学结构。①这样，人们就有可能用化学方法认识和确定有机化合物的化学结构。根据这种观点，布特列洛夫曾预言并成功地合成了一些有机化合物，如三甲基甲醇、异丁烷等。

演绎法不仅可以使人们的原有知识全面化和系统化，而且也能够作出科学预见，为新的科学发现提供启示性的线索。使科学沿着正确方向前进。法国化学家布瓦博德朗（P.Boisbaudran，1838—1912）发现金属元素“镓”并将其结论公开发表。门捷列夫看后，写信给布瓦博德朗，指出金属“镓”的比重不是4.7，

①化学简史编写组，化学发展简史，科学出版社，1980。

而应该在5.9至6之间。布瓦博德朗进一步测定"镓"的比重，果然发现"镓"的比重是5.96而不是4.7，完全证实门捷列夫的结论是正确的。门捷列夫为什么能够作出这样惊人的预言呢？这是门捷列夫根据他的元素周期律演绎推理的结果。运用这种方法，他还预见到锗、钪等当时尚未发现的新元素的存在，并预测了这些新元素的性质。门捷列夫说过：只有通过从规律中推出结果（没有规律就不可能也不能期待结果），并且在经验检验中证实这些结果，才能得出这些规律。因此，在提出周期律之后，就可从这一规律中推出这样一些逻辑结果，它们能够表明这个规律是否正确，没有这一试验方法就不能肯定任何一个自然规律。

演绎方法尽管在科学认识中的作用很大，但也有局限性。应当看到演绎不是获取知识的唯一方法，作为演绎出发点的公理、定律、假说都是运用其他认识方法的结果。如果囿于传统习惯，机械地套用"三段论"，就可能得出错误结论。比如，拉瓦锡观察到一些酸均含有氧，就得出结论：凡是酸必须含有氧。那么，按照这个大前提进行演绎推理，盐酸（HCl）、氢氟酸（HF）不含有氧，所以它就不应该是酸，而事实上它们确实是酸。因此，"三段论"只要一个前提不真实或不完全真实，结论就会不正确。所以，孤立的演绎本身不能保证结论的正确。

5.3 类比方法

在形式逻辑中，类比是指同类或相近的事物之间的比较。类比方法是从两个或两类对象有某些共有或相似属性，推出一个对象可能具有另一对象所具有的属性。它是一种从个别到个别或从特殊到特殊的一种逻辑推理方法。

类比方法不同于从特殊到一般的归纳方法，也不同于从一般到特殊的演绎方法。归纳法脱离了对大量特殊事物的观察分析，就无法归纳；演绎法脱离了从大量特殊事物中抽取出来的普遍法

则，也就无从演绎。而类比方法是在两个（类）特殊事物之间进行分析比较的方法。当事实材料比较少或发现的新事物与原有理论发生根本矛盾，归纳法或演绎法不能充分发挥作用时，类比方法往往可以完成从“特殊到一般，一般到特殊”这个完整的逻辑过程。由于这一特点，在探索科学前沿和边缘科学时，由于科学资料少，就可以采用这一寻求特殊事物之间联系的方法。如，卢瑟福将太阳系结构与原子结构类比得出的“原子行星模型”，成为人类认识原子结构的相对真理，开创了原子化学的研究领域。又如，根据丹麦物理学家玻尔(N.Bohr，1885—1962)等人的原子模型，惰性气体原子最外层电子层恰好填满了8个电子，它就不能与别的原子化合。但是，根据量子力学理论，泡利预言氙可以生成XeF_2。后来终于得到证实。

类比方法是一种很有价值的思维方法，在科学发展史上，它发挥过重要的作用。

（1）科学假说的提出，类比方法占有特殊地位

假说是科学理论发展的形式，假说是在旧理论不能解释新事实时提出来的。科学家把新生事物同已知事物类比，从中得到启发或解决问题的线索，提出一个新的理论出发点，并由此演绎出一套理论作为假说，留待实践作验证。因此，类比方法最适合从事探索性的科学研究活动。

物理化学家范霍夫（J.H.Vant Hoff，1852—1911）在研究溶液渗透压时，发现渗透压与溶液的浓度成正比，而在指定浓度下，它又与绝对温度成正比；他敏锐地想到这可与理想气体方程（$PV=nRT$）相类比，从而得出渗透压公式$PV=iRT(i>1)$推动了当时关于溶液理论的研究。

（2）类比法是模拟实验的逻辑基础，模拟的知识能够推移到原型上去的逻辑根据就是类比

模拟实验是因受客观条件限制而不能直接进行试验的情况下

所采取的间接试验方法。人们通过模型与原型类比，由模型实验的结果来推论原型。美国科学家米勒（Miller.S.L.1930— ，美）在1953年模拟原始大气，探求生命起源奥秘的火花放电模拟实验，为我们提供了几十亿年前，原始地球上合成有机物的生动图景，就是一个成功的尝试。在原子结构理论的研究中，卢瑟福的学生玻尔受其老师关于行星模型的启发，也以类比法形象地用电子轨道描述电子的运动，提出了“玻尔模型”，促进了量子化学的发展。

（3）类比方法可以启发思路，提供线索，获得重要的科学发现

1894年威尔逊在涅维斯山看到一种云雾奇景，受到很大启迪。一年后他便在实验室中开始模拟这种奇景，终于创造出了用来记录核子踪迹的实验装置——威尔逊云室，成为现代实验物理学的最重要的工具之一。

有机化学中的腈酮缩合就是受到羧醛缩合的启发，类比于羧醛缩合，得以发现。又如一系列磺胺噻唑、磺胺嘧啶、磺胺胍等药物，就是类比与磺胺结构相似的特点，推测用磺胺合成方法也能合成出这些药物而获得成功合成的。

应当指出，类比所得的结论不一定可靠，不能给认识直接提供可靠的必然性结论。在运用类比法时，注意和其他思维方法配合使用，如与归纳、演绎等综合使用，会取得更好效果。一般地说，在一个研究领域的开拓时期，类比法的作用比较突出；在这个领域经验材料大量积累起来时，归纳法就大有用武之地；而这个领域已经成熟．一般原理和理论体系已经确立之后，演绎法的作用就比较明显。

6　化学研究中的假说方法

从科学方法论的意义上来说，所谓假说，可被理解为对于事物的现象及其本质、规律或原因的某种推测性的说明方式。原则上，科学中任何需要经受检验的陈述，都可称为假说；化学假说也不例外。

对于假说在科学研究中的地位、作用和形成过程，恩格斯曾给予了简要的评述。他指出："只要自然科学在思维着，它的发展形式就是假说。一个新的事实被观察到了，它使得过去用来说明和它同类的事实的方式不中用了。从这一瞬间起，就需要新的说明方式了——它最初仅仅是以有限数量的事实和观察为基础，进一步的观察材料会使这些假说纯化，取消一些，修正一些，直到最后纯粹地构成定律。"①

随着化学从收集材料转向整理材料（始于18世纪与19世纪之交），化学开始走进了理论领域，它越来越成为一门"思维着的科学。"也正是从这时起，化学越来越需要假说的方法。因为只要化学在思维着，它的发展形式就是化学假说。

6.1　化学假说的形成

化学假说的形成是一个复杂的思维过程，它的发展历程主要包括三个阶段：提出假说；由假说推出结论（推论）；验证结论（推断）。

化学假说形成和发展的基础在于实验事实；产生和发展的动力在于解决实验事实与旧理论的矛盾。化学假说作为一种思维形式，它是逻辑思维和非逻辑思维（如想象、直觉等）相结合的产

①恩格斯，自然辩证法第218页。人民出版社，1971。

物。

苯分子的环状结构假说的提出就是一例。凯库勒有丰富的想象力，一次他正打瞌睡，忽然梦见碳原子的长链像蛇一样盘绕卷曲，突然咬着自己的尾巴，形成环状。他从梦中得到启发，“蛇”在凯库勒思维中起了“触媒”的作用，使他在探索苯分子结构中产生了新的联想和类比，打开了一条新的思路，导致了苯环假说的提出。它最初虽有非逻辑的直觉意义，但最终还是有实验根据的。形成化学假说，一般应满足以下条件：

（1）假说应尽可能同业已确定的化学事实或化学原理不相矛盾，即应该解释它所论及的整个现象范围。以杂化轨道假说为例，它承认碳原子基态电子组态是$1s^2 2s^2 2p^2$的实验事实，因而与业已确定的科学事实是吻合的。杂化假说在利用激发、杂化、价态等概念解释原子相互作用的成键过程时，遵循价键理论关于电子配对和电子云最大重叠的原理，因而与业已确定的科学原理是一致的，甚至可以认为原子轨道杂化是量子力学中态的叠加原理的逻辑延伸。应当指出，假说与已知结论的矛盾，并非总是看作是假说的不可靠性的标志。化学史上有过这样的例子：为了确定假说，需要重新审查结论；问题在于假说通常被用来与已知结论相比较时，后者却可能是错误的。当门捷列夫提出元素周期律并阐明了当时化学上已知的大多数事实（关于化学元素，它们的原子量和其他属性的知识）都较好地符合这个规律时，正是这种情况。其表现之一是当时若干已知元素的原子量并不符合周期律。门捷列夫坚信他提出的假说的真理性，他认为已知结论与规律之间的偏离应当由化学家在确定原子量时的错误中得到说明。这表明需要对某些元素的原子量重新进行准确的测量，这样才能得出与周期律完全一致的结果。例如，铀的原子量原来认为等于120，周期律则要求是240，而重新测定值为238。铍的原子量原认为13，周期律要求9，重新测定为9.0122。由此可见，假说应

当同准确的和已经很好地被检验过的事实相符合而不矛盾。

（2）假说应有可检验性。假说是对某一尚未直接观察到的现象的基础的假定，只有靠和从中引出的结果的实验加以对比才能检验。若其结果不能由实践检验，就意味着假说的不可检验性，即，这种假说的提出是不符合条件的；若相反的话，则该假说的提出是符合要求的。例如，拉瓦锡提出的关于燃烧的氧化说，其四个断定命题都具有可检验性，因为可以通过观察和实验的有限操作步骤对命题的真伪作出判断。

（3）假说的各命题应是相容的。假说一般是由多个命题组成的知识体系，这些命题提出时应在形式逻辑意义上彼此相容而不能彼此否定，即具有相容性（又称形式逻辑上的不矛盾性）。例如，道尔顿的原子假说可以概括为三个在形式逻辑意义上不相互否定的命题：其一，化学元素由非常微小的、不可再分的物质粒子——原子组成，原子在所有化学变化中均保持自己的独特性质。其二，同一元素的所有的原子，各方面性质，特别是重量，都完全相同。不同的元素的原子重量不同。原子的重量是每一个元素的特征性质。其三，不同元素的原子相结合时，符合最简数值比法则。

值得指出的是，在这里不仅原子假说的命题之间在形式逻辑意义上是互不矛盾的，而且针对道尔顿原子论和盖·吕萨克气体实验定律相悖而提出的分子假说，也与道尔顿原子假说存在着形式逻辑上的一致性。

（4）假说应该简单，它不应该有任何多余的、主观的东西，亦不应该有任何不按客体本来面貌去认识客体的任意假定。这就是要求假说的陈述力求简单、明确和经济，以便人们能用最合理、最简单、最清楚的方式进行思维，去解释一定对象领域内所有已知的事实。

6.2 假说在化学研究中的作用

鉴于假说是根据一定的事实材料和理论知识，对研究对象未知性质和规律的一种推测，所以它既包括已知知识，又包括据此而推测得到的未知知识。因此，假说具有科学性和假定性相结合的特点。假说在化学研究中有其特殊的作用。

6.2.1 解释作用

化学假说一方面是对以往化学经验事实的总结，另一方面又是对化学未知领域的一种新的探索。因此，对于化学现象它能提供新的说明方式。这种解释作用一般在涉及研究化学现象和产生这些化学现象的内部机制之间的联系时，表现得尤为明显。

例如，道尔顿以科学原子假说（又称化学原子论）对当量定律、定组成定律、倍比定律作了说明。而阿佛加德罗的分子假说对盖·吕萨克的气体实验定律和道尔顿原子论之间的矛盾作出了解释。鲍林则以他的杂化轨道假说和共振假说分别对“碳价疑难”和“结构疑难”作出了解释，等等。

6.2.2 启发作用

在探索化学未知领域的过程中，某种新的化学假说发人深思，就能引导人们在这一方向上继续进行研究；而为了在实践上验证这一假说，就对观察和化学实验提出了新的课题，为新的观察和化学实验提供新的意图、目的和方向，从而导致一系列科学新成果的产生。

阿佛加德罗的分子假说为分子量的实验测定提供了启发性的帮助。康尼查罗就是在分子假说的启发下，根据气体密度测定了氢、氧、硫、氯、溴、砷、汞等单质和水、氯化氢、醋酸等化合物的分子量；在分子假说的启迪下他还发现，即使尚不知道物质的组成如何，也可测定该物质的分子量。

6.2.3 深化作用

同一类化学现象的多种不同的化学假说，甚至对立的化学假说之间的相互论争，有助于揭示各种假说中存在的问题，并相互补充乃至发展出新的化学假说，从而有利于在化学实践的基础上，使人们对化学现象的认识不断深化。

为了解释许多元素的原子量接近整数这一现象，1815年，英国的普劳特（W.Prout，1785—1850）提出一个假说，认为一切元素都由数目不同的氢原子构成的。但是，贝采里乌斯和比利时化学家斯塔司对普劳特假说持否定观点。他们在精确测定很多元素的原子量（如氯为35.5）后发现，它们并不是氢原子量的整数倍。到了1912年，人们发现了同位素，认识到元素的同位素原子量各不相同，但都恰好是氢原子量的整数倍；一系列研究结果表明，那些原子量不是氢原子量整数倍的元素都由两种以上的同位素混合而成的。因此，从根本上看，各种元素可以说是由氢构成的。这样，普劳特假说被复兴了，并有了更为深刻的意义。1927年，英国的阿斯顿（F.W.Aston，1877—1945）发现某些元素的原子量比普劳特假说估计的结果稍轻或稍重些。这些偏离称为"敛集率"，它是元素稳定程度的一种标志。这种根据现代科学成果而加以修改的普劳特假说，可以用来说明原子结构中许多复杂现象，具有重要的理论意义。

假说在化学研究中的这些作用，实际上体现了假说所特有的有效性。而这种有效性的基础则在于其客观真理性。

6.3　化学假说的验证和发展

一般来说，验证化学假说有两条基本途径，一是实践（主要是实验）验证，二是逻辑验证。元素周期律假说的验证就是实验验证和逻辑验证结合的范例。一方面，门捷列夫根据元素周期律假说的基本观点（按原子量大小排列的元素呈现出性质上的周期性变化；元素的原子量可借相邻各元素的原子量来校正等），利

用演绎法先后对铟、铀、铈、钇、镧、钍、铍、铂等元素的原子量提出修正或预言，并且得到了实验测定结果的支持。例如，当时公认铟的原子量是75.6，是二价元素（因为它往往与二价锌共存），它似应排在砷和硒之间。但是，根据元素周期表，砷和硒之间已没有空位。门捷列夫根据氧化铟与氧化铝性质相似的实验事实，提出铟是三价元素（这里用到了类比法），原子量为113.4,应排在镉和锡之间。这个由元素周期律的基本观点演绎出的可检验的结果，最终得到了实验的确证（实验测到铟的原子量为114.3）。

另一方面，门捷列夫还根据元素周期律的基本观点演绎出三种未知元素的存在；并分别定名为“类铝、类硼和类硅”。尔后实验发现的镓、钪和锗使这种预言得到了验证。我们若将门捷列夫对未知元素性质的预测和实验结果加以对比，可以清楚地展示出元素周期律假说所作演绎结果的高度可检验性。

假说在验证中发展，假说又在发展中得到验证。化学假说的验证和发展之间的关系是十分密切的，以致可以把假说的验证过程本身看成是假说的一种发展。

元素周期律正是通过上述验证过程才从假说转化为理论，这种转化（即质变）的标志是门捷列夫根据元素周期律作出的关于镓、钪、锗的预言得到了实验的肯定性验证。从假说自身的发展来看，导致这种质变的重要因素之一是元素周期律结构体系的日臻完善。

可见，化学假说能发展和转化为化学理论，就是由于化学假说具有一定的科学性和系统性，它本身就是一个科学系统，是可以转化成化学理论的体系。化学理论体系的建立，往往是以化学假说作为实践和理论之间的中介环节而建立起来的。

同时，化学假设具有推测性和论证性，化学假说在转化成化学理论时，是通过一系列的概念、判断、推理和证明等思维形式

所组成的逻辑体系或知识体系的。它表现为一系列概念的形成（如原子、分子）和规律（如元素周期律）的发现，这些概念而和规律又近似符合客观实际。

我们说任何科学理论都能不同程度地反映客观世界的面貌、预见未来，指导实践，这也是科学理论重要特性之一。而提出化学假说仅是一种手段而不是目的，只有将化学假说转变成化学理论才是目的，化学的发展证明，这个目的能够达到。

7 化学前沿中的方法论问题

20世纪化学化工的发展最突出地表现在化学研究突破了19世纪静态的研究方式，深入地研究了化学反应过程和反应机理；其次，对化学结构的研究深入到微观领域，现代手段把结构和性质联系起来加以探讨，对各种化学物质微观结构的联系和转化，在理论上和实践上都进行了深入地研究，这种研究的直接结果导致了一系列的有实际意义的新材料的合成；第三，化学研究的成果。已向各种科技领域广泛地渗透，尤其向生物学的渗透更为引人注目，化学生物学或生物化学成了当代科学革命的一个关键领域，这一领域的成果，直接促进了化学生物学、化学心理学的产生和发展，并取得了有重要意义的成果。

不少人认为，化学结构、化学过程、化学与生命，是当代化学研究的前沿，在这些前沿领域，学者们进行研究时，除了继续使用传统的研究方式以外，还采取了一系列的新方法。在这些新方法中，包括着许多有启发性的科学思想和认识论问题，下面对这些问题作些初步的探索。

7.1 结构化学研究方法的进展

现代化学对微观化学结构和过程的研究，采取了一系列新的

仪器实验手段，如光谱、能谱、x射线衍射、极谱、质谱、穆斯堡尔谱等，用不同的检测手段所得到的结果形式，相差很大。这就需要对这些结果形式进行系统地综合分析研究，靠理论思维来把握微观结构的式样。沃森和克里克之所以能超过前人，首先提出DNA的双螺旋结构，在诸多的原因中一个十分重要的原因，就是他们善于把对DNA探索的大量间接结果用理论思维进行精辟地概括和提炼，最后得出“双螺旋”的结论。

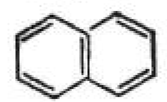
当代探索微观结构的各种探测手段和操作方式所得出的结构有巨大差异。不仅是用不同的手段（如各种不同的谱）从不同的侧面去探索会出现差异，就是用相同的手段从同一侧面去探测，由于操作程序的微小变化、操作技能的微小差异、仪器功能的差异等等，也会引起结果的不同。原因就在于，对微观结构和过程的探测要通过探测者、仪器和操作程序、化学微观客体，这三者相互作用来实现。

对化学物质微观结构的探测，和直观的实验之间，是有差异的，这是因为探测的结果是仪器和微观化学结构相互作用的综合结果，而不是微观结构的“自然状态”，而一种仪器或一种操作往往只反映微观化学物质的某一侧面（如质量、能量、运动状态、信息等），所以需用多种手段从不同的侧面进行研究，最后再对结果进行综合研究，从而才能把握微观化学结构的“自然状态”，因此，对微观化学的研究，更需要理论思维。因为研究微观化学结构的间接性决定着把握微观结构的真实“自然状态”，需要用人的头脑来完成。

从下例中，可以看出当代化学微观结构研究的特点。在目前条件下，电子显微镜无法让我们看到单个原子，更难以直接看出原子结合成分子的关系，但是它可以让我们观察到物质的微细结构。这样，通过对电子显微镜照片进行分析和研究，并与其他多种结果（化学性质、物理性质、仪器分析结果、化学定量定性结

果）相比照，用辩证思维进行分析、判断和推理，从而可确定化学物质的微观结构。

例如，用电子显微镜拍得的萘（$C_{10}H_8$）的照片，单单从这个照片上，人们一下子很难看出它是什么，但是如果仔细分析，可以发现是8字型互相重叠的结构，如果再与我们已经了解的其他知识相联系，就可以得出萘的结构式：



电子显微照片和它的结构式，究竟哪个更真实地反映萘的"自然状态"？从根本上说，二者都是萘的存在状态的反映，但一个是相互作用的结果（照片），一个是模型（结构式），都和真实的"自然状态"有一定距离，从科学研究和科学认识的合理性上考虑，二者综合起来，是更为合理的。

如果我们不是用电子显微镜照片去分析和探测化学物质的结构，而是用x射线散射，这样我们只能得出微观化学物质的一个"密度图"，这种"密度图"和电子显微镜照片在形式上的差异就非常大了。在"密度图"上，密度大的地方曲线密一些，在密度小的地方则疏一些，这有点像地图学中的"等高线"。当然，从x射线散射得出的微观分子的"密度图"，也不能直接了解到微观分子的"自然状态"，只能借助以前的知识，去推测微观分子的情况，事实证明，电子显微镜所得的样式和x射线散射所得的"密度图"无论从形式上相差多大，都可以和已有知识相联系，得出满意的结果。把"密度图"和模型图比较，我们会发现，它们的轮廓十分相近，尽管还不是微观原子的"自然状态"，但在反映微观原子的方面却是和实验事实相一致的，因而是合理的。

当代化学几乎用了一切可能的手段去研究物质的微观结构，研究结构又往往和研究过程互相匹配，共同推动着化学前沿的进展。

7.2 量子化学、计算化学中的方法论问题

量子化学是物理学、化学、数学相互渗透的结果，同时也是化学科学本身逻辑发展的产物。

物理学革命之后，原子内部的结构开始被人们所认识。量子力学诞生了，它和化学的具体研究相结合，就出现了量子化学。1927年，海特勒和伦敦把海森堡对氦（原子双电子体系）的简并微扰处理方法，移植来处理氢分子获得成功，从而宣布了量子化学的诞生。后经许多科学家的努力，使量子化学逐步完善，现在已经建立了价键理论、分子轨道理论、配位场理论等三大理论基础，就其方法论而言，量子化学反映了经验方法与理论方法的统一。量子化学并不是量子力学在化学中的简单应用，它在许多方面是依靠经验方法，实验知识，才不断丰富和发展起来的。

例如我们知道，分子轨道对称守恒原理是量子化学中的一个重要原理，它是在1965年由伍德沃德和霍夫曼共同提出来的。伍德沃德是一位非常有名的有机化学家，很善于做实验，合成过许多有机分子，如喹咛等，特别是很多有机分子结构复杂，不易合成，而伍德沃德首先合成了。他对合成化学积累了相当丰富的实验材料和经验。霍夫曼则是一位量子化学家，很善于搞理论工作，对量子化学有很深的造诣。他们两人共同合作，利用分子轨道对称性原理，对许多协同反应的机理和空间异构体进行科学分析和总结，在长期积累的许多有机化学反应的事实基础上，创造性地提出了分子轨道对称守恒原理，促使量子化学进入一个新阶段。这充分说明了量子化学是经验（实验）与理论（量子力学）相结合而发展起来的。

近几十年来，由于计算方法和电子计算机在化学研究中广泛应用，产生了计算化学，它和量子化学一起成为理论化学研究的重要武器。

求解多核多电子分子体系的量子化学方程是十分复杂的。如进行分子轨道从头计算，会遇到困难的多中心积分，比如一个由20个原子组成的分子，就可能包括100多个电子，其所需要计算的积分数是1亿个，这是人工方法无能为力的，因此需要电子计算机的帮助。在用计算机处理化学问题时，经常涉及一些特殊问题。例如，计算化学在处理多核多电子的分子体系时，经常采用一些近似计算。如，绝热近似、单电子近似等。引入这些近似以后，可以简化计算过程，求得大体上符合实验事实的结果。用经验的或半经验的方法加以近似，粗略地考察分子体系中的相互作用，放弃对大量积分进行精确计算（因为这些计算有的在理论上是可能的，在实际上是做不到的），采取一些近似和估算方法，得到比较满意的结果。这里有一个方法论问题，即在处理大分子体系与过程时，经常遇到复杂性与精确性之间的矛盾，有人把这种矛盾称为“不相容关系”。这就迫使人们进行选择：或者按照纯数学的要求，层层精确，步步精确，每个环节都不差分毫，结果反而十分不精确，离实际很远；或适当地减少某些环节和步骤，只对系统进行粗略的描述，反而提高了人们对复杂分子体系的认识，这样倒能够现实地解决一些化学问题。在这里，过分地强调精确，用电子计算机算上几年、几十年，所得结果无实际意义，将是不可取的；过分强调模糊和近似，忽视必要的精确性，又会失掉严格性和准确性。因此，在计算化学中，正确地处理精确与模糊的关系是十分重要的。

著名的理论化学家鲍林在总结过去对离子半径的研究时曾指出：“应用量子力学可以近似地计算……但是，这种理论计算是十分复杂的，需要很大的工作量；因此，从化学方面考虑，最好有一套经验或半经验的离子半径数据……。”① 鲍林强调“从化

①L．鲍林，《化学键的本质》，501页，上海科技出版社，1966。

学方面考虑”，努力把量子力学的研究与化学实验，与化学本身既有的理论结合起来。鲍林从事大量的实验工作，并谙熟化学家的理论与传统，这不仅帮助他提炼新的理论，如杂化轨道理论、离子半径理论、共振论等在化学发展中起着重大作用的理论，而且使这些理论能较好地指导化学家的实践，并迅速得到广泛的传播。鲍林的方法是量子化学、计算化学方法与经验事实相结合的范例。

7.3 生命化学方法论问题

当代生命化学，主要集中在对生物大分子的结构和性质的研究上。对生命化学的研究，和一般化学研究有一点根本不同，那就是它需要一个和生命条件相近似的环境，它不能在高温、高压、低温、强酸、强碱、强磁场中完成，而只能在温和的环境中进行，因此，充分发挥酶的作用，是特别重要的。如酶对接、酶切割、酶催化等。没有适当的条件，就不能完成生命化学的研究。生命需要的条件是十分严格和苛刻的，因此，对生命化学的研究，必须针对生物分子的特点，创立适当的条件，使一切化学反应和化学变化，都在恰当的条件下进行。

生物化学的研究，迟早会导致合成生命的出现。但是，这是一个长期、艰巨的理论研究和实践探索的过程。当前，作为生命化学核心的分子生物学迅速发展，取得了一系列重大突破，核酸分子结构的确定、遗传控制机理的揭示，生物大分子的人工合成，酶催化模型的提出，膜结构和功能的认识，蛋白质合成的调节方式的阐明，基因重组的实现，等等。这些成果大大地改善了生物学的面貌，使人们对进化论和遗传学等生物学规律的认识，从宏观现象深入到微观本质，开始从分子水平上探索生命之谜，进一步认识生物体生长、发育、繁殖、遗传、变异、物质代谢、能量转换、信息传递等过程的物质基础和变化的分子机制。分子

生物学的发展每一步都离不开化学理论和化学方法的应用。因为生命过程的微观变化，主要是分子水平的化学变化，一般地说，宏观行为都要通过和伴随微观化学反应而进行。所以化学原理和规律与分子生物学研究的问题关系相当密切，必然要渗透和应用到分子生物学之中。生命科学是生物和化学的结合点，也是当代科学方法论研究的生长点。

各种复杂生命大分子的合成和对生命化学过程的探索表明，当代生命化学的研究中，有一个重要问题，需要从哲学方法论的角度做出回答，即生命体中，化学分子的对称性破缺问题，这个问题靠化学本身是难以解决的。

研究发现，在生命体中，组成蛋白质的氨基酸构型，其旋光性几乎都是左旋的异构体，而右旋的氨基酸只有在细菌和真菌产生的某些化学物质中，或者在抗菌素中才能找到。这说明，在高级生命体内，氨基酸的旋光性是不对称的。而用人工方法合成的氨基酸，既有左旋的，又有右旋的，其旋光性是对称的，这说明，这些合成工作，离生命的本质还有很大的距离。另外，在生命体中，糖和糖酐，与氨基酸的旋光性相反，都是右旋的异构体，而没有左旋的，其对称性也是破缺的。由此可见，生命的产生和维持，正是由于生物大分子和细胞中的物质分布高度非均匀性非对称性造成的，一旦物质或能量的分布均匀化和对称化，生命也就完结了。

物质能量的非均匀与非对称分布产生了结构的对称破缺，一般的小分子结构发生对称破缺，形成了有生物活性的大分子，这些大分子对称再破缺才出现了生命，这条随着对称破缺而进化的线索，在生命化学的研究中，有着普遍的重要意义。当代方法论研究，正是综合了这些问题，形成了对称方法的初步思想。把包含非对称性、对称破缺、手型结构在内的许多对称和对称破缺问题都统一加以研究，提出了对称守恒法、对称追踪法、对称填补

法、对称美学法等方法论思想，使生命科学的研究不断深入。

化学前沿中，有许多重要领域，如激光化学、放射化学、辐射化学、表面化学、化学工程学等。在这些领域中，研究的具体方法虽然各异，但基本上都是研究结构、过程、机理，所以从方法论的角度看有其同一性，人们在认识化学客体时，总是要处理好主观与客观、主体与客体、认识和实践、理论和实验的辩证关系，最后认识化学客体和化学过程，并把握它们。

化学方法论是一个广阔而重要的领域，需要我们作更深入、更全面的探讨和研究。

（作者：阮慎康）

参考文献

[1] 袁翰青、应礼文合编，化学重要史实，人民教育出版社，1989。

[2] 孙小礼、李慎主编，方法的比较，北京大学出版社，1991。

[3] 化学哲学基础编委会，化学哲学基础，科学出版社，1986。

[4] 廖正衡、盛根玉编写，化学辩证法初探，人民教育出版社，1980。

[5] 化学思想史编写组，化学思想史，湖南教育出版社，1986。

[6] 化学发展简史编写组，化学发展简史，科学出版社，1980。

[7] [英]柏廷顿J.R.Partington著，胡作玄译，化学简史，商务印书馆，1979。

[8] 《化学方法论》编委会，化学方法论，浙江教育出版社，1989。

[9] [美] C.Pimentel等编，唐有琪等译，化学中的机会，科学出版社，1986。

[10] [美] M.M.Jones 等著，张榕森等译，化学，人类，社会，科学出版社，1986。

[11] 潘永祥等编，自然科学概论，北京大学出版社，1986。

[12] 唐敖庆等著，配位场理论方法，科学出版社，1979。

[13] [美]鲍林（L.Pauling）著，卢嘉锡等译，化学键的本质，上海科技出版社，1966。

[14] C.J.Suckling、K.E.Sukling、C.W.Suckling, Chemistry Through Modes, Cambrdge univ Press, Cambridge, 1978.

〔四〕 天文学方法论

天文学是人类认识宇宙的一门基础自然科学。天文学观测研究各种天体和天体系统的位置、分布、运动、形态结构、物理状态、化学组成及演化的规律。

宇宙是客观存在的物质世界，是空间(宇)和时间(宙)的统一。时间和空间是运动物质存在的基本形式。天体和天体系统是宇宙的具体形态，一般指地球大气之外的各种物质客体。地球也是天体，但区别于地球科学各学科（气象、地质、地理等），在天文学中把地球作为一颗行星和天文观测基地而用天文方法来研究它。

宇宙无论在时空尺度上、天体的多样性及天文现象的复杂性上都是地球上无法比拟的，天文学研究对于人类的宇宙观、认识论和方法论有特殊重要意义。天文学的概念和范畴随历史而发展。在天文学的各种观测和研究中，采用和发展了一系列具体方法。一般地说，天文学的方法可分为观测方法和理论研究方法两大方面，两方面相互联系和结合推动天文学的发展，使天文学这一古老的基础学科不断地走在各时代的前沿。

由于天体遥远，长期以来主要是依靠接收天体来的辐射信号而获得天体信息并进行研究的，因此天文学的一种主要方法是观测（观察和测量），在这种意义上说，天文学是观测科学。只是近30多年来才用航天技术去实地探测一些太阳系天体。然而，除此以外，至今天文观测(包括航天观测)仍是获得天体信息的主要手

段。能够接收到的天体辐射信号大多是很弱的，加上环境和仪器的条件限制，而很难分辨天体的细节，因此，天文观测总是应用和发展各时代的有关先进技术来研制精密的天文仪器、制定最佳观测方案和提取信息的数据处理方法。天文学上的新发现往往是由使用新的天文仪器或观测方法而作出的，而天文观测手段的每一发展又有益于推动应用科学与技术的进步。

通过天文学的理论研究，揭示天体和天体系统的内在本质和演变规律。物质世界有着一些普遍的属性和规律，天体包含着宏观和微观的物质，因而客观和微观物质世界的属性和规律必然在天体和天体系统的结构与演变中起重要作用，所以，在天文学研究中广泛地应用有关的其他学科（尤其是物理学、数学、化学、哲学）的概念、理论和方法。但是，天体和天体系统在量的方面与质的方面又不同于宏观世界和微观世界，而属于宇观世界，有其特殊的属性和规律，因此天文学研究在应用其他学科理论时更要结合天文学的特殊因素，建立和发展一系列天文学理论和方法，以及开拓新理论，揭示宇观世界的属性和规律。天文学的理论研究结果还需要经过观测事实检验，进而不断地改进和发展或建立新的天文学理论。这样，通过天文观测取得天体的资料，作出新发现，再通过天文学理论研究揭示天体的属性和规律，并由观测事实检验而发展天文学理论。在科学相对真理的长河中，天文学循着观测—理论—观测的发展途径，不断揭示宇宙的奥秘，以自己的成就丰富科学技术的宝库。

1 人类对宇宙认识的发展

日月经天，斗转星移，自古以来，壮丽的星空和奇异的天象引起人们的注意，人们观察天象，思索宇宙的奥秘。随着历史的发展，人类对宇宙的认识由近及远、由浅入深、由现象到本质和

规律而不断发展，经历了几次飞跃。

1.1 天文学的产生

在古代的埃及、巴比伦、中国和印度，由于农牧业生产的需要，人类开始观察天象来定季节，编订历法，这样就产生了一门最古老的自然科学——天文学。

初期的天文学主要是观测太阳、月亮、星辰在天空的视位置，研究它们位置随时间变化的规律性，由此创建了早期的天体测量学；同时，也记载了日食、月食、彗星和新星等天象。古代人们限于生活环境及零星直观天象去推想宇宙的结构（如，我国古代认为天圆如张盖、地方如棋局），又因不明白日月星辰运行及日月食、彗星出现等天象的科学道理，牵强地把这些天象与吉凶祸福相联系，伪科学占星术占了统治地位。

人类对宇宙认识的第一次飞跃是认识到地球为球形、日月星辰的距离不同以及它们的视运动有规律，从而观天象来编制历法和星表。例如，毕达哥拉斯（Pythagoras，公元前580—550）提出地球是球形的三条证据；埃拉托斯特尼（Eratosthenes，公元前284—192）用同一经度上南北两地同时测定中午时太阳的地平高度，用几何学求出地球的周长；阿利斯塔克（Aristarchus，公元前310—230）用三角法试测太阳和月亮的距离和大小，提出地球和行星绕太阳作圆周运动以及地球自转的见解。但由于未能测出因地球运动而导致恒星在天球上位移(视差)，主张地球静止不动的观点占主导地位。亚里士多德（Aristotle，公元前384—322）提出以地球为中心的九层天宇宙模型。托勒密（C.Ptolemaeus，公元前85—165）集古希腊天文学成就，在其名著《天文学大成》中提出了宇宙地心体系，他从宇宙和谐与唯象观出发，力图用数学图象来推算天体的视运动。他认为地球不动地居于宇宙中心，太阳和月亮各在偏心圆上绕地球转动，五颗

行星各在一个小圆（本轮）上作匀速圆运动，而本轮中心又沿大圆（均轮）匀速绕地球转动，又作了水星、金星的本轮中心在地球与太阳连线上等规定。由这一体系推算出的行星位置与当时观测较符合。该书是古代天文学的经典著作，有其重要历史功绩，只是1000多年后被宗教利用，作为上帝创造以地球为中心的世界的依据，以维护其统治，把科学禁锢于宗教。

1.2 日心体系的建立

随着天文观测精度的提高，行星的观测位置越来越偏离托勒密理论的计算结果，但却采用本轮上再套本轮、越套越多而复杂的办法来补救，但仍经受不了观测实践的考验，这就使人们对此体系怀疑，去寻求新的理论。随着欧洲资本主义兴起和文艺复兴浪潮，出现人类认识宇宙的第二次飞跃——哥白尼（N.Copernicus，1473—1543）的日心体系。哥白尼继承和发展了前人的日心地动观念，他认为地心体系是根据表观现象建立的，他力图透过现象探求本质，建立和谐的宇宙体系。从分析托勒密体系中行星的运动，他发现都有共同的周日视运动和周年视运动，并归因于地球的两种运动。历经40多年，他用前人和自己的观测资料进行数学推算，写出名著《天体运行论》，书中提出了日心体系：太阳位于中心，地球是颗行星、与其他行星一样地绕太阳转动，月亮绕地球转动并随地球一起绕太阳转动，恒星比太阳远得多，星辰东升西落的周日视运动是地球自转的反映，地心体系的一些规定在他的日心体系中得到合理的解释。哥白尼以日心说向教会挑战，发动了一场革命，使自然科学开始从神学中解放出来。因时代的局限，哥白尼仍采用匀速圆运动，并保留了少数本轮和偏心圆轨道，也错误地把太阳作为宇宙中心。

在第谷·布拉赫（Tycho Brahe，1546—1601）的行星大量更好观测资料基础上，开普勒（J.Kepler，1571—1630）

发现，无论用哥白尼的或托勒密的理论，算出的火星位置总是与观测不符，他放弃匀速圆运动是最完美的旧观念，尝试用其他几何曲线来拟合行星的运动，终于发现行星沿椭圆轨道非匀速地绕太阳转动，得出行星运动三定律（开普勒定律），把哥白尼理论推进了一大步，引起天文学的变革。

伽利略（Galileo Galilei，1564—1642）制成天文望远镜去观测星空，发现月亮表面崎岖不平、金星有圆缺变化、木星的4颗卫星，从太阳黑子运动推断太阳有自转，观测到银河由密集的恒星组成，并把这些成果写成《星空使者》，又写了《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》，为日心体系提供了新证据。伽利略对开辟近代天文学作了重大贡献。

1.3 万有引力定律与天体力学

牛顿（Isaac Newton，1642—1727）认为，自然哲学的目的在于发现自然界的结构和作用，并且尽可能把它们归结为一些普遍的法则和一般规律——用观察和实验来建立这些法则，从而导出事物的原因和结果。他总结了那时的力学和天文学的重大发现，进行科学抽象与理性思考，运用他创立的微积分理论，作了系统的逻辑与数理推演，写出名著《自然哲学的数学原理》，建立了完整的力学理论体系，书中把地球上落体定律与在地球引力作用下月亮运动的向心加速度相联系，并由开普勒定律导出万有引力定律，进而导出开普勒定律的更严格公式及其力学意义。该书奠定了天体力学基础，成为当时自然科学发展的理论高峰。接着欧拉（L.Euler，1707—1783）、拉格朗日（J.L.Lagrange，1736—1813）等研究行星之间的引力作用对行星轨道的影响（摄动），创立分析力学，后由拉普拉斯（P.S.Laplace，1749—1827）集其大成，写出经典巨著《天体力学》。哈雷（E.Halley，1656—1742）用牛顿理论计算彗星的轨道，第一次作出一颗

彗星回归的预言，后被观测证实，因而这颗彗星被命名为哈雷彗星。1781年威廉·赫歇耳（F.W.Herschel，1738—1822）发现天王星。后来观测的天王星位置与牛顿理论计算结果有差异，这关系到牛顿理论是否严格的问题。年青的勒威耶（U.J.J.Leverrier，1811—1877）和亚当斯（J.C.Adams，1819—1892）各自用天体力学方法从这一差异推算一颗当时未知行星的轨道和位置，并由伽耳（J.G.Galle）于1846年9月25日找到，这就是海王星。哈雷彗星的回归和海王星的发现显示牛顿理论的威力，进一步实证日心体系和扩展了太阳系概念。

1.4　太阳系起源的星云假说

在牛顿时代，自然界除了往复的机械运动之外、绝对不变的自然观占主导地位。牛顿不能说明行星轨道运动的原因，而求助于神的第一推动。在这种僵化自然观上打开第一个缺口的是康德（I.Kant，1724—1804）和拉普拉斯。1755年康德在《宇宙发展史概论》① 中提出了第一个科学的太阳系起源星云(假)说。他认为物质受必然规律的支配，从分散状态中自然而然地发展成为一个美好有序的体系。他用吸引与排斥相互斗争来论述一团弥漫微粒形成太阳系的过程：天体在吸引最强的地方开始形成，先形成中心的太阳，其外面下落微粒因碰撞(排斥)改变方向而作圆周运动(这一点是错误的)，在物质密的地方形成行星，类似过程形成行星的卫星，并作出土星之外还有未发现的行星等推断；他还认为宇宙是天体的无限序列，天体都有从形成到衰亡的历史。1796年拉普拉斯在《宇宙体系论》② 中独立地提出另一个星云

① 自然通史和天体论是 Allgemeine Naturgeschiche und Theorie des Himmels的中译本，上海人民出版社，1972。

② 中译本《宇宙体系论是Exposition du System du Monde1835年6版译出，上海译文出版社，1978。

(假)说，认为一个热气体的转动星云因辐射变冷而收缩变扁，形成几个环体，再聚集成行星，在星云中心形成太阳，同样方式在行星周围形成卫星。尽管这两个星云假说已过时，也有些错误，但其基本观点和方法是合理的，自然界有产生到衰亡历史的观念对自然科学和哲学的发展有重大影响，是人类认识宇宙的又一次大飞跃。

1.5 银河系和河外星系概念的形成

1718年哈雷把当时新的星表与托勒密的古星表作对比，发现天狼星等4颗恒星的位置相对于其他恒星有了明显位移，确定这不是观测误差的影响，而是恒星的真实位移——自行。此后许多恒星的自行被测定出来，从而打破了恒星固定在天球上的错误传统观念。于是，布鲁诺（G.Bruno，1548—1600）关于恒星都是遥远太阳的看法也变得被人们接受，一些先驱者提出恒星世界的猜测。赖特（T.Wrignt，1711—1780）在《宇宙本源论》中，朗伯特（J.H.Lambert）在《宇宙论书简》中都提出太阳与恒星组成扁盘状天体系统(银河系)、宇宙中存在很多天体系统（宇宙岛）的看法。威廉·赫歇耳（F.W.Hershel，1738—1822）开辟了恒星天文学研究，他统计各天区的恒星数目，首先得出银河系粗略的结构图，从恒星自行统计分析第一次证实了太阳在空间的运动，对双星观测研究证实多数双星靠万有引力联系而相互绕转，观测了许多云雾状天体（星团、星云）。约翰·赫歇耳（J.F.Hershel，1794—1871）继其父作了南半球的观测，并综合当时天文学成就写成《天文学纲要》①。罗斯（L.Rosse，1800—1867）制成当时最大的望远镜，观测到某些星云中可以分

1859年由李善兰等文为中译谈天。

辨出恒星，发现旋涡星云，并认为许多星云是银河系之外的星系。

由于仪器的进步和技术方法的提高，长期寻求因地球绕太阳运动导致的视差，终于在19世纪30年代末由瓦·斯特鲁维（B.Я.Струве，1793—1864）、贝塞耳（F.W.Bessel,1784—1846）等测定出来，从此开始了解恒星的距离。辽·斯特鲁维（Л.О.Струве，1858—1920）分析恒星自行，得出银河系自转的结论。1918年沙普利（H.Shapley，1885—1972）测定了许多球状星团的距离和方位，提出太阳不在中心的银河系模型。1925年林德布拉德（B.Lindblad）提出银河系由空间分布和空间运动不同的一些次系组成，并研究了银河系的自转及银心方向。1927年奥尔特（J.H.Oort）建立银河系较差自转理论。

1.6 天体物理学的兴起

直到19世纪中叶，人们还不了解天体的物理状况和化学组成。1825年孔德（A.Comte）曾断言，恒星的化学组成是人类绝对不能得到的知识。没过多久，分光术应用于天文学，由天体的光谱得到了其化学组成。牛顿曾用三棱镜把太阳光分解为彩色光谱。1814年夫琅和斐（J.Fraunhofer，1787—1826）制成分光镜，观测到太阳光谱有许多暗谱线（吸收线）。1859年基尔霍夫（G.R.Kirchoff）与本生（R.W.Bunsen）从实验室光谱研究总结出基尔霍夫定律：每种化学元素有其特有的谱线；每种元素可以吸收它能发射的谱线。基尔霍夫把太阳光谱与实验室光谱比较，证认出太阳上有许多地球上常见的元素。1869年洛基尔（N.Lockyer，1836—1920）发现日珥（太阳表面抛出物）光谱的一条橙黄谱线，认为它是太阳特有元素——氦发出的，1895年才在地球上找到这种元素。紧接着就开展了恒星光谱的观测研究。1868年哈根斯（W.Huggins，1824—1910）精密测定了恒星光谱线位置，发现因多普勒效应产生的谱线位移，由此测定恒星接近或远

离的视向速度。

古代把夜空中肉眼可见恒星按感觉的亮度分为6个等级——星等。1856年普森（N.Pogson，1829—1891）根据生理学上视觉随光刺激量的对数而变化的准则，建立恒星视亮度与星等的基本关系式。1859年泽内尔（F.Zöllner，1834—1882）制成光度计来系统地进行恒星光度(亮度)测量(简称为测光)。照相术发明后，很快被用于天文观测，并跟光度测量与分光方法结合，产生了照相光度测量方法和照相分光光度测量方法，提高了精度和效率，而且又可以长期保存拍摄的星像和光谱底片。

随着分光术、测光术、照相术的应用，一门研究天体的物理状况、化学组成及演化规律的新学科——天体物理学诞生了。随着原子物理、量子力学等理论物理学的创立和应用，建立了理论天体物理学去分析观测资料，得到天体的更多信息。从此为深入研究天体的本质和规律，研制更好的仪器投入观测，取得新的资料和新发现，进行各种理论探讨，天体物理学便兴盛起来。

1.7 时空观的革命

经典力学体系是建立在牛顿的绝对空间和绝对时间的框架(参考系)上的。牛顿认为，绝对的、真正的和数学的时间自身在流逝着，而且其本性是均匀地、跟其他外界无关地流逝着；绝对空间就其本性而言是与外界任何事物无关而永远是相同的和不动的，绝对运动是一个物体从某一绝对处所向另一绝对处所的移动。在牛顿的绝对时空观中，时间、空间与物质及物质运动是相互独立的，没有内在联系。迈克耳孙（A.A.Michelson，1852—1931）—莫雷（E.W.Morley，1838—1923）实验等表明，不可能存在绝对静止的参考系，这使绝对时空观陷入严重困难。爱因斯坦（A.Einstein，1879—1955）创立了跟物质及其运动密切联系的相对论时空观。

1905年爱因斯坦（A.Einstein）创立狭义相对论。他概括了已有的实验事实，提升出两个理论前提：惯性参考系的相对性和光速不变性原理，否定了绝对空间和绝对时间，揭示了时间与空间都是相对的、有关的，是与物质运动联系的统一的四维时空；由空间与时间的洛仑兹变换得出，运动的尺要缩短，运动的钟要变慢，运动的质量要增加，运动速度越接近光速，这些效应越显著。他把牛顿力学改造为相对论力学，使之在不同的匀速（惯性）坐标系中保持同样形式的方程。他得出质量m与能量E的重要关系：$E=mC^2$（C为光速），这一质能关系是包括天体的核能等问题的理论基础。他接着把自然规律与参考系运动状态无关这一相对性原理推广到非惯性系，从伽利略已发现的事实——在引力场中一切物体都具有同样加速度，提出等效原理：引力质量与惯性质量相等（或者引力场跟参考系的相当加速度等价），他运用黎曼（B.Riemann，1826—1866）几何和张量分析，于1915年创立广义相对论这一本质上完全不同于牛顿的引力理论，揭示了四维时空同物质的统一关系：引力表现为由物质存在及其分布而导致时空弯曲，引力场的时空特性取决于物质的质量及其分布。

人们日常接触的现象是很难区分广义相对论与牛顿引力理论结果的差异的，因为在弱引力场中牛顿引力理论是广义相对论的很好近似。爱因斯坦从广义相对论导出三个可供检验的推论，即水星近日点的进动、光线在引力场中偏转、强引力场中时钟变慢，它们都被天文观测定量地证实了，从而确立了广义相对论及相对论时空观的正确性。相对论成为天文学研究的一种重要理论基础。

1.8　天文学的新时代

近半个世纪以来，天文学发生了巨大变革，进入突飞猛进的新时代。在天文观测方面，不仅有了地面光学观测仪器和技术方

法的更新，而且又有无线电（射电）探测技术和空间探测技术兴起，天体的观测从可见光波段扩展到红外、紫外、射电、X射线、γ射线的全波段观测以及粒子、物理场（引力场、电磁场）探测和实地考察某些太阳系天体。在天文学理论研究方面，不仅有了现代数学、现代物理学和化学以及电子计算机等基础和工具，而且发展了一系列现代天文学和天体物理学分支（见后）以及有关的交叉、边缘和横断学科。许多重大发现接踵而来，新资料日益丰富，出现了正在研究或待探讨的大量新颖课题。

本世纪30年代初，央斯基（K.G.Jansky，1905—1950）发现来自银河系中心方向的宇宙射电。1942年海伊（J.S.Hey）发现太阳射电。由于无线电波可以穿过光波透不过的尘雾，射电观测可以全天候进行，并得到光学观测难以得到的宇宙探空图景，导致60年代四大发现：类星体（射电源）、脉冲星、星际分子和微波背景辐射。70年代以来，发现很多射电双源及多重源，获得星系结构与星系核活动以及活动天体等的大量射电资料。

由于地球大气选择性地散射和吸收天体辐射，地面天文观测只能在可见光、近红外、近紫外及波长1毫米到30米无线电波的一些“窗口”进行，而其他波段则需要运载工具携带仪器到高空及大气外观测。已观测到的大量红外源包括恒星、星云、星系等多类天体，尤其演化早期恒星的红外资料为恒星形成提供重要信息。70年代以来发现了许多宇宙γ射线暴和X射线暴，它们常与致密天体（如中子星、黑洞等）的过程有关。紫外观测也取得很多资料，尤其对星际物质的研究更有意义，如发现星际尘中有石墨（或其他形式的碳）。宇宙飞船对月球和金星、火星等行星与卫星、彗星等的探测开辟了太阳系研究的黄金时代。

现代天文学的理论研究极其活跃，无论在深度上还是广度上都达到前所未有的境地，取得了大批新成果，诸如太阳耀斑理论、太阳风理论、行星磁层和辐射带理论、恒星形成演化理论、脉

冲星和中子星及黑洞理论、分子天文学理论、类星体理论、宇宙学理论等等都有许多建树，并且不断地开拓新的研究课题，也存在一些争议和未解之谜（如，类星体(谱线)红移的论争，星系的动力学质量大于光度学质量——短缺质量或隐匿质量、即不可见物质之谜，超密物质的性质，活动星系核的爆发等）。总之，现代天文学正面临着新的飞跃，乃至酝酿着自然科学新的革命。

2　宇观世界的层次和过程

物质过程一般分为宏观过程与微观过程，相应的物质客体为宏观物体和微观粒子，宏观与微观在量的方面和质的方面有显著差别，但彼此之间又有密切联系。1962年戴文赛根据现代天文学研究成果，认为有必要引出“宇观”概念来表征宇宙规模的物质过程，宇观客体就是天体（行星、恒星、星系等），而跟天体有关的物质过程就是宇观过程。建立宇观概念有重要意义：第一，明确宇观过程与宏观过程及微观过程存在着客观差异，因而，今后探讨宇观过程中就不至于把哪些只适用于宏观过程和微观过程的规律任意推广到宇观过程，例如，把热力学第二定律用于整个宇宙而导致宇宙走向热寂就是不合理的；第二，建立宇观概念，可以推动更全面、深入地探讨宇观过程的特征和规律，例如引力的本质、超密物质的性质和过程、是否存在反物质天体等；第三，可以在宇观现象研究成果的基础上，在地球上创造和模拟宇观条件来利用宇观过程，例如受控热核反应；第四，宇观概念有助于丰富自然界物质的量变与质变相互转化辩证规律的认识。

在宇观世界中，天体的质量（10^{25}—10^{47}克）和尺度（10^{8}—10^{24}厘米）远大于宏观物体（质量10^{-14}—10^{24}克，尺度10^{-5}—10^{7}厘米），更大于微观粒子（质量10^{-27}—10^{-15}克，尺度10^{-13}—10^{-4}厘米）。宇观物质形态及其运动形态极其多样化，有着从极低到

极高的物质密度、从极低到极高的温度和压力、从极微弱到极强的引力场及电磁场等条件，有着特殊的等离子体过程、多种核过程和辐射过程等，有着多样快速的猛烈爆发现象，也有较规则的缓慢变化现象以及漫长的演化，已发现一些宇观规律，但还有很多未解之谜，有待于不断地深入探讨，包括宇观概念也需进一步完善和发展。

2.1　宇观世界的层次

自然科学的大量成果表明，物质客体都是具有一定结构的物质系统，并且可按质量等特征划分为层次。每个天体都是物质系统，大量的天文观测研究结果表明，宇观客体有层次，主要分为三个层次：行星、恒星、星系。

太阳系有水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星九大行星，其质量为10^{25}—10^{30}克，其尺度为10^{8}—10^{10}厘米，它们没有内部核能源，引力作用使它们绕太阳公转。现在有一些观测证据推断某些恒星也有自己的行星系。恒星绝大多数都是像太阳一样有内部热核反应能源的发光天体，其质量为10^{32}—10^{34}克，其尺度为10^{6}—10^{14}厘米，恒星中有两颗（双星）、三颗（三合星）、多颗（聚星）、10颗以上（星团）组成有物理联系的恒星集团。星系是由大量恒星和星际气体、尘埃组成的天体系统，其质量为10^{38}—10^{47}克，其尺度为10^{20}—10^{24}厘米。银河系是太阳所在的星系。星际气体和尘埃常密集为星云或星际云。星系又组成星系集团：双重星系、多重星系、星系团、超星系团。现在观测到的空间范围约200亿光年，称为总星系、或观测的宇宙、或我们的宇宙。无机自然界的基本矛盾是吸引与排斥的矛盾，在物质客体各层次中吸引与排斥矛盾的特殊性造成了各层次的质的差别、质的规定性。物质客体内部主要的吸引与排斥因素对立统一的特殊性决定其层次。可以规定万有引力是主要吸

引因素的物质客体为宇观客体。宏观物体和分子、原子这些微观粒子内部的相互作用实质上是电磁相互作用，主要由物理状态决定；宇观客体内部则主要由万有引力相互作用，由客体的总质量所决定。从一个均匀球表面的分子克服分子(范得瓦尔斯)力与引力的逃逸功的比较，可以大致估计出宏观物体与宏观客体的分界

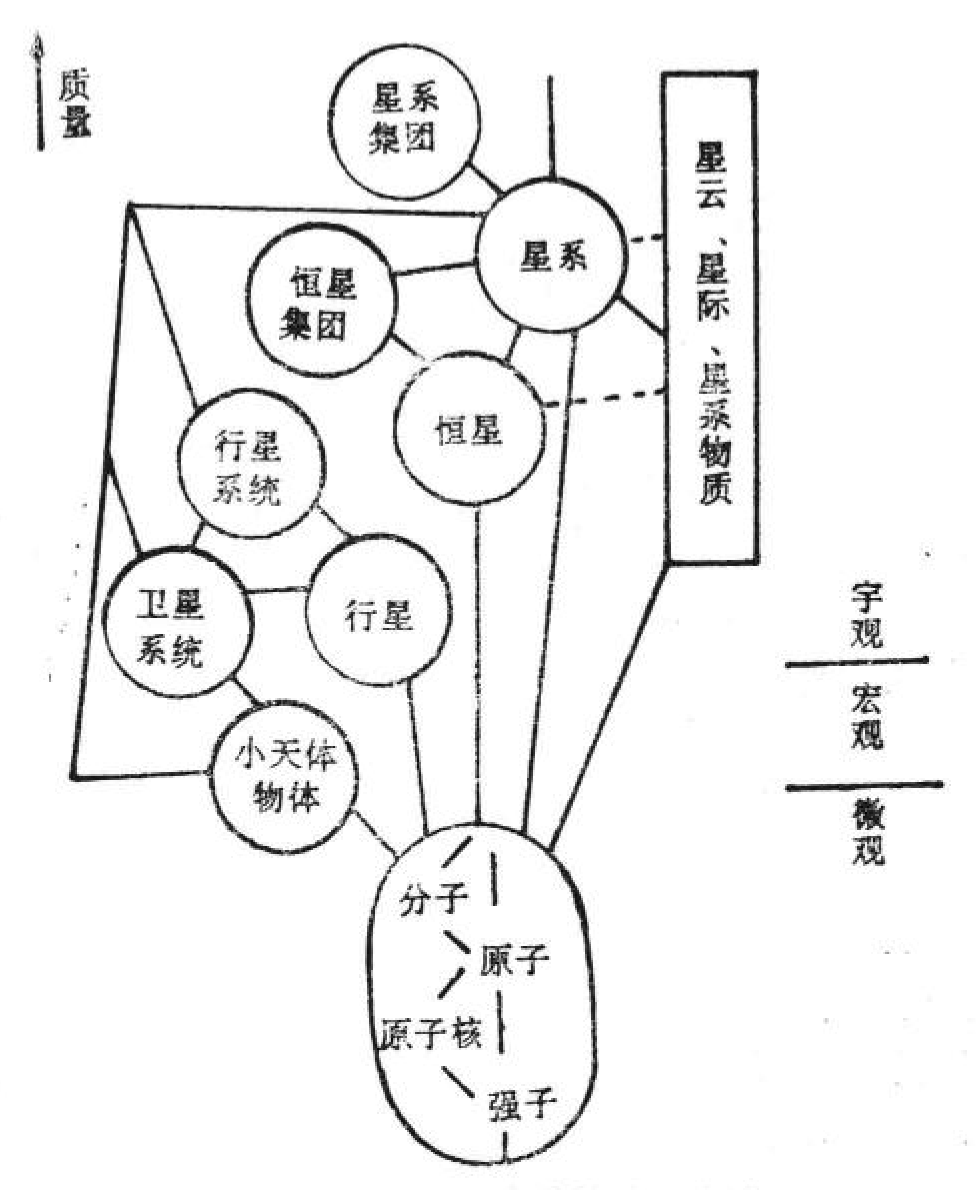


图2.1　各类物质系统的层次关系

为质量10^{25}克。这样一来，太阳系的小质量天体（小的卫星、小行星、彗星）属于宏观客体，或者是宏观与宇观之间的过渡性客体。我们也可以从物质客体的运动形态特征来划分宏观客体与宇

观客体的界线，天体系统总是在万有引力相互作用下的多个天体相互绕转系统，因此，行星的卫星、太阳系的小质量天体都可以作为宇观客体。卫星系统、行星系统、恒星集团、星系集团可以作为主要层次之间的副层次。物质客体各层次之间显示从量的差异到质的跳跃的辩证关系。

2.2 宇观过程

宇观世界有多种多样的现象和过程，虽然它们跟宏观世界及微观世界的过程有密切联系，但是又有明显的差别，宇观过程有其本身的特征。先来考察几个例子。

（1）天体的机械运动　牛顿力学的运动定律也适用于天体的机械运动，地面上的宏观物体的机械运动(除了地球重力外)不需要考虑宏观物体之间的万有引力，而天体的机械运动状态则主要决定于各天体之间的万有引力作用。例如，在太阳系中行星绕太阳公转，卫星绕行星转动，双星系统中两恒星的相互绕转。适用研究这类天体运动规律的理论是天体力学，开普勒行星运动三定律是宇观过程规律的第一个具体例子。人造天体（卫星、宇宙飞船）的运动也遵循天体力学规律。

（2）恒星系统的运动特征　对于星团或星系，至今无法用天体力学得到每个成员运动的普遍解，而一般不要求知道每个成员的精确动态，只是求出整个系统在每时刻的平均动态就够了，这与研究宏观气团的情况相似，但是研究宏观气团的热力学和统计物理学理论不适用于星团和星系。在恒星系统中，恒星之间的万有引力作用很重要，而且恒星碰撞的几率很小，不能达到统计平衡，因此专门建立了“恒星(系统)动力学”。

（3）宇观气团的凝聚　宏观气团不需考虑分子间的万有引力；而在质量和体积都很大的宇观气团中，各部分之间的万有引力相互作用(自吸引)很重要，吸引因素可能超过排斥因素，结果

导致凝聚。按照维里定理（Virial Theorem）计算，标准条件下的气团靠自吸引而凝聚的质量下限为10^{29}克（或地球质量的18倍），因此地球上宏观气团不可能靠自吸引而凝聚，而在宇观条件下有某些质量10^{37}克以上的星际云正在收缩和凝聚。

（4）恒星内部的天然热核反应 由于恒星内部的宇观条件（高温、高压），可以进行天然的热核反应——化学元素的核合成过程，并释放辐射能；而地球上没有天然核合成，只能人为创造实验条件来进行热核反应。

（5）流体与电磁场的耦合 许多宇观客体（如，太阳和恒星、星际电离氢区、地球和行星的电离层和磁层等）存在等离子态和电磁场等条件，流体运动与电磁场的耦合作用强，显示多种宇观电磁的或等离子现象和过程，需要借助电磁流体力学和等离子体物理学方法来研究。但地球低层大气和海洋湖泊中的流体运动则不考虑电磁作用。

（6）超密物质与高能现象 宇观世界有地球上不存在的超密物质（如，白矮星的平均密度为10^4—10^8克/厘米^3，中子星的平均密度为10^{13}—10^{14}克/厘米^3，星系核也是超密物质的），有许多诸如超新星爆发、星系核爆发、X射线暴、γ射线暴等高能现象，需要发展高能物理学及相对论理论来研究它们。

分析上述宇观现象，可总结出宇观过程的几个基本特征：都牵涉到很大质量和尺度、引力是重要因素、流体与电磁场的耦合及高能过程。宇观过程归根结底是在吸引与排斥的矛盾中进行的，经历着不同物质运动形式的转化，因此，转化是宇观的基本过程。天体总是在演化中，在漫长的演化历程中，有时表现为短时间处于准动态平衡，有时呈现快速的爆发，但总在不同程度上存在着转化。例如，行星绕太阳公转的非匀速运动中存在着动能与势能的转化，行星接收太阳辐射的同时又向空间放出热辐射；太阳和恒星内部的热核反应中，轻元素转化为较重元素，核能转

化为辐射能；某些星际云收缩中引力势能转化为动能和热能；太阳耀斑爆发中磁能转化为辐射能及抛射粒子的动能；超新星爆发中可能是坍缩释放的引力势能与核反应能转化为辐射能及抛出物质的动能等。因此，能量守恒与转化规律是宇观过程的基本规律，只是在不同的宇观过程中呈现不同的表现形式，甚至有人认为宇宙极早期可能突破现有形式的能量守恒与转化定律。

宇观客体是巨系统、其组成部分(宏观和微观客体)是其子系统。宇观过程包含多种微观的和宏观的过程，但不是这些微观和宏观过程的简单组合，而显示一些新的整体特性和规律。物质世界是统一的，遵循一些普遍性规律，因此宏观和微观上一些具有普遍性的规律可以结合宇观条件而推广到宇观过程的研究中，实际上很多天文学理论就是在一些物理学等理论基础上发展起来的，但宇观世界毕竟比宏观世界和微观世界广袤和复杂，有很多宇观现象和过程的新特性和规律需要不断地开拓。

3 天文学的一般方法

在天文学的长期历史发展中，总是同各时代的有关学科与技术相互借鉴、相互渗透和相互促进发展的。根据天文学不同对象的特点和需要，建立和发展了一系列具体的天文学方法，它们不仅深化了人类对宇观世界的认识，而且也丰富了自然科学和哲学的方法论。然而，至今尚没有公认的天文学方法论体系，而实际天文学研究工作中常常是综合地运用了多种科学方法，下面试从天文观测和理论研究两方面概括天文学的某些一般方法。

3.1 天文观测的一般方法

天文观测是获得天体信息资料的主要手段，又是形成、发展和检验天文学理论的重要实践基础，因此天文观测在天文学中占

有非常重要地位。纵观天文学发展史，有几个时期都是由于天文仪器和观测技术方法的革新而使天文学跃进发展，而天文学的发展需要又促进天文仪器和观测技术方法的革新。例如，古代天文家制成圭表（由一竖直杆与水平刻度盘组成），观测日影长度变化而很准确地定出每年的天数、季节，制成浑仪（由转动的窥管与刻度环组成）等测角仪器来测定天体在天球上的视位置及太阳、行星的视运动。托勒密用古代观测资料和数学建立地心体系，而哥白尼用更好的观测资料和数学建立日心体系。第谷·布拉赫制作了精密刻度的天文仪器，取得大量很精确的观测资料，开普勒利用这些资料建立行星运动三定律。伽利略制成天文望远镜并进行天文观测，作出惊人的一些发现，开创了近代天文学。随着大而性能好的天文望远镜投入天文观测，不仅发现太阳系的更多成员，而且深入到恒星、星团、星云及星系的观测。由于望远镜上装配测微器而大大提高了测定天体位置的精度，加上观测方法的改进，测定出了恒星的视差，从而证实了地球的运动和日心体系的正确性。分光术、测光术和照相术用于天文观测导致天体物理学诞生。光电器件等的应用提高了天文观测精度。无线电技术的应用导致60年代四大天文发现。空间探测把天文观测拓宽到全波段及粒子与物理场测定，而航天更实现了对太阳系天体的实地考察，于是天文学进入突飞猛进的发展新时代。

3.1.1 天文仪器的一般性能和效用

天文仪器是天文观测的基本工具，帮助人们克服感觉器官的局限，增强认识宇宙的能力，更客观和精确地接收天体来的信号，提取宇宙的信息资料。每个时代的天文仪器总是尽量采用当时的先进科学技术，而且因天文观测需要而发明的技术和仪器（例如，大型望远镜、光谱仪、电子照相机等）也常走向时代的前沿。由于仪器材料、技术水平及观测条件等限制，天文仪器研制中总是尽量选择最佳结构以达到更好的性能，并且为某种天文观

测而研制很多专用仪器，例如，测定恒星位置的子午环，测定观测点经纬度的等高仪，太阳望远镜等等。

不同的天文仪器系统有不同的性能。一般地说，主要性能指标是接收天体辐射的能力和分辨天体细节及快速变化现象的能力。前者由仪器系统的总响应、分光或频谱响应来表征；后者以分辨率(最小分辨角的倒数)及时间分辨率来表征。不同类型的仪器系统及其各组成部分又有一些其他的性能指标。

一般天文仪器系统包括六个组成部分：望远镜、前置仪器、辐射探测器、记录设备与数据处理设备、机械与电控装置。其中望远镜起主要作用，因而天文仪器系统常简称为天文望远镜（系统）。

望远镜的作用是收集更多的天体辐射并使之呈有高分辨的天体像。对于不同波段天体辐射的观测使用不同的望远镜。可见光、红外、紫外波段使用光学望远镜，其主要部件是物镜，它利用光线折射或反射成像原理由玻璃制成。射电波段使用射电望远镜，主要部件是天线，常用金属抛物面天线，其工作原理与光学反射物镜相同。常用的X射线和γ射线望远镜利用掠射光学原理，采用共轴反射镜面组合物镜。物镜或天线收集天体辐射的能力与其口径(直径)平方成正比，其最小分辨角与口径成反比、与波长成正比。延展天体(行星、星云、星系等)像的大小与物镜或天线的焦距成正比，像的亮度与相对口径（即物镜口径与焦距的比值，又称作光力或焦比）成正比。显然，物镜或天线的口径越大就能观测更暗的天体，同时分辨率也高。现代趋向应用干涉原理、由多物镜或天线组合来提高收集天体辐射的能力和分辨率，例如洲际甚长基线射电干涉仪的最小分辨角仅百分之几角秒。

前置仪器的作用是把物镜或天线收集的天体辐射进行变换，以供探测。例如，滤光器只透过需要观测的窄波段辐射，光谱仪把天体辐射分解为光谱、偏振器只透过一定偏振辐射、测微器测

定天体的微小角距、射电前置放大器进行功率放大并变为中频等。

辐射探测器的作用是把接收的辐射转变为可测信号，例如，人眼把光转变为视觉，照相底片利用辐射的化学效应拍摄天体像，光电探测器（光电倍增管、硅二极管阵——Reticon、电荷耦合器件——CCD等）利用光电效应把辐射转变为电信号，射电接收机放大和检波后输出电信号，电离室、计数器、半导体探测器等探测X射线和γ射线。

记录设备记录下探测器输出的信号或天体的坐标，常常是电信号，然后由数据处理设备（常用微处理电子计算机）把原始信号进行加工，作某些必要的改正和归算，得到有用的信息资料。

机械和电控装置实施各部件组合，指向被观测天体并跟踪天体的视运动。机械装置有两个相互垂直的轴及显示坐标的度盘，有水平式（垂直轴、水平轴）和赤道式（极轴和赤纬轴），观测人造天体的望远镜也采用三轴或四轴式的机械装置。

有的天文仪器系统只包含少数部分，如天体照相仪主要包括望远镜、底片和机械、电控装置，而底片测量和归算另在实验室仪器上进行。大望远镜常加几组设备，同时或交替使用各组附加设备进行多种天文观测。

除了被动接收天体辐射的天文观测外，近年也使用雷达和激光技术发射脉冲的无线电和激光到月球、行星，从接收反射波来测量这些天体的距离、形状及表面物质的性质。在行星探测器上也发射无线电波、激光或粒子束到行星表面，从其反射波和粒子的测量来研究其表面性质。

3.1.2 天体测量学观测方法

按照天体测量学观测使用的技术方法和发展顺序，可分为基本天体测量、照相天体测量、射电天体测量和空间天体测量四种。

基本天体测量的任务是建立一个基本的天文参考坐标系，它

以基本星表的形式来体现。恒星位置的绝对测定用子午环或中星仪，测定恒星上中天(过子午圈)的地方恒星时就可得出该恒星的赤经，而测定恒星上中天的天顶(角)距并用已知的观测点地理纬度就可算出该恒星的赤纬，在原理上这是较简单的，但实际的恒星位置(赤经、赤纬)的高精度测量却很复杂，需要进行仪器误差、钟差、大气折射等复杂影响的改正，才能得出恒星的精确位置，这需要多次重复测量和归算。有了一些绝对测定位置的基本星——定标星后，由它们中天观测来定出钟差、仪器度盘的零点。然后进行待测星中天观测并归算出其坐标，这称为相对测定方法。照相天体测量是在同一张底片上同时拍摄定标星和待测星，通过定标星在底片上的位置测量来建立底片坐标与天体坐标(赤经、赤纬)的计算公式，则可由待测星的底片坐标求出其赤经和赤纬，因此这是相对测定。射电天体测量是利用射电甚长基线干涉仪高精度地绝对测定天体位置，这是因为射电方法受大气折射影响小，且可全天候观测。空间天体测量是把望远镜送到太空，由于克服了地球大气影响和重力对仪器的影响，观测精度高，但仅进行相对测定。不同时间观测的恒星位置因恒星自行、岁差（因地球自转轴在空间方向变化而引起天体坐标基点——春分点改变）及观测误差等而改变，基本星表是把观测的初始星表经改正而归化到同一历元(时刻)的星表。

地面天文点的地理坐标(经度和纬度)使用天文经纬仪观测已知赤经赤纬的恒星(如，北极星)，记下观测时的地方恒星时和恒星的天顶距，利用球面天文三角形公式可求出地理纬度，而地方恒星时与格林威治（Greenwich）恒星时之差即地理经度，为了提高精度，提出了观测天顶南、北天顶距相近两星求纬度的太尔各特（A.Talcott）方法、观测等高星的多星等高法等。

地球自转参数的测定也是天体测量学任务之一。地球自转参数有地极坐标（x，y）及世界时 UT_1 的变化量 $\Delta UT_1 = UT_1 -$

UTC(协调世界时)。地球瞬时自转轴在地球本体内的运动称为极移，极移使地面各点的纬度、经度和方位角都发生变化。相对地说，纬度变化最容易通过天文观测精确地测定。历史上首先由纬度变化来研究极移。测定极移常用天顶仪、照相天顶筒和等高仪等，由国际纬度服务机构组织全球纬度系统进行观测，由综合处理纬度观测资料发展到综合处理纬度和时间观测资料，采用国际习用(极)原点(CIO)、以CIO的格林威治子午线方向为 x 轴正向，其西90°子午线方向为y 轴正向，给出地极坐标(x, y)，实际上极移范围不超过±0.4 角秒，有一个近于14 个月周期的张德勒 (Chandler) 摆动和周年变化。以地球自转为基础的时间计量系统标为世界时，它由天文观测来测定(天文测时)，即观测恒星中天的恒星时(等于其赤经)与钟面时刻比较来得到钟差。各天文台测时结果加上极移引起的(经度)改正，得到世界时UT_1。由天文时计(钟)运行规律外推世界时称为守时，用无线电讯号发布时号称为授时。作为天文钟，早期使用天文摆钟，1927年开始用石英钟，以后又用分子钟，原子钟，铯原子钟的频率准确度可达10^{-13}，它以铯原子跃迁辐射振荡 9192631770 周持续时间为原子时秒长(基本计量SI秒)，由原子时给出协调世界时UTC。从1988年1月起新的国际地球自转服务(IERS)机构采用甚长基线干涉仪(VLBI)、月球激光测距(LLR)、人造卫星激光测距 (SLR)三种新技术测定地球自转。用 VLBI 技术时，在基线两端的两个射电望远镜同时观测数个宇宙射电源若干次，就可确定基线参数和射电源位置,进而得到地极坐标(x,y)和自转速率变化ΔUT_1，所得结果的精度很高：x，y精度10厘米，ΔUT_1精度达±0.0002秒，都比经典技术高一个数量级。用LLR和SLR技术时，测出激光束往返的时间间隔，由天文力学理论建立的公式，可解出x、y、ΔUT_1。

在天体测量的观测中，一般都要求得到非常准确(高精度)的

有用资料，而仪器误差、地球大气和运动等环境的影响、尤其是多种天文因素复杂地混在一起，因此需要研制精良仪器并测定其使用误差、选用有利的观测程序和纲要，用优良的数据处理方法从观测数据归算出有用资料，达到“见微知著”。

3.1.3 天体物理学的一般观测方法

实测天体物理学(又称天体物理学方法)的任务是应用物理技术和理论、使用天文仪器和观测技术以及观测资料处理方法来获得天体的物理资料。某些实测天体物理的结果（如，恒星的星等、色指数、表面温度等）就是直接成果，而很多结果则需要进一步经过理论天体物理学研究。因为具体仪器总是有选择性的(光谱或频谱响应)，所以对于不同波段（光学的、射电的、红外的等）、对于不同的天体及不同的观测目的，采用不同的具体仪器和观测技术方法，但概括起来有下述三种基本的一般方法：

（1）天体光度测量(简称测光)　对于光学观测来说，测光就是用光学望远镜与辐射接收器等系统测定天体的视亮度——星等；对于射电观测来说，就是用射电望远镜系统测定天体的射电亮度(或亮温度)；对于X射线、γ射线观测来说，就是测定天体在该波段的辐射流量。实际上，在光学波段(包括红外、紫外)测光中由于各仪器系统的总光谱响应是不同的，因此需建立几个标准测光系统。例如，人眼测光是目视星等(系统)；特殊滤光片与天文底片组合测光是照相星等和仿视星等(系统)，对同一天体的这两个星等之差称为色指数；对于光电测光和近红外测光又有平均波长不同的三色（U、B、V）星等系统和六色（H、K、L、M、N、Q）系统等，有时专用窄透射带滤光片以测定天体窄波段辐射特性(单色测光)。射电、X射线、γ射线波段测光大多也是窄波段的——单色测光。

在地面测光中，需要改正地球大气的吸收(大气消光)而归化为大气外星等。通常由标准仪器系统观测一些恒星，进行大气消

光改正后归算到大气外观测星等，在规定零点后得到它们的星等值，这些恒星便作为测光标准星。对大量恒星用类似仪器系统同时观测待测星与标准星，用相对测光方法，而观测结果归算到(包括大气消光改正)标准系统的星等值。对于射电测光，常利用标准噪声源或标准射电源(太阳、月球或选择的宇宙射电源)来测出射电望远镜的参数，然后利用它们把观测的天体射电亮度归算出来。

（2）天体分光(光谱或频谱)测量　天体分光学（或天体光谱学）是应用光谱(频谱)分析和分光光度测量的方法获得天体不同波长的辐射资料。它可以提供天体的物理状态和化学组成以及演变的很多宝贵信息，在天体分光资料基础上，通过各种理论天体物理学方法研究来揭示天体的性质和规律。

在光学波段(包括红外、紫外)，首先用望远镜加光谱仪、由观测(用照相方法或光电方法)得到天体的光谱。天体光谱的特征是连续光谱上叠加许多吸收(谱)线或发射(谱)线。天体分光光度测量的目的在于得到天体辐射随波长的分布，而前面测光则相应于此分布在一定波段的积分。在同样条件下比较两个天体的分光辐射称为较差分光光度测量，如果测量结果以绝对单位表示则称为绝对分光光度测量，若以某一相对单位表示则称为相对分光光度测量。按照测量范围又可分为连续光谱测量和谱线测量。连续光谱测量的目的是求得天体光谱能量(按波长)分布曲线，观测的光谱要受地球大气消光、星际(物质)消光、望远镜和光谱仪及探测器的总光谱响应的影响，需进行改正而归算出天体的光谱能量分布。如果把待测天体的观测光谱与已知光谱能量分布的标准源(如，绝对黑体等)进行比较测量，需要仔细作上述改正，以得到天体的绝对分光光度测量结果，于是此天体成为标准星，而对待测星和标准星在同样条件下作相对分光光度测量时则仪器因素自行消除。谱线测量是测量谱线波长宽度范围内单色辐射与连续光

谱的强度比率，用此比率与波长的关系作出谱线轮廓，还应作散射光及仪器轮廓改正。天体光谱分析一般方法是在观测天体光谱前(或后)用同一仪器观测已知波长的实验室光源（如铁弧）的光谱，通过比较测量确定出天体谱线波长，再与已知元素的谱线系列对比而证认出天体的化学元素，而元素含量等性质则需根据观测的一系列谱线轮廓用理论研究得出。现代的天体分光光度测量采用硅二极管阵探测器并把其输出直接连到电子计算机上，由计算机程序进行上述改正处理后输出结果。

类似地，天体射电也有连续频谱和谱线，只是谱线不只是由原子、也由分子发出。射电望远镜进行频谱观测给出连续谱和线谱的辐射。X射线和γ射线波段同样观测天体在其波段的单色辐射，但常以光量子能量与波长关系(能谱)给出结果。

（3）天体偏振测量　天体辐射具有一定的偏振性质。天体偏振测量实际上也是一种光度测量，是利用附加偏振器的测光，得出天体辐射的偏振参数——偏振度或斯托克斯(Stokes)参数的资料，用以进一步理论研究以得到天体的物理状态、辐射机制或通过的介质性质。例如，由日冕辐射的偏振测量资料可以进一步求出电子密度和温度，由恒星辐射的偏振资料推算星际磁场，由行星大气散射光的偏振了解大气组成等。在光学波段，天体偏振测量可以是较宽波段的偏振测光，也可以进行多种窄波段的偏振测光，得到偏振参数随波长的变化。太阳磁象仪是利用谱线偏振性质而测定太阳磁场的仪器。同样地，射电观测中也有射电偏振计来测量天体射电的偏振参数。

3.2　天文学理论研究方法论

在天文学中，理论研究是非常重要的，这不仅是由于观测资料需要理论解释，从而揭示天体的性质和规律；而且理论研究也有相对独立性，它可以预见天体的某些未知特性和现象，指导人

们去观测检证。就是在天文观测中也总是离不开理论指导而进行有目的地观测以及制定观测方法和纲要。在天文学的发展中，与各时代的科学水平相关，不断创立、发展和完善一系列天文学理论的分支学科以及各种理论方法。一般地说，天文学理论研究离不开理论思维活动，从多种多样复杂的天文现象和观测资料进行矛盾或因素分析，作出科学抽象，运用比较、分类、归纳、演绎、分析、综合等逻辑方法，提出假说并发展为理论，尤其是运用多种数学和物理学的方法来建立天文学理论体系，事实上，作为自然科学基础学科之一的天文学，因其本身发展需要也开创了或发展了一些数学、物理学及哲学、逻辑学的方法，例如，行星运动三定律促成万有引力定律的建立，从恒星内部能源的探讨推动热核反应理论的建立，康德和拉普拉斯的星云说推动了自然界演化观的建立等。事实上，每种天文学理论的建立中总是体现了综合运用多种方法，因此这里仅概要地、大致按历史上出现的次序叙述几种一般的理论思维方法模式。

3.2.1　天文唯象方法与经验关系

古代的天文学研究中占主导的是唯象地解释观测事实，注意寻找两种或多种天象之间的联系及表现规律性，而不甚了解天象的实质。例如，由于人们当时无法察觉遥远恒星的距离，以为它们仿佛都嵌在一个大的天穹上，因而形成恒星天球的概念。他们观察到太阳、月球、行星相对于众恒星的位置变化及其周期性，利用当时的数学知识进行编算历法，计算和预报日食和月食。即使到现代，对某些天文研究来说，唯象方法仍有一定应用，例如，天球概念及有关的数学关系仍在延用，只是在了解实质后作出深化的理论。又如，太阳黑子数与地球上气候、水文变化有关，但目前尚不了解这种关系的机制，而应用这类经验关系从黑子数的预报来推测气候及水文变化趋向。在某些天象相关的实质尚未认识的情况下，从唯象建立的经验关系只要有较多验证，把

这种关系作为深入研究的第一步仍是相当可取的，在天文学史中也不乏这类例子，例如，行星绕太阳公转的轨道半长径的经验关系——“提丢斯—波得定则”至今仍无满意的理论解释，但按此定则启发，去寻找火星与木星轨道之间的未知行星，导致小行星的发现；行星运动三定律起初也是经验关系，直到牛顿建立万有引力定律和奠立天体力学才得到这三定律的完满解释；星系的光谱线红移与其距离的关系——哈勃（E.P.Hubble，1889—1953）定律起初也是经验关系。

3.2.2 宇宙和谐观

宇宙的和谐观念自古有之，并延续到现代。在天文学上，这种观念促成一些天文学家作出了重大成就。对于宇宙的和谐这一观念，有很多解释，大多指自然界存在对称、简单、数的巧合等，寻找和谐就是探索自然界的结构和规律的一致性和简单性以及普适性，并用数学表达出来。托勒密相信匀速圆运动是完美与和谐的，用本轮、均轮组合来表述行星运动，建立地心体系，不过，他也申明，这种体系可能不具客观实在性，只是为了数学上优点。哥白尼日心体系认识到行星绕太阳公转的本质，但仍采用匀速运动和圆轨道。开普勒更是坚信宇宙和谐观，他寻找到行星沿椭圆轨道绕太阳公转，认为这是比本轮与均轮和谐的，他把行星运动第三定律写入《宇宙和谐论》中，近代宇宙学研究中也继承了和谐观。随着科学发展，宇宙和谐性就愈深入，内容愈丰富。

3.2.3 天文观测量转移法

很多重要的天文资料是不易或无法直接观测到的，这时人们就设法作出逻辑推理，把需要观测得到的资料（需求资料）与某种可观测的资料（转移的资料）联系起来，建立起需求资料与转移资料的对应关系，从而由可观测的（转移）资料推导出需求的资料。于是，把对于需求资料的观测转化为转移资料的观测。例如，古代人们需要了解太阳在天球上视运动的周期性规律，但人们在白

天观测不到背景星空，从而不能直接观测太阳相对于恒星天球的视运动，我国古代天文学家巧妙地制成了圭表，观测圭表上日影长度每天和每年的变化，从而找到太阳在天球上视运动的周期性规律，确定岁时、编算历法，南宋时杨辅忠测出一年为365.2425天，这与现行公历一样准。类似地，用日晷上指针影子的方位指示时辰。在现代天文学中也不乏使用转移法的例子，例如，恒星表面温度尚无法直接测量，但恒星的连续光谱能量(随波长)分布接近于绝对黑体辐射的能量分布，而后者的形式由温度决定，因此常由观测恒星的连续光谱能量分布及测定不同平均波长的星等差(色指数)来近似地求出恒星表面温度。又如，遥远星系的距离不能直接测定，常采用哈勃定律由观测谱线红移量来得到星系距离。

3.2.4 天文学的理论推演法

牛顿发现万有引力、奠定天体力学后，形成了天体力学理论体系，哈雷用牛顿理论推算彗星轨道，第一次预言哈雷彗星回归并被后来观测证实，从此人们更相信天体力学的威力，微积分的发展又提供了演绎推理工具，产生了天体力学摄动理论，勒威耶和亚当斯用这一理论推算而发现海王星。赫歇耳用天体力学研究双星的运动规律。并且运用开普勒第三定律可以推求恒星的质量。高斯（C.F.Causs, 1777—1855）建立了由三次观测计算小行星轨道的(高斯)方法。现代天体力学已发展成几个分支学科，尤其在星际航行中发挥了作用。

天体力学理论在天体测量学和天体物理学中也有很多应用。在天体物理学中应用有关理论物理学理论建立起各种理论天体物理学分支学科(见后)，由这些理论分支学科的理论和方法不断地解释实测天体物理学资料，导出新的结果，预见一些新的现象。例如，从宇宙学研究导出存在宇宙微波背景辐射，结果由观测证实了。又如，范德胡斯特（H.C.Van de Hulst）于1944年从理

论上预言银河系存在星际氢原子，可能观测到它的21厘米射电谱线，1951年得到观测证实。

3.2.5 天文学的外推法

天文学发展的历史就是在深度和广度上不断扩展人类认识宇观物质世界的历史，这一历史仍在延续着。人类认识宇宙的过程总是从不了解到逐步了解，由观测的表观天象到揭示其本质和规律，从认识近的太阳系天体到银河系、星系、总星系更远宇观客体，这些特点决定了天文学中常用外推法，即利用已得到的有限知识和理论去研究和揭示宇宙的奥秘，当然外推的结果还需要观测检验。这种外推法合理性的基础在于物质世界有其统一的本性和普遍规律，而有限的知识和理论中包含有统一性和普遍性。如前所述，宇观客体包含微观和宏观客体，宇观过程是微观和宏观过程的集合表现，当然还存在宇观条件下的特殊规律。外推法是天文学研究中广泛使用、卓有成效的一种方法模式。

基尔霍夫定律是从光谱实验总结出来的，将它外推于太阳和恒星光谱而证认出太阳和恒星的化学组成；首先从日珥光谱线发现当时未知的元素氦，后在地球上找到氦元素；在星云光谱中又发现未知谱线，但不属于新元素，而是已知元素发射的禁线，这是由于宇观条件有利于禁线的产生。同样地，实验室或理论预言了分子谱线，而射电天文谱线观测发现了星际分子90多种。

人们曾尝试用化学能来解释太阳的辐射能，但未成功。继爱丁顿（A.S.Eddington，1882—1940）在20年代提出太阳能来自氢聚变为氦的观点之后，1938年贝特（H.A.Bethe）用核物理学理论具体导出氢聚变为氦的热核反应能可以长期维持太阳的辐射；恒星内部的热核反应(核合成)在恒星演化中起重要作用，1957年伯比奇夫妇（G.Burbidge，M.Burbidge）、福勒（W.A.Fouler)、霍意耳（F.Hoyle)提出元素核合成(B^2FH)理论，除氢、氦等少数轻元素外，绝大多数元素来自恒星内部的核合

成。

天体距离的测定是多次归纳外推的。地面三角测量法外推于恒星(三角)视差测量，定出一些恒星的距离①。后来发现，同一光谱型恒星的某几条光谱线强度比与绝对星等②有关，由已测距离的恒星建立谱线强度比与绝对星等的关系，则从待测距离恒星的谱线强度比、可用此关系求出绝对星等(因而距离①②)，这就是分光视差法。类似地，还有一种测量天体距离的方法—造父视差，它利用造父变星光变周期与绝对星等的关系。此外，还有利用上述的哈勃定律从谱线红移定距离等方法。

3.2.6 天体的比较和分类法

天体不仅数目多，而且各有差异。为揭示天体的奥秘而提出很多问题，有目的和有计划地去观测和研究一系列个别天体或其各部分（例如，太阳光球、色球、日冕、太阳黑子及耀斑），或者说用分析方法取得许多零散资料，通过从定性到定量地比较各天体之间的多种同一性和差异性，进行分类，逐步研究以深入对天体的属性及规律的认识，得到新的发现，

古代人对天体视位置的长期观察，根据运行情况等产生太阳、月球、行星和恒星等概念。后来，通过新时期的星表与古代星表中恒星位置的比较，发现了恒星的自行。通过恒星光谱与实验室光谱中相同元素谱线的比较，发现有系统的谱线位移，用多普勒（Doppler）原理去解释(还要加上地球自转及公转改正)，可以测定出恒星的视向速度。最初在小望远镜看到一些云雾状天体。统称作星云，但通过距离和光谱等特征的比较，确定出星云实际上有两类：一类是银河系内的星云，由气体和尘埃组成；另

① 天体距离r与视差π的关系为，r(光年) = $3.26/\pi$(角秒)。

② 绝对星等M与视星等m及视差π的关系为，$M = m + 5 + 5\log\pi$。

一类是银河系之外的遥远星系，主要由恒星组成的天体系统。天文学中对不同宇观层次的诸天体又按它们的特征进行分类，这里仅举几例。

（1）行星的分类　九大行星可按其视运动分为位于地球轨道内的和外的地内行星（水星和金星）和地外行星，可按轨道在小行星带内、外而分为内行星（水星、金星、地球、火星）和外行星（其余5个行星），可按质量、大小和化学组成划分为类地行星（水星、金星、地球、火星）、巨行星（木星和土星）、远日行星（天王星、海王星、冥王星），最后一种分类对于研究行星的结构和起源演化更有益。

（2）恒星光谱分类　根据各恒星的光谱特征的相似性与差异性，进行恒星光谱分类。早期的分类几乎是纯经验性的，当时尚未确切了解它们差异的原因。后来从恒星大气物理研究认识到，绝大多数恒星的光谱差异主要不是化学组成不同的原因，而是由于恒星大气的温度和压力不同而导致恒星大气物质的不同激发与电离状态。早期的恒星光谱哈佛分类系统主要依据谱线的相对强度，也考虑连续光谱，划分为10个光谱型，每型又细分为10个次型，如 B_0、B_1、B_2…B_9 等。这一序列由左至右对应恒星表

```
                         S
                        /
O—B—A—F—G—K—M
                        \
                         R—N
```

面温度由高到低，O型约40000开（绝对温度），M型约3000开，侧支R、N、S反映化学组成差异。另外，有些恒星的光谱还有别的特征，有发射线的附加符号e（如，Be、Ae），光谱特殊的加符号p（如，Ap）。后来，摩根（W.W.Morgan）和基南（P.C.Keenan）提出二元分类系统（MK系统），主要依据恒星表面

温度和光度(绝对星等),另外用罗马数字表示光度型：I——超巨星、Ⅱ——亮巨星、Ⅲ——正常巨星、Ⅳ——亚巨星、Ⅴ——主序星(矮星)、Ⅵ——亚矮星、Ⅶ——白矮星，例如太阳为G_2Ⅴ型。包括化学组成的三元分类系统仍在探讨中。在恒星光谱分类基础上，赫茨普龙(E.Hertzsprung)和罗素(N.H.Russell)用大量恒星作出的光谱(型)——光度图(赫罗图)，尤其是星团恒星的赫罗图，为恒星演化提供了重要线索，它在天文学中的重要地位犹如化学中的门捷列夫周期表。

(3)变星分类 很多恒星的亮度明显地起伏变化，称为变星。根据光变原因，变星分为脉动变星、爆发变星和几何变星三大类，又按光变曲线形态和物理原因细分为若干类型及次型，例如，脉动变星又分为长周期造父变星(包括经典造父变星和室女座W型变星)、短周期造父变星(包括天琴座RR型、仙王座β型等)、半规则变星等；爆发变星又分为超新星、新星等；几何变星又分为食变星(包括大陵五型、渐台二型、大熊座W型，都是双星)、自转变星(包括猎户座FU型、北冕座R型等)等。

(4)星系分类 星系分类是研究它们性质和演化的依据。星系在形态和结构等特征方面是多种多样的，星系分类系统也不断发展。哈勃分类系统按星系形态特征划分为三大类：椭圆星系(以符号E表示，后面加数字0、1、2、…7表示扁度)、旋涡星系(符号S，又按旋臂由紧到松附加a、b、c，无旋臂加o，有核部棒状结构的称为棒旋星系、以SB表示)和不规则星系(符号Irr，又分为Ⅰ、Ⅱ型)。范登堡(Van de Bergh)又加上星系光度型，成为二维星系分类系统——范登堡系统(又称DDO系统)，如星系M31为ScⅡ-Ⅲ型。此外还有另些星系分类系统，如按星系质量分为矮星系、巨星系和超巨星系。除了上述正常星系的分类之外，还有一些特殊星系，如塞佛特(Seyfert)星系(即其中心区明亮并有光谱发射线的旋涡星系)射电星系(射

电辐射强）、N星系（有亮核），类星体（红移大的恒星状天体）、蝎虎BL天体（光度大）等等。

3.2.7　天文数理统计

在天文学中，除了对天体的某种特性分别进行观测（分析法）之外，更需要对大量观测资料进行综合研究，以探索出新结果，这就需要结合宇观情况，应用数理统计方法来建立一些具体的天文数理统计方法。大体说，天文学中有两大类数理统计任务。一类是观测数据处理，由于每次观测到的量总有一定误差，而要得到的量往往不是直接观测量、而是从观测量间接导出的量，并且又要求精度高，以免"失之毫厘、差之千里"及达到"见微知著"，显然一、二次观测很难得到精确结果，这就需要进行多次、甚至很长时间的观测，通过数理统计方法（如最小二乘法）来求出精确结果。例如，要测定观测点的地理纬度，原则上只要观测一颗已知赤纬δ恒星在上中天时的天顶距Z，假如它在天顶之北上中天，则地理纬度$\varphi=\delta-Z$，而实际上由于要消除种种误差的影响，在观测纲要中观测72对恒星，通过连锁法处理来归算出准确的地理纬度值，又如，分光视差测定中需要大量已知绝对星等的恒星观测资料的统计处理才能得到很好的谱线强度比与绝对星等的关系，而对待测星由其谱线资料及此关系来求出绝对星等、进而求出视差。另一类是天体系统特性的统计研究。例如，在恒星的统计研究中，由观测资料计数从最亮星到m星等的恒星总数N(m)，在理论上可导出恒星空间密度（分布）函数、光度函数与N(m)之间关系的恒星统计基本积分方程，求出此方程的解——密度函数就得到银河系的结构，对不同类型恒星作统计研究，得出恒星可分为物理性质、分布、运动等不同的"星族"及扁平、中介、球状三类次系。由恒星运动（自行、视向速度）资料进行统计（称为恒星运动学），得出太阳在银河系中的运动、银河系自转参数。这些方法进一步推广到脉冲星、类星体及星系等的

研究。前面所述恒星动力学就是用统计方法来研究恒星系统中物质分布和运动状态的动力学理论。

3.2.3　天文假说和理论模型

宇观现象和过程是多样复杂的，人们由于受到观测条件和科学技术水平的限制，得到的天文资料往往是很不完全的，因而对宇宙的认识受局限，但认识又是不断开拓和发展的。在天文学中，常依据有限的资料和已知理论，通过归纳和演绎、分析和综合等逻辑方法，加上想象和推测，对某些未知的天文现象和过程及其规律提出一些合理的观点，并用具体的数学物理方法进行推演，提出天文假说或理论模型，导出一些新结果，并经过观测事实检验而发展，转化为科学理论，随着时间推移，又提出新假说，或者打破传统理论而创立新理论。

宇宙的结构是从古至今不断探索的重要问题。托勒密地心体系最初是假说。后被认为是古代经典理论，哥白尼地心体系也是假说，后来被发展为太阳系结构的理论。赖特在《宇宙本源论》中提出银河系结构的假说。康德认为在银河系外还必然有孤岛式的星系。朗伯特于1761年提出宇宙间存在着无限阶梯式的天体系统。沙利叶（C.W.L.Charlier，1862—1934）提出等级式宇宙模型。沃库勒（G.de Vauconlears）进一步发展了等级式宇宙模型。现在的大爆炸宇宙学仍是一种假说。

自康德和拉普拉斯提出太阳系起源的星云假说以来，天体的起源和演化成为天文学的又一重要问题，这也是很困难的问题，因为天体的起源和演化过程是很漫长的，现有资料总是不充分的。至今关于太阳系起源仍是众说纷纭，不断提出新的假说或具一定理论体系的学说，包括我国戴文赛学说的现代星云说也有待进一步发展。但在恒星的形成和演化问题上已取得重大突破，这是因为已观测到处于不同演化（包括形成）阶段恒星的大量资料，可以从理论上概括地描述从弥漫星际云收缩形成恒星、由于恒星

内部核反应导致的演化史。星系的形成问题的研究仍是从物质由稀变密形成星系的弥漫说和由超密变稀形成星系的超密说两类假说相持的局面。在各层次天体的起源演化研究中，都存在弥漫说和超密说两大派的争论，实际上许多观测资料表明，宇宙中既存在物质从密到稀（如，恒星演化后期爆发式抛出物质）的演化过程，也有在从稀到密的过程（如，从星际云形成恒星），只把其中一种过程普遍应用于各层次天体是不妥的，在吸引与排斥的矛盾斗争中，应根据具体条件来确定具体层次天体主要的演化过程，在宇宙总的吸引与排斥对立统一演化中，具体层次的天体演化仅是其链条中的一个环节，实际上在一种过程为主的演化中也存在另一种过程（例如，恒星从稀到密的形成中也存在抛射——星风），发生着过程的转化。

现代天文学研究中，不仅定性地提出假说，而且定量地作出数理推演，形成了一些新的理论体系。一般地说，天文学理论研究常采用如下的元过程综合方法：对于某种天文问题中的诸可能过程进行分析，具体地抓住其主要的过程和主要因素，应用有关的理论物理学和天文学理论，建立一组方程，再利用天文观测资料给出的条件，由数学物理推演，导出具体的数值解或分析解。对于某些随时间变化缓变的问题，又采用准平衡和准稳态假设，例如，恒星大气辐射转移理论中的基本方程是辐射转移方程，恒星内部结构理论中的基本方程是由流体静力平衡方程、质量方程、辐射转移方程、光度方程、物态方程组成的方程组。对于某些变化快的天文问题，则建立动力学方程组，如，星系动力学、宇宙电动力学、天文动力学等。为了在天文具体条件下求出有关方程的解，常应用数学方法和电子计算机程序进行运算。

4　天文学的分支学科与方法

在天文学的悠久历史中，随着研究方法的发展，先后建立了天体测量学、天体力学和天体物理学三大类学科，它们各自都在发展，相互联系和促进，不断开辟新的前沿。由于天文学研究方法、对象、观测手段、理论等诸多方面的复杂性，以及历史发展的传统习惯和交错关系，天文学的分支学科体系较繁杂，从不同角度上可以对天文学的分支学科进行不同的分类。按照研究对象可划分研究行星、太阳、恒星、银河系、星系和宇宙的一些分支学科，由于太阳和银河系的特殊地位，把它们从恒星和星系中单

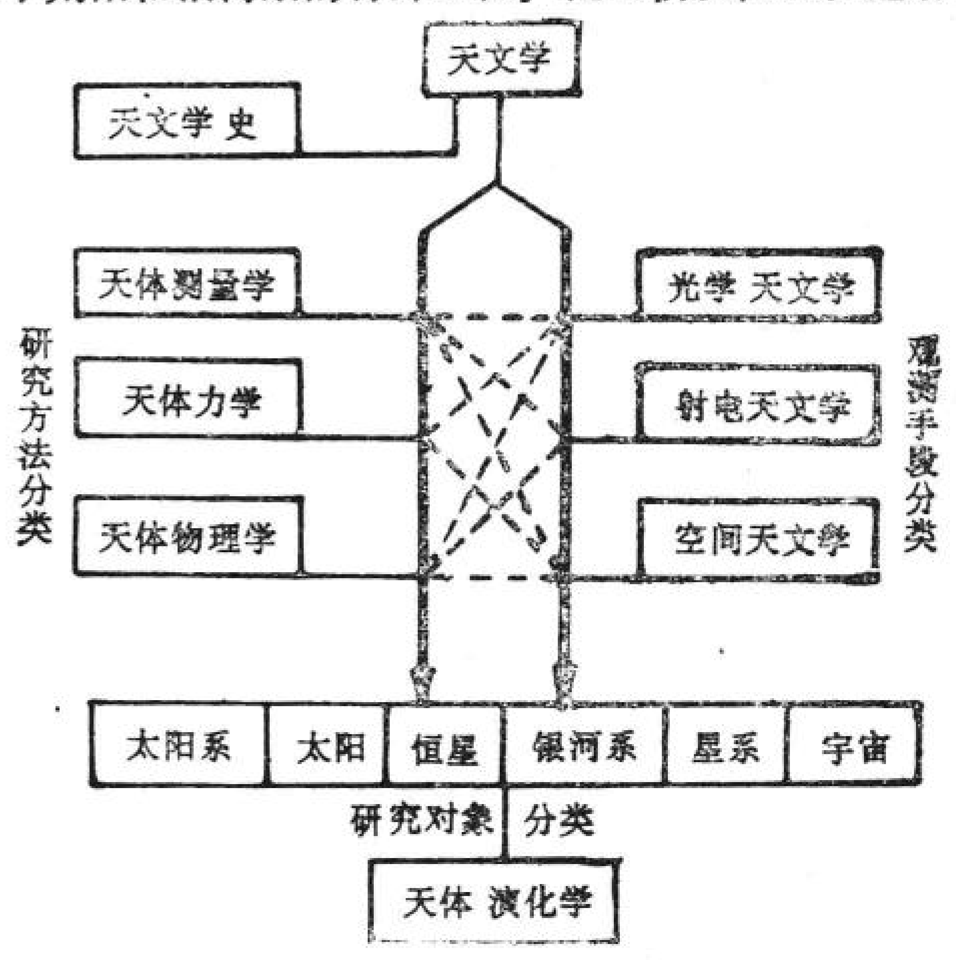


图4.1　天文学的分支学科分类

列出来。从观测手段角度来看，长期以来主要是地面光学观测，但习惯上不用光学天文学这一概念，近半个多世纪以来，先后发

展了射电和空间探测手段，产生了射电天文学和空间天文学。此外，还有建立在上述分支学科基础上的天体演化学和天文学史；宇宙化学等也应列入分支学科，但其内容常包含于其他分支学科中而不单列。上述的分支学科分类及其相互交叉关系大体上如图所示。下面简述各天文学分支学科的任务和方法。

4.1 天体测量学方法

天体测量学的主要任务是观测和研究天体的位置和运动，建立基本参考坐标系，确定地面点的准确坐标，建立基本天文常数系统。它有以下4个分支学科。

4.1.1 球面天文学方法

球面天文学主要运用球面三角学和矩阵运算等数学方法来建立天球坐标系；研究天体的视位置及视运动，以及地球自转和公转(视差及光行差)、地球大气折射(蒙气差)、地球自转轴在空间长期变化(岁差)和周期变化(章动)等影响的改正。

4.1.2 方位天文学方法

方位天文学主要任务是测定天体的位置和运动。它是天体测量学的基础。按照观测所用技术方法和发展顺序，又分为：

(1)基本天体测量学，建立基本星表来体现基本参考坐标系；

(2)照相天体测量学，用照相方法测定天体的相对位置和运动，把星表扩展到更暗天体；

(3)射电天体测量学，运用射电干涉技术进行天体测量，有可以全天候观测、受地影大气折射影响小等优点；

(4)空间天体测量学，用运载工具把望远镜送到地球外层空间进行天体测量，可以克服地球大气影响及重力对仪器的影响，从而达到很高精度，目前处于开始阶段。

4.1.3 实用天文学方法

实用天文学的任务是应用球面天文学和方位天文学的研究结果，通过观测天体来确定地面观测点的地理坐标(经度和纬度)以及两点间的方位角。其内容包括观测原理、观测仪器、观测方法、误差改正和资料归算处理等。它研究的课题有时间计量、极移测量、天文大地测量、天文导航等。近20多年来，由于采用激光和射电等新的技术方法，观测精度有很大提高。

4.1.4　天文地球动力学方法

这是近年来天体测量学与地球科学之间交叉的新兴边缘学科，它以天文观测手段和理论方法来研究地球的各种运动状态及其力学机制，因而它涉及到地球内部、地壳、水圈、大气圈的物质运动及其相互耦合作用。这门学科有许多具有实际意义的课题，如，地球自转速率的变化和极移的规律及其机制，板块运动及其机制，地球固体潮和地球弹性参数的测定，地球重力场及其变化，地球内部结构对自转的影响，以及涉及到天文与地震、气象、洋流等变化的相互关系等问题。目前，这些研究越来越受到天体测量界和地球科学界的重视，这门学科发展很快。

4.2　天体力学方法

天体力学主要研究天体的空间运动和自转以及天体形状的规律。它主要以牛顿万有引力定律为基础的引力理论研究太阳系天体(包括人造天体)的运动，也扩展到研究某些恒星系统，在某些特殊问题(如，水星近日点的进动等)中应用爱因斯坦的广义相对论或其他引力理论。它有以下几个分支学科，也研究一些特殊课题(如，N体问题，与航天及其他分支学科有关问题)。

4.2.1　天体力学摄动理论方法

天体力学摄动理论是研究二体运动受其他天体引力或其他因素影响——摄动的大小和变化规律的理论和方法。它用分析方法和数值方法研究天体的受摄运动，求其坐标或轨道要素的摄动

值。其课题有两类：一类是具体天体的摄动理论，如，月球运动理论、大行星运动理论等；另一类是共同性问题，如，摄动函数的展开，变换理论等。

4.2.2 天体力学数值方法

这是应用数学常微分方程数值理论来求天体运动方程数值解的方法，也称为特殊摄动方法，从而解决一些天体力学实际问题。它也研究和改进现有各种计算方法、误差的积累和传递、方法的收敛性、稳定性及计算程序系统等。

4.2.3 天体力学定性理论(定性方法)

天体力学定性理论主要研究长时间内天体运动状态以及运动方程在奇点(无穷大值、多值或不定值)附近的性质，又称定性方法。它并不具体求天体轨道，而是探讨这些轨道的性质（稳定性、可能性、碰撞及俘获问题等）。近年它常用拓扑学理论，因此又称为拓扑方法。

4.2.4 历书天文学方法

历书天文学研究如何利用摄动理论和数值方法来编制各种天体的具体历表，预报各种天象（日食、月食、掩星等），也研究天文常数系统，以供实际应用。

4.2.5 天文动力学(星际航行动力学)方法

天文动力学研究从地球向太空发射各种飞行器的运动，又称作星际航行动力学或人造天体动力学，它用于设计人造卫星、宇宙火箭及探测器的轨道，估计它们轨道的变化等。

4.3 天体物理学方法

天体物理学应用现代物理学的技术方法和理论来研究天体的物理状态、化学组成，内部结构和演变规律，是现代天文学中最活跃的学科。由于它研究的对象、内容和方法多样而又广泛，其分支学科很多。按照研究手段和方法，天体物理学可分为实测天

体物理学和理论天体物理学两大分支，而射电天文学和空间天文学的主要内容也属于天体物理学范畴。又可按照研究对象和内容分为以下很多分支学科。

4.3.1 实测天体物理学方法

实测天体物理学研究取得天体物理资料的手段和观测技术，以及观测资料的处理方法等，也称为天体物理学方法。它是理论天体物理学研究的实践基础。观测手段包括各种观测仪器系统的原理、结构和用法。按内容可分为：（1）天体光度测量学（测光）；（2）天体偏振测量学；（3）天体分光学。

4.3.2 理论天体物理学方法

理论天体物理学应用现代物理学理论及由之建立或新创立的天体物理学理论，对实测天体物理学结果进行理论研究，探讨天体的性质和过程。它有很多分支学科。

a. 恒星大气理论方法

它对恒星光谱观测资料进行理论研究，建立恒星大气模型（物质密度、温度、压力等随深度分布），用辐射转移理论研究恒星的连续光谱、吸收线和发射线，推求恒星大气的物理状况、过程及化学组成。

b. 恒星内部结构理论方法

它利用恒星观测资料为条件来求解流体静力平衡、质量、辐射转移、光度和物态的微分方程组，研究恒星内部物质密度、温度、压力等从中心到表面的分布，包括内部产能（热核反应）及能量传输等过程，探讨恒星的演化。

c. 宇宙气体动力学方法

它应用气体动力学研究太阳、星际物质、形成恒星的气体—尘埃云、新星和超新星爆发产生的气体云、星系等的现象和动力学过程规律。例如，太阳风、行星磁层及星系旋臂结构（密度波理论）研究等。

d. 等离子体天体物理学和宇宙电动力学方法

宇宙物质大多处于等离子态且存在磁场（如太阳大气、行星磁层、星际物质、磁变星及脉冲星等），发生等离子现象和过程（如，太阳耀斑爆发等），用等离子体物理学方法（等离子体天体物理学）和磁流体力学方法（宇宙电动力学）来研究。

e. 高能天体物理学方法

它用高能物理学理论来研究天体的高能现象和过程，如类星体、脉冲星、X射线源、γ射线源、星系核活动等。

f. 天体辐射理论方法

它研究类星体、射电源、星系核等及X射线、γ射线和星际分子的辐射机制。

g. 相对论天体物理学方法

它用广义相对论来研究中子星、黑洞等致密天体及宇宙大尺度时空结构（宇宙学）等，也研究广义相对论对牛顿力学的修正及引力辐射、引力波等。

4.3.3 射电天文学方法

它通过观测天体的射电来研究天体，有3个分支：（1）射电天文方法，用无线电技术（射电望远镜）获得天体的射电资料；（2）射电天体测量学；（3）射电天体物理学，用理论天体物理学研究射电资料。此外，还有用雷达技术于天文的雷达天文学及在空间进行观测的空间射电天文学。

4.3.4 空间天文学方法

这是在地球高空和大气外进行天文观测及其研究。由于越过低层大气屏障，可进行全波段观测，并可能提高分辨；探测器飞临行星作近距和着陆探测，乃至取回月球样品作实验分析。按不同波段又分为：红外天文学、紫外天文学、X射线天文学、γ射线天文学。

4.3.5 行星科学（太阳系天体物理学）方法

行星科学主要研究太阳系天体(但不包括太阳)的性质和现象，也称作太阳系物理学。近30年来，由于航天发展，太阳系研究成为多学科共同的研究对象，研究内容更广泛。它有以下分支：（1）行星物理学；（2）彗星物理学；（3）流星天文学；（4）陨石学；（5）行星际空间物理学；还有行星地质学、行星大气学、磁层物理学、太阳系化学等新分支。

4.3.6 太阳物理学方法

它应用实测和理论天体物理学来研究太阳的物理性质、化学组成、形态、结构、活动现象及其规律，内容包括根据观测资料建立太阳内部结构模型、太阳大气模型、太阳活动（黑子、日珥、耀斑等）的物理状态及规律等。

4.3.7 恒星物理学方法

它应用实测和理论天体物理学来研究各类恒星的形态、结构、物理状况、化学组成、各种现象及演化规律。它的主要内容有：恒星大气的观测和理论、内部结构。能源与元素核合成、各类变星和特殊恒星的观测和理论、脉动和爆发现象的观测研究、双星及致密星（白矮星、中子星等）的观测研究、恒星演化等。

4.3.8 恒星天文学方法

它研究银河系的结构、各类恒星和星际物质以及恒星集团的分布和运动特性。它根据天体测量、天体物理和射电天文学等所得到的各种资料（恒星位置、距离、星等、色指数、自行、视向速度等），用统计学方法及本身特有的密度波理论、统计积分方程、恒星动力学等方法进行理论研究。它的内容有：恒星统计学(银河系结构)、恒星运动学、恒星动力学。

4.3.9 星系天文学方法

它又称作河外天文学，研究对象是星系和星系际空间。它应用实测天体物理学资料来研究星系的结构、运动、起源演化，研究星系集团的空间分布、相互作用和演化联系以及大尺度物质分

布，因而是现代宇宙学的基础。近年来各类活动星系及类星体研究成为极重要的活跃前沿　。

4.3.10　宇宙学方法

宇宙学的研究对象是观测所及的宇宙整体（我们的宇宙），它从整体角度研究大尺度时空性质、结构、物质运动形态和演化规律。现代宇宙学包括观测宇宙学和理论宇宙学两个方面，前者侧重于发现大尺度特征，后者侧重于研究宇宙的运动学和动力学以及建立宇宙模型。目前观测所及空间范围为100多亿光年，包括几十亿个星系，时间范围约100多亿年。观测宇宙学已发现一些大尺度的系统性特征：绝大多数河外天体的谱线红移与其距离存在线性关系；微波背景辐射各向同性；大多数星系可归属几种形态（椭圆、旋涡、棒旋、不规则）；最老天体的年龄不超过200亿年；宇宙中氢、氦元素占99%、而氦约占$\frac{1}{4}$等。80年代以来，观测发现宇宙大尺度上不完全均匀，微波背景有较小的各向异性，星系分布构成“胞状结构”，发现有大的“引力中心”——多级结构，以及有引力效应的不可见暗物质（又有热的与冷的暗物质）、缺少星系的“巨洞”（Void）等。这些特征有别于小尺度特征。理论宇宙学是用理论方法来建立宇宙模型，即大尺度结构特征、运动形态和演化方式，有多种模型。关于大尺度结构，模型分两类：均匀模型，认为大尺度上天体分布基本上是均匀各向同性的，或者说没有中心或特殊点，这种假设称为“宇宙学原理”；另一类是等级模型，认为物质分布逐级成团。关于运动形态，主要是对红移的解释不同，有的认为系统性红移反映宇宙膨胀，有的认为是另外原因（如，光子传播中衰老）。关于演化方式，有“稳恒态宇宙模型”（认为大尺度物质分布和物理性质不随时间变化、宇宙膨胀中物质不断创生）和演化态——大爆炸模型，还有“正—反物质宇宙模型”（认为宇宙由正、反两种物质形成）。各种模型都有其特色，在不同程度上说明了某些观测特征。现代

宇宙学建立在广义相对论及粒子物理学等现代理论基础上。

大爆炸宇宙学能够较多的说明观测事实，是现代宇宙学中最有影响的，常称为“标准宇宙模型”。它是经过一系列研究发展起来的，其基本论点是认为我们的宇宙是从极高温、高密度的原始火球爆炸而产生的，有不断膨胀、物质从密到稀、从热到冷的演化史。关于宇宙极早期，近年又提出暴胀宇宙（Inflatoinary Universe）模型。

4.4 天体演化学方法

天体演化学研究各种天体及天体系统的起源和演化，即它们产生、发展和衰亡的演变史。天体演化与物质结构及生命起源是自然科学的三大基础理论问题，后两者又与天体演化密切相关。天体演化学是一门综合性学科，它以天文学各分支学科为基础，对有关研究结果进行综合分析研究，探讨天体演化规律，它有以下几方面内容。

（1）太阳系演化学，一般侧重于太阳系起源，主要研究行星、卫星、小行星、彗星等的形成和演化，说明太阳系现有特征的由来。由于缺乏太阳系早期遗迹，因而至今仍是众说纷纭局面。研究太阳系起源的合理战略是：一方面从太阳系现有资料（尤其演化程度小的小天体资料）逆推过去；另一方面是借鉴恒星形成的观测和理论成果（因为行星等形成可看作恒星——太阳形成的副产品）。这两方面结合来逐步解决。现在较盛行的是星云说，认为50亿年前从某星际云瓦解的一个小云（原始星云）在转动和自吸引下形成太阳系，其中心形成太阳，其外部物质形成行星及卫星等天体。

（2）恒星的起源与演化，研究各类恒星（包括太阳）的形成和演变规律。现在根据大量各种年龄恒星的观测和理论研究，对恒星的形成演化史有较一致的认识，即某些星际云在自吸引收缩

中碎裂为许多小云，各小云进一步收缩成为原恒星，再演化为恒星，即经历引力收缩、主序(内部热核反应产能维持准平衡态)、红巨星(因内部剧烈核反应而膨胀)、不稳定和晚期（按质量不同而成为褐矮星、白矮星、中子星、黑洞等）5个阶段。恒星质量越大，演化越快，不同质量的恒星有不同的演化途径。

（3）星系的起源和演化，研究各类星系的形成和演变规律。现在有弥漫说和超密说(见前面)两大派，各有特色，尚无定论。

（4）宇宙的起源和演化，在宇宙学中论述。

4.5 天文学史方法

天文学史是自然科学史的一个组成部分，它研究人类认识宇宙的历史，探讨天文学的产生和发展规律。天文学史的内部很广泛，有世界天文学史，地区、民族和国家的天文学史，又可按时代和内容来划分(如，中国古代历法等)，也按学科（如，射电天文学史）和对象(如，海王星发现史)及观测手段(如，望远镜发明史)划分。

天文学史的研究方法是以某种自然观和认识论作指导，运用天文学和历史学知识，对文献资料进行科学分析，对天文学遗物进行考察，对某些记载进行模拟、重测和重算，以还其历史本来面貌。研究天文学史有助于了解人类思维发展规律、掌握正确的宇宙观和方法论，总结经验教训，探明天文学研究规律，作为今后发展的借鉴，也提供某些现代课题（如，超新星、地球自转、太阳黑子等）的史料，还可以帮助考证历史年代。

（作者：胡中为）

参考文献

[1] Shapley H.& Howarth H.E.(eds.),A Source Book in Astronomy, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1929. [该书编选了从哥白尼《天体运行论》(1543)到小达尔文《月球演化理论》(1897)的天文学名著]

[2] Lang K. R. & Gingerich O.(eds.),A Source Book in Astronomy and Astrophysics 1900—1975, Cambridge, Harvard Uniersity Press 1979. [该书编选了1900—1975年天文学与天体物理学名著]

[3] 宣焕灿编选，天文学名著选译，知识出版社，1989.[共编选了古代到1975年的86篇天文学名著]

[4] Harwit M., Astrophysical Concepts, John Wiley 1973. [中译本，马丁·哈威特，天体物理学概念（万籁等译），科学出版社，1981]

[5] Avrett E.H.,Frontiers of Astrophysics,Harvard Univesity Press, 1976. [中译本，E. H.阿弗雷特，天体物理学前沿（李致森等译），科学出版社，1982]

[6] G.de Vaucouleurs, Discovery of the Universe, Faber & Faber Ltd,London,1957.

[7] 陈久金编著，天文学简史，科学出版社，1985。

[8] Kaufmann W.J.,The Cosmic Frontiers of General Ralativity, Pengmin,1979.

[9] 中国科技大学天体物理研究室，今日天体物理，上海科学技术出版社，1980。

[10] Shipman H.L., Black Holes,Quasars and the Universe, Honghto M,fflin Company 1980. [中译本，西普门，黑洞、

类星体和宇宙(黄克谅、彭秋和译),科学出版社, 1987]

[11] Miller J.S., Astrophysics of Active Galaxies and Quasi Steller Objects, Mill Vally 1985.

[12] Papagiannis D. (ed.) The Search for Extraterrestrial Life : Recent Developments, D. Reidel Publishing Company 1984.

[13] 中国科学院自然科学史研究所,近代科学史研究室编著,二十世纪科学技术发展史,科学出版社,1985。

[14] Найдыш В.М. & Щколенко Ю.А, Мировозренческие Методолочиские Проблемы Астрономия, Философские Наука, No.5, 1981.

[15] 孙显元,现代宇宙学的哲学问题,人民出版社,1984。

[16] 中国自然辩证法研究会,天文专业组编,天文学和哲学,中国社会科学出版社,1984。

[17] 天文学哲学问题论文集,人民出版社,1986。

[18] Osterbrock D.E. & Miller J.S., Active Galactic Nuclei, Kluwer Academic Publishers, 1988.

〔五〕 大气科学方法论

大气科学(Atmospheric Sciences)，顾名思义，是研究大气的各种现象及其演变规律（包括人类活动对它的影响），以及利用这些规律为人类服务的一门学科。它的研究对象主要是环绕地球的大气圈以及与它相关联的水圈、岩石圈、冰雪圈和生物圈。大气时刻处于不断运动之中，发生在大气中的各种现象和过程，千变万化，极其复杂。昨天是万里晴空，风和日暖，气候宜人；今天由于冷锋过境，风云突变，寒潮南下，温度骤降，甚至大雪纷飞，江河封冻。有些地区干旱频发，有些地区则洪涝成灾。有些年份为暖冬或严寒，而有些年份则为凉夏或酷暑。人类在生产活动和与自然斗争的过程中，认识了各种大气现象，又反过来影响大气环境。如何认识大气特征及其变化规律，如何预测未来的天气与气候，如何开发和利用气候资源与水资源，又如何防御自然灾害和抑制不利气候条件，是人类长期以来不断探索的主题。随着生产活动与科学技术的发展，大气科学在国民经济和社会生活中的作用日益明显，其研究内容日臻丰富，人们对地球大气的认识也日趋深入。本篇仅对它的研究对象、现状、研究方法及其发展特点作一梗概叙述，旨在从认识论和方法论的角度来窥探大气科学发展的奥秘。

1 大气科学的研究对象与研究方法

随着科学技术的进步，大气科学的研究领域愈来愈宽，已经

超越出通常所称的气象学(meteorology)范畴。例如，由于世界人口的迅猛增加，人们已开始注意到人口—粮食—气侯异常—灾荒—政治经济—社会动乱之间的关系问题等等。

1.1 大气科学的研究对象

浩瀚大气覆盖着整个地球，其质量为5.3×10^{23}克，约占地球质量的百万分之一。由于地心引力作用，大气质量的90%聚集在离地表15公里高度以下的大气层内，人类和绝大多数陆生生物就生活在这个大气“海洋”的底层。

地球大气的组成以氮、氧、氩为主，它们占大气总体积的99.97%，其他气体含量甚微。其中氧气是人类赖以生存的物质基础。人可以7日无水，不可以10分钟没有空气。因此，大气成分的变化、天气与气候的异常会直接影响人类生存和生产活动，人类活动反过来又会影响大气成分和气候以及生态环境的变化。特别是自工业化以来，化石性燃料的大量消耗，使大气中二氧化碳含量逐年增加，这将因温室效应[①]而使地面气温升高，影响气候变化并产生一系列的生物效应。

地球大气的密度、气压一般随高度呈指数规律递减；但温度、成分以及电磁特性却随高度而不同，因此，人们可以借助这些特性对大气进行垂直分层和水平分界。

太阳辐射是地球上一切能量的最主要源泉。地球自转并绕太阳公转，绕太阳公转的轨道平面(即黄道面)与天赤道面的交角为

① 温室效应是指大气对地球的保暖作用。大气中含有二氧化碳、水汽、甲烷、一氧化二氮等痕量气体。这些气体对于太阳短波辐射几乎是透明的，而对于长波辐射则可大部分吸收，从而使大气变暖，并向地面放出逆辐射(红外)。大气的这种保暖作用与温室有相似之处，故称温室效应。(greenhouse effect)。

23°27′。由于这个角度始终保持恒定不变，地球绕日运行到不同位置时，投射到地面上的太阳辐射能通量也就不同，因而形成了昼夜和四季交替，各种气象要素（如温度和气压等）也呈现出日变化和季节变化（周期性变化）。太阳辐射地球表面的不均匀加热是产生大气运动的根本原因，是驱动大气环流的原动力。由于太阳辐射到达量的不同，温度自赤道向两极递减；又因海陆分布和地貌等的影响，地表温度并不完全按纬圈分布，而是呈现出非带状不均匀分布。由于气压分布的不均匀性产生运动，而大气运动又会导致气压场的重新调整。大气的水平辐散与辐合必然导致下沉和上升运动并引起一系列天气现象和天气变化。大气通过热力作用和动力作用在水平方向和铅直方向进行物质和能量的传输和转换。水自海洋和江河、湖泊蒸发，进入大气之中，遇有合适的条件，成云致雨。高低纬之间，上下层之间，通过水汽输送与相变，进行热量交换等等。

大气科学研究涉及的范围很广，从气溶胶微粒到行星尺度的大气环流①；从贴地层到整个大气上界，也包括其他行星大气在内；从大气探测方法到资料处理、储存与传递；从系统的物理演变过程到化学反应机理，无不属于大气科学的范畴。它不仅要探求地球大气本身的运动和变化规律，还要研究大气圈与水圈、岩石圈、冰雪圈和生物圈之间的相互联系和相互作用。

在影响大气变化的诸因素中，既有自然因素，也有人为因素；其运动有确定性，也有不确定性；有周期性变化，也有非周期性变化；有绝热过程，也有非绝热过程；有正反馈机制，也有负反馈现象。大气科学的这种复杂性、重要性和应用性不断地吸引着人们去观察、思考与探索。

① 大气环流是大范围大气运动状态的总称。

1.2　大气科学的研究方法

大气科学始终遵循观测—理论—观测这个基本原则不断发展，不断为社会生产和人类生活服务的。可以说，大气科学的进展首先依赖于观测仪器的改进和观测方法的完善。

观测方法包括仪器测量、小气候考查、物候观测，运用各种手段，获得信息和资料系列，通过分析得出规律性的认识，用来指导人们的生产活动和改造自然；同时也促进了大气科学自身的发展。气象观测的显著特点是它的统一性和连续性。组织从局部到全球的气象观测网，按照统一的规范、仪器和方法、搜集长期的连续资料，以便于综合比较，分析和归纳，总结出典型现象的模式特征，如锋面①、气旋②、台风③、热带辐合带（ITCZ）④等。

为了进行某些农业气象考查，大气质量评价，军事活动等，还运用多种观测手段，进行特殊的加密观测。

以大自然为实验室，运用各种观测工具，设计各种大气试验计划，是大气科学研究方法的突出特点。比较著名的试验计划

① 锋面是指冷暖气团的交界面，有冷锋、暖锋、静止锋、锢囚锋之分，锋面附近天气变化剧烈。

② 气旋是一种近似圆形的涡旋，中心气压低，四周气压高，周围水平气流呈逆时针方向旋转（在北半球）。

③ 台风是一种产生于热带洋面上的涡旋，中心气压低，周围水平气流呈气旋性旋转，具有暖中心和台风眼，伴有狂风、暴雨和巨浪，风力达17.2米/秒以上。

④ 热带辐合带是南北两半球信风气流汇集而成的辐合地带。在这个地区气压比附近地区低，辐合上升气流强，对流云发展旺盛。

有：美国局地强风暴和中小尺度试验，日本梅雨锋暴雨试验，中国70年代末组织的青藏高原气象科学实验，以及世界气象组织（WMO），在70年代组织的大西洋热带试验（GATE）、气团变性试验（AMTEX）、季风试验（MONEX）、极地试验（POLEX）、第一次全球大气试验（FGGE）等。

实验室模拟是大气试验研究的另一种方式。例如，第二次世界大战后美国芝加哥大学流体实验室进行的转盘模型实验，不仅模拟出哈德莱环流圈①，还模拟出了大气长波；中国气象学家们通过模拟实验，模拟了青藏高原对大气环流的影响以及台风、西南低涡的形成。又如，在云室中模拟云雾的生成、水滴的碰并与破碎、云滴的冰晶化与冻结等。利用人工气候箱模拟各种气候条件对植物生长影响的实验亦属此类。

此外，从50年代起，运用电子计算机通过计算大气运动方程模拟大气实际状态的数值试验开始流行。例如，利用两层准地转模式③或多层模式模拟大气环流或季风数值试验；根据大气中二氧化碳含量的增加、极冰和云的反馈，模拟未来气候变化趋势等。这种数值试验方法在当前的大气科学研究中已被广泛采用并

---

① 哈德莱环流圈（Hadley Cell）在低纬度辐合上升，至高空向南北方向流去，然后在中纬下沉，在经向环流剖面上在铅直方向构成两个垂直环流圈，一个在北半球，一个在南半球。此系G. Hadley于1735年最先提出，因而得名。

② 大气长波是对流层中上部西风带中的一种波动，波峰称脊，波谷称槽，波长为3000—8000公里，生命期约为一周，这种波动是皮耶克尼斯（J. Bjerknes，1937）首先从北半球高空天气图上分辨出来的一种半球现象。

③ 当作用于大气的气压梯度力与地转偏向力平衡时所形成的风称为地转风。将地转风速代入运动方程构成数值天气预报模式，通称准地转模式。再把整个大气在垂直方向分为两层，即二层准地转模式或称滤波模式（其中滤去了快波）。

取得了积极的效果。

理论分析研究在大气科学发展进程中占有举足轻重的地位。根据观测资料，运用物理学、化学、气象学的基本原理以及数学工具和计算技术，进行理论上的演绎和归纳，建立各种模式，通过模拟和分析，导出新的结论。理论是否正确，还需要回到大自然实验室中进行检验，加以证实。只有经过多次实践检验过的理论，才是正确的，也才能指导实践。

大气科学研究方法的另一突出特点是它的复杂性和多样性。由于大气运动的时空尺度变化范围很宽，所采取的观测手段和理论研究方法也不一样。例如，低层大气和高层大气(90公里以上)的探测手段与研究方法，大不相同；古气候与现代气候的研究方法，显然各异；阻塞系统④ 与中小尺度天气系统(如飑线② 、积云)的分析、诊断、预报方法相差悬殊；快波(大气重力波③ 、声波)与慢波(大气长波、超长波)的处理计算也不一样；片流(laminar flow)与湍流(turbulence)不同，极光(aurora) 和激光 (laser) 回异等等。

总之，大气运动特性及其边界条件的多样性、变化性、特殊性和复杂性是决定大气科学研究方法及其发展的主要前提。

---

① 阻塞系统是中高纬度对流层中上部一种稳定少变的长波系统，例如，阻塞高压和切断低压，其移速缓慢或准静止，一般可维持5—7天，有时可达20天以上。它对上游的西风气流起着分支和阻塞作用。

② 飑线为排列成带状的雷暴群，其宽度一般为公里至数公里，长度为几十公里至几百公里，持续时间几小时。飑线过境时，风向突变，气压涌升，气温急降，风狂雹猛，往往造成严重灾害。

③ 在密度和温度按某种铅直分布的大气中，空气在重力和铅直惯性力作用下，围绕一平衡位置将产生振荡现象，这种振荡向四周传播形成波动，称为大气重力波(横波)。

2　大气科学发展的主要特点和趋势

研究学科的发展特点、趋势、经验和策略以及分析有关学科的新成就与新技术的应用对学科发展的影响，从而对学科发展前景作出科学预测，是探索学科发展的有效途径和战略问题。综观大气科学发展史，可以概括出以下几个特点：

2.1　观测技术的革新与其他新技术的引进

大气科学发展史表明，每次观测技术的革新，使大气科学发展出现飞跃。例如，17—18世纪，由于物理学与化学的发展，温、压、湿、风等测量仪器的陆续发明，为人类认识大气创造了条件。于是，大气科学研究开始由定性的描述进入了可以定量分析的阶段。气象观测站网的建立和历史上第一张天气图的问世，开创了近代天气分析和预报方法的新时代。这是大气科学发展进程中的一次重大飞跃。无线电的发明和气球、无线电探空仪以及高空观测站网的建立，使大气科学研究从二维发展到三维空间。这是大气科学发展进程中的第二次飞跃。40年代雷达观测和气象火箭的应用，使人们增强了对大气的观测能力，不仅延伸了探测高度，而且对大气化学成分、结构以及天气系统的特征、生命史有了更清楚的了解。这是对大气性状及其运动在认识上的又一次飞跃。50--60年代，由于运用气象卫星、火箭、各种雷达、飞机多种观测系统，特别是采用了激光、微波、红外等遥感探测技术，电子计算技术，高速处理、传递气象信息，使大气科学从获取资料到理论研究，从天气预报、气候预测到服务，进入了蓬勃发展的新阶段。

2.2 和有关学科之间的相互渗透与交叉

大气科学的基础是物理学、数学、化学以及地学、海洋学、生物学等。大气科学正是广泛应用了诸学科并从中获取了必要的营养而发展起来的。现在大气科学正朝着愈来愈精确化的方向发展，现代数学、统计学、物理学的引进和高速电子计算技术的应用使数值天气预报的“梦想”变为现实，并为大气科学发展开辟了光辉的前景。如今，大气科学正向专业化、客观化，定量化方向迈进。随着科技的进步，大气科学研究的高度综合性日益明显。例如，钱学森1983年提出的地球表层学①，么枕生1989年倡导的“天地生”气候学，都需要汇集有关学科的研究成果，高度概括与综合、相互渗透与交叉，相互协调，更需要有关学科研究人员的密切合作与努力，才能有所作为。

2.3 研究对象、科学研究规模的扩大与新分支学科的涌现

近年来，大气科学研究领域不断扩宽，研究的时空尺度也正在不断延伸。例如，从大气气溶胶粒子扩展到行星尺度的大气环流；从热带海洋扩展到两极；从短时天气预报延伸到古气候的恢复和未来气候预测等。测量手段日新月异，研究方法及其发展，突飞猛进。因此新的分支学科也不断涌现。例如，随着观测技术的发展，大气遥感、雷达气象学、卫星气象学相继出现；随着大气物理学、天气气候学的进步，大气声光电，云与降水物理，数值天气预报，热带气象，统计气候学，动力气候学与气候模拟等也先后成为独立学科。

① 钱学森，关于地学的发展问题，地理学报，44(3)，257—261(1989)。

2.4 广泛应用促进了边缘学科的产生

大气科学发展的生命力在于它与人类生产活动密切相关。研究的目的是为了应用，而应用又促进了大气科学及边缘科学的发展。20世纪以来，大气科学应用非常广。从农、林、牧、副、渔到工业、交通、水工建筑；从航空、航海活动到科学考察；从水资源、气候资源的开发利用到环境保护与大气质量评价；从国土整治、旅游、医疗卫生到各项经济建设的运筹决策等，无不显示大气科学技术的作用和重要性。尤其是灾害性天气气候事件，不仅关系到人民生命财产的安全，而且还涉及到政治、经济和社会动乱。因此，有些边缘学科也就应运而生了。如农业气象学，水文气象学，森林气象学，生物气象学，畜牧气象学，航空气象学，污染气象学，医疗气象学，灾害性气候学等皆是大气科学技术广泛应用的产物。

2.5 国际合作推动了大气科学的发展

全球大气是一个整体，不同地区、不同尺度的运动系统相互联系和相互作用着，它们处于不断运动和变化之中。有时，这部“机器”加班加点地工作，使得某些地区暴雨倾盆，江河横溢，洪水泛滥，哀鸿遍野；有时这部“机器”似乎停工了，久旱不雨，河流枯竭，气候恶化，环境灾变。为了掌握全球大气的变化信息，必须在站网布局、观测项目、资料处理、信息传递等方面作出统一规划并求得协调，尤须在最短期间迅速集中资料，分析预报或研究，提供服务。环绕地球的大气是没有国界的，上述一切研究手段和方法必须通过国际密切合作，才能实现。例如，70年代的全球大气研究计划(GARP)、80年代的世界气候计划（WCP）、热带海洋大气计划(TOGA)以及90年代开始实施的国际地圈与生物圈计划(IGBP)皆是国际合作的具体表现。

现在，大气科学正以惊人的速度向前发展。观测系统（包括站网设计，直接观测、遥测和遥感技术）正日趋完善并向自动化方向发展，定量观测能力将进一步增强；理论研究更趋数值化、精确化；预报业务将更加客观、定量；气象资料信息的收集、处理、存储与检索，将趋自动化、缩微化；应用与服务也将更加广泛、深入和准确。

3 地球大气圈的组成、结构与演化

地球四周包围着一层厚约2000—3000公里的大气，称为大气圈（atmosphere）。现代卫星探测表明，距我们最近的几个行星上都有大气和云层包围着，通称为行星大气。不同的行星大气，其化学组成与物理结构都不相同。金星大气与火星大气的主要成分是二氧化碳（CO_2），而地球大气的主要成分是氮（N_2）、氧（O_2）、氩（Ar）、水汽（H_2O）等，其中也包括二氧化碳、臭氧（O_3）、甲烷（CH_4）以及其他痕量气体。金星上云层深厚，温室效应强烈，平均表面温度高达750°k，没有水。地球表面温度为230°k，火星表面温度为240°k，木星距太阳较远，表面平均温度较低（NH_3云顶上的温度为134°k），木星上温度的升高，一方面依赖于太阳辐射能，另一方面是靠木星内部能量的供给。

地球大气是人类赖以生存、活动的重要环境。随着历史的发展，科学技术的进步，人类对地球大气的化学组成，物理特性也了解得越来越详细、深刻。下面简述它的组成、结构及其演化。

3.1 大气的组成及其物理特性

火箭探测和化学分析表明，25公里以下的大气以氮、氧、氩最多，其容积含量占全部干空气的99.97%，其余各种稀有气体，如氦、氖、氪、氙和臭氧等总加起来不超过0.03%。其中对

人类活动及天气变化影响最大的是以下几种气体。

（1）氮（N_2）约占干空气质量的75%，它是地球上生命体的基本成分。通过豆科植物的根瘤菌作用可使自然界的氮，固定到土壤中，成为氮化合物。空中闪电亦能使氧氮结合成一氧化氮，然后被雨水吸收并渗入土壤中成为硝酸盐。

（2）氧（O_2）是人类呼吸、维持生命的重要气体，约占空气质量的23%。它在动植物生长和化学变化过程中起着重要作用。

（3）水汽（H_2O）在大气中的含量虽少，变化性大，但它对水分循环、热量交换、天气演变等极为重要。水汽含量不仅有周期性变化（季节变化），而且还有非周期变化。它在一定的环流和物理条件下会发生相变，云雾与降水即是相变的产物。

水汽对太阳短波辐射与地球长波辐射起着重要作用。早在19世纪末叶，实验研究就已确定，水汽吸收带大部分集中在辐射光谱的红外区。在波长近于6微米的波段，水汽有一个强烈的吸收带，它一直伸展到8.5微米。在8.5—12微米波段内，吸收能力极弱，因而人们把这一区域称为大气透明区或大气窗（atmospheric window）。从18微米开始，水汽吸收能力再次增强。正由于这个强烈吸收带的存在，以致长波辐射实际上不能透过这个远红外光谱区。近年来的遥感探测技术正是基于水汽和二氧化碳的辐射特性而发展起来的。

（4）二氧化碳（CO_2）多集中在20公里以下的大气中。它主要来源于化石性燃料的燃烧，动物的呼吸等。随着近代工业的发展，二氧化碳含量几乎与日俱增。据估计，1986年二氧化碳浓度为296ppm，现在已增加到325ppm。在1958—1963年期间，每年约增加到0.25%，这相当于整个大气每年增加二氧化碳5.51×10^9吨。

二氧化碳对太阳短波辐射吸收很少，仅在$\lambda=4.3$微米附近有较弱的吸收带，但它对地面长波辐射的吸收却相当强烈，特别是

在$\lambda=12.9—17.1$微米范围内。因此，二氧化碳的这种特性能使地面和大气保持升温，通称为温室效应。

（5）臭氧（O_3）能吸收紫外辐射，是使生物免受伤害的重要保护层。它在形成和破坏过程中均能放出热量，使大气增暖，影响地面气候。

通常利用火箭或平流层气球取样分析，或者借助于专门的光学测量方法可以得到大气中臭氧含量的观测资料。臭氧含量因地而不同，其铅直分布特点是：低层臭氧含量很少，从10公里高度起随高度增多，到20—25公里高度达最大值，再往上又随高度减少，至55—60公里上空，臭氧已经微不足道了。

（6）气溶胶（aerosol）微粒多种多样，其中包括水滴、冰晶悬浮着的固体粒子，如硫化物（H_2s，SO_2、SO_3）和氮化合物（NO，NO_2、NH_3），岩石风化产物，细菌，植物花粉，火山爆发后的烟尘，放射性粒子，海水溅沫以及带电离子等。它们的大小、形状及其物理性质各异，随风飘动，或者被雨水冲洗沉降。气溶胶对辐射吸收、云雾降水形成、大气污染以及大气光电现象均有重要作用。

3.2　大气的结构

大气物理特性在空间分布上是不均匀的。根据温度分布特点并考虑到大气铅直运动以及其他物理特性，可以把大气圈在铅直结构上分为五层，即：对流层、平流层、中间层、暖层和外层（图3.1）。由于各层高度与物理特性不同，其探测手段与研究方法也不一样。

（1）对流层（troposphere）内集中了整个大气质量的3/4和98%以上的水汽，主要的天气现象也发生在这一层内。对流层的厚度在热带平均约17—18公里；温带平均为10—12公里；高纬和两极地区只有8—9公里。夏季对流层顶（tropopause）一般高

于冬季。气温随高度而降低，平均直减率为0.65℃/100米，是对流层的突出特点。由于地表面的不均匀加热，大气不稳定，产生强烈对流，成云致雨。对流层之名也源出于此。

（2）平流层(stratosphere)内没有强对流，空气平流运动占优势，气流平稳，有利于飞行。

19世纪末叶到20世纪初，风筝观测发现对流层顶和平流层。当时认为平流层内的温度不随高度而改变，因之，有人称为“同温层”。其实，只有在平流层下部，温度随高度变化很少；从30公里高度开始，温度随高度上升很快，到平流层顶(55公里左右)可达－3℃—17℃，主要因为臭氧层强烈吸收太阳辐射所致。

（3）中间层(mesosphere)位于55公里至85公里的高度。其特点是温度随高度迅速递减，中间层顶温度降至－83℃—－113℃，对流相当强烈，垂直混合明显，故有高空对流层之称。在此层内，夏半年盛行西风，冬半年除低纬为西风外，其他纬度上空却盛行东风。

（4）暖层(thermosphere)自中间层顶一直延伸到800公里的高度。其特点是温度随高度迅速升高。由于太阳紫外辐射和宇宙射线的强烈作用，空气处于高度电离状态。空气离子主要集中在D、E、F(F_1和F_2)层中，通称电离层。它具有反射无线电波的能力，对无线电通讯、传输极为重要。

（5）外层(Exosphere)，又称散逸层，是大气圈与宇宙空间的过渡区。空气稀薄，地球引力小，气体分子的自由程大，以致某些高速运动的分子被撞击出去后很难有机会再回到地球大气圈内。

极光是暖层与散逸层中特有的光学现象。它是太阳辐射所产生的带电粒子流，在地球磁场的作用下进入高纬上空，与高层稀薄气体相撞，使原子受激而发出的光，五颜十色，极为绚丽。过去气象上以极光出现的最大高度作为大气上界，如今卫星探测证

明，大气上界高度应为2000—3000公里。

3.3 大气圈的演化

大气圈的演化与地质特性、地球的化学作用以及生物有机体的活动密切相关。地球历史早期，大气的组成主要是火山爆发时地壳深处所排放出来的水汽、二氧化碳、氮等混合物。自从出现了自养植物(大约30亿年前)以来，大气就开始聚积氧。在古生代大陆植被发育，使氧的积累明显加快。氧对生命的起源，动植物的繁衍和人类生存具有决定性作用，而生物机体的繁殖和发展以及人类活动反过来对大气中氧含量的变化产生影响。

研究指出，大气中氧含量在显生宙初期约为现代氧含量的1/3。氧含量的第一次剧增是发生在泥盆—石碳纪，当时大陆上的植被发育茂盛，氧含量达到了现代的水平。古生代末，氧含量减少，三迭纪到达古生代前半期的氧含量标准，因为自二迭纪到三迭纪这段时间内，大陆上出现大范围干旱。以后氧含量又渐增加。

可以设想，氧含量的振动对动物的影响远比对植物的影响大。

泥盆纪大陆上出现脊椎动物，石碳纪广泛分布着多种两栖动物、爬虫类以及飞行昆虫。这些动物的出现和繁衍与氧含量的急剧增加有关。三迭纪大气中的氧含量明显减少，伴随而来的是多种古生代陆地脊椎动物的死亡。在侏罗纪和白垩纪，大气中的氧含量最高，地球上分布着最大的陆地脊椎动物，如巨大的两条腿的恐龙，它们消耗在行动上的能量，需要足够的氧补充。

应当指出，新生代初是生物历史的一个重要界限。白垩纪末期的绝大多数爬虫类，包括陆地恐龙、飞行鳞甲龙均已绝种。中生代的各种爬虫类到新生代仅保留了鳄类、乌龟、蜥蜴和蛇。新生代末，人类出现。虽然近似于人的灵长类早在古新世就已存

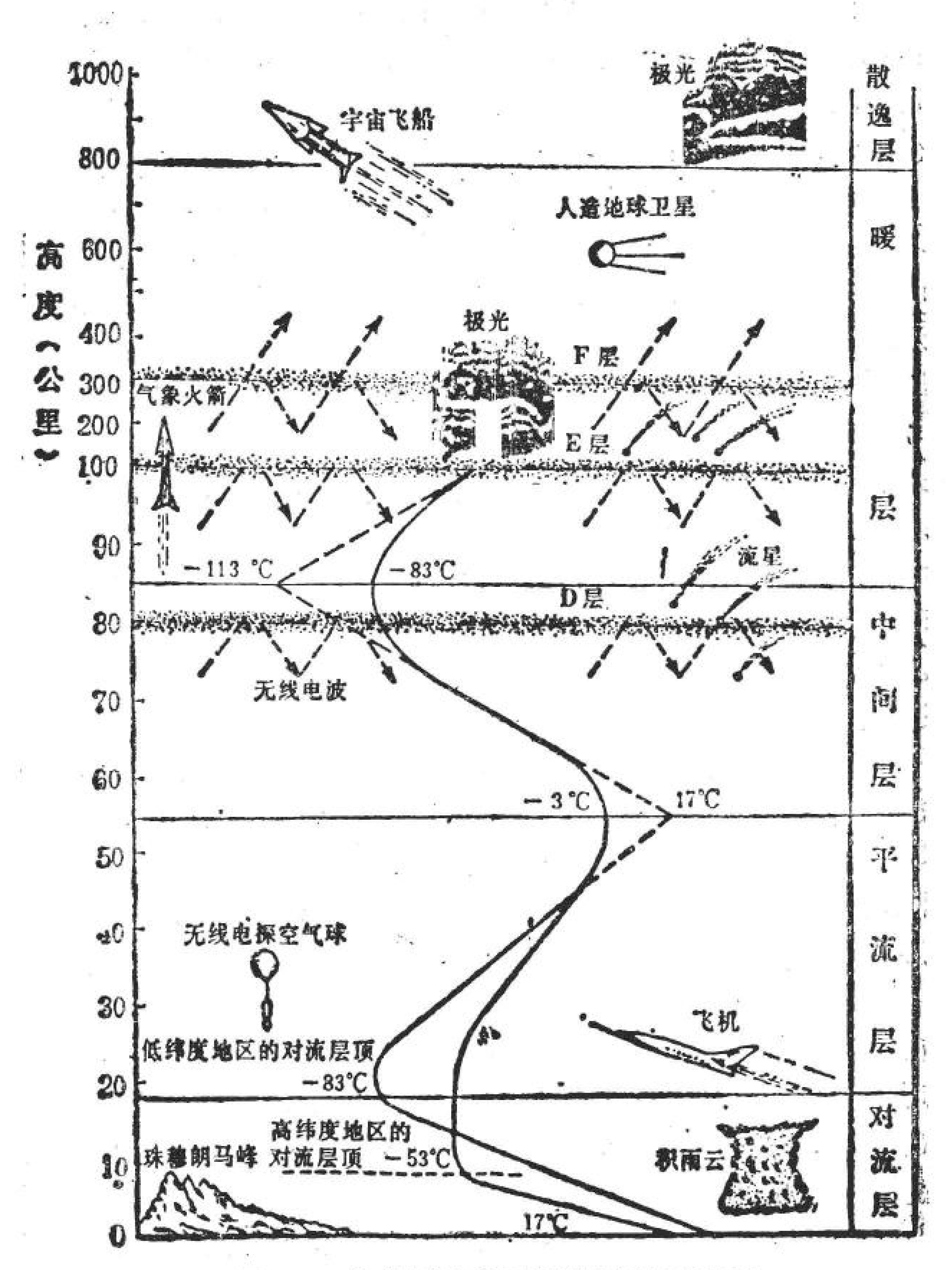


图3.1 大气层结构及探测手段示意图

在，但很长时间以来进化缓慢，在下渐新世才出现首批类人猿，而在渐新世才出现近似于人的南方古猿。现代人是在距今3.5—4.0万年最近一次冰期时出现的。显然，人类活动对生物圈的演化产生巨大影响，因而也影响了大气成分的变化。

氧和二氧化碳均参与生物有机体及其活动产物相互作用的循环。在这一循环中，氧在植物光合作用中生成，又在有机体物质的氧化作用中消耗。光合作用的总过程可用下列化学方程式表示：

$$CO_2 + H_2O + 光能 \xrightarrow{绿色植物} O_2 \uparrow + CH_2O + 112千卡$$

式中，CH_2O是代表原碳水化合物分子的一部分，千卡是使1公斤水上升1℃所需的热量。

二氧化碳除了影响气候外，对生命有机体具有重大意义。二氧化碳在生命有机体与岩石圈、水圈、大气圈之间以及大气圈与水圈之间存在着经常的交换。这种碳循环也是维持地球生命的主要机制之一。

大气圈与水圈中的二氧化碳主要来自火山爆发。在火山爆发过程中，既喷出二氧化碳，也喷出一氧化碳(CO)、氮和硫化物等。一氧化碳和大气中的氧相互作用，便氧化成二氧化碳。二氧化碳除消耗于有机碳的沉积外，在碳酸盐形成和各种矿物风化方面也消耗很大。

当有机体及其生命活动产物以甲烷(CH_4)和一氧化碳形式氧化时，部分有机碳又返回大气。甲烷主要形成于沼泽地区，包括淹没的稻田；也可能形成于大洋中，进入大气的甲烷很快被氧化成一氧化碳，再与源自有机体的分解及化石性燃料燃烧时所形成的一氧化碳汇合，并经氧化形成二氧化碳。

光合作用对二氧化碳浓度的时空分布具有一定的影响。光合作用在消耗二氧化碳的同时，伴随着氧的释放。因此，二氧化碳

浓度与绿色植物群落的生长与演变密切相关，也对动物的繁衍、生息产生影响。

研究表明，在显生宙时期，二氧化碳浓度(变动在0.1%—0.4%之间)要比现在大气中的二氧化碳浓度(0.033%)高得多。在中生代末期(即白垩纪中期)，火山活动呈减弱趋势，二氧化碳浓度开始下降。在上新世二氧化碳浓度再度下降，以致到达现代大气中的二氧化碳浓度水平。

4 大气探测史上的四个里程碑

自古以来，人们对发生在大气中的各种物理现象极为关注。中国早在安阳殷墟出土的甲骨文上就已记载了求雨的卜辞和风、云、雨、雪、雹、虹、雷电等天气现象。其后，有关天气和物候、天气谚语、气候情况、自然灾害、二十四节气和七十二候的论说等，在中国史料中都有极为丰富的记载。但那时主要凭目测。用仪器进行定量的观测则是近300多年的事。

综观大气科学发展史，每一种新仪器的发明和探测技术的重大革新，都给大气科学带来了突破性成就和发展。可以说，大气科学发展史实际上也是一部大气探测史。

气象观测或大气探测大致经历了以下四个重要发展阶段：

4.1 地面气象观测仪器的发明和地面气象观测站网的建立

1593年意大利物理学家和天文学家伽利略(Galileo)发明了空气温度表。1643年意大利物理学家托里拆利(E.Torricelli)发明了气压表。其后，各种气象观测仪器(虹吸式自记雨量计、压板式风速器、湿度表、湿度计等)陆续发明，使气象观测从定性描述走向定量记录，为大气科学的建立奠定了物质基础。1653年意大利斐迪南二世组建了包括10个测站的欧洲气象观测网。18世

纪80年代德国气象学家哈默尔(J.J.Hamer)组建了由欧洲、北美和西伯利亚共20个国家57个气象站构成的气象观测网，对地面气象要素开始进行系统的观测。气象观测站网的建立与扩大，观测项目、观测时间和记录格式逐步趋于统一以及观测资料的集中整理，对于大气科学研究的进展具有非常重要的意义。例如，第一张天气图的绘制，气团、锋面、气旋理论的建立等都是在气象观测技术发展的基础上实现的。因此，人们把这一时期内测量仪器的发明与应用，看作大气探测史上的第一个里程碑。

4.2 无线电探空仪的发明和高空观测站网的建立

自18世纪中叶以来，人们先后用风筝、载人气球携带仪器进行直接探测高空气象要素的试验。19世纪末，法国、德国、美国发明和改进了探空气象仪。20世纪20—30年代，在电报、编报、短波无线电技术发展的基础上，原苏联莫尔恰诺夫(П.А.Молчанов,1928)发明了无线电探空仪，其后无线电经纬仪和测风雷达也相继研制成功。这为全球高空观测站网的建立奠定了基础。由于无线电探空仪的普遍使用，人们才能真正观测到大气性状及其铅直结构，从而绘制出高空天气图，发现了大气长波。30年代末，罗斯贝(C.G.Rossby，1939)提出了大气长波理论，并由此引出了位势涡度理论①。这为以后的数值天气预报与大气环流数值模拟开辟了道路。因此，人们把无线电探空仪的发明和普遍使用，看作大气探测史上的第二个里程碑。

4.3 雷达、火箭探测及其发展

雷达探测在气象上的应用，最早可追溯到1941年在英国南部

---

① 对于绝热无摩擦大气的大尺度水平运动来说，位势涡度守恒。

沿海对雹暴的追踪。当时，雨雪的雷达回波是作为干扰雷达军事应用的一种“天气杂波”，后来却成为气象上的一种有价值的资料。因此，雷达也就成为大气探测的最好工具之一。

雷达在一个点上瞬时遥测半径可达200—400公里。它可以测量这一范围内的飑线、强风暴、台风等灾害性天气系统；可以监测200公里半径范围内（相当于10万平方公里）的降水量（暴雨）、雨区范围及其演变和发展。它是探测和警戒暴雨洪水、冰雹，研究云和降水物理，以及为短时预报提供重要依据的有力工具。

在气象雷达发展初期，一般都靠手工操作，回波只能作定性分析。随着降水粒子散射理论和气象雷达方程的建立，微波技术的广泛应用，多普勒技术的发展以及数字显示与彩色显示的相继出现，雷达探测已有了惊人的进步。

降水粒子的散射特性，使雷达能探测到雨、雪的回波。当雨滴相对于雷达天线运动时，由于多普勒效应，雨滴对微波的后向散射有一个小的频率飘移（$\Delta f=\frac{v_r}{\lambda}$，$v_r$是径向运动速度，$\lambda$是雷达波长）。对于每秒几十米量级的运动来说，多普勒频率飘移Δf是处于声频范围之内。脉冲多普勒雷达可以测量目标物的径向运动。多普勒天气雷达更有助于识别龙卷风与下击暴流。甚高频或超高频（例如，50MHz或400MHz）多普勒雷达可以测量无云时不同高度上的风。从双波长雷达探测（3厘米和10厘米波长）所得信息可以判断冰雹的存在等。70—80年代，在雷达结构上广泛采用了集成电路和配备微型电子计算机，使气象雷达能对探测资料进行实时数字处理和数字化远距离传输；有的天气雷达已能按照预先编好的程序，由电子计算机操纵观测，并逐步向自动化观测网的方向发展。

气象火箭探测（meteorological rocket sounding）也始于40年代中期，探测项目包括大气的温度、密度、气压、风向与风速

以及大气成分、太阳紫外辐射等。火箭飞行高度一般可达70公里以上，因而大大地延伸了无线电探空仪的探测高度。随着火箭测量技术的发展，为各种测量目的的火箭已先后研制成功。到60年代末，全球性火箭探测协作网已基本建成，这对中、高层大气环流、结构与成分的深入研究具有十分重要的意义。因此，人们把40年代雷达、火箭等新兴探测技术的应用和发展看成又一个里程碑——第三个里程碑。

4.4　气象卫星的应用与发展

1990年4月1日美国发射了第一颗气象卫星泰罗斯1号（TIROS-1），揭开了大气探测史上新的一页。气象卫星不仅可以提供关于海洋、高山、沙漠地区等全球范围的气象资料，而且还增加了新的观测内容并提高了对大气过程观测的连续性。

气象卫星主要有极轨气象卫星和地球同步气象卫星两大类。极轨气象卫星的运动采用近极地太阳同步轨道，卫星轨道平面和太阳光线保持固定的交角。卫星飞行高度约为600—1500公里，卫星倾角为81°—103°。卫星轨道接近圆形，每条轨道都经过高纬地区。地球自转，使极轨卫星每隔12小时左右就可以获得一次全球气象资料。

地球同步气象卫星（又称地球静止气象卫星）的飞行高度约为35800公里，其轨道平面和地球的赤道平面重合，运行周期和地球自转周期相等。地球静止卫星的有效观测视野为南纬50°至北纬50°，经度跨距约100°的近圆形范围。如果沿地球赤道上空均匀布置5个静止卫星，就可以形成一个南北纬50°之间的全球观测带。图4.1为1978—1979年全球大气研究计划第一次全球实验的气象卫星网，包括2个极轨气象卫星和5个地球同步气象卫星。2个极轨气象卫星分别在地方时09时和14时通过赤道上空。5个地球同步气象卫星分别位于0°、70°E、140°E、140°W、70°W的

赤道上空。

目前这种空间技术与遥感技术相结合的气象卫星观测系统已经投入日常业务使用，日夜监视着全球天气变化，不断向地面传送资料和各种图片。气象卫星资料不仅可以应用于监视和追踪台风、暴雨洪水、冰雹等灾害性天气，而且还可以用于发现森林火灾、极冰、城市热岛、沙漠、植被分布、农业产量评估以及与冷暖洋流相联系的鱼汛等。这就大大地提高了人类对自然灾害的认识能力和预报水平。因此，人们把60—70年代空间技术与遥感技术相结合的气象卫星观测作为大气探测史上的一个重要里程碑——第四个里程碑。

5 中国天气、气候的某些特殊性

就人类认识运动的秩序说来，总是由认识个别的和特殊的事物，逐步地扩大到认识一般的事物。人们总是首先认识了许多不同事物的特殊本质。然后才有可能更进一步地进行概括工作，认识诸种事物的共同本质，这是一个由特殊到一般的认识过程。人们对中国天气、气候的认识过程亦是如此。

中国位于东亚大陆东岸，北界西伯利亚，东濒太平洋，南临南海与印度洋，海陆热力分布极不均匀；西有庞大的青藏高原，地形十分复杂；所以东亚大气环流和中国天气气候均具有它的特殊性。

5.1 东亚季风显著

中国是世界上季风特别显著的国家。所谓季风（monsoons）是指大范围盛行的、风向随季节有显著变化的风系。通常用季风指数来定量地判断季风的强弱和稳定程度。

“季风”一词源自阿拉伯语“mawsim”，即季节之意。早

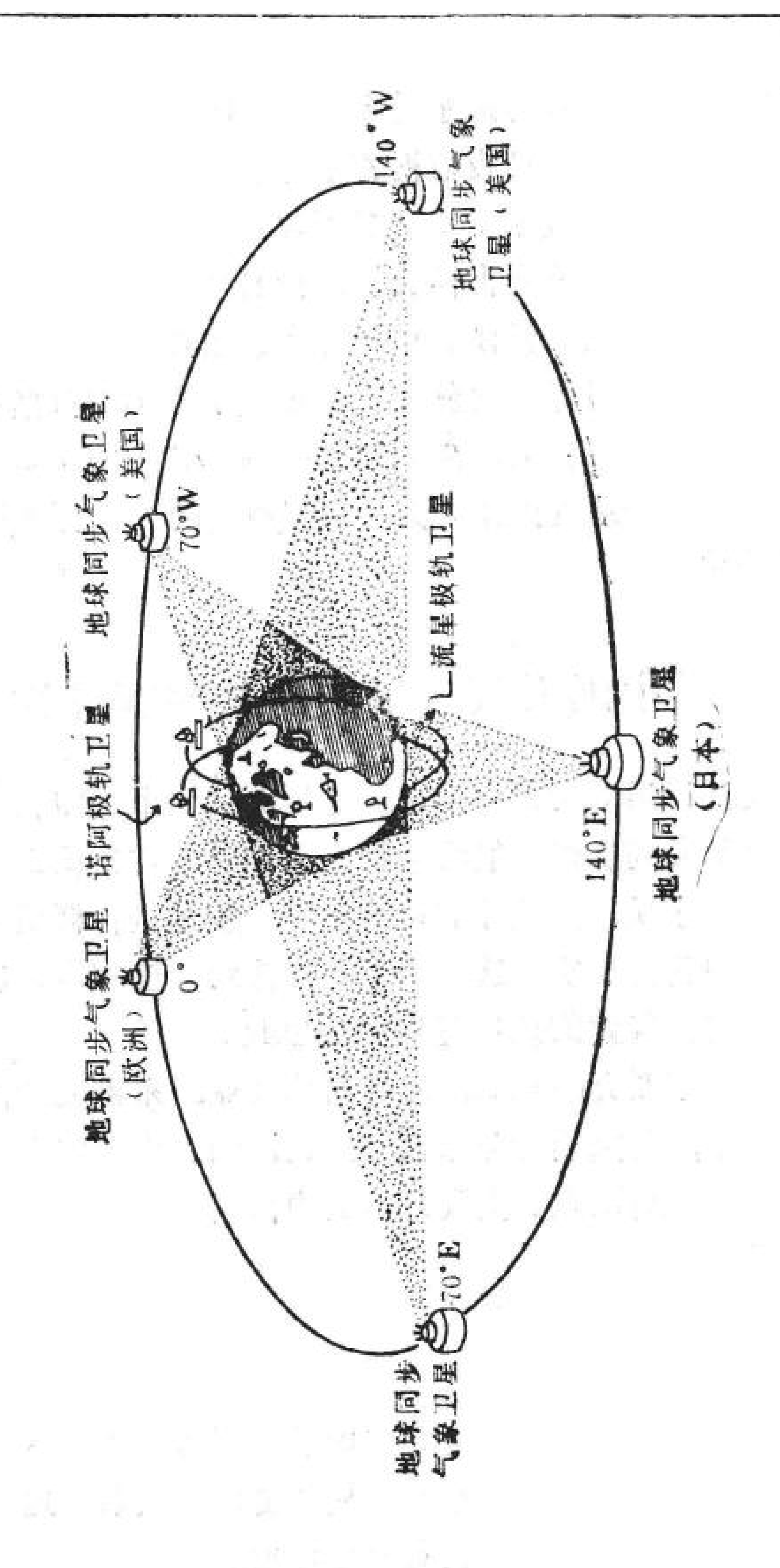


图4.1 1978—1979年全球大气研究计划第一次全球实验的气象卫星网

在15世纪末，阿拉伯水手们在北印度洋的贸易航线上发现了随季节反向的现象，中国远在宋代时期，著名文学家苏东坡在其“舶舻风”一词中写道：“三时已断黄梅雨，万里初来舶舻风”。三时为夏至后半月，舶舻风即指东南季风。

世界著名的季风区主要有南亚、东南亚（包括中国）和西非地区及其邻近海域。这里居住着全世界1/2以上的人口，季风活动的正常与否，影响着全世界50%人口的生活。季风气候的特征是“冬干夏湿，雨热同季“，适宜于农业生产，尤其对水稻一类高产粮食作物更为有利，所以南亚、东南亚、中国、朝鲜和日本等地，都是水稻集中产区。但由于夏季风和冬季风更替的时间和强度等年际变化很大，所以，这些地区易遭受水旱灾害。

季风活动是热带大气环流季节变化在亚洲大陆上的特殊表现。季风的形成、结构、进退、维持、活跃、中断、振荡周期与降水、旱涝之间的关系十分密切。因此，季风问题一直为人们所关注。特别是近一二十年来，出现了能源危机、粮食危机、水危机，更掀起研究季风问题的热潮。就研究方法而论，主要是采用多种观测手段，进行天气气候学研究、统计分析、数值模拟、动力学诊断分析、卫星云图应用等。研究表明，夏季亚洲地区存在着两支季风，即：南亚（印度）季风和东亚季风。这两支季风是相互独立而又相互联系的季风天气系统。南亚季风源自南半球马斯克林高压（Mascarene High），气流越赤道后经索马里，然后转为西南季风，影响印度、我国云南及长江淮河流域；东亚季风源自澳大利亚高压，气流越赤道后在中国南海一带转为西南气流，由于西太平洋副高影响，在南海北部及华南沿海改为东南气流，再向北与来自印度的西南气流合并，到达江淮流域，如与北方冷空气活动相汇合，即可形成梅雨或东西向的狭长雨带。

5.2　暴雨洪水猛烈

中国位于副热带和北温带大陆东岸季风气候区。夏季温高湿重，盛行东南风和西南风，河流洪水绝大多数来自强烈暴雨，尤其是东半壁不少地区和流域常因持续性暴雨而导致洪涝灾害。例如，1963年8月海河流域低涡暴雨(河北獐犺站24小时降水量为950毫米，3日降水总量达1458毫米)，1975年8月河南林庄台风暴雨(林庄站24小时降水量为1060毫米，3日降水量为1629毫米)以及1967年10月台湾台风暴雨(新寮站24小时降水量为1672毫米，3日降水量为2746毫米)，其强度之大、洪水之猛、灾害之严重，均系历史上所罕见①。中国地理纬度与美国相当，但暴雨量级一般较美国的大。统计结果指出，中国除24小时300—1000平方公里的面暴雨略小于美国外，长历时各种面积的暴雨以及短历时小面积暴雨均大于美国。由特大暴雨或持续性大暴雨产生的洪水极值亦接近世界纪录。

一场特大暴雨往往是几种不同尺度、不同来源(中纬度、热带和副热带系统)的运动系统相互作用、上下迭加或者停滞的结果造成的。由于系统尺度不同，它们的生命史也不同，所具有的上升运动量级与水汽条件也不同，从而产生不同强度的降水。所以说，特大暴雨是一种多尺度的复杂天气现象。

正因为暴雨成因复杂，而且暴雨的发生具有突变性质，再加上观测困难，目前暴雨的定量预报和落区预报仍然是气象学中的难点。近年来，我国研究工作者和预报员密切合作，通过分析、普查、预报实践以及物理量诊断，总结了各种类型暴雨的环流

① Zhan Daojiang and Zou Jinshang, Recent developments on the probable maximum precipitation (PMP) estimation in China, J. of Hydrology, 68, 285—293(1984).

特点及其演变规律，归纳出暴雨发生的天气学概念模式，并在业务预报中取得一定实效。

5.3 大气急流强盛①

根据世界气象组织(WMO)定义：急流(Jet stream)是一股风速大于30米/秒的气流，其长度为数千公里，宽度为数百公里，厚度为数公里，风速垂直切变为5米/秒/1公里以上，水平切变为米/秒/100公里，急流轴呈准水平。急流经常出现在对流层上部和平流层范围内，它好像一条条狭窄的河流，弯弯曲曲围绕着北半球和南半球。它们的位置、强度均随季节和时间而变化。在每日天气图上常常可以看到急流的发展及其踪迹。

以罗斯贝、帕尔曼(E.Palmen)、牛顿(C.W.Newton)等人为代表的芝加哥学派首先详细地分析研究了急流的特点、结构、变化规律以及急流发展的动力学。急流不仅与全球大气环流、天气气候密切相关，而且直接对航空活动、火山灰、放射性沉降物和自然云的运行产生巨大影响。

冬季，中国上空有两支西风急流：其中温带急流位于青藏高原之北，最大风速轴的高度约为9公里，通称为北支急流；副热带急流位于高原之南，最大风速轴的高度约为12公里，通称为南支急流。南支急流强大而稳定，北支急流相对地较弱而多变。这两支急流在我国东部逐渐靠拢，从而在长江口至日本一带形成十分宽广的强风区，平均风速达80米/秒以上，极值可达150米/秒。这是冬季北半球对流层内最强的风速区。日本小林(N.Kobayashi，1971)认为，这是南、北两支急流在这里相互叠加的结果。

夏季，副热带西风急流已越过青藏高原，到达40°N附近，而在高原南侧对流层上部出现一支热带东风急流。急流轴位于150—

① 中央气象局，中国高空气候，科学出版社，1975。

100百帕高度附近，中心风速约30—40米/秒。这支急流与印度夏季风、东亚梅雨以及中国天气气候密切相关。

5.4 冬季东亚大槽深厚

冬季东亚大槽是中纬度环流的重要成员之一。它的盛衰与消长，直接影响中国的天气与气候。例如，当它开始发展或加深时，往往导致北方冷空气南下或者寒潮爆发；当它减弱北缩时，则伴随高空锋区北移，华南和长江流域天气回暖。

东亚大槽与北美东岸的大槽相比要深厚得多。

5.5 西太平洋副热带高压强大

环绕整个北半球和南半球的副热带地区（纬度约为18°—30°）是一个具有动力性质的暖性高压带，通称为副热带高压带(subtropical high)。它是中低纬度的一个重要环流系统。副热带高压主要位于大洋上，常年存在。按不同地理位置，分别称为北太平洋高压、北大西洋高压、南太平洋高压、南大西洋高压和南印度洋高压。副热带高压控制的地区，特别是高压脊线地区，由于多下沉运动，天气晴朗少云，降水稀少，多属干旱和半干旱气候。相传从大西洋运马往西印度群岛的帆船，进入副热带高压所在的纬度时，接连几周风平浪静，无法航行，终因水尽粮绝，不得不将马匹投入海中，因此，欧美各国常将副高所在纬度称为"马纬度"(horse latitudes)。

副热带高压还可分为更小的高压单体。例如，北太平洋高压在夏季常分东太平洋高压和西太平洋高压两个大单体。其中西太平洋副高对中国天气气候的影响最为直接和重要。研究表明，中国东部汛期雨带的季节变动与西太平洋副高的进退和南北移动密切相关。当副高脊线位于20°N以南时，雨带出现在华南，亦即华南前汛期；当副高脊线位于20°—25°N时，雨带位于江淮流域，即

江淮梅雨季节；当副高脊线越过25° N并稳定在30° N以南时，雨带北移至黄河、淮河流域，当脊线越过30°N，华北和东北雨季开始。一般在8月末，副高位置最北。此后副高南撤，雨带也随之南移。

当副高位置异常时，往往在副高控制地区发生干旱，而另一些地区则发生涝灾。例如，1978年夏，副高比常年位置偏北，副高脊西伸至110°E以西，在江淮流域发生干旱、高温，长江中下游降水量是1881年以来降水最少的一年，其旱情之重为历史上所罕见。

5.6 青藏高压强大

青藏高压(或称南亚高压)是夏季北半球对流层上部主要环流系统之一。暖季，它的中心位于青藏高原上空，在150百帕高度附近最强。它笼罩着欧亚大陆南部和北非，对非洲、亚洲南部(包括中国、日本)和太平洋的天气、气候产生重大影响。

随着青藏高压的加强和发展，高压北侧的副热带西风急流(急流轴位于40°N附近)也随之增强；高压南侧的热带东风急流亦随之发展；中国东部上空风速北风分量增大并有助于季风垂直环流① 圈的维持。

青藏高压的结构、形成机制、南北移动与东西振荡、流型转换及其与天气、气候的关系正吸引着广大气象工作者的密切注意②。

① 东亚夏季（6—9月），偏南湿 气流向北运行与极锋相遇，逐沿锋面滑升，成云致雨，至高空后折转南行，在30°附近与哈德莱环流圈的下沉支合并下沉．在经向剖面图上构成一个垂直环流圈，称为季风垂直环流圈．

② 朱福康等，南亚高压，科学出版社，1980。

5.7 地形特殊

青藏高原是世界上最大的高原，东西长约3000公里，南北宽为1400公里，平均拔海高度在4公里以上，约占对流层的1/3。如此庞大的高原，耸立在西风带与东风带的交替地带，无疑将对大气环流和中国天气气候产生深远的影响。过去国内外很多气象学家在这方面做过不少工作，发现过一系列重要事实。1979年夏季我国又完成了一次大规模的青藏高原实验研究计划(QXPMEX)，并取得了很多有意义的结果。夏季青藏高原是个热源。当高原下垫面辐射加热后，通过辐射传输，湍流热交换、潜热反馈，使对流层中层加热，造成高原四周流场辐合。冬季相反，高原四周流场出现辐散，有人将这种现象称为高原季风①。

由于青藏高原的屏蔽作用，夏季风不能深入内陆腹地，致使我国西北地区形成干旱或半干旱区。由于高原对气流和系统的阻挡，使得副热带西风急流在越过高原时减弱和产生分支现象，并在高原上出现系统的分裂、改造和再生。

青藏高原本身是一个特殊的气候单位。有干季与湿季之分。5月至9月为湿季，水汽来自孟加拉湾，溯横断山脉河谷而上到达高原上空，形成降水，多对流云和冰雹。10月到翌年4月为干季，高原受单一冷气团控制，温度低，湿度小，降水稀少。高原降雪集中发生在过渡季节(即4—5月和9—10月)，也就是高原冬夏环流的转换季节。

中国境内山脉走向多呈东西向，是使气候发生南北差异的重要因素，例如，天山、秦岭、南岭山脉等都是气候区的天然分界。大庾岭咏梅诗云："南枝向暖北枝寒，一种春风有两般"。南北气候差异，可见一斑。

---

① 叶笃正、高由禧等，青藏高原气象学，科学出版社，1979。

6 现代天气学、动力气象学与大气物理学的研究手段与方法

现代天气学(modern synoptic meteorology)、动力气象学(dynamic meteorology)、气候学(climatology)和大气物理学(physics of atmosphere)是大气科学的主要分支。研究这些学科的共同手段是天气监测(或气候监测)、野外试验和考察。天气监测是大尺度的，世界范围的，要求具有高度的统一性和同时性；而一般试验或小气候考察活动则是小尺度的，局地性的，在时间和空间上要求有加密观测和具体的研究内容。

随着科学技术的发展和天气学的广泛应用，研究的问题也日益深入。现在很难划分现代天气学与动力气象学之间的界限。动力气象学是天气学的理论基础。动力气象学的目的是在于应用热力学、流体力学的基本概念和原理，系统地阐释在旋转地球上大气运动的特殊规律，并回答天气学实践所提出的各种问题。天气学则是把有关大气过程、运动系统发展的知识应用于实际天气预报，因此，可以说，天气学是动力气象学的具体应用。特别是二者在解决数值预报这个重要问题上表现出明显的共同发展趋向。

6.1 数值天气预报方法

大型电子计算机的出现，使开展数值预报业务成为可能。1950年查尼(J.G.Charney)等人在普林斯顿高级研究所的电子计算机上成功地算出北美地区500毫巴(百帕)高度场24小时预报图，实现了本世纪气象学家们企图用数值方法预报未来天气的“梦想”。近年来，数值预报发展迅速，当前已成为天气预报技术的主流。

数值预报是根据地球流体动力学原理建立预报模式。成功的模式只是对控制方程组(运动方程、热力学方程、连续方程、状态方程和水汽通量方程)进行准静力近似和准地转简化。通过已知的初始场对方程组进行数值积分，在保持计算稳定性的情况下，可以算出未来天气的演变，最后输出一系列预报产品。整个预报流程，从实测资料整理，初始场天气图的客观分析以及预报模式计算和预报结果输出等，构成一个完整的自动化系统。图6.1表示数值天气预报业务化流程①。目前世界上愈来愈多的国家气象中心都拥有以原始方程预报模式为核心的现代化数值预报业务。70

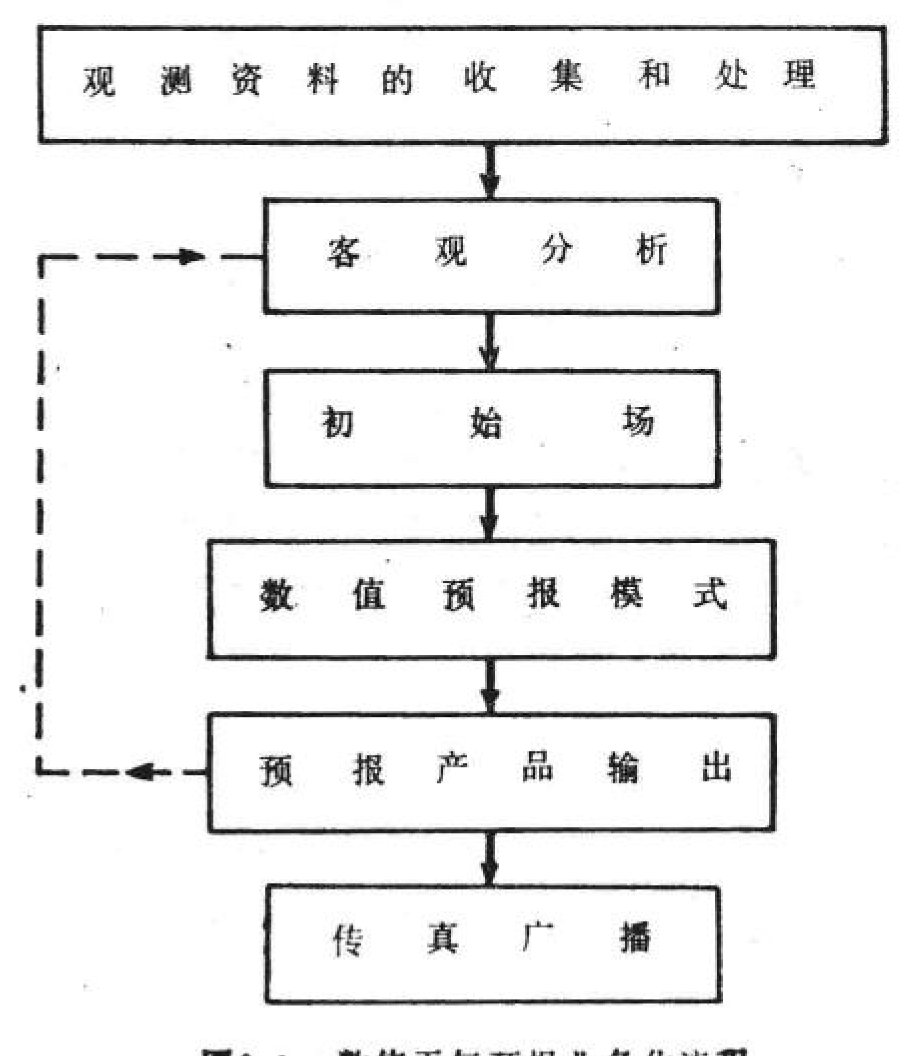


图6.1　数值天气预报业务化流程

① 朱抱真、陈嘉滨，数值天气预报概论，气象出版社，1994。

年代“欧洲中心”即开始了3—6天的数值天气预报并通过传真广播，提供一系列数值预报产品。1982年中国也开始了数值天气预报业务并陆续发布各种数值预报产品。

6.2 天气图分析和预报方法

天气图分析预报业务始于19世纪下半叶。至20世纪10—30年代，以皮耶克尼斯(V.Bjerknes)为首的挪威学派根据稠密站网所提供的资料绘制而成的天气图分析，发现了暖锋、冷锋、静止锋、锢囚锋及其云雨分布，提出了气旋生命史的极锋学说①，并把气旋模式及理论应用于日常天气分析预报业务，从而建立了现代天气学理论和分析预报方法。

30年代末和40年代，以罗斯贝为代表的芝加哥学派在高空天气图上发现长波，1939年提出了长波动力学，并由此引出了位势涡度理论。40年代他们又研究了高空西风急流和长波的结构与变化以及它们与地面气旋波之间的关系。芝加哥学派的贡献是在于：一方面增强了天气学与热力学和动力学之间的联系，充实了天气分析和预报的物理基础。另一方面也为研究数值天气预报开创了条件。

实践证明，时至今日，天气图仍不失为一种有效的分析预报工具。通过分析，可以发现不同地区、不同性质的运动系统及与之伴生的天气现象；可以诊断和解释大气环流的转换和相应的系统演变与发展的原因；可以根据天气学原理预报大范围或局地天气演变。近年来，又借助热力学与动力学计算方法，将各种物理

---

① 极锋学说是20世纪20年代挪威学派提出来的。当极地冷气团与热带暖湿气团相遇时，便形成锋，称为极锋(Polar front)。当极锋界面上发生扰动时，便产生气旋波，然后发展成气旋和气旋族。这一理论只适用于温带气旋的发

量分布规律与天气预报实践经验相结合，提炼出各种诊断或预报的经验模式(或称天气学概念模式，如：台风、低涡、梅雨锋暴雨落区天气学模式等①)，并广泛应用于实际。

有些地区由于台站稀疏、观测资料短缺，利用天气图方法，很难发现或诊断出中小尺度系统及其所引起的急剧天气现象。因此，在50—60年代中国曾提出“单站补充天气预报方法”以及最近发展起来的“中小尺度系统诊断分析法”大大地充实了天气图分析与预报的内容。②。

6.3 统计天气预报法

统计天气预报法是根据大量历史气象资料，寻求预报因子与天气变化之间的统计规律，然后应用于预报。目前应用于天气预报业务的有以下三类统计方法。

(1)经典统计(CS)法

经典统计法(classical statistical method)是建立在气象要素时间滞后相关的关系上的，也就是预报因子与预报量不是在同一时刻，而是根据起始时刻t_0所获得的预报因子x_0中的各要素值(包括t_0时刻以前的要素值)，求t时刻的预报量Y_t，即：

$$\hat{Y}_t = f_1(X_0) \qquad (1)$$

以前，在预报未来气象要素和研究南方涛动(Southern Oscillation)③、埃尔尼诺事件(El'niño)④中采用这类方法。

① 邹进上，中国暴雨分类和暴雨落区天气学模式，江苏水利科技，2，60—66(1988)。

② 党人庆等，中尺度天气学和数值模拟，湖北省气象学会出版，1988.

③ 南方涛动主要是指南半球地区太平洋和印度洋的气压呈反相变化。

④ 埃尔尼诺是指太平洋的秘鲁和厄瓜多尔沿岸，圣诞节前后发生的一种海温异常升高现象，由于海温升高，沿岸生物、鱼类大量死亡或潜逃，近来发现，埃尔尼诺与南方涛动密切有关，因而把这两种事件合并称之为ENSO。

（2）完全预报（PP）法

从同时刻观测的大型环流资料和局地天气资料，经过筛选，求出统计预报关系，即：

$$\hat{Y}_0=f_2(X_0) \tag{2}$$

式中$\hat{Y}_0$表示t_0时刻的预报量。然后假设现在的数值预报大型环流产品，完全与明日的实际观测一致，利用历史资料的统计预报关系和现在的数值预报产品，就可制作局地天气预报。换言之，用数值预报模式输出的环流产品$\hat{X}_t$代入（2）式，即可求得$\hat{Y}_t$，即：

$$\hat{Y}_t=f_2(\hat{X}_t) \tag{3}$$

本方案假定模式输出结果与实测值完全一致，故称“完全预报方法”（perfect prognostic method）。70年代加拿大和西欧诸国曾先后采用此法，都得出较高的准确率。

（3）模式输出统计（MOS）法

“完全预报法”的优点是所用的统计预报关系稳定，不因数值预报模式的更新而改变。但它不能克服（3）式中用$\hat{X}_t$取代（2）式中X_0所带来的误差。1972年格雷恩（Glahn）和劳莱（Lowry）提出了模式输出统计法（Model output statistics method）。此法在建立预报因子与预报量同时性的统计关系时，所采用的资料不再是历史观测资料，而是数值预报产品，其统计预报关系为：

$$\hat{Y}_t=f_3(\hat{X}_t) \tag{4}$$

这样，数值预报模式的误差被包含到统计方程的随机误差之中，从而使预报精度有所提高。但MOS方法需要大量的模式输出的历史产品资料，这就要在数值预报业务建立较久之后才有可能；一旦更换了数值预报模式，那就要重新积累产品档案资料，求得

新的统计关系。这是MOS方法不足之处。

大气物理学研究范围很广，其研究实验或探测方法各具特色。例如，在大气边界层(摩擦层)内，由于下垫面的热力和动力特性不同，温湿、风的垂直分布规律也不一样，更需要一些非常规的气象仪器进行测量，如气象塔上安装的温、湿、风速测量仪，能对气象要素脉动快速响应或直接测量边界层能通量等的仪器，如声雷达、调频连续波雷达等。高层大气则需要火箭(直接测量)或其他方法(如曙暮光间接法)测量。

大气辐射、大气波动、大气湍流、大气声、光、电及其相互作用与联系均是大气物理学研究课题；实验室模拟、野外试验以及数值模拟均是当前所采用的重要方法。

7 天气分析、预报业务中经常遵循的几条原则与辩证推理

预报员在天气分析、预报业务中几乎经常要碰到一些技术难题。例如，冬季寒潮降温与大风预报，春夏之交时大风、冰雹以及低温冷害、连阴雨预报，海雾预报，夏季灾害性天气——台风、暴雨、洪涝、干旱以及其他专项服务预报等等，有些缺乏经验的预报员，面对浩繁的资料，严峻的任务，复杂的难题，感到困惑或抓不住主要矛盾，不善于运用辩证法则，往往顾此失彼，最后招致预报失败或者准确率不高。而成熟的预报员则不然，他们在错综复杂的情况下，根据天气动力学的基本原理和方法，潜心分析资料和实况，探求天气的物理成因；按照主要影响系统的演变规律和发展特点，考虑大气环流形势与下垫面边界条件，运用辩证法则和逻辑思维，归纳总结，最后取得预报的成功。

成功的经验告诉我们，通常在天气分析、预报业务中，如能

自觉地遵循下列原则和善于运用辩证逻辑思维，可使预报免遭失败或者可以提高预报准确率，或者可收事半功倍之效。

7.1 综合比较原则

"有比较，才能有鉴别"。事物的规定性，是从对比中间认识的。近代天气图预报方法，简单地说，就是综合比较法。将各地的气象信息，利用不同的符号填在一张地理分布图上，通过分析比较，便可鉴别出西伯利亚干冷气团与海洋暖湿气团的特性及其交绥，气旋波的发生发展，台风位置及其移动路径等，然后根据锋面、气旋、台风等运动系统所固有的特性与活动规律，预报出相应的天气现象。随着大气科学的发展，各种途径的天气预报方法，其中包括数值预报、统计分析预报、卫星云图预报等均已先后应用于实际业务。由不同方法所得到的预报结论，有时可能是相互矛盾的，这就需要分析比较，综合评定，去伪存真，取长补短，然后才能得到比较正确的预报结论。

比较原则在其他学科分支中的应用，也是相当普遍的，而且颇见成效。例如，在人工影响天气试验设计时，经常要选择控制区与目标区。所谓目标区是指进行人工催化的试验地区（或受药剂影响的地区），一般位于作业点的下风方向（包括作业地点在内）。所谓控制区是指不受催化影响的地区（或称对比区）。然而，不受到催化影响的地区很多，究竟如何选择控制区？通常，可以将选择控制区的条件归纳为：①不受人工催化的影响；（2）天然雨型相同，也就是说，控制区与目标区的降水应属同一天气系统，雨型相同在统计上的表现是，过去历史雨量记录两区有"显著性相关"；③控制区的面积、地形应与目标区基本上相似。这样，实施作业后通过两区雨量对比的变化便可看出人工催化的效果。

此外，在研究气候变化、气候区划、生物与气候环境之关系以及环境风洞试验等方面，也要用到这一原则。

7.2 历史连续性原则

考察每日历史天气图或卫星云图可以看出，不论是锋面位置，或者是气旋、反气旋系统中心路径、生命史及其相应的天气现象，均有一演变过程，其发展和变化一般是连续的，但也不排斥间断、停滞、加速或突变过程，如入海气旋突然加深，冷空气因地形阻挡突然转向等等。总之，应根据它们的运行发展规律，或作线性外延，或判断其转折，从而预报未来天气。

7.3 相似性与类推法

天气瞬息万变，其成因各不相同。翻阅每日历史天气图，几乎很难找到两张天气图在系统配置和天气现象的发生与演变过程方面是完全相同的。但是可以找到两张天气图在要素分布形势上是相似的。一切同种类的事物均具有相似性，亦即个性中存在着共性。所谓“天气型相似”，就是指两个不同时段中决定天气现象发生和演变的主要天气系统或主要过程相似。忽略某些细节的差别，其天气区的发生地点、严重程度及其发生的物理原因也大致相同。例如，秋季我国江淮流域常有“L型高压”出海过程，这种过程的出现预示着：低空有冷空气南下，高空仍为暖性高压控制，大气稳定，全国将出现大范围持久性晴朗天气。

中长期天气预报中应用相似性概念由来已久。早在40年代苏联在长期预报方面广泛地应用了相似性概念来划分自然天气季节和大型环流过程。所谓自然天气季节相似是指两个季节中大型过程的发展规律、特点及其相应的天气性质相似。所谓大型环流过程相似是指：①反气旋路径相似；②环流型演变的顺序相似；③气压距平的空间分布相似；④天气转折过程及天气特性(如气温、降水、河流解冻或封冻等)相似。划分大型环流过程之后，再利用统计相关和类推法来预报一月或一季度的天气趋势。这一方法

局限性是在于：①需要有长时间的历史天气图资料，实际工作中难于完全满足；②相似条件过于苛刻，难于选取。

50年代初期杨鉴初在“运用气象要素历史演变的规律性作一年以上的长期预告”一文(1953)中曾指出，气象要素的历史演变规律有五大特点，即：①持续性；②相似性；③周期性；④最小可能性与最大可能性(即可能变化幅度)；⑤转折点。他根据上述方法预报了1950年夏半年台风出现次数、1951年2月北京的温度和1951年6月北京的雨量。预报结果与实况比较符合。此方法的局限性也是要求资料的时间序列比较长，其次是要素演变的转折点难于掌握。

7.4 相关法

在制作预报时，应先寻找预报因子，再求两个事件的统计相关。如果两个事件(预报因子与预报要素)相关性显著，则表明这两个事件之间必然存在一定的联系。然而相关并不能说明两个事件之间的因果关系，如只凭相关性作预报，必然风险很大。因此，在求得“显著性相关”的基础上，还必须深入到现象的物理本质和内在联系。例如，最近发现，江淮流域旱涝与南半球马斯克林群岛及澳大利亚的气压和风速之间存在遥相关(telecorrelation)。黄土松教授指出①，在大气环流演变过程中，某个系统成员的短暂变化会引起全球环流变化或某些其他环流系统的持续性异常。例如，当南半球马斯克林高压加强时，会使越赤道气流加强。这支越赤道气流经索马里转为西南气流，并携带大量水汽经印度半岛直抵我国长江中下游。如此时(初夏)西太平洋副热带高压位置适当(脊线位于20—22°N)，北方又有冷空气南下，便可在江淮

① 黄土松、汤明敏，论东亚夏季风体系的结构，气象科学，8，1—13(1987)。

流域形成持续性梅雨，甚至洪涝。中国古语云："牵一发而动全身"，其意亦寓于此。

7.5　辩证法则

在分析、预报业务中，揭示辩证法则的事例，是屡见不鲜的。实践表期，唯物辩证法为气象学研究提供了方法指南，而气象学的发展和成就又丰富了辩证法的内容。遵守辩证法，避免片面性，减少主观性，可使预报或研究立于不败之地。

（1）渐变与突变

地球大气无时无刻不处于运动、发展和变化之中。其变化过程有渐变和突变，也有相对稳定期。例如，天气过程的持续性与转折，实质上就是渐变与突变的一种表现形式。50年代初期，纳米亚斯(Namias.J.1952)就用统计方法研究了西半球环流的持续性(稳定性)。他发现：上、下月的环流具有一定的持续性，其中7—8月持续性很强，亦即变化性很小，尤以低纬环流持续性最强，而以过渡季节稳定性最差。

50年代末期，叶笃正、陶诗言等研究了大气环流的突变现象[①]指出：在6月和10月北半球大气环流都有一次突变；而冬季和夏季环流是相对稳定的。6月份大气环流突变的特点表现在东西风带的突然北移，高空流型发生巨变，于是夏季环流开始。当夏季环流出现时，印度西南季风开始爆发，中国和日本梅雨开始，热带辐合带也突然向北推进。10月份相反，东风带突然南移，于是冬季环流开始。当冬季环流出现时，中纬度冷空气南下，印度西南季风撤退，热带辐合带南移。

一般在渐变过程中(例如，环流持续稳定期，或久晴、久雨

① 叶笃正、陶诗言、李麦村，在六月和十月大气环流的突变现象，气象学报，29(4)，249—263(1958)。

期），采用惰性预报法（即外推法）比较容易成功，但在突变的情况下（或转折点）预报就很困难了，如果预报能细心研究事物突变的内因和外因及其特点，就有可能提高预报的准确率。

（2）相互联系与制约

一事物和他事物的相互联系性和制约性在大气运动和发展过程中是普遍存在的。例如，长江中、下游梅雨的形成总是和西太平洋副高北跳、暖湿低空急流发展以及北方冷空气活动相联系、相依存的。又如寒潮爆发往往与乌拉尔阻塞高压崩溃、横槽转竖、东亚大槽加深有关；而寒潮冷空气南下过程中，又要受到下垫面性质等的制约而发生转向、变性、减弱等。

（3）主要矛盾和矛盾的特殊性

在复杂天气情况下，如能抓住主要矛盾（例如，关键区、关键系统等）和矛盾的特殊性，问题就不难解决了。譬如，影响中国天气的西太平洋台风有四类路径：①西行台风；②西北行台风（可深入中国内陆）；③开始向西北行，至大陆沿海转向东北；④特殊路径——打转、停滞、合并、、加强。在预报台风灾害性暴雨和大风时，不仅要抓住台风这个主要系统，还应区别不同路径的台风及其特殊本质。

8 气候的形成因子与研究方法

地球上大气物理现象在长期中的稳定态和变化状况被定义为气候（climate）。过去广泛流行的说法是，气候是大气的平均态，而天气则是大气的瞬时态。事实上，用统计平均手段来描述气候，只是表达了气候特征的一部分，而不是全部。例如，两个地方的平均温度或平均雨量基本相等，而其气候并非属于同一类型的事例是很多的。所以，除了统计平均数以外，还应分析诸气候要素的极值、变差、位相、频率、强度、持续时间等以及若干综合气

候指标，如：大陆度①、干燥度②、季风指数等。可见气候是天气的长期综合体现，既包括天气常态，也包括诸要素的变化性。

8.1 气候形成的基本因子

太阳辐射是气候形成的最基本因子。地球上各地气候的差异，归根结底，主要是由于太阳辐射到达量的不同引起的。而太阳辐射到达量的分布则决定于地理纬度、太阳高度角和季节。大气中的各种过程，诸如云与气溶胶的吸收和散射，下垫面的反射和漫射等也会对辐射到达量的分布产生影响，从而形成不同纬度带的气候。

下垫面状况是气候形成的另一重要因子。所谓下垫面状况是指海陆分布不同，地形起伏差异以及植被、草原、沙漠等。由于下垫面不同；其反照率也不同，对热量的吸收、贮存、辐射传输也不一样，从而改变辐射平衡③影响大气环流，使气候变得更加复杂和多样。

气候形成的第三个重要因子是大气环流。由于赤道和热带地区热量收入大于支出，故有热量盈余，而极地热量收入小于支出，故有热量亏损，因之形成了赤道与极地之间的温度差，从而引起了向极环流；又由于地球自转偏向力④的作用，在中纬度地区

---

① 大陆度是表示某地气候受大陆影响的程度。例如，某地温度变化既与纬度有关，又受海陆相对位置的影响，常以$K=\frac{1.6A}{\sin\varphi}-14$表示之。式中$A$为温度年较差，$\varphi$为纬度。

② 干燥度是可能蒸发量与降水量之比。

③ 辐射平衡（radiation balance）是指地—气系统的辐射能收入与支出之差。

④ 地球自转偏向力又称科氏力（Coriolis force），由于地球自转，气块相对于旋转地球运动的速度不为零，气块将具有垂直于运动方向的加速度。这说明气块受到一种惯性力的作用。在北半球它使运动气块偏向右方，在南半球偏向左方。

形成纬向环流。大气环流是输送和调整热量、水分和能量的复杂机构，调整后的热量、水分和能量分布又要求新的环流去适应和平衡。这样，大气环流永远不会完结，永远不会保持一种趋向，因此，大气环流的演变必将导致各地气候的变化。

人类活动对气候产生重大影响。特别是自工业化以来，大量二氧化碳和烟尘进入大气，由于温室效应和阳伞效应，改变和影响辐射收支，从而直接或间接影响气候；人类大规模改造自然，如开垦荒地、兴修水库、扩建城市以及平流层内大型超音速飞机活动，导致臭氧层破坏等均对地面环境产生形响。因此，这些人类活动的影响也是不可忽视的气候形成因子。

以上各类气候形成因子不是孤立的，它们相互联系，相互作用，又共同影响着地球气候及其变化，构成了复杂的气候系统。

8.2 研究方法

气候研究(包括全球气候与局地气候)可以分为三部分，即：气候监测、考察和气候特征分析，理论研究(包括数值模似)与解释，气候评价与预测。下列几种研究方法比较流行、

(1)天气学方法

20世纪20年代，人们已有“气候是天气的综合“的概念。例如，原苏联费道罗夫(E.E.федоров, 1927)利用每天的天气观测来描述气候,并撰写了“综合气候”一书。但该书内容和方法是基于局地天气综合的基础上的，缺乏天气系统影响气候的概念。

自从天气系统被发现后，人们用天气图作为基本资料，以天气系统和大气环流分析方法为基础，对全球或某地区的天气、气候现象进行综合研究。例如，雅各布斯(W.C.Jacobs, 1942)通过分析天气系统的频率、路径、强度等来研究气候特点和演变，从而发展了天气气候学(synoptic climatology)。近年来，天气气候学无论在研究内容或者在研究方法方面都取得较大的进展。

例如，人们利用"大气活动中心①"、环流型与环流指数②、不同性质的高、低层天气系统来解释气候形成与演变；寻求海温、洋流、极冰与气候诸要素之间的遥联关系；分析季风爆发与盛衰、梅雨成因以及暴雨洪水、旱涝、低温冷害等持续性气候异常现象。这些为进一步认识气候及其演变规律提供了有效的研究方法。

（2）物理动力学方法与气候模似

20世纪20年代以来，气候学已开始从描述性气候学发展到成因研究，相继出现了物理气候和动力气候。前者主要是研究地气系统的辐射平衡、热量平衡和水分循环等，后者主要是运用物理学原理和数学方法对地球气候形成与变化进行数值模拟和气候敏感性试验。事实上，二者都属物理学范畴。近年来，苏联著名气候学家布德科（М.Ч.Будыко，1974，1980）详细分析和计算了地球辐射、热量与水量平衡各分量，发展了气候变化的半经验理论，也丰富了物理动力气候学（physical and dynamic climatology）。

气候模拟是研究气候变化规律的有力手段。合理而客观的气候模式可用于研究各种因子在不同时间尺度的气候变化中的作用，预测人类活动对气候的可能影响，亦可用于预测在一定条件下气候变化的可能趋势。从70年代以来气候模拟方法迅速。模式

① 大气活动中心（atmospheric centers of action）是指月平均海平面气压图上的巨大高、低压系统，如印度低压、阿留申低压、冰岛低压、西伯利亚高压、北太平洋高压等。它们的位置、强弱及其变化对附近广大地区的天气气候有重要影响。

② 环流指数（Index of circulation）是表示大气环流型式和环流强度的一种量度。高指数环流表示纬向环流强，低指数环流表示纬向环流弱，或经向环流发展。

由简单到复杂，由模拟气候的平衡态发展到气候演变过程的模拟；由模拟气候对各种支配因子变化反应的敏感性试验发展到计算大气和海洋主要气候要素的分布等。例如，大气环流模式、能量平衡模式、随机动力模式在气候模拟研究方面均取得了比较可信的试验成果。

8.3 概率统计方法

控制气候变化的诸因素是相互联系和相互制约的，它们之间的关系既有确定性，也有不确定性。因此，可以运用概率统计方法从大量观测资料中寻找隐藏在随机性之中的统计规律，从而对气候变化作出解释和预测。近年来，概率统计方法已广泛应用于气候学研究和气候预报。最常用的统计方法有多元统计分析与时间序列分析两大类。前者主要包括回归分析、判别分析、聚类分析、主成分分析、典型相关等；后者主要包括谐波分析、能谱分析、交叉谱分析、正交函数展开、线性平稳模型、非线性门限自回归模型等。中国著名气候学家么枕生教授发展了气候统计理论，特别是在逐步回归计算、气候变率、旱涝(冷/暖)转折周期以及干湿气候循环等方面作出了重要贡献。

另外，随机动力模式在气候预报研究中也开始应用。这类模式既考虑了大气物理过程的动力学机制，又采用概率统计手段处理动力方程中无法包含的某些热力因子和动力因子，因而有利于延长预报时效和建立特殊的气象要素预报。

8.4 树木年轮法、地层学方法与古生物学方法

为了了解气象仪器观测时期以前的气候状况，人们不得不借用其他代用资料。例如，树木年轮宽度对温度与降水十分敏感，因此，古树年轮宽度的变化也反映出温度与降水(旱涝)的长年变化。近年来，人们采用多种途径获取气候代用资料，力图恢复过

去的气候及其变化。

研究地质时期的气候变化主要是利用地层学方法(stratigraphic method)和古生物学方法(paleontologic method)。通常分析冰川进退、地貌演变、生态系统遗迹、生物化石、孢粉、冰芯、土壤沉积、纹泥以及同位素等，从而推断出地球各地质时代的气候。

9 气候的过去、现在和未来——气候的渐变与突变

自有地球史以来，气候经历了漫长的变化过程，有渐变也有突变。多数学者将地球气候变化过程按时间尺度分为三段，即：地质时期的气候（根据地质考察资料，如物质成分、沉积岩结构特点、生物化石、植物孢子和花粉等，推断各地质时代的气候，又称古气候），历史气候（指人类文明出现以来但尚无仪器观测资料的历史时期的气候）和现代气候（指19世纪下半叶有仪器观测以来的气候）。

9.1 地质时期的气候

古代气候变化是客观存在的，它对气候系统的其他组成部分（如生物、水文、泥炭等）有明显影响，因此，气候变化史也被记录在生物史、地质史和人类文明史中。

地球上自然界的变化，以冰川发育、消长和进退最为显著，相应地，气候也发生剧烈的变化（突变）。所谓大冰期气候是指气温低，气候严寒，冰雪覆盖区广阔，冰川发达。然而，大冰期气候是相对短暂的，在距今约6—7亿年以来的地球气候史中，它只不过占全部时间长度的10%。

震旦纪以来，地球上发生过三次大冰期：第一次是震旦纪大冰期，大约发生在距今6亿年前震旦纪晚期。这是一次世界规模的大冰期，冰川发达，遍及亚、非、欧、美、澳各洲。我国长江中下游，鄂西、湘西、皖南以及滇南、黔中等地区都有这次大冰期遗留下来的冰碛层；第二次是石炭—二迭纪大冰期，始于大约距今3亿多年前的古生代石炭纪末期，止于距今约2亿多年前的二迭纪中期，冰川范围主要限于南半球；第三次是第四纪大冰期，约始于200万年前，主要冰川限于北半球的欧、美、亚洲。

大冰期后，气候逐渐变暖（渐变），在两次大冰期之间为温暖气候期，又称间冰期。例如，震旦纪大冰期结束后的寒武纪—石炭纪间冰期是典型的温暖气候期（气候稳定期）。石炭纪时，从美国南部起，经西欧、原苏联欧洲部分南部（顿巴斯）、北高加索、小亚细亚，到我国北部和东北。这一大片地区均属于热带雨林气候，冰雪消失，气候温暖，湿润多雨，森林繁茂，特别是热带乔木雨林，终年生长，普遍缺少年轮，足见当时气候之温暖。现代在美国、西欧、原苏联和我国东北、华北地区所发现和正在开采的大煤田就是当时热带雨林气候的有力证明。

可见，地球上的气候变化是以大冰期与间冰期交替出现为特征的。其中有渐变和突变，也有相对稳定期。突变多发生在大冰期到来前夕或温暖期前夕，而渐变则发生在从温暖期向寒冷期的过渡时间内。至于温暖期则为相对稳定期。当气候环境发生强烈突变时，往往伴随着物种灭绝事件或进化，新物种取代旧物种，从而出现生物进化史上的间断。

9.2 历史气候变化

历史气候通常是指中国仰韶文化以来（距今约5000余年）的气候，或者概指埃及文化（公元前约4000年）以来的气候。在这段时期内，人类文化发展，历史资料丰富，在中国各种史书、方

志、文学、宫廷档案、个人游记以及近代科学著作中均有关于气候的记载。我国著名科学家竺可桢搜集了大量的古代气候资料，对近5000年来的中国气候变化，勾绘了一个清楚的轮廓。图9.1为5000年来中国温度变化曲线（竺可桢，1973）①。最近一次冰期（大理冰期）发生在距今1万—10万年间，其年平均温度比现在约低8—12℃。在距今约3000—8000年间有一个持续的温暖湿润期，年平均气温比现在偏高2—3℃，年降水量比现在多200毫米以上。这就是仰韶文化暖期。在西安近郊发现的半坡村遗址（距今约6000年）中，有獐和竹鼠等亚热带动物的大量遗骨；在河南安阳殷墟（距今约3100—3400年）中，也有水獐、竹鼠、水牛、野象等的遗骨；在武丁时代（公元前约1324—1365? 年间）的一片甲骨文上记载了有人打猎时获得一象（河南省简称豫，源出于此）。最近在陇东又发现黄河古象化石。这些足以证明，黄河流域当时的气候要比现在温暖湿润得多。

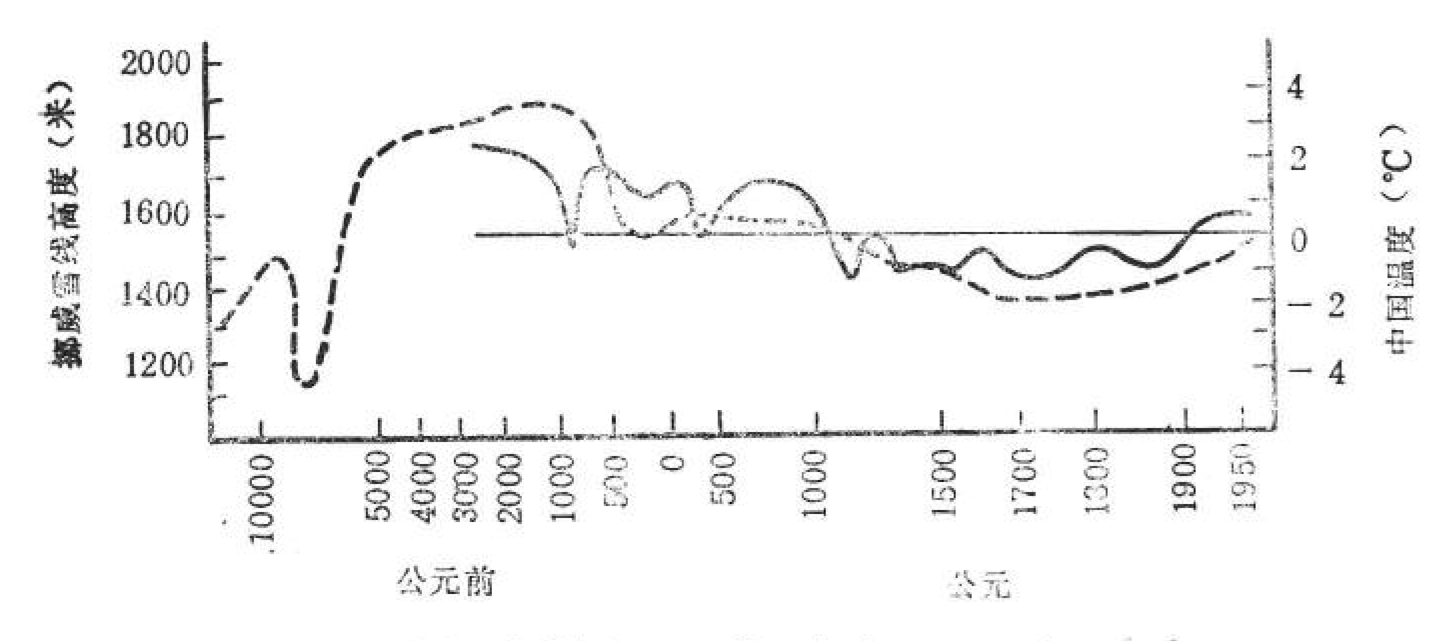


图9.1 五千年来中国温度曲线（桢可竺，1973）
（图中虚线为挪威雪线高度）

①竺可桢，中国近5000年气候变迁的初步研究，中国科学，第2期(1973)。

除了大冰期和间冰期外，尚有小的气候振动。距今3000年开始，有三个暖期和四个冷期，振幅约为2—4℃。从公元1000年开始的冷期可能相当于世界上的所谓小冰期。此冷期一直持续到本世纪30年代。据考察，隋唐时代（公元589—907年）的气候比现在要暖和得多。在当时关中地区生长桔和梅，据研究，柑桔只能抗御-7℃左右的低温，梅只能抗御-14℃的严寒，而在关中已没有桔和梅生长。

与隋唐时代相对应，北美、北欧的气候也是比较温暖的。当时极冰退缩到高纬度，因而使北欧的海盗有可能到格陵兰定居。后来气候变冷，极冰向南扩展，中断了格陵兰与欧洲大陆的海上联系，因而使格陵兰岛上的移民全部丧生。

9.3 现代气候变化

全球最大的一次变暖始于19世纪末。至20世纪初，已达到突变的程度。1850年以来全球气温观测记录表明，气候突变有两次：一次从10年代到30年代气温从负距平变为正距平；另一次发生在70年代到80年代。特别是80年代，无论是地面气温或对流层气温，在南、北半球都出现了异常增暖。

中国在20年代以前气温保持上升趋势，30年代到40年代为温暖气候，50年代到70年代明显变冷，80年代气温明显回升，但接近百年平均值。20年代和50年代两次气温变化均超过了0.6℃，先变暖，后变冷，均可认为是气候突变，后一次突变与北半球和全球不同，但与日本等地一致。

有趣的是，80年代的气候变暖呈现明显的纬度变化和季节变化：极区和低纬地区增温显著；在高纬（70—80°N），冬、夏气温距平几乎反位相，秋、冬增温达0.35℃，而春、夏却出现降温。

原苏联布德科（M.N.Будыко，1980）指出，本世纪气温变

的特点是，40年代以前，北半球各纬度平均气温是上升的，在20年代前后全球气温由负距平变为正距平，40年代最暖，高纬冷季变暖的幅度尤大。50—60年代气温下降。60年代末至70年代气候再次变暖。极冰面积随着气温的升高而缩小，永久冻土带北界也向更高纬度后撤，森林和苔原边界北移。

维利科夫等人（К.Я.Винников и др.，1980）的研究表明，60年代末，气温由下降转为上升，其升温率 $\beta=0.2$℃/10年，高纬（72.5－87.5°N）升温率更大：$\beta_1=0.9$℃/10年（对平均气温而言）；$\beta_2=1.3$℃/10年（对冬半年平均气温而言）。

卢宾史金等人（Е.С.рубинтеин и др,1966）曾发现，从本世纪20年代起，北极大西洋海冰开始减少，一直到气候变暖结束后也未停止。格陵兰与巴伦支海的海冰面积变化与北半球的平均气温变动趋势相当一致，即从19世纪末到本世纪40年代海冰面积减小，以后便开始增加。至60年代中期，随着气候变暖，海冰面积又迅速减小。从40年代初至60年代中期，海冰面积约增长了10%，而在60年代中期以后约减小了10%。

在气候变冷和变暖期间，降水量亦发生相应的变化。在气候变暖最强烈的时期(30年代)，在原苏联和北美某些不太湿润的地区降水减少，发生大范围干旱的次数比较多。例如，原苏联欧洲部分在30年代常发生持续性干旱，特别是冬季降水极少，伏尔加河流量明显减小，里海水位急剧下降（下降了近170厘米）。显然，这将严重地恶化农业气候条件，影响农作物产量。

对20世纪上半叶变暖和下半叶变冷的原因还没有一致的看法。有人认为，这是由于太阳活动80年和180年周期的影响。而原苏联布德科则认为，这是由于太阳直接辐射变化所致。当火山喷发时，将大量火山灰(包括二氧化硫等)投入平流层，使大气透明度减小，从而削弱了直接太阳辐射，降低了地面温度。此外，人类活动对温度变化的影响也是很重要的。例如，矿物燃料的燃

烧，导致大气中二氧化碳浓度的增加。由于温室效应而使地面气温升高，对流层顶以上及平流层气温降低。

9.4 未来的气候

由于影响气候变化的因子十分复杂，目前还很难作出几十年后的精确气候预报。现阶段所采用的预测方法大致可以分为以下两类：

（1）寻找影响气候变化的主要因子，弄清其物理机制，建立气候理论模式。例如，在大气环流模式中，既概括了大气水分循环，又考虑了大气热状况及冰雪反馈。通过这个模式便可计算出二氧化碳增加时气温的变化。

（2）从气候变化史中找出某些统计特性或规律，采用统计分析法求其相关、周期或转折等。

布德科认为，对于20世纪末至21世纪上半叶来说，气候将变暖，而且自然因素对地球平均气温所引起的变化远小于人为因素。

近似估算表明，大冰期与间冰期大约以10万年的时段交替出现，在其他周期变化重迭的情况下，全球气温变化速率约为0.01℃/10年；本世纪末由于火山活动而引起的全球平均气温的可能变化速率为0.1—0.2℃/10年。与此相比，由于化石燃料的消耗，大气中二氧化碳含量增加，温室效应增强，导致地面气温升高。到公元2000年时，由于二氧化碳所引起的升温速率约为0.4℃/10年。如果在20世纪末和21世纪上半叶，二氧化碳对气候变化施加主要影响，那么，这将导致气候变暖。如果在21世纪中叶，大气中二氧化碳浓度加倍，则地面升温值将达2.5℃。考虑自然因素与人为因素的综合影响，未来几十年的气候应是变暖的。在气候变暖的情况下，高纬气温升高最多，致使部分常年海冰融化，蒸发力增大，空气湿度增加；同时，经向温度梯度减

小，中纬度大陆湿润状况恶化，降水减少。

至于更长时段（几百年、几千年甚至于几万年）的气候，目前还很难预测。但我们相信，随着科学技术的发展，人类对气候形成机制认识的提高，人们预测气候的能力将会不断增强。

10　气候变化过程与反馈机制

气候是大气环境、海洋和陆地在太阳辐射能的驱动下，相互作用、相互制约所达到的一种平衡态。因此，气候变化过程总是与大气、海洋和陆地的特征及其变化密切相关。研究发现，云、大气气溶胶、水汽、二氧化碳、臭氧及其他痕量气体的浓度变化会改变地球热状况，从而影响气候。世界海洋尤其是热带海洋地区的海温异常以及极冰的变化也会引起气候异常。然而，引起气候变化的物理机制是什么？这正是气候工作者力求弄清的问题。

在气候系统内部存在着正反馈与负反馈两种机制。所谓正反馈（positive feed-back）就是反复地扩大与平衡态的差距的一种机制，而负反馈（negative feed-back）则起着阻尼或抑制作用，促使回复到平衡态的一种机制。

10.1　冰雪—反射反馈

这是一个著名的正反馈机制。冰雪的反照率很大，覆盖冰雪的地表能将直达太阳辐射几乎全部反射回去，于是地球吸收太阳辐射减少，地表温度下降。这样便导致冰雪面积增加。当冰雪面积增加后，吸收辐射进一步减少，地表温度再次下降，如此循环发展……如果一旦触发了这个正反馈机制，就会引起温度大幅度下降，发生气候突变。据计算，如果不考虑这种机制，当太阳辐射减小5％时，温度约降低3℃；相反，如考虑这种机制，当太阳辐射同样也减小5％时，温度可以降低10余度之多。有人认为

这种正反馈机制可能就是促使大冰期来临的一种原因。

如果冰雪出现部分消融，太阳辐射的吸收将使下垫面（水体或陆地）增温，从而使冰雪进一步消融。这仍然是正反馈机制，只是温度变化的方向相反。

10.2 水汽—辐射反馈

这是另一个正反馈的例子。当地球表面增温后，水分蒸发，大气中水汽增加。由于水汽对短波辐射是透明的，而对长波辐射（红外区）是不透明的，因此，地面将吸收来自太阳的短波辐射和来自潮湿大气的逆辐射（长波）而使地面增温（通称温室效应）。地面增温后，又使蒸发增强，水汽增多，通过温室效应，进一步使地面增暖。

10.3 地面温度—长波辐射反馈

这是一个负反馈机制。当地面温度升高时，长波辐射增强，这相当于热能量支出增加并促使温度降低。

10.4 云—辐射反馈

这是又一个负反馈例子。地面增温，蒸发增强，大气中水汽含量增加，从而使空气相对湿度增大（在多数气候区）或处于常定状态，因之云量增多，反照率增大。这必然要减少到达地面的短波辐射（阳伞效应），并促使地表降温，抑制蒸发和对流活动。然而，这种反馈作用的符号不是固定不变的，在一定条件下会发生转化。例如，夜间，由于温室效应，云对地面温度产生正反馈。

据研究，自然界负反馈现象多于正反馈。气候的稳定性正是由这些负反馈作用维持的。负反馈机制减小了气象要素的异常并使其恢复或接近各自的标准值。了解了这些反馈机制，将有助于

建立气候理论模式并预测未来的气候。

地学史告诉我们：所有自然地理因子的稳定性都是相对的，基本的，变化性才是绝对的。基本稳定的气候系统在较长时段内也是不断变化的，有时甚至是很剧烈的（突变）。突变的原因可能是触发了正反馈机制。而负反馈机制的作用却使自然界力图恢复和维持着一定的平衡态。例如，赤道和低纬地区，辐射收入大于支出，有了热量剩余，于是就通过洋流和大气环流，借助平流和湍流等方式把多余的热量输送到其他地区（高纬地区），以补偿该地区的热量亏损，使整个地球热量达到平衡。

但是，自然界这种恢复平衡的能力并不是无限度的，一旦超过限度，就会打破原来的平衡而发生剧变（或突变，突然变冷或变暖），一直到成立新的平衡态为止。

随着科学技术的发展，人类影响自然界的能力也愈来愈强。如果人类不能自觉地认识自身活动所带来的严重后果或突变，那么，就有可能自食其果。例如，近年来，由于工业发展，世界上所消耗的化石性燃料正在不断地增加，并向大气中排放大量的二氧化碳，由于温室效应，将使地球表面强烈增温。据计算，如果大气中的二氧化碳含量比现在增加一倍时，可使全球地面平均温度增加2.5℃。这将导致大量极冰融化，海平面上升，陆地及沿海城市淹没，人类也将受到不同程度的自然惩罚。

由此可见，从变化性与稳定性的辩证关系中去认识气候系统，弄清气候形成与变化的物理机制，掌握其变化规律，无论对气候理论研究或者在为人类服务的实践中均具有重要意义。①

①施永年，试论气候系统的变化性与稳定性，南京大学学报，20(1)，796～800(1981)。

11 人类活动对大气环境与气候的影响

远古时代，人类用火烧毁森林和草原，作为猎取大型动物的一种重要手段。到新石器时代，畜牧业和农业开始发展，其主要生产活动方式是刀耕火种，大面积砍伐森林，烧毁植被，结果导致野生动物灭绝，自然生态体系破坏，水土流失，从而影响气候环境。随着生产力的发展，人类影响自然界的能力不断增强，影响的程度也越来越深。如果人类不能科学地认识自身活动所带来的后果，那么，就有可能自己毁灭自己的生产条件和生活环境。近二三十年来，由于工业和航空的迅速发展，各种污染物大量进入大气，因此，迫切需要研究污染物对人类短期和长期的影响，也要弄清人类影响气候的机理、途径和方法，趋利避害或者采取必要的防护措施。

11.1 大气污染

近来，空气中污染物的品种很多，已经产生危害或受到人们注意的物质大约有100种左右。在这里仅介绍几种主要污染物及其研究途径问题。

11.1.1 一氧化碳（CO）

一氧化碳是无色无味的剧毒气体。在空气中CO含量为百万分之十时就可使人中毒；含量为1％时，两分钟内就能致人于死命。

随着汽车增多与工业的发展，由于燃料不完全燃烧而排放到大气中的CO日益增多，全球每年排入大气中的CO达2亿多吨。这是一种数量大、累积性强的毒气，一般在大气中可保持2—3年。在城市地区它的浓度较高，高浓度持续期也很长。早在1926年，美国纽约就发生过交通警察与驾驶员的CO中毒事件。汽车多

的国家城市街道的CO浓度一般可达25ppm（1ppm——百万分之一）。日本大城市CO浓度曾有过83ppm的记载。美国通用标准最大允许浓度为9ppm。

除了定点监测之外，研究CO的源和汇及其转化是很重要的。一氧化碳可以分为人工源与自然源两类。人工源有汽车尾气，煤、汽油、木材的燃烧等；自然源则包括火山爆发、森林火灾、叶绿素衰变以及甲烷的氧化等。平流层是一氧化碳的汇，其原因可能是平流层内OH^-基浓度高，CO经氧化后转变成二氧化碳并促使NO迅速转化为NO_2。

11.1.2 硫化合物

大气中的硫化物（H_2S，SO_2，SO_3）是空气污染物的主要组成部分。它们来源于化石燃料的燃烧、有机物的分解和火山爆发等。二氧化硫（SO_2）毒性较大，通常在火力发电厂周围浓度较高。据观测，近来某些工业城市中SO_2浓度已经显著地超过了最大允许浓度，美国一些主要城市在1962—1964年期间，SO_2的平均浓度从22ppb增高到130ppb（年平均最大允许浓度为30ppb，ppb表示十亿分之一）。据1970年统计，日本约有500人因SO_2中毒而患病，人们将这种病称为"四日市气喘病"。

SO_2在空气中遇到水汽，则变成硫酸烟雾，它可以长期停留在大气中，如伴随雨、雪下降，则使降水酸化，形成酸雨（acid rain）。随着现代工业的发展，在欧洲大陆和美国东北部，降水的酸度（$PH<5.6$的降水，称为酸雨）不断增高，影响降水水质，从而影响土壤和地表水的化学成分，影响植物生长，并使江河湖泊中的生物群的活动和生活规律改变，甚至死亡。此外，酸雨还腐蚀建筑材料、金属和油漆，破坏建筑物表面和雕塑品。

参与硫循环的硫化合物是多种多样的，而且危害性也最大，所以研究它们从一种形式转化为另一种形式的化学反应以及它们对人类和气候的影响是十分重要的。

11.1.3 光化学烟雾

随着近代工业的发展，燃料结构的改变，在发达的资本主义国家，空气污染已由最初的烟尘污染以及随后的工业废气污染转为光化学烟雾污染。所谓光化学烟雾，是汽车和烟囱排放出的氮氧化物（NO_x）和碳氢化合物混合后经太阳紫外线照射，引起化学反应而生成的烟雾混合物的总称。近年来，许多工业城市由于汽车数量不断增多，硝酸工业、石油化工、天然气、煤碳工业的迅速发展，排放到大气中的氮氧化合物和碳氢化合物日益增多，光化学烟雾污染也日趋严重。日本东京光化学烟雾事件、美国洛杉矶光化学烟雾事件都是典型的例子。

光化学烟雾的形成，除了大气中存在着高浓度的硫酸、硝酸、盐酸烟雾外，有利气象条件（如逆温层，晴天温度高，湿度低，风速小等）亦是重要因素。因此，为了预防和控制光化学烟雾的发生，必须减少NO_x、SO_x和烃的排放；对石油化工厂和氮肥、硝酸化工厂的排废问题严加管理；同时还应对光化学烟雾发生的气象条件详细研究。

此外，其他污染物，其中包括氮化合物（NO,NO_2和NH_3）、二氧化碳、有毒的重金属蒸气或烟尘、煤烟与粉尘以及来源于核爆炸、原子能工业、荧光涂料厂等的放射性物质，一旦进入大气，也会造成空气的严重污染。

大气污染日趋严重的事实，启示和告诫我们：必须采取对策，治理和保护气候环境（包括水环境和生态环境）。其方法和对策可以归结为：

①监测和调查大气污染物的源和汇，研究它们的发生机理、转化与迁移规律；

②研究污染物的物理化学特性，采用生物学方法、化学方法对动植物进行毒性试验，制定最高允许浓度标准；

③植树造林，绿化环境，控制水土流失；

④研制化学抑制剂或生物清除法，减低污染物对人类的危害；

⑤研究与污染物扩散、迁移和沉降有关的气象条件，包括污染物的源强与高度、环境风速与大气层结，点源、面源、瞬时源与多重源的扩散规律；

⑥制定环境保护法，对与污染物排放有关的工厂，严加管理；在工业布局与建厂前应对大气质量进行评定。

11.2 人工影响局部天气

1931年荷兰物理学家范拉特（A.W.Veraart）第一次用干冰（固体二氧化碳）催化冷云，而且下了雨。从此，开辟了人工影响局部天气的新途径。1946年施弗尔（V.J.Schaefer）在实验室内发现干冰碎片投入过冷云中能形成数以百万计的冰晶，由于冰晶效应①，使云中小水滴冰晶化。冯尼哥特（B.Vonnegut，1946）发现碘化银烟粒在温度低于－5℃时是有效的成冰核，这为冷云催化又开辟了另一途径。在第二次世界大战前，原苏联和美国曾采用喷撒大水滴和吸湿性质点的方法以促进暖云中云滴的凝结、合并和沉降。二次大战后，很多国家都先后进行了类似的试验，而且取得了一定的效果。

中国自1958年以来，先后在皖南、广东、吉林、湖南、福建、上海等地进行了多次人工造雨试验并发展了有关催化方法和经验，尤其在人工防雹方面，取得了较好的效果。

此外，人工造雾防霜、驱散云雾、抑制雷电等均有了尝试并取得了成效。

从科学意义讲，人工影响天气是可能的，而且已经取得了明

①冰面上的饱和水汽压小于水面上的饱和水汽压。当冰晶与水滴共存时，水滴由于蒸发而减小，水汽向冰晶上转移，冰晶长大，此即称之为冰晶效应。

显的实际效果。然而截至目前为止，这一方面的工作仍然进展缓慢，在自然云雾影响试验和理论研究中尚存在若干“未解之谜”。

目前的人工降水技术是基于以下四个假定：

①如果过冷云的降水是借贝吉隆（Bergeron）过程（即冰晶效应）形成的话，则过冷云中必须有冰晶存在，而暖云中如果要使碰并过程发生，则必须有大水滴启动。

②自然界有些云之所以不降水或降水少，是因为缺乏冰晶或足以发动碰并过程的大水滴；

③可以将干冰或碘化银，或者将大水滴或吸湿性核引入云中以补不足；

④采用大剂量冰核撒播方法（过量撒播）使冰晶浓度加大，降水元难于长大而不能降落至地面，因此，这种作业能减缓或抑制降水发展，特别是可以阻止冰雹的成长，从而达到消云和防雹的目的。

目前，人工影响云雾与降水的主要方法是：

①对冷云来说，投入冷冻剂（如干冰）和引入人工冰核，如碘化银（AgI）、介乙醛（CH_3CHO）$_{4-6}$等；

②对暖云来说，喷撒大水滴和引入吸湿性质点，如盐粒、尿素等。

人工降水的效果检查也是野外试验中的重要问题之一。尽管已经应用了物理学方法（形态和微结构的变化）、雷达连续观测和天气学方法、随机试验设计、数值模拟等方法，但由于问题的复杂性以及天然雨量变率大，而人工降水增量小，因此，目前还缺乏有效方法来定量地判别人工催化效果。

11.3 人类活动对局地气候的影响

人类生产活动对有限地区（局地）气候条件的影响可以归结

为三种途径：

11.3.1 改变地表热量平衡

垦荒、砍伐森林会改变地表反照率，影响辐射吸收和蒸发耗热量等。培植护田林带或植被可以影响地表粗糙度、风速、气温和土壤湿润度。林带除了影响热量平衡和土壤水量平衡外，在治沙和减弱尘暴方面也具有重要作用。过度放牧会破坏自然植被，最终也会影响气候。

11.3.2 影响水量平衡

灌溉能急剧地改变农田小气候。灌溉会使蒸发耗热增加，地面温度降低，相对湿度上升，然而灌溉只能造成小范围或局地气候变化，而不能影响大范围气象过程。

在干旱区或半干旱区，灌溉可使地表辐射平衡显著增大，减小湍流热通量和由长波输出的热通量，增大蒸发耗热量。

兴建水库对周围地区的气候产生显著影响。首先减小地表粗糙度，使风速增大，降低地气系统的反照率，增加吸收辐射，减小气温日较差，改变降水分布，提高库区湿润度等。

11.3.3 改变大气成分

随着城市的发展，建筑物、工厂增多，人口密度增大，城市气象状况也会发生变化。市区热岛是城市气候的主要特点之一。研究表明，市区是一个热源，大城市的平均气温一般要比周围地区高1—2℃，特别是夜间风小时，温差可达6—8℃。

热岛的形成受多种因子的制约，既有人为因素，如人为热、下垫面的改变、污染物的排放等；也受自然气象条件的影响。以上海为例，1984年排放至城区大气中的SO_2、烟尘和粉尘等污染物质分别要比郊区大1.41、1.74和2.3倍。这些污染物能降低大气透明度，减少直接辐射，增大散射辐射，从而使总辐射减弱，这将不利于热岛的形成。但由于烟尘中有大量CO_2，使大气向地面的长波逆辐射增强，因此，导致热岛增强。

城市上空气溶胶粒子浓度高，有利于雾的形成。城市雾会减弱太阳辐射和恶化市区能见度。中国重庆和英国伦敦雾的发生频率最高，有世界“雾都”之称。

11.4 人类活动对全球气候的影响

早在本世纪30年代就已提出，由于燃烧煤、石油等化石性燃料，可使大气中二氧化碳含量增加。莫纳洛亚（Mauna Loa）火山和南极站的二氧化碳浓度观测资料表明，自1959年以来，二氧化碳浓度正以0.74ppm/年的速率增长着。1969年大气中CO_2浓度达320.7ppm，1975年增加到324ppm。特别是近20年来，CO_2浓度几乎呈指数率增长。估计，到2050年CO_2浓度将增加1倍，即从300ppm增加到600ppm。由于温室效应，这将使地面气温增加2—3℃，另一方面将使平流层变冷。

其他痕量气体也会对全球气候产生影响。例如，氮氧化物NO_x进入平流层后会破坏臭氧层。据估计，由人类活动所产生的NO_x（包括煤、石油、天然气和木材的燃烧、大型飞机排放的NO和NO_2）约为5.3×10^7吨/年。NO_x的寿命约为9天）。又如氯氟甲烷（氟里昂）进入大气之中也会破坏臭氧层，而且对大气热状况施加一定的影响。它的寿命可达数十年之久。

最近发现，南极地区上空大气臭氧含量在每年10月份前后突然减少了30—40%。据雨云7号极轨卫星观测发现，南极臭氧减少十分明显，其减少区像一个空洞，称之为“南极臭氧洞”。而且臭氧洞的面积有逐渐扩大的趋势。臭氧含量的减少不仅对全球气候产生影响，而且还可能引起一系列生物效应。

此外，干旱地区的灌溉、水库兴建、城市化均会不同程度地影响全球气候。可以设想，人类活动的发展，将导致比现在更大的全球气候变化。

12 气候学研究的新进展——“天、地、生”综合研究方法

近30年来，气候学研究获得了空前的发展速度。这不仅表现在气候理论认识的进步和研究内容的拓宽方面，而且在研究方法上也有所突破和革新。1979年世界气象大会宣布：80年代为“国际气候十年”。自此之后，在世界范围内出现了“气候热”。气候学之所以发展迅速，其原因有三：

（1）由于世界人口迅猛增加，人类对粮食、能源和水资源的需求成倍增长，而粮食、能源和水资源又与气候及其变化密切相关。

（2）近年来，全球自然灾害常有发生，例如旱涝，暴雨洪水，台风（飓风），冰雹，滑坡，泥石流，森林火灾等，这些自然灾害对社会的破坏是多方面的，或破堤溃坝，洪水横溢，房屋倒塌，庄稼无收，吞噬村庄，人畜死亡；或赤地千里，虫害蔓延，酿成饥馑，引起社会动荡。由于人类活动的影响，特别是大气中二氧化碳及其他温室气体浓度的增加，使全球变暖，气温升高，全球降水分布发生变化，海平面上升，海水入浸；或则过度开垦，土地沙漠化，草原退化，土壤侵蚀，部分森林消失，甚至物种灭绝等。最近，我国科学工作者发现，①历史上许多自然灾害具有群发性和并发性的特点。所谓群发性是指同一类灾害在一段时期内高频率出现，而在另一段时期内很少出现，如旱涝、高

①高建国，灾害学新概念初论，“天地生综合研究进展”，第三届全国天地生相互关系学术讨论会论文集，中国科学技术出版社，177—184(1989)。

温、冷害等；所谓并发性是指某一类灾害的多发期内，其他灾害也同时处于多发状态。例如 17世纪是华北地区的一次地震强活动期，在发生一系列6级以上破坏性地震后，1668—1695年间接连发生三次8级以上地震 表现了地震的群发现象。值得注意的是17世纪又是华北地区旱涝频繁出现的时期，蝗灾、火山爆发也很频繁，这表明了火山、地震、旱涝灾害的群发性和并发性。据统计，在自然灾害的经济损失中，洪涝约占40%，热带气旋占20%，地震与旱灾各占15%，其余约占10%，可见气象与气候灾害的地位十分突出，是威胁人类及其发展的重要因素之一。为此，综合研究灾害性气候，执行"国际消灾十年计划"，是值得的，无可非议的。这也是气候学发展的一种推动力和必然发展趋势。

（3）随着现代科技的发展，特别是气象卫星观测技术和计算机的进步，地球系统科学的提出以及与其他自然科学的渗透并从中吸取营养，气候学已经进入了一个发展的新阶段，特别是把气候作为一个系统进行综合研究，考虑天文、地球、生物三者相互联系和相互作用的整体性，使人类对气候的认识不断地产生质的飞跃，使人类社会发展与自然界的进化相协调。

12.1 "气候系统"概念的提出

"气候系统"（climatic systems）这一概念的提出，是近代气候学最重要的进展之一。从此，气候不再被认为是一个孤立的系统，更不是大气状态的统计平均，而是一个由大气圈。水圈、岩石圈、冰雪圈和生物圈所组成的整体系统。概括地说，气候系统由如下五部分所组成：

12.1.1 大气圈

它是包围地球的气体外壳，也是气候系统中最易变化的部分，发生在大气中的一切物理过程和化学过程均会直接影响气

候。

12.1.2 水圈

它是由分布在地球表面的液态水所组成，包括海洋、江河、湖泊，也包括地下水，其中海洋对气候变化最为重要。因为水的热容量大，到达洋面上的太阳辐射大部分被水体所吸收，大洋便成为巨大的能量库。就北半球而论，春夏季节大洋吸收辐射多于支出，于是将大量剩余热量贮存在海洋内部；秋冬季节，太阳辐射减弱，周围大陆气温降低，海洋又将所存贮的热量释放出来。所以海洋既是一个巨大的热量贮存库，又是一个温度调节库。大洋上层与大气之间的相互作用（即海—气相互作用）更是现代气候学中研究的重要课题。

12.1.3 冰雪圈

它是由世界冰体及积雪所组成，包括大陆上的冰、冰川、地表雪盖与海冰，其中，地表雪盖与海冰具有较大的季节变化，其容积变化将导致海平面水位的变化。至于大陆冰盖与山地冰川，其热能响应时间要缓慢得多。

12.1.4 岩石圈

它是由地球表面的岩石、陆地所组成，包括地表岩石、沉积物、戈壁沙漠和土壤。这些特征变化的时间尺度是气候系统各部分中最长的一个，一直可长达地球本身的年龄。地球上大冰期的发生与岩石圈的变化，如大陆飘移、海底扩张、山地形成、大洋形状与深度的改变，在时间上具有明显的联系。这些过程可以看成是地球—冰—大洋的相互作用。火山爆发后的烟尘与碎片进入大气中，削弱辐射和影响气候也可以作为岩石圈—大气—气候相互作用的一个例子。

12.1.5 生物圈

包括陆上和大洋里的动植物，也包括人类本身在内。虽然它们的响应特征差异很大 但这些生物对气候十分敏感，而且反过

来又会影响气候变化。地球上的森林、山地、草原是在不同的气候条件下形成的，而这些植被的自然变化和人为变化反过来又改变了地表反照率与粗糙度，影响辐射收支和气候。近年来所获得的大量古气候资料正是取自生物圈，如古洪水沉积物、孢粉、树木年轮等。

从总体上说，动物栖息地的变迁，合适食物的利用情况在一定程度上也反映了气候的变化。至于人类活动对气候的影响更为显著，如对下垫面的改变、工业二氧化碳的排放，至少可以改变区域气候甚至全球气候。

12.2 "天、地、生"综合研究

由于人类的生存与发展和气候息息相关，因此，人们总会不断地研究影响气候变化的基本因子，探索各种预测气候变化的方法。近年来，新兴的系统科学理论，如耗散结构理论、协同学、混沌理论以及突变理论等，为气候学研究开辟了光明的前景①。

气候系统是一个十分复杂的非线性强迫耗散系统。地球上的大气运动、洋流以及一切物理、化学与生物过程，几乎完全由太阳辐射能的不均匀分布所驱动。这种负熵流抵消了整个地球系统内熵的产生，从而降低系统的总熵，使它在远离平衡态的情况下产生有序稳定的结构——耗散结构。负熵流使地球（包括大气）在演化过程中不断发展和进化。自然，负熵流的微小变化，也将会引起气候和生态系统的重大变化。

气候系统各部分（各子系统）之间也是相互联系、相互作用和相互制约的。其相互作用的时间尺度也是各不相同的：从大气

①任振球、徐道一，全球变化与天地生综合研究，"天地生综合研究进展"，第三届全国天地生相互关系学术讨论会论文集，中国科学技术出社版，1—8 1(989)。

对流、气候的季节变化到以数十年或数百年为准周期的旱涝冷暖变化；从植物生长年轮到地球生命的演化与起源。这种相互作用表现为多层次的，非线性的动力—热力行为。陆地、海洋、冰雪表面与大气之间，通过辐射过程、耦合作用、反馈、迭加、共振等物理机制，使大气运动复杂化并对气候环境产生重大影响。火山爆发、水分循环（包括蒸发、凝结与降水，水汽输送与热量交换）、土地干旱沙漠化、生物圈（包括森林、草原、动物等）的进化和碳循环，通过正负反馈作用、温室效应以及其他物理、化学、生物过程，使气候环境变化、异常或稳定。

实际上，广义的气候系统还应包括人类社会在内。气候变化影响工农业生产活动，通过粮食、工业产品以及灾荒等进而影响人口、政治、经济，反过来，人类活动的增强又对气候施加影响。如图12.1所示。

早在50年代，我国气候学家么枕生教授就强调指出，气候学研究方法必须建筑在辩证唯物主义的理论基础上，理论联系实际，研究气候的形成以及气候因素与其他自然因素（包括天文因素、地球物理因素等）、人类活动之间的相互作用和相互影响。近来，在开展动力气候和强调气候学研究数值化的基础上，又积极倡导"天、地，生"气候学的研究途径。

所谓天文因素是指太阳活动，特别是太阳辐射，地球公转轨道参数，地球（行星）与月球运动等。本世纪20年代以来，米兰柯维奇（M.Milankovitch，1920，1931，1941）从研究第四纪气候变化的形成机制出发，开创了天文气候学理论，科学地解释了地质时期气候变化的原因。他认为，地球轨道三要素（偏心率、黄道倾斜、春分点进动）的微小的、准周期的变化将会导致大气上界辐射到达量随纬度和季节的重新分配，并将导致第四纪冰期和间冰期的交替出现。这一观点与当代耗散结构理论是相符的。作为远离热力学平衡态的气候系统来说，在临界阈值附近，

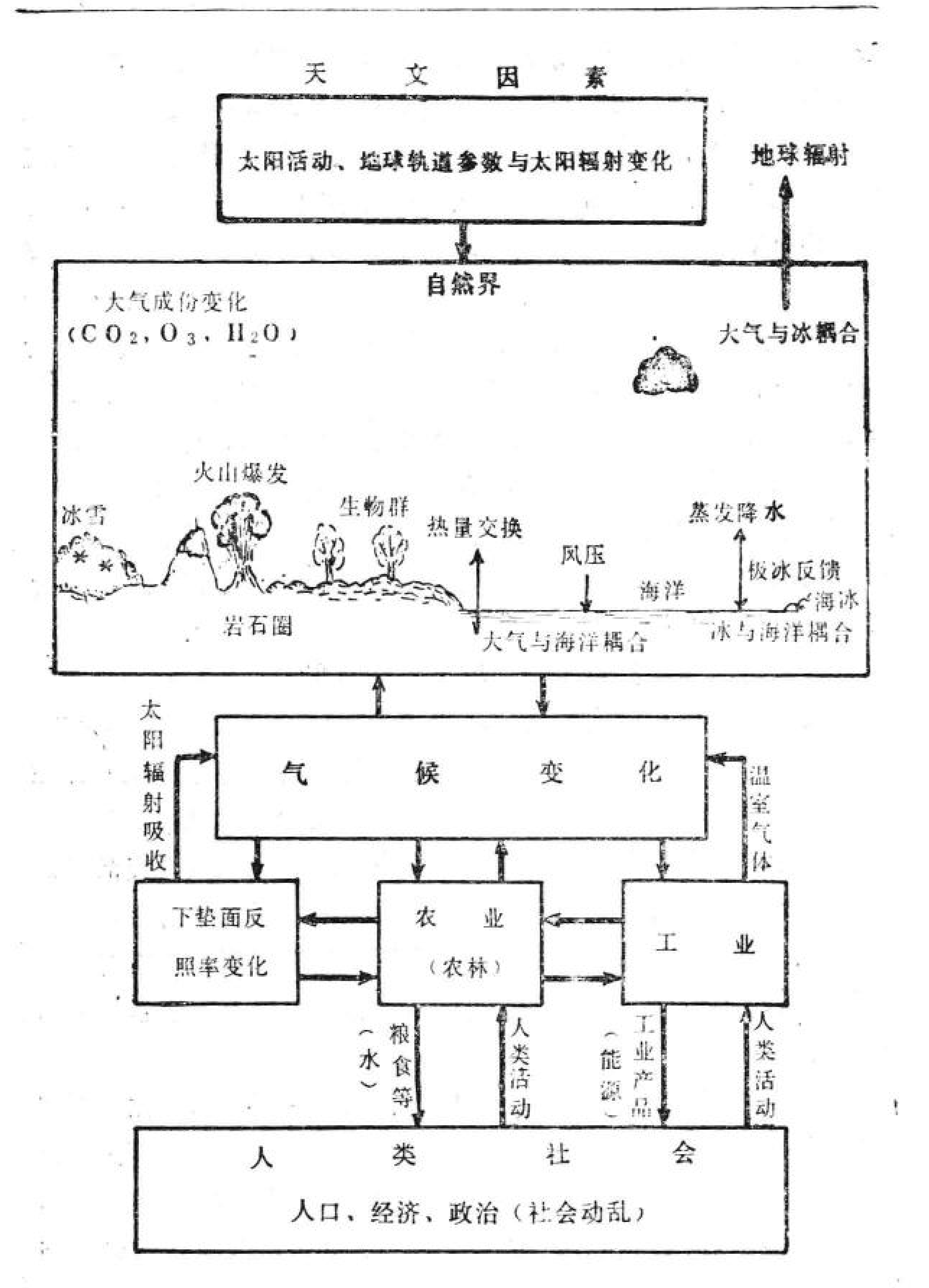


图12.1　广义气候系统与"天、地、生"相互作用

输入项的微小变化可能导致突变，而内部动力机制通过放大微弱的外界信号，将诱发出巨大的气候变化（G.Nicolic，I.Prigog-ine，1986）。70年代，发现了耀斑、太阳磁扁形边界以及孤立磁暴对气压、大气环流和大气电场的影响。米契尔等人(J.M. Mitchell，et al，1978）发现，美国西部干旱指数具有22年的周期，而且干旱面积极大值常出现在海尔黑子周极小之后2—3年。他们利用这种相关关系成功地预报了美国1976年的大旱。研究还表明，在太阳黑子11年周期中，气象要素有两次波动；而在极值年附近常发生大范围旱涝、严寒等气候异常。可以认为，很多不同时间尺度的全球变化，都直接地或间接地与天文参数的变化有关。在天文因素的影响或触发作用下，通过地球系统内部的种种反馈放大作用，从而导致气候系统的重大变化或气候异常。

所谓地球物理因素是指地球重力空间变化、地球转动瞬时极的运动和地球自转速度的变化，也包括地球的外形结构，海陆分布、海洋与大气环流等气候形成因子。这些因子并非孤立地存在着，而是彼此联系、相互影响并处于不断运动变化之中。

生物因素主要指的是地球上的生态系统，也包括人类活动。生物的繁衍、进化。突变会改变地球反照率，影响辐射吸收以及碳、氮、磷循环，通过反馈、光合作用、化学过程，不断对气候环境产生影响，反过来，气候变化又会影响地球上的生态系统和人类活动。

目前“气候热”方兴未艾。世界各国正在制定和实施一系列气候试验研究计划，如全球海洋环流试验（WOCE）、热带海洋和全球大气研究计划（TOGA）、海水预测国际气候试验（SIPICE）、云与辐射试验、太平洋热量和盐分输送试验、国际卫星云图气候计划、全球生态系统动力学研究、冰盖古气候研究等。1985年国际科联提出为期15年的国际地圈—生物圈全球变

化计划（IGBP），其指导思想就是把地球上各种物理、化学和生物过程及其相互联系看成是一个整体系统，采用"天、地、生"多学科交叉的研究方法，揭示影响地球及其周围环境变化的奥秘，探索其变化规律，预测全球未来的发展（也包括人类社会）。这个计划将在90年代开始实施，其中与气象学、气候学有关的研究内容占有重要地位，如海水、陆气相互作用，环境突变与生物问题；水文循环；气候变化对生态系统的影响；人类活动与人类社会的全球影响等。

（作者：邹进上）

参考文献

[1] 邹进上、刘长盛、刘文保，大气物理基础，气象出版社，1982。

[2] 邹进上主编，气候学研究——“天、地、生”相互影响问题，纪念么枕生教授从事气象工作和执教50周年专辑，气象出版社，1989。

[3] 盛承禹等，中国气候总论，科学出版社，1986。

[4] 杨大升、刘余滨、刘式适，动力气象学（修订本），气象出版社，1983。

[5] A.X.Хрган, физика Атмосферы, TOM Ⅰ, Ⅱ, Гидрометеороиздат, 1978.

[6] 詹道江、邹进上，可能最大暴雨与洪水，水利电力出版社，1983。

[7] 朱盛明、曲学实，数值预报产品统计解释技术的进展，气象出版社，1988。

[8] 章基嘉、葛玲，中长期天气预报基础，气象出版社，1983。

[9] D.D.Houghton, Handbook of Applid meteorology, John Wiley and Sons,Inc.New york,1985.

, 1975。

[10] S.Petterssen,Weather analysis and forecasting,Vol.,Ⅰ Ⅱ,Second edition,McGRAW-Hill Book COMPANy,INC. New York,1956.

[11] 朱炳海，中国气候，科学出版社，1962。

[12] M.И.Будыко,Климат В Прошлом и Будущем Ленинград Гидрометеоиздат,1980.

[13] B. J. Mason, The physics of clouds, second editcon, Clarendon press,oxford,197 .

[14] 么枕生，气候统计学基础，科学出版社，1984。

[15] J.G.Lockwood, Causes of Clamite, Edward Arnold Ltd 41 Bedford Square,London WCIB 3DQ,1979

[16] J.T.Houghton,The global Climate,Cambridge University press,1984.

[17] 殷显曦、彭光宜，气象科技发展战略概论，中国科学技术出版社，1988。
[18] 严绍瑾、彭永清，非平衡态理论与大气科学，学苑出版社，1989。
[19] 倪元琪，气候动力学 ，气象出版社，1933 。

〔六〕 地理学方法论

1 地理学研究的对象及其主要分支学科和发展简史

1.1 地理学的定义

地理学是一门古老的学科，它是研究作为人类住所的地球的科学，即地理学的特殊矛盾是人地关系。地理学研究的地是作为人类住所的地球。地理学研究的人是与其住所相互作用的人。这样，地理学所研究的地，就与其他地球科学有所不同；地理学所研究的人，也与其他人文科学相区别。表面看来，地理学研究的对象似乎是包罗万象；但从实质上看，地理学研究的对象有其特殊的运动形态，它是一门独立的学科。可以给这门学科下这样的定义，即地理学是研究作为人类活动环境的地球表面区域分布及其发展变化规律的学科。这个定义是符合地理科学发展现状，并能满足实际和理论研究的需要。因为这个定义为地理学的研究对象、研究范围和学科体系规定了明确界限。

1.1.1 研究对象

地理学的研究对象是人与地理环境的相互关系。在这个特定关系中，人是主体，地理环境是客体。地理环境包括作为人生存活动的场所及其资源，资源又包括物质、能量和信息。全部的地理学就是研究这种主客体之间的关系，以便使人生存得更好。从

认识的过程看，这种人地关系大致经历了客体决定论、主体决定论和主客体协调论等阶段。至今，人们已经可以为认识和处理人地关系提供一系列正确的观点和方法论。即地理学的研究对象是地理系统。所谓地理系统是由人和地理环境（包括自然环境和人工环境）相互作用所组成的复杂巨系统。这个巨系统又由自然地域系统、经济地域系统和人文地域系统复合而成的有机统一整体，自然、经济和人文等三个部分也可构成相对独立的系统。但它们之间始终存在着相互依存和相互制约的联系，并且这三个系统之间也存在着质的差别。地理学就是研究地理系统各个组成部分的结构和功能及其反馈关系。

(1) 地理系统的结构和功能

地理系统是一个具有多要素、多层次所组成的复杂网络结构。它的第一级层次结构是自然地域系统、经济地域系统、人文地域系统，或称为自然要素、经济要素和人文要素。

① 自然地域系统

自然地域系统虽然是地理系统的子系统，但它同样也具有多要素、多层次的复杂网络结构。即它是由气候、水文、地貌、土壤、生物等要素所组成的。这些要素之间相互依存、相互制约构成了地表所谓的自然综合体，即自然地域系统。自然地域系统在不受人为活动干扰时，或人为活动的干扰在其承受的阈值内，它完全受制于自然规律。由于自然地域系统是一个开放性的具有耗散结构的巨系统，它可以不断地从宇宙系统中获得物质、能量和信息，特别是绿色植物在其光合作用中，不断把气圈中的二氧化碳和水圈中的水，在太阳能的作用下合成有机体，这样使整个自然地域系统不断从低级向高级演化。在没有外界环境的干扰时（这种干扰是经常发生的，例如地史中各种灾变现象），自然地域系统必将向着最和谐、最完善的方向发展。这里所说的最和谐和最完善的标准是指自然地域系统内部本身纵向的比较，而不是

根据人们的经济要求。当人为活动对自然地域系统的影响超过其本身所能承受的阈值时，自然地域系统的结构将会受到破坏，自身的自我调节功能将要丧失。地理学对自然地域系统的研究，主要是分析其中各要素间的关系及其分布、变化规律。

② 经济地域系统

人们为了衣食住行的需要，必须从自然地域系统中获得物质、能量和信息。但自然地域系统中的物质和能量并不都是对人们的需求最有利的，而且也存在着空间的差异性。人们为了生活得更舒适，就必须对自然地域系统进行改造、加工和建设。例如，从采集果实到发展种植物，从猎取野生动物到畜牧业，疏浚河槽、建造闸坝等水利事业，对农产品加工、发展工业，对农副工产品的运输等。因此，经济地域系统是由自然地域系统中的一部分和人们经济活动的产物，例如农田水利、工矿设施、交通工具及其道路等所组成。经济地域系统是由农业、工业、交通等要素或子系统组成的。地理学对经济地域系统的研究主要也是从人们的经济活动对这些要素的相互联系及其空间分布和发展变化规律着手。经济地域系统即受自然规律制约，尤其是传统的资源产业，如农业、林业、水产业等；同时也受经济规律支配。

经济地域系统的结构决定其功能特性，例如封闭式的小农经济结构决定其功能只能是自给自足的，而开放性的现代农业结构，决定了其产品要作为商品进行交换。经济地域系统中这种结构与功能之间关系的变化，也必然要导致工、农、交等要素在布局上的变化。因此，它也是地理学所要研究的对象。

③ 人文地域系统

人们不仅要从自然地域系统中获取衣、食、住、行等物质享受，而且也要从自然地域系统中获得文化艺术等精神享受。其次，为了调整人们与自然地域系统之间的关系，也必须运用必要手段来加强对自然地域系统的管理。在没有阶级的社会中，主要

是运用民俗、习惯、道德等手段来协调。这种手段在各个民族中是不同的，并且一直在民间延续下来，成为一种强大的社会力量。当出现阶级和国家以后，统治国家的政府就运用行政、经济、法律等手段来调整。因此，人文地域系统是由自然地域系统与经济地域系统中的一部分，和人们社会活动的产物，如政治、文化、风俗、习惯、旅游等要素所组成。同样，地理学对人文地域系统的研究、也是从人们的社会活动对自然地域系统的影响，及其分布和变化规律等方面进行的。

人文地域系统与经济地域系统既存在着联系，但也有质的区别。广义的人文地域系统，可以包括经济地域系统；同时，人文地域系统是在经济地域系统基础上形成和发展起来的。因为人们的衣食住行等物质生活总是第一位的，人们只有在满足了物质生活的基础上才会去追求精神上的享受。正如鲁迅所说，灾区的饥民是不会去购买兰花的。而这两个系统的主要的区别是，经济地域系统受自然规律和经济规律制约，它是经济基础的重要组成部分；而人文地域系统不仅受自然规律、经济规律制约，而且也受社会规律制约，如人们的习惯、风俗、文化、道德、管理体制、社会制度、政策法律等支配。它是上层建筑的重要组成部分。

（2） 地理系统各要素间的相互联系

地理学不仅要研究地理系统各要素的结构和功能，而且也要研究地理系统各要素间的反馈关系。一般地说，自然地域系统是地理系统中最基本的、而且是长期稳定起作用的要素；经济地域系统是地理系统中的主导要素；而人文地域系统是地理系统中最灵感、最活跃的要素。这三个要素间的相互作用，才决定地球表层各种地理现象的区域分布及其发展变化规律。

① 自然地域系统是地理系统发展的基础要素

自然地域系统中的资源作为生产力要素之一，曾在人类历史上起到主要的作用。其中，资源与位置的最佳配合，则往往成为

人类文明的摇篮和发祥地。如世界上五大文明古国都发祥于大河两岸的平原地区。自然地域系统是促进生产力发展的最初推动力。

自然地域系统作为地理系统的基础要素，至今仍然在发挥其重大作用，特别是地理位置的优势更是不可替代的。作为亚洲四小龙的新加坡、香港、台湾和南朝鲜经济的腾飞，以及我国今日对外开放的前缘阵地，为什么位于东部沿海而不在内陆三线地区，这都是与地理位置优势有关。

当然，随着科技的发展，人们对自然地域系统的依赖性将越来越小。但是，不管科学技术如何发展，人们都不能离开自然地域系统，正如人们不能抓着自己的头发离开地球一样。因为自然地域系统是人们活动最基本的要素。况且，也可以确信，随着科技越来越迅猛地发展，自然地域系统对人们的作用将会进一步发挥。本来自然地域系统对人们的影响总是利弊并存的。在科技水平低下的古代，人们望洋兴叹，视洪水如猛兽；在今日，人们不仅从海洋中获取各种生物、矿物资源和能源，而且海洋也成为人们交往和经商贸易的重要通道。人们通过高堤大坝基本上降服了洪水。如今，台风、火山和地震等仍然是对人们生命财产危害最大的自然灾害。可以设想，随着科技的发展，终有一天，台风、火山和地震也可以成为人们宝贵的资源和能源。可见，自然地域系统在地理系统中的作用，不论是古代、当代和将来都是最基本的要素，都会对社会发展发挥其重大和深远的影响，那种认为自然地域系统对社会发展只能起加速和延缓的作用是片面的、不公正的，对科学发展和国民经济发展都没有好处。

② 经济地域系统是地理系统发展的主导要素

自然地域系统虽然对地理系统，对整个人类社会的发展起着重大深远的作用。但自然地域系统仅是作为社会发展基本动力的生产力诸要素之一，而不是全部。因此，那种把自然地域系统作

为社会发展的基本动力或唯一动力的地理环境决定论也是片面的、不公正的。作为生产力重要组成要素的人和科学技术，在适应、改造和建设地理系统中所起的作用，也是越来越巨大的。在今日的地理系统中，几乎找不到一处不受人为影响的地方。而在地理环境中，人工环境则多于自然环境。只要人们按照自然规律来改造和建设自然地域系统，那么，这样形成的经济地域系统显然是优于自然地域系统。因为它更符合人们的需求。例如，种植业的发展使人们进入农业时代，蒸汽机的发明使人们进入工业时代，而无线电技术和电子计算机的出现，则使人们进入信息时代，使经济地域系统大大优于自然地域系统。可见，作为人们物质生活基础的经济地域系统，才是地理系统发展的主导要素。当然，这里所说的经济地域系统是地理系统发展的主导要素，也绝不同于那种认为人类是自然的主人，人地关系是主仆关系的论点。因为这种理论完全忽视自然地域系统是地理系统中最基本要素的作用；实际上这种理论也带来极为严重的后果。只有把地理系统中的各个要素摆在它们应有的位置上，才能使它们发挥各自应有的作用，并协调它们之间内在的关系。

③ 人文地域系统是地理系统发展中最敏感最活跃的要素

从根本上说，自然地域系统和经济地域系统的存在和发展决定了人文地域系统的发展。这是生产力决定生产方式，经济基础决定上层建筑理论在地理学的反映。例如，古代生产力低下，人们对神秘莫测的自然现象束手无策，就从惧怕转而产生图腾崇拜，在漫长的历史岁月中又逐渐演化为风俗、习惯、道德、文化。由于各地自然地域系统有巨大差异，因而，各民族的风俗、习惯、道德、文化也就千差万别。然而，这些人文地域现象一经形成，也就成为一种强大的社会势力，反过来对自然地域系统和经济地域系统产生反作用。例如，许多民族对某些野兽的崇拜，

客观上就保护了这些动物．或者使其泛滥成灾。印度拉贾拉邦有些地方，人们对老鼠崇拜之极，当地寺院规定，打死一只老鼠，要做一个和真老鼠同样大小的金老鼠，供奉在寺院里。因人们对老鼠奉若神明，结果老鼠成灾。老鼠是打洞挖沙的能手，就成为当地沙漠化的一个重大原因。至于国家在资源与环境方面的方针、政策和法律，对地理系统的影响就更为直接和敏感。在过去很长一段时间里，我国实际上执行的是资源无价、原料低价、产品高价的价格政策。从而，压抑了资源再生产活动的积极性，刺激了人们的消费需求，乃至于严重地浪费资源，也导致生态破坏和环境污染日益加剧。

地理系统各要素间的相互依存、相互制约关系，实质上就是不同形式的人地关系，它决定了地理系统在地表上的分布及其发展变化规律。因此，它是地理学研究的重要对象。

1.1.2　研究范围

上述地理学的定义，也规定了地理学研究的边界范围。地理学研究的范围包括地域范围、时间范围和对象范围。

（1）　地域范围

地理学的定义明确规定了地理学研究的地域范围是地球表层。所谓地球表层是指地球大气圈、岩石圈、水圈和生物圈等四大圈层相互作用最剧烈的地域。因为地球这部分是宇宙因素、特别是太阳能和地球内能相互影响的界面，是物质循环、能量转换和信息传递最频繁、最迅速的地方，是人类活动的基本环境。因此，对地球这部分地域的研究就具有特别意义。

关于地球表层的边界，包括大气圈的对流层，地壳的沉积岩层，整个水圈和整个生物圈。

地理学研究的地域范围是整个地球表层。但地理学研究的核心部分不是整个地球表层，而是近地面活动层。这里是生物最集中的地区，绝大部分绿色植物都集中在这里，并且通过生态系统

的生产者、消费者和分解者的活动，把非生命的无机环境与生物有机体联系起来，创造了一个人类生存的适宜环境。

地理学研究的地球表层的地域结构，也是由多级层次系统所组成的。其等级越高，其研究范围也越大。对自然地域系统的研究，起码可区分为三种基本尺度：全球尺度、大陆尺度和地方尺度。经济地域系统和人文地域系统也有各自相应的层次结构。

（2） 时间范围

地理学的定义指出，地理学是研究地理现象的发展变化规律，这就规定了地理学研究的时间边界范围应该包括过去、现在和未来。根据辩证唯物观的认识论，地球表层上的各种地理现象是有规律可循，是可以认识的。现在某一地理现象都是历史上发展变化的阶段产物，并且还在继续发展变化之中。例如，从全球尺度上看，当前的海陆分布就已经过几次变化。按魏格纳的看法，在1亿5千多万年以前，地表只有一块统一的大陆，称为联合古陆，以后联合古陆才逐渐分裂为几块，并各自漂移，才形成当前的海陆分布形势。根据当前实际观测，科学家提出太平洋在收缩，红海在扩张。若干亿年后，太平洋可能消失，美洲大陆与欧亚大陆又将连成一块，我国就可能成为真正的中央之国。全球性的变化也不完全取决于自然因素，例如，全球瞩目的二氧化碳含量剧增，气温上升，将引起海面上涨，主要就是由人为因素引起的。当然，这种全球变化的时间尺度是以千万年甚至数亿年为时间单位。而局部性的地理现象的变化则要相对迅速，例如自1128年黄河夺淮入黄海，苏北海岸淤积大大加快，海岸迅速东移。从1494年至1855年，河口延伸速度平均每年达215米。1855年黄河北归以后，巨量泥沙来源断绝，苏北海岸又处于重新调整阶段。特别是黄河北归初期，海岸后退每年达1公里。至于经济地域系统和人文地域系统的发展变化的速度就更快。地理现象的发展变化对国家制定社会经济发展战略，以及工农业布局都将产

生深远影响。因此，预测预报地理现象的发展变化方向，是地理学研究的重要内容。

（3） 研究对象的范围

地理系统是一个复杂巨系统，它由自然科学、经济科学和人文科学中的众多学科共同研究，地理学只是其中一个学科。因此，地理学的研究对象，必须从定义出发加以界定。上述定义明确指出，地理学研究对象的范围，仅局限于人地关系中的“区域分布及其发展变化规律”这部分。当然其中与其他学科的交叉和重迭则是难以避免的。为了弄清其研究对象的范围，特对自然地域系统、经济地域系统和人文地域系统分别加以界定。

① 自然地域系统的界定

对自然地域系统的研究，主要是自然科学的任务。地理学对这部分的研究主要是由自然地理学所承担。虽然自然地理学研究对象与大气科学、水文学、地质学和生物学等都有一定的交叉和重迭，但其界限还是明确的。

A．与地质学和大气科学有明显的地域界限。地质学研究的地域是整个岩石层，大气科学研究的是整个大气圈。自然地理学虽然与地质学有沉积岩层，与大气科学有对流层的重迭，但自然地理学对沉积岩层和对流层的研究，仅是把它们作为自然地域系统中的一个要素，考察它们参与到四大圈层的相互作用中所形成的地域分布及其发展变化规律这部分内容。

B．与水文学和生物学在研究地域上虽然是完全重迭的，但着眼点不同，研究内容也不同。自然地理学是把水圈和生物圈作为自然地域系统中的两个活跃和主动的要素，参与地表的物质循环、能量转换和信息传递过程中所形成的地域分布及其发展变化规律。尽管有重迭，但也不能相互替代。

② 经济地域系统的界定

对经济地域系统的研究，主要有经济科学和地理学中的经济

地理学。两者也有交叉和重迭。经济地域系统的结构和功能，经济地域系统的形成、发展和变化主要是受经济规律制约，当然资源经济产业也受自然规律支配，对这方面内容的研究，主要是经济科学的任务。经济地理学主要是研究经济地域系统中生产力的地域分布及其发展变化规律。这样，经济地理学就与经济学有着明显的区别，它是属于地理学一个重要分支学科。

③ 人文地域系统的界定

对人文地域系统的研究，是一系列人文科学的共同任务。地理学对人文地域系统的研究，主要是由人文地理学来承担。人文地理学对人文地域系统的研究，也与其他人文科学，如政治学、文学艺术、社会学等学科有交叉和重迭，但其界限也是明确的。政治学、文学艺术、社会学等都是研究人们各种社会活动的组织和管理，及其社会组织的结构和功能等，它们都受社会规律和经济规律制约。但人文地理学考察的是自然地域系统对人们这些活动的影响和这些社会现象的地域分布及其发展变化规律，

地理学研究范围的广泛性，决定地理学研究方法的多样性。

1.1.3 学科系统

（1） 学科分类

可以按照不同标准，对地理学的学科组成进行分类。

① 按研究对象，可以把地理学划分为自然地理学、经济地理学和人文地理学。

② 按研究范围和研究方法，可以把地理学划分为综合地理学、部门地理学和区域地理学。

③ 按学科层次等级，可以把地理学划分为理论地理学、应用理论地理学和应用地理学。

（2）学科体系

对这些不同分类系统，按照它们之间的相互关系进行不同的组合，就可以构成一系列既具有一定从属关系的等级系统，又有

协调、制约关系的有机科学体系。地理学是一门跨越自然科学、社会科学和技术科学的高度综合的学科体系。但由于这个学科体系内部存在着密切联系和共同的研究对象，故构成统一的地理学。

1.2 地理学及其研究方法的发展简史

1.2.1 古代统一科学中的地理学

地理学一词最早是公元前2世纪古希腊学者埃拉托色尼(Eratosthenes of Cyrene)提出的。而在此以前，我国著名的《易经·系辞》中则有仰以观于天文，俯以察于地理。古代地理学是记载地表事物的学问。我国《禹贡》一书，就将我国领土划分为九州，而《周礼》则把我国全部土地划分为五类。在大量的地方志中都记述着各地的自然、社会、经济、文化、物产、风俗等知识。在国外，除个别著名学者对一些地理现象之间的关系进行探索研究外，如古希腊的亚里斯多德(Aristotle)就已经确定了气候带与太阳倾角之间的相互关系。但大多数的地理著作也是记述性的地方志、游记等。

从方法论的角度考察，不论中外，古代地理学大都是以朴素的唯物论思想占主导地位。正如恩格斯(Friedrich Engels)所说，科学的发生和发展从开始起便是由生产决定的。人们为了生存，就必须认识各种地理现象，并推测它们之间的相互关系，这就是地理学产生和发展的基础及其动力。由于生产力水平低下，限制了人们的认识能力，因此，人们总是把自然界当作一个统一整体。科学在当时还没有分化，是无所不包的，地理学就是这门统一科学中的重要组成部分。就地理学这部分来说，也是融自然、经济、人文等各种地理知识于一炉，从而成为一门笼统的统一地理学。古代朴素的唯物论，虽然对地理现象的整体有一定认识，但对于各种具体地理现象却缺乏分析，难以解决具体问题，于是，地理学的这种整体观必然要被实验、分析的求证方法所代

替。

1.2.2 以分化为主的近代地理学

15世纪中后期的地理大发现，客观上推动了地理学的发展。殖民主义者为了争夺殖民地，掠夺原料、寻找市场和追逐利润，需要对世界各地进行详细的调查和研究。正如恩格斯对16世纪文艺复兴时代人物的评述时所说，那时差不多没有一个著名人物不曾作过长途旅行。这种广泛的调查研究，客观上推动了地理学的发展，并且也涌现出大批优秀的地理学家。例如近代地理学奠基人，德国的洪堡德（Alexander Von Humboldt）及其学生李希霍芬（Ferdinand Von Richthofen）、拉采尔（Friedrich Ratzel）等人，创立了因果原则、综合原则和范围原则等地理学三原则。而法国的白兰士（Paul Vidal de Ca Blache）、白吕纳（Jean Brunhes）、俄国的道库恰耶夫（Basiliy Basilyevich Doknchayev）等人，也对地理学作出重要贡献。

这是一个科学处于分化的时代，在物理学和化学以后，生理学、解剖学、有机化学和分析化学等都相继从包罗万象的统一科学中分化出来。地理学的分化晚于整个科学的分化，到19世纪，洪堡德创立了植物地理学，李特尔（Karl Ritter）奠定了人文地理学。随后，气候学、地貌学、水文学和土壤地理学等都先后从地理学中独立出来。对于地理学来说，这是一个专家辈出、群星灿烂的时代。许多地理学的理论和方法纷纷被确立。这个时代的地理学是运用实地考察、分析实验等求证方法，地理学家分门别类地对某些地理现象进行深入研究。这比起直观笼统的思维方法是前进了一大步，但从总体上来说，地理学的方法论与当时哲学上的形而上学思潮是一致的，许多地理学家对地理现象的研究，也是忽视总体联系，而孤立地考察事物的过程。因此，虽然对某些局部的地理现象研究得十分清楚，但对总体上的联系则相当模糊。例如当时出现的地理环境决定论，从认识论上看，就属

于这种方法论体系。

1.2.3 广泛运用新技术的现代地理学

第二次世界大战以后，特别是60年代以来，科学技术出现新的飞跃，其标志是系统理论的确立和电子计算机、空间技术的发展。这就从方法论上和具体研究手段上来武装地理学，使地理学也进入一个全新的时代。在这个时代，地理学继续分化，除上一时代地理学已分化出自然地理学和人文地理学，以及其中的部门地理学和区域地理学以外，在这个时代，各部门地理学又继续分化出一系列的地理学科，如气候学又分化出城市气候学、农田气候学、山地气候学、建筑气候学、交通气候学等。特别是各部门地理学与邻近学科交叉又分化出一系列的交叉地理学。

地理学在分化的同时，在方法论上又出现新的综合。当19世纪末期以来，地理学沿着自然地理学和人文地理学的方向分化。在苏联的十月革命后，批判了人文地理学，用经济地理学取代人文地理学。20世纪30年代以来，又进一步批判统一地理学，使自然地理学与经济地理学完全割裂开来，严重地削弱人地关系的综合研究。苏联地理学这种方法论，对新中国地理学研究，曾有一些消极影响。但到60年代，苏联年青的地理学者阿努钦(B.A.Anuchin)开始向这种方法论挑战。到80年代，苏联已经确立了现代地理学就是统一地理学的思想。在西方，现代地理学的主要标志是运用现代科学技术手段，从空间角度出发，对地理现象进行综合论证。从中找出其间的规律和原理，从而对地理现象的发展变化作出科学的预测。

经过古代统一地理学朴素唯物论的整体观和近代地理学对各地理要素逐一研究的分析方法，而且在现代系统科学和现代高技术条件下，现代地理学已经完全具备辩证唯物主义的方法论和切实可行的分析综合方法，可以对人类居住环境——地球表层的人类活动的区域分布和发展变化规律进行定性和定量相结合的研

究。

2　地理学研究的方法论系统

2.1　地理学研究方法论概述

地理学方法论的研究不仅应具有一定的抽象性和理论性，而且也应该具有一定的具体性和实践性。如果只注意抽象性和理论性，就只能停留在哲学的探讨上；而如果只注意具体性和实践性，就只能是对地理学研究具体方法的罗列，而不能从理论基础的高度来分析和提高。二者的结合是地理学方法论研究的正确方向。为了使这二者能更好地结合起来，地理学方法论的研究必须遵循如下三个原则。

2.1.1　世界观和地理学方法论相结合的原则

地理学的方法论系指观察、分析和处理各种地理现象的方法手段及其有关的理论。要使地理学研究的方法不停留在具体方法的罗列上，而使它具有一定普遍意义，就必须接受哲学的指导。必须运用辩证唯物论的认识论，对地理学研究的具体方法进行分析、论证和检验，使这些具体方法去伪存真，去粗取精、由此及彼、由表及里而向更高级的阶段发展。例如，野外考察法是地理学所有学科共同使用的基本方法，但要保证野外考察的资料和数据能反映地理现象的本质联系，就要有上述认识论作指导。其次，从地理学的方法论本身看，方法和手段是没有阶级性的，它既可为无产阶级世界观服务，也可为资产阶级世界观服务。当然，地理学家本身所具有的世界观，也决定他们可能运用不同的方法论。通过对地理学发展简史的讨论，我们可以发现，我国古代地理学家运用高度推理的研究方法是决定于他们的天人合一的整体观。如前所说，我国古代地理学著作的主要部分是地方志。

从表面上看，大量的地方志都是描述性的，但从这些描述中，可以看出作者对地理学研究的方法，是采用高度推理的方法，推理的依据则是天人合一。他们企图说明社会变动与天地之间存在着感应关系。自然界的异常是疫病、饥饿、乱世的动因；而风调雨顺则联系着太平盛世。

近代地理学研究的调查、分析和实验方法，比起古代地理学的综合推理方法，就方法本身来说不知要高出多少倍，因为缺乏数量概念的抽象推理，是不可能真正解决各种具体人地关系等问题的，也正是这样，天人合一的方法就往往被宗教迷信所利用。但高明的分析实验方法，一旦失去正确世界观的统帅，它也可能得出错误的结论。例如在地理学迅速分化下，各分支学科只从事本部门领域的研究，尽管他们对地理现象的无限多样性和发展的阶段性及其地域分布的差异性等都有着明确的数量概念，但他们对地理现象的整体性、统一性和相关性等全局性问题却很少关注而十分模糊。由于没有从总体上把握事物之间的关系，虽然调查、分析和实验方法所得出的数据完全正确，但按此数据设计的工程却往往导致失败，如以往许多闸坝、围湖、毁林、毁草开荒等工程，虽然设计者的数据可能是正确的；而造成失败的原因是设计者或决策者缺乏正确的地理系统整体观。

对地理学方法论的研究，一定要运用正确的世界观，并采用不同的方法和手段来研究。

2.1.2 各门学科的研究方法综合运用的原则

从地理学研究的对象及其学科体系可知，地理学是跨越自然科学和社会科学的综合性学科。因此，对地理学方法论的研究，就要根据地理学本身的这种特点，吸收并综合运用各门自然科学和社会科学的方法来形成和发展自己的方法。例如，自然科学主要是运用数理分析去研究其数量关系，进行逻辑推理与数学演算；而社会科学所采用的主要方法是通过对大量事实的观察、总

结、归纳、整理，运用思辨的定性描述。这两种基本方法都已经为地理学的研究所采用。例如，地理学家就运用了物理学、化学和生物学中所已经证明的规律，并根据它们来观察自然地理现象，研究这些现象的发生、发展和地域分异，从而建立自然地理学的理论基础。同时也利用这些自然科学的知识来建立观察、分析、实验技术，从而对地理现象的分布及其发展规律进行定量的研究。而人文地理学则大量运用社会科学中思辨的定性描述。例如，文化地理学研究一个民族或一个地区的文化与地理环境的关系就是通过这种定性分析来进行的。如华人分布世界各地，有些在海外已经定居几十年、几百年，他们中有些人只从地图上知道中国的位置和形状，实际上中国是什么样子，他们一无所知，但他们仍保持着中国的文化传统。一个民族的文化，是在一定环境中形成的，自然环境的特点在文化这种思想意识中得到充分反映。

至于数学方法，则无论是自然地理学、经济地理学和人文地理学都是普遍运用的方法。因为数学是各门科学之母，任何一门科学，只有运用了数学，才能成为真正的科学。特别是像地理学所研究的是如此复杂的开放系统，要对它们进行高度综合更是离不开数学方法。数学也是对科学知识具有统一性进行思想注释的基础。早在本世纪20—30年代，地理学的研究就引入了数学统计的计量方法，如求平均值、标准差、方差分析、对数坐标等。到60—70年代，已经形成一门独立的计量地理学。我国地理学界从60年代以来，就开始对计量地理学进行研究。数学方法对地理学的研究显得越来越重要。

地理学对其他学科研究方法的运用，也必须经过吸收、消化和发展，这样对地理学方法论研究才是有益的，也才能有力地推动地理科学的发展。比如，比较法在社会科学中得到普遍运用，产生了许多单独的学科，诸如比较教育学、比较伦理学、比较社

会学、比较心理学、比较美学、比较社会主义学等。地理学把比较法运用于区域的比较，就发展成为一种相当完善的区划法。至今区划法已有一套区划理论和方法，它是地理科学认识自然、经济、社会地域分异规律的一种带有普遍性的独特的研究方法，在地理科学的研究中得到广泛应用。

综合运用各门学科研究方法的原则，决定地理学家必须关心各门学科的最新发展，随时吸取其中有益的理论和方法来武装自己。例如当前地理学紧紧抓住电子计算机和航天航空等高技术，加以吸收和消化，并发展了遥感科学、机助制图、数据库等新技术和新方法，这是地理学现代化的必由之路，也是方法论革命的重要手段。

2.1.3　方法论必须满足地理科学发展需要的原则

当前全球性的资源衰减、能源危机、环境污染、生态失调、人口膨胀等问题，已经影响到经济的持续发展。如何在新的形势下，正确处理人地关系，使有限的资源能满足人们物质文化不断提高的需求，使经济的持续发展与环境的不断改善同时得到实现，已经历史地落在地理学及其地理工作者的身上。当然研究这个课题，是各门学科的共同任务，但综合协调的主战场仍然是地理学。因此，就必须加速发展地理科学、实现地理科学现代化。

要使地理科学现代化，以充分满足国民经济发展的需要，应从何处入手？要做的工作很多，这里只讨论方法论。古人说得好，要善其工必先利其器。这就是说，地理学研究的方法手段必须是最先进的，方能满足地理科学发展的需要。现代地理学的发展要求对区域进行综合及其发展动态进行预测。可以说区域是现代地理学研究的核心，而预测则是现代地理学研究的灵魂。不论是全面研究某一区域内的人地关系、社会生态、地理环境及其历史演变规律，也不论是国土整治、资源开发、环境保护、流域规划、水土保持、自然保护、生产布局等方面的决策，都要求因地

制宜，讲求生态、经济、社会三大效益的统一。例如编制以上海为中心的长江三角洲经济区划，不仅涉及城市、农业、湖泊等各个子系统，而且也涉及上海市以外的区域，乃至于整个长江流域，这样就需要搜集能够反映其中具有内在本质联系的大量数据，作为区域综合决策的依据。至于区域地理现象的动态预测，无论是河流的水情、气象的变化、农作物的病虫害以及地震的发生等，也不论是区域中地理现象变化的预测预报，例如河岸和海岸的冲淤变化，经济发展的方向及其对资源与环境需求的变化等。不仅需要大量的资料数据，而且对数据时效的要求也极为严格。至于灾情预报，就更是救灾如救火。例如，英国预报威尔士山区的山洪，决定水库闸门的启闭，每两小时就要发布一次。我国要做好黄河、长江等险情预报，也必须以小时为单位。显然，地理学传统的研究方法，是不能满足地理学发展的需要。如果按照传统的研究方法，对区域进行野外调查、资料整理、编印成册，然后送到领导手中作为决策依据。对于一个较大区域，其中所需时间恐怕需按几个月、几年为单位来计算。例如以往国家对森林资源的数据，是通过抽样调查、统计分析，得出各个县的数据，然后层层汇总。林业部为编写一份全国森林资源数据，就得耗资亿元，历时10年才能完成。至于瞬时万变的气象、水文资料，其整编成册也得一年以上时间。资料到了用户手中已是历史资料了。因此，现代地理学的区域综合、动态预测就需要有一套相应的野外考察、资料整编和传输方法。这就是利用航片、卫片资料的遥感方法。目前的地球资源卫星对各个地区的监测，陆地资源卫星9—18天，气象卫星0.5—1天就可更新一次。至于资料的整编和传输则可利用机助制图来承担。这样，就能够以周期性的遥感数据作为不断更新的信息源，以高速的实时屏幕显示，机助制图和宽行打印作为输出的方式，甚至通过卫星数据搜集系统或通信卫星获取全国或洲际范围的高速信息流。它不仅可使遥感

所获取的瞬时信息，经过积累和延伸，具备反映自然历史过程和人为影响的趋势，而且使信息处理所需要的时间，压缩到形成过程之内，去赢得预测预报的时间。

上面所说的遥感手段所获得的数据，主要是自然、经济方面有形的资料，至于社会经济中大量的统计资料，则需要通过信息共享，借助于数据库来实现。上述这一整套方法就构成目前地理学研究中最重要的方法手段，这就是地理信息系统。由于地理信息系统可以把全国、甚至全世界各地定位观测、遥感和各种自然、经济统计数据结合起来，使区域综合、动态预测和信息共享成为可能。目前，发达国家已普遍建立各种类型的地理信息系统。我国的地理信息系统有的已投入运行，有的正在筹建。地理信息系统的建立，使数据管理、分析、直至模型的建立等过程都实现了现代化，这就为以定性描述为主的传统地理学通向以定性和定量相结合的现代地理学架设起一道桥梁。为地理学发展现代化铺平了道路。

在地理学方法论研究基本原则指导下，可建立地理学研究方法论系统。其系统的等级，如果按方法所复盖范围的大小，可分为三个层次，即地理学研究的哲学方法和系统方法、地理学研究的一般方法和特殊方法。

2.2 地理学研究的哲学方法和系统方法

辩证唯物论和系统理论适用于一切科学，自然也适用于地理学的研究。

2.2.1 辩证唯物论的指导

辩证唯物论是宇宙一切现象发展变化普遍规律的概括。它既是科学的世界观，也是科学的方法论。其基本原理和研究方法，当然也是地理学的基本原理和方法论的基础。对地理学的研究，如果背离辩证唯物论的指导，不论是有意还是无意的，都可能使

地理学研究走弯路。例如，苏联批判统一地理学，导致了自然地理学与经济地理学的割裂，影响了地理科学的发展。我国解放后正确地批判了地理环境决定论，但不恰当地夸大了人的主观能动性，“大跃进”中竟提出“种田种到湖中间，开荒开到山顶上”以及“喊令三山五岭开道，我来了”等口号，① 这种不尊重科学、不尊重自然规律的口号，不仅影响了地理学的发展，同时也使国民经济和生态环境受到不应有的损失。这样一种批判方法，就缺乏起码的辩证唯物论的指导。地理学研究的方法论需要有辩证唯物主义的指导，但这种指导必须从马克思主义活灵魂出发，真正掌握其精神实质，具体情况具体分析，而不能以辩证唯物论的某些词句教条式地套用。同时也要注意不能简单地用哲学推论来代替地理学研究的具体方法，这种代替对地理学的发展也是有害的。因为用哲学作为地理学研究的具体方法，就将导致用主观主义的幻想的联系去代替地理现象中未知的现实联系，用臆想来补充缺少的地理事实，以抽象的哲学思辨来代替具体的地理学结论。这对地理学的研究是无益的。总之，哲学是地理学研究方法论的指导，但不能代替地理学的具体研究方法和手段。

2.2.2　系统科学的指导

以往科学研究的方法是没有首先充分考虑结构的整体，因而其主要研究方法是整体基础上的综合；而系统科学研究的整体是有组织结构的整体，因而其主要研究方法是整体基础上的局部分析。系统科学的这种研究方法对地理学同样也具有普遍的指导意义。这里所说的系统科学，是包括贝塔朗菲（Cudwig Von Bertalanffy）的系统论，申农（Claude Elwood Shannon）的信息论，维纳（Norbert Wiener）的控制论，普里高津（Ilya Prigogine）的耗散结构论，哈肯（Hermann Haken）的协同学，托姆（Thom Rene）的突变论以及超循环论、集合

①1958年家喻户晓的诗歌，作为当时解放思想的典范。

论等一系列系统科学新成果。

系统论引入地理学，就确立了地理系统的思想，它对地理学的发展起了推动作用。例如英国著名地理学家乔莱（Richard john Chorley）认为，系统论给地理学注入了新的活力，有可能使地理学突破原来的模式，展现出具有美学意义的表述方式。各国地理学家都纷纷运用系统论来研究地理系统的结构、特点、分类及其普遍范畴。上述的地理信息系统就是在系统论指导下创立的。系统演化的四个基本特性，即系统的整体性、能动性、相关性与涨落性对地理学的研究具有重大指导作用。

（1） 系统论的特点

①整体性。地理系统是由多个相互依存和相互制约的要素组成具有一定结构和相应功能的有机统一整体。所以有组织的整体性是地理系统演化的最基本特性。这个特性决定地理系统演化过程中一些次一级的特性，如开放性、有组织性和层次性。地理系统的开放性，决定它与外界环境不断进行物质、能量和信息的联系。而与外界联系中又具有自组织能力。地理系统又是一个多层次的系统。地理系统的这种整体性决定了对地理学研究必须要有整体观点。

②能动性。地理系统的能动性是系统内部诸要素在其相关外界条件作用下的某种集体效应。即地理系统在外部环境作用下，可发生相应的变化，也就是说可以依据自身的能动性，将外界环境的影响不断转化为自身演化的内部因素。由于地理系统具有能动性，所以能与外界影响保持相对统一性。而转化性与协调性是能动性次一级特性。

③相关性。这是地理系统诸要素之间与地理系统整体之间、系统与外界环境之间存在的各种相互作用力和作用场的一种集体效应。相关性使地理系统整体的形成从可能变为现实，使系统演化过程始终处于一定的外界背景条件下，使地理系统的

演化过程不可能完全重复和完全还原。

④涨落性。地理系统的涨落性是推动系统自我更新力量的源泉，是使地理系统发生突变或渐变的重要因素。地理系统的涨落性是由于系统内部诸要素及其与外界环境存在着差异性引起的。差异就是矛盾，正是由于地理系统的矛盾和对立转化，才推动地理系统的不断发展和演化。

（2）系统分析方法

地理系统的整体性、能动性、相关性和涨落性之间存在着协同作用，才使地理系统构成一个有组织结构的整体。系统论的这些特点，决定了地理学主要研究方法必须是整体基础上的局部分析。虽然传统地理学的方法论也是重视综合，但其综合是整体基础上的综合，在地理学迅速分化，各个分支学科相互分离的情况下，每个学科的综合都只能是本学科范围的整体基础上的综合。而系统论则为整体基础上局部分析这种方法论提供了理论基础。由于各个地理现象之间都是相互依存相互制约的关系，这样，既使只研究其中某一要素，也必须把这一要素作为整体的一部分，来分析考察这一要素与其他要素及整体之间的关系，这就是地理学研究中整体基础上的局部分析，或称系统分析方法，这种分析方法可归纳为下列几个程序：

a．问题的辨识。即必须系统地阐述所要解决的问题。

b．调查研究。全面系统地进行考察和搜集与问题有关的事实、资料和数据。

c．模式的建立。通过对资料数据的分析论证来建立包括数学模型在内的各种模式。

d．对模型进行灵敏度检查和评价。

e．证实。进行小规模实验来证实、修正和补充完善已有的结论。

f．执行。对结论进行推广应用，在新的基础上发现新的问

题。

2.3 地理学研究的一般方法

地理学研究的一般方法是指其复盖范围是整个地理学的所有学科体系。地理学研究的一般方法，必须根据地理学研究对象的定义及其最一般的特点来确定。如前所述，地理学研究的最一般特点是人们活动的空间及其分布和发展变化规律。根据这个特点，在长期研究过程中地理学已经形成了独具特色的研究方法及其有关理论，这就是野外考察法、区划法和地图法等。当代高科技的发展，又使传统方法得到大大改善，甚至可以说是面目全非。但就其方法论的意义上讲，则是其传统方法的现代化。例如在资料的搜集上，野外调查与遥感方法具有同一目的，只不过是遥感在资料搜集的区域范围、搜集速度和更新时间上与传统的野外考察法有着巨大差别，至今这两种方法仍应结合使用。至于资料的处理、存储和传输方法，从传统的地图法、到机助制图，直至地理信息系统，也是一种不断完善发展和现代化的过程。

2.3.1 野外调查与遥感方法

(1)野外调查法

野外调查是地理学中所有分支学科进行学术研究和获得科学资料最常用的方法。作为地理学研究最基础方法的野外调查，在地理学的发展中起着重大的作用。最早的地理学并不都是思辨科学，而大部分是描述科学。野外调查就是这门学科获得描述资料的重要来源。

野外调查法在地理学长期研究中，已形成一套较为完善的方法体系、工作步骤及其资料的质量保证。

①野外调查的对象

野外调查的总对象是地理系统。由于野外调查的目的和任务不同，其具体调查对象的重点也是不同的。总的来说，调查对象

包括自然、经济和人文现象。自然地理方面有水文、气候、地质、地貌、土壤、植物、动物等资源与环境因素；经济地理方面包括农业、工业、交通和商业等；人文地理包括人口、行政、文化、宗教、风俗、习惯和法律等。凡是地理学研究的对象，都是其调查的范畴。

②野外调查内容

根据上述野外调查的对象，可见其调查内容十分广泛。按调查专业划分，可分为专业调查和综合调查。按调查的范围及详略，可分为抽查、普查和详查。在当前，综合调查仍然是最重要的研究方法。综合调查是摸清各类资源的数量、质量、分布和演化规律；摸清各类资源环境和社会经济之间相互关系的重要手段。既然地理系统是一个由多要素组成的复杂系统，那么也只有由多学科的人员所组成的综合调查才能充分揭示地理系统的本来面目。

由于野外调查是揭示地理系统分布及其发展规律的重要方法，因此，各国都通过法律的形式，把这一有效方法固定下来。如我国的《土地管理法》就明文规定“国家建立土地调查统计制度。”① 而法律上规定的土地调查就包括土地利用现状调查、地籍调查和土地条件调查三种。

③野外调查的形式

野外调查的形式，包括定位观测、半定位观测和路线观测等。气象站、水文站、生态实验站等都属于定位观测范畴，它有固定的观测地点、时间和观测项目；一些污染监测、农业病虫害监测大都属于半定位观测，其监测地点和时间往往要随实际情况而变化。还有一些临时性的建设和研究的需要，以及配合路线调查也可建立半定位观测站；路线观测则是一种根据特定调查目的和任务的需要临时组织起来的一种通常是较大规模的调查组织形

①周岩，土地法规释义，北京农业大学出版社出版，P. 30.

式。这三种形式在我国的地理调查中都得到普遍运用，其观测点遍布全国各地，而最长系列的气象水文观测时间已有近百年历史（汉口水文站已超过百年历史）。各种形式的野外调查为我国经济建设和科学研究提供了大量的宝贵资料。

④野外调查手段和工具

野外调查通常是运用仪器观察、目力观察以及访问、座谈、讨论等各种手段和工具。定位、半定位的观测，通常是使用仪器；路线调查，包括专业调查和综合调查，除了一部分使用仪器观察和采样分析外，大部分是运用目力观察，以及访问、座谈和讨论等方法。

⑤工作程序

野外调查，这里主要是指专业调查和综合调查，其工作程序大致包括室内准备、实地调查和成果总结等三个阶段。

室内准备的主要工作是系统地搜集、整理和分析调查区已有的资料，包括该区的地形图、航片、卫片以及有关的自然、经济、社会资料，编写调查工作计划和调查提纲。调查工作计划包括调查目的、任务、进度、预期成果、完成时间和主要措施。

实地调查，是取得第一手资料的重要环节。野外调查应该取得当地政府和群众的支持，首先要向当地有关部门搜集当地的自然、社会经济资料，进行分析统计。对自然地理方面的野外调查要仔细采样，及时整理和鉴定标本，分析样品和详细记载并在野外勾填有关图件；对经济地理和人文地理方面，则主要是通过访问、座谈来获得资料，对人流、物流和车辆流动则进行实地统计和查阅有关资料。

野外调查通常是采用路线调查和典型调查相结合的方法。路线调查要根据调查的任务和初步掌握的情况和问题，选择合适的路线进行实地观察、填图、采样、摄影、访问和座谈等。而典型调查则是在掌握了一般情况的基础上，选择一些有代表性的典型

地段，进行深入地调查研究。通过典型调查，解剖“麻雀”，深入了解当地的自然、社会经济条件、特点和问题，探索其相关性及其形成原因，寻求解决问题的方法和途径。对于调查所获得的资料，应及时进行分析和整理，以便发现调查中的问题，并及时采取措施予以解决。

成果总结，在野外实地调查完成后，应集中进行成果的加工整理和总结。首先，对调查资料进行综合分析与系统整理和汇编。在总结时，应反复研讨，进行各种统计和量算，清绘图件和编写总结报告，及时向主管单位呈报。最后，应将原始调查、中间计算、分析测试的数据、表格、照片、图件、文字报告和有关总结资料整理归档。有价值的调查报告、学术论文、图件应及早编辑出版。

⑥野外调查的理论基础及其调查质量的保证

地理系统要素间的组合及其发展变化规律在区域中都得以反映。例如，自然界在一定条件下都存在着纬度地带性、经度地带性和高度地带性规律。这就是随着纬度、经度和高度的不同，有不同的气温、降水、植物和土壤等的组合。野外调查法就是通过对地理要素和现象的分布和组合的调查，来研究其规律性。因此，地域分异规律及其发展变化规律就是野外调查方法的理论基础。

地理系统中各要素在一个广大区域中是呈现连续变化的，但野外调查不管是路线调查或者典型调查，都只能是一条线或一个点，要使这条线和点能反映地理系统面上的特点及其联系，其关键就在于选线、布点、采样、分析和资料整编等环节都要反映区域分布和发展变化规律。因此，对野外调查要制定规范标准等立法程序，以便使野外调查的资料具有典型性和可比较性，这是质量保证的基础，规范标准等立法工作已经在一些野外调查工作中予以规定。例如，林业部1982年12月25日颁布的《森林资源调查

主要技术规定》中，对固定样地的布设、面积的测定，主要的调查项目，精度要求和调查成果的处理等都作了详细规定①。再如，原农牧渔业部1983年7月13日在《农作物病虫测报工作岗位责任制》中规定："测报站要固定一定范围的观测区，进行经常的观察调查"和"根据测报需要，设置病虫预测圃，进行系统观测"。还规定"设置地点要有代表性，不要随意变更"等②。

（2） 遥感方法

应用遥感方法进行野外调查、制图和搜集资料，可从根本上改变传统的野外调查方法，而且还能对人所无法到达地区和视力无法观察的地下客体进行探测，从广度和深度上扩大了人们的视野。

①遥感技术

遥感是60年代新兴的一种综合性探测技术。它是利用飞机或人造卫星等运载工具把传感器带到空中或太空，接受并记录来自地面各种物体发射或反映的电磁波信号，拍摄获得地面各种物体的录像及信息特征的航片或卫片，经过图像处理和分析判读，以达到探测地理系统的目的。利用飞机进行高空摄影，称为航空遥感，利用人造卫星等航天工具把遥感器带到太空，以摄取反映地面各种信息的卫片，通过仪器分辨，可使地面至地下的物体暴露无遗，称为航天遥感。

遥感技术涉及空间、电子、光学、计算机、生物和地学等众多学科，故具有系统工程和多功能的特点，是一个完整的综合性科学技术系列，即包括遥感信息的采集、处理和分析使用等部分。可见，遥感技术不仅是地理信息系统的重要组成部分，同时也是地理学重要的研究方法。

②遥感技术对地理学研究的意义

①林业法规选编（1949～1985），中国林业出版社，P.144.

②农业政策法规选编，（1983），农牧渔业部政策法规司，P.176.

遥感技术对地理学研究具有重大意义，它从根本上改变了地理学的各种研究方法，使野外调查、制图直至资料搜集都可实现自动化；为地理学的宏观研究创造条件，因遥感技术为地理学研究提供全球性同步资料，从而可以进行全球的对比分析和综合研究；遥感方法视野广阔、精度高；资料更新周期短，为地理学的动态研究提供了条件，使地理学的预测预报有了可靠的科学基础；利用遥感方法，效率高、速度快，还节省经费。因此，遥感方法在地理学研究中得到广泛运用。

③遥感方法在地理学研究中的运用

A．航空像片的应用

50年代初，我国已利用航摄开展野外资源调查，编制土地利用图。但当时绝大部分只能使用黑白片，信息受到很大限制，同一地区的航片，只能分辨几种类型，未能充分显示现代遥感技术的优越性。目前，我国大多地区已利用彩色红外航片，它不仅信息量丰富，判读标志明显，边界清晰，有利于识别区分。在同一地区可分出23种类型。因此，彩色红外像片对于沙漠、戈壁、沼泽、冰川、海洋等野外调查，对广大城市和乡村，如为农业生产部门进行现代化的农业管理、提供作物长势、生育期、土壤水分变化和病虫害监测等，都得到应用。

B．卫片的应用

卫片与航片相比，具有调查区域范围更广阔、信息量更丰富，反映动态变化迅速，成图速度快，成本低等优点。因此，卫片广泛应用于农业、林业、地质、地理、水文、气象、海洋、环境保护、测绘制图等领域。是这些领域进行野外调查、编制利用图、监测等动态变化的一种现代化手段。这种航天遥感技术在我国也已得到广泛运用，特别是1985年10月和1986年10月，我国成功地发射两颗国土普查卫星，标志着我国的航天遥感技术达到一个新的水平，已初步具备了为国土开发整治和国民经济建设服务

的能力，也将大大推进我国的土地资源调查工作。

总之，航天遥感技术在地理学研究中的应用，主要包括调查、制图和监测等方面。即调查资源的数量、质量及其分布，为开发利用和科研提供大量基础资料。其次，利用卫片制图，比一般采用实地填图方法相比，加快制图的速度，提高制图的精度。再者，动态的监测，为国民经济决策和科学预测开辟了前所未有的广阔前景。例如，河、湖、海岸线的进退，沙漠的扩展、环境的污染，以及作物的长势，森林的火灾，草场的变化，鱼群的迴游和渔汛等情况都能了若指掌。

④航片、卫片的解译

要把航片和卫片上的图像转化为现实的地理信息和制图，须运用一系列方法。目前，对航片的解译方法和程序较为成熟。

A. 航片解译

航片解译的程序，首先要确定航片判读标志。即确定地物在航片上所反映的形状、大小、色调、阴影以及地物相对位置等几何特征和物理特征。根据判读标志和地形图等资料，可以辨别出地面不同地物及其利用方式；其次是室内判读转绘。根据确定判读标志，在室内借助立体镜等仪器进行目视判读转绘草图。判读方法包括直接判读法、对比分析判读法、综合分析判读法、相关分析判读法和逻辑推理判读法等。室内判读草图完成后，应选择典型地段，带到野外去实地检查核实，加以补充和更正。

B. 卫片解译

卫片解译的主要标志是色调。在红外遥感的假彩色卫片上，植被呈现红色，旱地为黄色，水面为兰黑色，城镇居民点为兰色，沙漠为白色等。但有许多地物类型在假彩色卫片上的色调是相似的，用肉眼无法分辨。所以，必须进行卫片的信息特征提取工作。在国外，卫片的信息特征的提取是靠电子计算机来完成。国内则是运用简单的暗色放大冲洗设备，采取合成、比值、密度

分割、反差增强及边缘增强等一系列信息特征提取技术进行的。卫片解译程序主要包括：资料准备和初步解译、建立解译标志、室内详细解译、验证和成图等。

2.3.2　分类与区划的方法

分类和区划都是比较法在地理学研究中的应用，并具有显著的地理学特点，也是地理学研究中最普遍的方法之一。

研究事物之间的相似性和差异性，从而确定它们之间的联系和区别，这是比较法的本质。比较方法是人们认识客观事物最原始的方法，但也是一切科学研究的重要方法。因为对任何事物的认识，只有通过比较才能识别。例如，地球的自转是客观存在的，但如果不和其他天体作比较（作参照物），就不能认识其运动。这就是所谓“不识庐山真面目，只缘身在此山中”①的道理。比较法在地理学研究中有广泛的应用，但最基本的是分类和区划方法。分类和区划并没有本质区别，两者的不同，只在于分类是指事物的类型，而区划是指区域。严格地说，区域也是由事物和现象组成的，所以区划也是一种区域上的分类。但区划既与区域相联系，就更有地理学的特色。分类和区划方法之所以在地理学研究中得到广泛运用，因为它既是一种演绎和归纳的方法，也是一种综合和分析方法。

（1）　分类法

根据事物的差异点把事物区分为不同种类的逻辑方法叫分类；而根据事物的共同点把事物归属为同一种类的逻辑方法叫归类。它们分别对应于演绎和归纳方法。一般所说的分类是泛指分类和归类。研究地理学分类的方法，不仅要研究地理现象分类的原则、依据、指标、分类体系和方法，也要研究分类法在地理学研究中的应用。

对于地理现象的分类，随着人们对地理系统认识的不断发

①苏轼，题西林壁。

展，其分类体系也在不断深化和发展。早期对地理现象的分类主要是按形态进行分类。例如按地表起伏形态，把地形分为平原、丘陵、山地和高原等几种类型。以后发展到成因分类，例如按形成地形的内外力因素，分为褶曲、单斜、水平、断层等内力形成的构造地貌和以流水、冰川和风沙等外力形成的外动力地貌。现在则出现按其内部联系的系统观点进行系统方法分类。但不同分类体系在学术上是允许共存的。可见，地理现象的分类是地理科学发展水平的反映。反过来说，符合客观实际的分类，对于地理科学的发展也起着推动作用。因为分类是认识和改造世界的重要方法，各门科学都有自己的分类学，分类学又是其学科研究的第一个重要环节。

①地理现象分类体系及其依据

对各种地理现象进行分类，就获得该类地理现象的分类体系。这个体系只有反映该地理现象内部复杂的纵横关系，才是科学的分类。由于地理现象的发展变化，不仅具有渐变和突变形式，而且也受各种内外因素制约，所以地理现象内部的层次等级关系，往往是错综复杂地交织在一起。这就给地理现象的分类带来许多困难，首先是分类依据是什么？单因子的分类很难反映这种复杂关系，所以当前分类的指标也往往是一个指标体系。例如美国土壤系统分类。这一分类的最大特点是建立了诊断层和诊断特性系统，确定了土系到土类间各级分类的定量指标，增加了土壤湿度、温度和质地级别等分类指标，引用单个土体作为采样单位，并用拼缀法命名以别于以前的土壤名称。美国这种系统分类在土壤定量化研究方面前进了一大步。其次，等级之间的标准界线如何确定？要使模糊界线明确化，本身就带有主观性，因此，除了进行深入的研究，客观地确定其阈值外，还要考虑实际应用的方便。以最简单的气候分类为例。一年中有春夏秋冬的四季变化，四季在时间上是连续的，根据什么标准来划分四季呢？通常

是把一年12个月平分，但地球上各地气温差异很大，热带地区长夏无冬，而极地正相反，在中纬度地区还基本上能适用。另一种是按气温这个主导因素作为标准，其指标界线是气温10°和22℃。即10°—22℃之间为春季或秋季，10℃以下为冬季，22℃以上是夏季。这种分类指标具体明确，但气候要素除气温外，还有降水量、蒸发量、气压和风等因素。此外，不同部门对气候要求也不同，因此，需要有不同的分类体系。所以，对地理现象分类，还要考虑分类的原则。

② 地理现象分类的原则

地理现象的分类体系，既要反映地理系统的内部联系，还要应用方便，人们乐于接受。因此，地理现象的分类体系，须考虑如下原则：

A．科学性原则

地理现象分类要考虑的第一个原则是科学性原则。要反映地理系统各要素之间的复杂网络结构及其功能，就取决于人们对地理系统的认识程度，即地理科学发展的水平。地理现象分类的科学性原则，既要考虑到主导作用的因素，又要考虑各个因素之间的联系，按系统论观点可以称为系统性原则。

B．为生产和科研服务的原则

这是实用性原则，地理现象分类的目的是用来认识和改造地理系统。因此，分类体系要简明扼要，便于使用。实用性原则不能违背科学性原则。当两者有矛盾时就要协调，并坚持实用性原则服从科学性原则。

C．历史发展原则

历史发展原则，包括两方面内容，首先是地理现象的分类体系必须反映历史形成过程。分类中的同一系列有一个相对一致的形成时间；不同系列可以有不同的形成时间。其次，必须考虑人们的传统习惯。习惯是一种势力，一般情况下，习惯之所以能长

期沿用，就在于有其合理性。因此，应尽可能遵循传统的习惯。当然不合理的习惯必须破除。

这三个原则必须统一考虑，相互配合。在使用中三个原则的权重可以是不同的，其顺序是科学性原则、实用性原则、历史发展原则。现以地理系统是以二分法还是三分法为例来说明这三个原则的运用。

地理系统的二分法是自然地域系统和人文地域系统；三分法是自然地域系统、经济地域系统、人文地域系统。其共同点是自然地域系统是一致承认的；而不同点就在于经济地域系统，究竟它是人文地域系统的一个组成部分，还是一个独立系统呢？按上述三原则，还是三分法为宜。

首先，从历史发展看，地理系统最早形成的是自然地域系统。在没有人类出现以前，自然地域系统已经逐渐形成和发展，并为人们的生存准备和提供了适宜条件。第二个出现的系统是经济地域系统。辩证唯物观认为，人们的衣食住行等经济活动是第一位的，人们在长期的经济活动中，就逐渐扩大对自然地域系统的影响和作用，才逐步形成经济地域系统。人们在满足了自己的经济需要以后，才会考虑其精神享受。且随着生产力的发展，才会考虑并实现对自然地域系统和经济地域系统的反作用即人文地域系统是最后形成的。可见三个系统的形成时间是不同的，且每一个系统有相对一致的形成时间。从实际应用上看，人们也已习惯了生态系统、经济系统、社会系统以及生态效益、经济效益、社会效益的三分法；而且，经济地理学与自然地理学并列，在我国已有40多年的历史传统。最后，从科学性原则看，自然地域系统服从于自然规律，经济地域系统服从于自然规律和经济规律，是经济基础的重要组成部分。人文地域系统，不仅服从于自然规律和经济规律，而更重要的是服从于社会发展规律，它是上层建筑的组成部分。故三分法更符合以上三原则。

③地理现象分类的应用

地理现象分类作为地理学研究的重要方法，在实践中和理论上都有广泛应用。在实践中，它是合理开发利用和改造地理系统的依据，而在理论上的应用也是多方面的。

A．分类是认识复杂地理现象的前提

分类是从错综复杂的地理现象中理出头绪，即从一团乱麻找出其中的有序组合，这就为认识复杂地理现象指出方向。例如，要认识自然地域系统，就必须从气候、水文、地貌、土壤和植被等分类要素入手，考察这些要素的相互关系，才有可能认识自然地域系统本身。

B．分类是野外调查制图的基础

野外调查制图时如果没有分类，野外调查从何入手，要使一团乱麻在图上反映出来是不可能的。因此，调查和制图都必须从具体组成要素开始，然后才有可能进行分析综合。

C．分类是掌握和发现地理现象之间规律性的钥匙

分类既是异中求同（归类），也是同中求异（分类）。运用这种归纳和演绎方法，是地理学研究中重要的逻辑分析方法，也是发现地理现象之间是否存在密切联系的钥匙。例如，美国洛杉机的华人街与上海南京路，虽然远隔重洋，东西半球位置不同，社会制度不同，生产经营方式不同，价值观念不同；但却能发现房屋的建筑风格，人们的习惯等有一致之处。这是东方文化规律在起作用。异中求同方法，在自然地域系统中也得到广泛应用。

同中求异也是揭示地理现象内部规律性的重要方法。即在分析中，使各个因素逐个除去，同时保持其关系的不变，从而考察它们之间的关系。例如，在相邻两块面积相等的土地上，分别由两家人种植同一作物，且两家投资投劳都一样，但两家的收获却不同。分析其原因时，土地面积、投资、投劳，加上相比邻，其水热条件也一样，这些因素一一减去，剩下的就是经营技术、管

理水平的问题。找到了原因，就可对症下药。

（2） 区划法

区划是对区域中地理现象的分类。对于任何一个区域来说，地理现象有两种最最基本的分类，即单种地理现象的分类，称为部门区划或专业区划，如气候区划；把区域中的地理现象作为一个综合体来分类，称为综合区划。综合区划包括综合自然区划和综合经济区划，人文区划因制约因素太多，且研究时间较短，尚没有成熟经验。就区划方法而论，综合区划要比部门区划复杂。下面讨论的区划方法就以综合自然区划和综合经济区划为例。

区划是把地理现象的相似性和差异性，以区域为单位的一种分类，把特点相似的区域组合成同一类。类就是该区域内那些彼此保持相互联系的事物和现象所构成的。在分类过程中，用作归类的特性就是指区划的特性。在相同级别上事物和现象类的差别，就产生亚类。因此，区划的组合，也就形成区划体系。从上到下的划分，就按演绎程序；而从下向上的合并，则按归纳程序。不管是划分还是合并，区划作为地理学研究的一种重要方法，都必须对区划的原则、依据、指标和等级体系进行研究。

①区划的理论依据

区划的理论依据也是地表区域中存在着区域分异规律。以我国为例，就存在着东部区、西北蒙新区和青藏区等第一个等级的自然、经济和文化的区域分异。从自然条件看，东半部属于季风区，气候温暖湿润，以平原、丘陵中低山为主，自然条件优越；而西北蒙新区和青藏区属于非季风区，蒙新区以干旱缺水及沙漠面积大，但自然资源丰富为特点；而青藏区以高寒荒漠为特征。后二者自然条件较东部差，尤以青藏高原为甚。从经济条件看，东部人口集中，工农交等经济发达；蒙新区次之；青藏区人烟稀少，经济较为落后。这三个区在社会文化方面也存在巨大区别。这种区域分异规律，就成为划分我国自然区划和经济区划的理论

依据。在相对一致的三大区内，仍可依据其内部区域分异，进一步往下划分为更低一级的区划单位。

②区划的原则

如前所述，区域内部分异规律受多种因素制约，从自然、经济到人文等系统，其受制因素也越来越多，其区划所需考虑指标也相对要多。其次，一个区划单位向另一单位过渡，其界限是模糊的和犬牙交错的，其划分标准的确定就更为困难。为此，区划原则的确定更为重要。对于自然区划，所要考虑的主要是使区划体系能充分反映自然规律。故其首要原则是地带性规律和非地带性规律。地带性规律是由太阳辐射引起纬度地带性所形成的气候、植被、土壤等因素。而非地带性因素中的海陆分布形成经度地带性和由地形引起的垂直地带性。区域自然综合体就是由气候、水文、植被、土壤、地貌等因素所组成的。不同地区各个因素所起作用不同，即必须考虑主导因素和综合相关因素的影响。在广大平原地区，地带性规律得到充分发展，气候是主导因素，并考虑综合相关因素；在广大的高原和高山区，非地带性起主导作用。但在通常情况下，自然综合体是由各种因素相互作用下形成的，即必须考虑综合因素。自然区划还得考虑该区域的形成演变历史，即所谓的发生学原则。

对于经济区划要遵循的基本原则，除了自然规律以外，还要遵循经济规律。自然规律体现在该区自然资源和自然条件在其经济发展中所起的作用及其限制因素等，这对于合理安排工农业等经济建设项目、规模和布局都有很大影响，例如山西煤炭经济区。经济规律则要考虑原材料产地、消费市场以及劳力、交通、科技和管理水平等因素。因此，依托中心城市，进行专业分工和协作，是经济区划的重要原则，如上海经济区。重视位置优势，考虑到国际经济大循环，是当前经济区划的重要原则，如珠江流域经济区和闽南经济区。此外，还要考虑到战略需要，今后长期

经济发展的需求，如内地经济区。

③区划的指标体系

区划是由多级层次组成的体系。如中科院所作的《中国综合自然区划》方案是由3大自然区⟶6个热量带1个高寒区⟶18个地区和亚地区⟶28个自然地带⟶90个自然省等5级体系所组成。而最低级的自然省还可以继续向下划分。区划体系与分类体系一样，它是科学发展水平的反映，其区划体系也在不断完善。由于科学家所掌握的资料和对指标理解不同，对同一个区域也存在着不同的区划体系。要使该区划体系较好地反映区域分异规律，为合理利用提供科学依据，就必须在区划原则指导下，正确地选用能反映该区分异规律的指标数据。从区域结构的复杂性看，这个指标也应是一个体系。如上述《中国综合自然区划》的三大区的划分指标是大气候、大地貌和演变历史；热量带的指标以积温为主；地区划分指标是干燥度和湿润度；自然地带是综合运用气候、植被、土壤等指标。要正确划分区划体系，还要有明确的界线，这就要求指标最好是定量的，或定性与定量相结合。在逐渐过渡和犬牙交错的模糊区域中，要勾划出明确界线，也要深入调查研究，并运用一切可能的方法。对自然区划，主要是利用部门区划迭置法、地理相关分析法、主导标志法、划分和合并法、古地理学以及包括模糊数学在内的一系列新方法和新技术。

对于经济区划的指标体系，要考虑的因素就更多，其主要指标应该在体现上述区划原则下，运用经济指标体系。其划分方法，主要应该运用生态经济学原理，研究合理生态经济模式，从而确定其合理的经济结构、规模和布局，从而最大限度地发挥经济区的功能作用。这大致是经济区划体系研究的主要方向。

④区划的应用

区划在实践上和理论上都有广泛的应用。实践中主要是对工农业的发展具有显著的指导作用，可以根据各区划内的特点，来

因地制宜，发挥优势，使三个效益得到充分发挥。总之，是经济规划、决策的主要依据。在理论上，区划是地理学研究的主要理论之一，对区划方法论的研究，将有利于地理学的发展；其次，通过对具体区划的研究，可以揭露各地的区域分异规律性，了解该区地理现象之间的本质联系和分布特征，也可以发现一些新的地理规律性。

2.3.3 地图、机助制图和地理信息系统

(1)地图法

地图是地理学形象的语言。用地图来表现各种地理现象是最形象和最有效的表达方式。这种用地图来研究地理系统的方法是地理学各学科最通用的共同研究方法。可以说各种地理研究都是从地图出发，又回到地图上来。因为地理工作者在开展自己的研究时，总是先在地图上寻找问题，确定自己的工作路线、工作步骤，并把调查和分析取得的各种资料绘制在地图上。所以地图能形象地反映各种地理现象空间分布的特点及其相互联系的规律性。地图是地理学研究内容的重要表现形式。作为地理学方法的地图，本身也是地理学的一个应用学科，也有自己的理论基础、体系和表示方法等特点。

①地图的理论基础

要把具有三度空间的椭球体和其中地物及其形状大小客观地表现在一个平面上，就必须应用地图投影，选用坐标体系和比例尺。这都需要应用数学基础。地图上如何同时容纳大量的自然现象和人文经济现象，则必须运用符号线条和色彩等方法。地图最本质的是必须反映地理系统的空间分布规律。因此，地图学是一门涉及数学、美学、地理学等多学科的综合科学。

②地图的体系

目前地图家族已具有庞大的成员，它可以按不同标准进行划分。按比例尺大小分为大比例尺地图、中比例尺地图和小比例尺

地图；按制图范围分，有世界地图、全国地图、省市县地图等；按地图的形式分，有单幅地图、系列地图、挂图与地图集等；按地图内容有普通地图和专题地图，这是一种最主要的划分方法。普通地图包括地图和地形图，而专题地图包括政治、军事、经济、文化、资源与环境等一大系列的地图。

③地图的表示方法

地图是由各种符号、线条和色彩所构成的符号系统所组成的一种图形语言。地图既是一种语言，它的符号系统就是互相联系的完整系统，也有自己的句法和语义。地图语言的语法就是研究地图符号系统的构成，研究各种符号、线条、色彩和文字等地图表示手段的运用和组合，研究各种图形的表示方法。而地图的句法是研究表达各种地图信息的符号和表示方法之间的相互关系。地图语言的语义是研究各种地图符号所代表的地图信息含义。符号系统应能表达任何地图信息内容。符号系统能保证快速阅读、牢固记忆，并为最广泛的读者所明瞭。要达到上述目的，就要研究地图的表示方法。目前地图基本表示方法有12种，其中常见有：

A. 点值法。用代表一定数值的点子来表示制图对象的分布范围及其数量与密度，如面积、人口、民族分布。点的大小与所代表的数值之间成正比。

B. 等值线法。表示在相当范围内连续分布且数量逐渐变化的数量特征。用连接各等值点的平滑曲线来表示制图对象的数量差异，如等高线、等深线、等温线等。等值线往往表示概括性的、典型的数值变化的地理规律性。图上等值线的精确度取决于观测点的密度。

C. 符号法。用一定符号来表示地理现象的分布、数量和变化。符号法有个体符号法、线状符号法、运动符号法等。个体符号法表示具有固定位置的点状现象，可用几何符号、单形符号和

文字符号。线状符号是表示呈线状分布的地物或不能按比例尺表示的地物，如河流、道路、境界线、山脊线和海岸线等。运动符号法是用箭形符号表示制图对象的运动方向、路线和强度，如洋流、风向、动物迁移、物流等。

D. 分层设色法。是用颜色的深浅来表示地理现象在区域中的数量差异。颜色从浅到深代表由小到大，由少到多的变化，如地势的高低，海洋的深浅、人口的密度等。

E. 统计图表法。是用不同地区的数值编绘成统计图形，直接标在图上。统计图的大小或长短的差别表示数量差异，如用玫瑰图表示风向、风速，柱状和面状图表示长度、面积等。

④地图法在地理学研究中的运用

地图作为地理学的一种形象语言，其形象思维在地理学研究的方法论中起着一定作用。德国气象学家魏格纳（Alfred Cothar Wegener）大陆漂移说提出就与地图有关。据他自己说，1910年观察世界地图时，对大西洋两岸吻合的直觉，使他脑海中出现大陆移动的初步想法。当然以后他又查阅大量资料和进行实地考察，发现两岸古生物化石、地质构造和动植物区系都有接近的亲缘关系，才正式提出大陆漂移说。地图在地理学研究中的主要应用有：

A. 利用地图研究各种地理现象的分布规律

由于地图是直观地反映各种自然现象和社会经济现象的分布范围、质量特征、数量差异、动态变化以及各种现象之间的相互关系，因此，可以通过地图分析来认识和掌握制图对象的这些规律，使地图成为科学研究中的重要手段。通过对普通地图的研究，可以分析水系结构和水网密度变化规律，分析地形起伏和形态结构，并且可以分析与社会经济发展的关系。我国亚热带与暖温带的南北界线，东部发达地区与西部待开发地区的界限，在地图上都可以得到明显反映。南北界线在秦岭淮河一线，而东西界

线则是地形上三级阶梯与二级阶梯的交界带。至于各种专题图，也可从中看出自然、经济社会地域分异的一些基本规律，都大致呈东南向西北递变。

B．利用地图研究各种地理现象的相互关系

分析各现象间的相互关系，地图法也是有效的。例如分析我国地震图与地质构造图，可以发现这二者的密切联系。我国强烈地震区一般都发生在我国西部地槽区和东部地台区的接触带、地槽中间的地块边缘、地台中间的大断裂带附近。再如，从环境污染图与工业分布图也可发现这二者间的直接关系。

分析各现象之间的相互联系，除了目视对照分析外，还可把相关的地图重迭起来比较，或把某些内容绘制在一张图上进行比较。

C．利用地图研究各地理现象的动态变化

利用地图研究各现象的动态变化有两种方法，一是利用地图上已经表示的各不同时期现象的分布范围和界线，采用运动符号法、等值线法等反映现象动态变化的地图。例如分析水系变迁图上用各种颜色和形状符号表示的不同历史时期的河流、湖泊和海岸线，可以直接分析河流改道、湖泊退缩、海陆变迁，并从地图上量算出变化幅度和数量。图上的台风路线、人口流动、货物流通都一目了然。二是利用不同时期出版的同一地区地图，对同一现象的位置、形状、范围、面积进行对照比较，找出它们之间的差异和变化。其中，不同时期测制的地形图是很重要的对比资料。据这些地形图可以分析居民点的变动和增加，道路的改造和发展，水系和地貌的变化，以及森林、草原、沼泽、沙漠、冰川、耕地的范围、界线和面积的变化等。卫星像片拍摄周期更短，对动态变化的研究更为及时。研究不同时期的同类地图，不仅可揭示各种现象变化的规律，还可具体确定变化的强度和速度。对比不同历史时期的地图时，一般是把地图缩放到同一比例

尺，分析方法除用目视分析外，也可采用地图迭置比较和地图量算方法等。

(2)机助制图

60年代以来，由于计算机技术、自动化技术的发展，为计算机辅助制图提供了必要的物质装备，为制图领域变革创造了条件。计算机辅助方法在地图制图领域中的应用，是地图制图领域一次重大技术革命，也使地理学研究方法论大大前进了一大步。

计算机辅助制图（简称机助制图）是根据地图制图原理和地图编辑计划的要求，利用电子计算机及其联结的输入、输出装置作为主要的制图工具，通过应用数据库技术和图形的数字处理方法，实现最佳地解决地图信息的获取、变换、传输、识别、存储、处理和显示，最后是自动的或人机结合的方法输出地图。

由于机助制图具有速度快、精度高，较高的输出能力、较强的适应性和重复性，同时，制图数据库的建立使静态制图发展到动态制图。因此，机助制图得到迅速发展和广泛应用。国外已经利用机助制图的方法作为政府决策的工具，以及公用设施的定位布设，销售规划和税收方案的制定，资源分配和医疗诊断等。我国对机助制图的研究从70年代初期开始，经历了探索、引进、设备研制，应用研究和人材培养等阶段。目前，机助制图已在地理学研究的各个方面得到广泛应用。

机助制图是以计算机为手段，地图制图为研究对象，它的主要原理是按照地图投影的数学模式完成空间各点地理坐标系统向平面坐标系统的转换。要实现这种转换，就必须进行地图信息的搜集、处理、图形表示和存储、提取等研究。所以机助制图的发展就为地理信息系统的发展准备了坚实的物质基础，并作为地理信息系统的主要内容之一。

(3)地理信息系统

地理信息系统是一种在计算机软、硬件支持下，把各种地理

参数按空间分布或地理坐标，以一定格式输入、存储、检索、显示和综合分析应用的技术系统。地理信息系统是将地理分析和制图技术结合起来，把自动制图手段和图形分析方法用于生产实践和地理学研究，大大提高了机助制图的意义和作用。

①地理信息系统的组成

地理信息系统主要由地理资料的采集和存储，地理系统分析和模拟，成果输出和制图等三部分所组成。

A.地理资料的采集和存储

地理信息系统的资料采集，包括从地图、遥感等形式的空间资料和从社会经济统计数据、定点观测数据等非空间资料中采集。这两种资料的存储方法不同，对于非空间的地理数据，可直接送入计算机存储；而空间资料则需通过图像处理、标准化和数字化后才能输入计算机。对地理信息系统各类数据文件的组织管理是一件极复杂的技术，目前还在不断完善中。

B.地理分析

地理分析包括基本统计分析、多元统计分析、地形分析、多因子复盖分析，以及地理评价和系统模拟等。对地理信息系统的模拟研究仍在不断发展，它包括各种地理模式的算法和相应的软件。其中，经常使用线性规划方法，来确定区域开发利用的最优方案。线性规划也往往与系统动力学模型和投入产出表配合使用。当然，在各种分析过程中都离不开自动制图手段和方法。

C.地理信息的输出

地理信息系统的输出有多种形式，如制表打印和图形，其中图形输出方式最重要，如线划图、网格地图和彩色地图。

②地理信息系统的特点

地理信息系统与其他信息系统相比，具有三个基本特点：

A.公共的地理基础

即按特定地区的经纬度、地形图格网或各级行政区划、流域

来建立格网系统或多边形系统的地理坐标。所有的地理信息参数都同时具有空间二维属性，并可以按指定的区域进行组合和综合。

B．标准化和数字化

将不同来源的有关地理统计数据、专题地图或航空、卫星影像数据或图件，进行分类、分级、规格化或标准化，使其能适应于计算机输出和输入的要求，便于进行社会经济与资源环境要素之间的对比和相关分析。

C．多维结构

在二维空间编码基础上，实现多专题的第三维的信息结构，并按时间序列延续，从而使它具备信息存储、更新和转换的能力，为决策部门提供实时显示和多层次分析的方便。

③地理信息系统的应用

地理信息系统可以迅速、准确地对资源综合开发、利用和管理、区域规划和发展、工农业生产、大型工程建设、国土整治、环境保护和污染监测、科学研究以及国家经济建设布署等提供各种信息和决策方案，使国家各项重大经济决策建立在可靠的科学基础上，提高工作和生产效率，促进现代化建设的发展。根据已建立的地理信息系统，其主要应用有：

A．统计和量算

统计是经济建设和科研的基础。通过对地理信息系统数据的查询检索，可迅速准确地获得所需的各种数字。例如林业部利用森林数据库打印全国7大区、30个省、2661个县的各林种、优势树种、多龄组的面积和蓄积量，通过查询检索，按规定的格式编排、打印、翻页近1000页，执行时间仅一个半小时。这是传统方法所不可想象的。

B．分析与评价

详细、充分地占有资料和数据，查明复杂现象与各种影响因

素之间的内在联系和规律，是综合分析的任务。评价是按既定标准，对地理系统的利弊作出全面评估。地理信息系统为综合分析与评价提供了一个强有力的工具。

C．预测预报

预测预报是在全面占有资料和利用数学模型基础上建立的。借助于地理信息系统，建立找矿模型和洪水预报模型是空间和时间上预测预报的实例。

D．计划和规划

目前，已广泛运用地理信息系统来制定计划和规划，还发展了许多提供制定计划和规划应用的数学方法。常用的有线性规划、整体规划、混和规划和目标规划。

E．决策的制定

在利用地理信息系统进行有关问题决策时，常遇到的问题，可能是一般决策、多目标决策、模糊决策或序贯决策等问题。这就要通过建立不同决策模型的方法来解决。例如，根据洪水预报采取防洪措施的决策是使用一般决策模型；水库的调度与管理往往要用序贯决策模型；而资源的综合开发和区域的发展规划则用多目标决策模型。这些模型的求解，也只能依靠地理信息系统才能实现。

总之，地理信息系统的应用是多方面的，特别是它可使地理科学本身从定性分析走上定量研究，以及使地理科学为国民经济提供全面服务的重要手段。从这个意义上讲，科学的方法甚至可以引起科学本身的革命。

在地理学研究一般方法论中，本文只对体现地理学研究方法论最本质特点的区域性和综合性统一之研究方法，即野外调查、区划和地图等方法作简要论述。这部分内容主要是对地理学研究中的资料采集、处理（对资料的归纳与演绎，或综合与分析）、资料的存储和输出（应用决策）等各个环节予以介绍。

地理学研究对象本身之区域性与综合性的特点，决定了研究方法也必须针对区域，应用综合方法。区域性特点体现在地理现象存在的空间场所，以及作为资源与环境载体的区域。综合性特点体现在各个等级的地理系统都是综合的，区域的组成结构和功能是综合的，地域上各个要素也是综合的，所有每一个相对独立的地域都是一个综合体。即区域是综合的，综合则体现在区域上。研究对象本身区域性和综合性是一个统一整体，这就决定了地理学研究方法也必须把二者结合起来。区域是地理学研究的实体，所有的野外调查、区划、制图都着眼于区域，区域就是地理学研究的实验室。而综合则是地理学研究最本质的方法，必须从区域这个整体上进行调查和论证，区划和规划，然后作出综合决策，这种过程可称为地理学的综合研究方法。本文仅仅重点论述地理学研究的这种基本方法。

2.4 地理学研究的某些特殊方法——以古地理学为例

地理学研究的特殊方法，系指其复盖范围仅是地理学中某些分支学科。由于地理学是一个庞大的学科体系，各分支学科的研究方法，除了适用普遍和一般方法外，每个分支学科都有自己一套特殊的方法。但这些具体学科基本上都有一个共同的特点，即它们是地理学与邻近学科之间交叉渗透所形成的交叉学科。因此，其研究方法也有一个共同之处，即必须同时运用地理学及与其交叉的那个学科的研究方法。例如，自然地理学还要运用自然科学的研究方法，特别是数学、物理、化学和生物学及其他地学等科学的具体方法。如气候学和水文地理学运用了大量的数理统计和实测资料。经济地理学还运用了许多经济学的研究方法，如宏观经济效果论证法、微观经济效果论证法、厂址选择方案比较法等。人文地理学还运用了一系列的社会科学的方法，特别是充分掌握和分析研究所占有的资料。其中历史地理学，就要查阅大

量古代地理文献的工具书，查考古代地理文献中各种字、词的工具书，还要考证年代、月份和日期，及与公元纪年相换算，查考古地名的变迁等。由于本文编幅的限制，现仅以古地理学的研究方法为例，简要讨论具体地理学科的研究方法论。

古地理学是自然地理学与地质学之间交叉渗透所产生的学科，是自然地理学的分支学科，它是研究自然地理环境的发展历史及其所组成圈层的形成和演变过程，包括各地质时期的海陆演变，地表面貌、海底形态、气候条件、生物状况及其自然地理特征的变化规律和因果关系，特别是新第三纪以来自然环境发展演变趋势。今日的自然环境是古代环境发展演变的结果。所以在研究今日地表分异规律时，就必须考虑古代地表的发展和演替，这是发生学的原则。时间的发展是不可逆的，但古地理环境却在地层中留下它们特有的标志，这些标志就是地层特征和古生物遗迹，为今日研究古地理指出了方向，这种方法就是将今比古法。

2.4.1 将今比古法的含义

将今比古法是英国地质学家莱伊尔（Charles Lyell）所创立的研究地质学的方法。他认为“现在是认识过去的钥匙”，即用现在发生的自然作用的进程，去推测过去、类比过去、认识过去。如现代的河流将大量泥沙带到下游，带到海盆堆积下来并形成有一定特征的岩石，因而过去的河流也有类似的作用，也应形成类似特点的岩石。干旱区盐湖里有各种盐类矿物正在沉淀形成盐层，因而在古代岩石中所见的盐层也应该是在干旱气候下的产物。湿润区高大的森林，因崩塌作用埋入地下，可形成木炭，因而可推测煤炭是古代湿润气候森林所形成的。

将今比古法是地质学家用以分析地质现象和地质作用的强有力的武器。地质学现有成果很大程度上是建立在这一方法论的基础上。例如确定沉积岩层的形成时代和当时的沉积环境，就是在这种方法论指导下，运用地层层序律和生物层序律等方法，具体

来恢复其古地理特征及其相对年龄。这种方法也很早为我国科学家所掌握。宋代著名学者沈括，他就从陆上出露的海生化石的地层，来推测该地区曾是海洋的结论。我国很早就有沧海桑田的说法，也是这种将今比古法的应用。

2.4.2　将今比古法的理论依据

将今比古法所以能在科学研究中得到广泛运用，特别在地质学理论的建立中起着重要作用，这是由于将今比古法是建立在一定科学理论和哲学基础上的。

(1)是以均变论为其科学依据

莱伊尔处于英国资本主义社会兴起的时代，他从小喜爱地质学，进行了广泛的野外考察，并与居维尔（Georges Cuvier）、洪堡德、达尔文（Charles Robert Darwin）等人都进行过学术交流。他在总结前人工作基础上，写出一部在地质发展史上划时代的巨著——《地质学原理》。在这部书中，他提出“均变论”的主张，统一说明了现在的地质现象和变化与过去的地质现象和变化是相同的，得出“现在是过去的钥匙”的结论。他这种观点是直接在19世纪自然科学三大发现之一的进化论影响下形成的。他接受了达尔文的进化论思想，创立了均变论，从而使地质学成为实证的科学。恩格斯称莱伊尔是“第一次把理性带到地质学之中①”。

(2)是以果溯因和比较法的应用

将今比古法是比较法在地球发展史研究领域中的应用。过去的时间已消失，过去时间中所形成的过程却依然存在，但已无从追究其原因。这里可以运用哲学上的以果溯因法。虽然过去形成原因已消失，但其结果依然存在；运用现在之果，来比较过去之果，而现在的结果是可较容易地求出其原因，这样就可以今之因

①恩格斯，自然辩证法，P10，人民出版社，1961.

来比古之因，这在逻辑上是合理的。

3.4..3 将今比古法的不足

将今比古法虽然建立在均变论的基础上，但在运用中仍有不足之处。首先，均变论还是承认地球在均变。这样，地质作用的规律也是有前进式的变化，现在并非简单重复过去的一切。因而不能将过去的地质作用规律和现代正在进行的地质作用规律不加分析地、机械地等同起来。如海百合现在只生长在深海环境中，但在数亿年前却同珊瑚等典型的浅水生物生活在一起。其次，地球发展史表明，地球的发展形式，同时存在着两种不同的方式，即均变和突变。在突变情况下，将今比古法的适用性就受到很大限制。因此，对古地理环境的恢复和年代的确定，除了运用将今比古法外，还应同时运用其他方法，例如同位素年龄测定法、生物学方法等。这样才能比较正确地推断地层年代。

3 地理学研究方法的发展趋势

从地理学发展简史看，地理学研究方法的运用和发展，主要取决于地理学发展水平和其他学科所能提供的技术手段。古代地理学对应于描述方法，近代地理学主要是调查、实验和分析的求证方法。现代地理学的研究方法是传统方法和高科技方法相结合的多元化研究方法。随着地理学的发展和经济社会发展对地理学的需求，在地理学研究方法中，如下趋势是需要予以充分注意的。

3.1 地理学进一步分化及其研究方法将更加现代化

从近代地理学开始，它就不断与邻近学科交叉而派生出很多分支学科。至今，地理学已发展成为一门庞大的学科体系。当前，许多学科的交叉、渗透仍在继续。学术界普遍认为，21世纪

是交叉科学发展的新时代。地理学本来就是一门区域性和综合性都很强的学科，它和其他学科交叉渗透的机会就更多。因此，21世纪的地理学，其分化及所产生的交叉科学的数量将更多。特别与环境科学、生态科学、系统科学、经济科学和社会科学等领域，都将继续产生新的交叉地理科学。地理学在其中将发挥积极作用；同时，大量的交叉学科也将反过来推动地理学的发展。从系统论观点看，地理学与其他学科的交叉，使地理学成为一个更大的开放系统。在这个开放系统中，地理学不断从其他学科中吸取新的理论方法和技术，使地理学本身的有序性不断提高。可预计，电子计算机、空间技术、地理信息系统及新涌现的高科技，将进一步促进地理学研究方法的现代化。这种现代化研究方法的标志是更加模型化。

3.2　地理学的重新综合

在地理学不断分化的同时，地理学也将在分化的基础上重新综合。地理学的分化与综合将密切结合，这也是地理学研究方法论发展的一个重要趋势。地理学的重新综合表现在两个方面：

3.2.1　地球表层学是一门重新综合的地理学的基础理论学科

地理学的分化使统一地理学已不复存在，众多地理学的分支学科要不要有统一的理论基础？地理学的分化与地理学本身的进一步发展已经存在着内在的矛盾。这种情况表明，地理学的发展却使地理学越来越群龙无首。因此，迫切要求有一门实体学科，即地理学的基础理论学科来统帅地理学的各门分支学科的发展。看到并提出解决这个矛盾的学者，正是我国科学界的泰斗钱学森教授。钱学森1983年就建议创立地球表层学，他认为，地球表层学是一门地理学最基础的理论学科。它是各地理分支学科理论上最高层次的综合，一方面，它将地理系统运动中最一般的规律总

结出来，作为地理学的基本理论和方法，以指导各分支学科；另一方面，它又不断从各个分支学科中总结一些新的成果和规律，经提高而上升为地理学的一般理论和方法，再继续指导各个分支学科。可见地球表层学的诞生是地理科学发展的必然趋势，是地理学不断分化基础上的重新综合。钱学森是这门学科诞生的助产师。

3.2.2 综合方法的普遍应用

地理学不管如何分化，分支学科如何众多，但它们都是区域性和综合性很强的地理学科。因此，各分支学科的基本研究方法都必须是在整体基础上的分析与综合。不论是区域性还是部门性的地理学科都没有例外。

3.3 研究方法程序化和研究目标设计化

地理学历来是研究人地关系的学科。人们对人地关系的认识，总是随着生产力，特别是科技发展水平而变化。一般地说，在生产力水平低下，科技落后的时代，人们的生存依附于自然界。靠天吃饭是农业社会的写照。在大工业时代，生产和科技迅速发展，人们开始向自然界宣战。征服自然是这时期的口号。60年代以来，人们吃尽征服自然的苦果，开始认识到自然界是不可征服的，人地关系只能协调和共处。但人们的认识并不会就此完结。地理学研究人地关系的根本目的，就在于建设一个和谐与高效的地理系统。所谓和谐，乃是经济社会发展与资源环境的协调一致；高效则是使有限的资源环境能满足人们不断提高的物质和精神的需求。要达到这个目的，地理学的研究重心必须对准动态的预测预报，研究方法也将逐步程序化。具体地说，地理学将把当前一系列有关人们生存攸关的大问题，如全球性的资源、环境、生态、人口、经济等列入自己的研究课题。通过综合的研究论证，提出最佳模式作为决策依据。为了保证决策方案的实施，

也必须研究一套实施措施，包括管理机制和法规等。正是通过这样的研究程序，来建设一个和谐高效的地理系统，或者称为地理系统的定向设计。这样一种研究趋势，现在已经见到一线曙光，目前设计得最为完善的要算宇宙飞船。宇航员起飞时携带的食物、水、氧气是通过复杂的废物还原过程，利用藻类吸收太阳光能进行光合作用，制造宇航员不断需要的食物和氧气。据说在这种装置中只要携带110公斤藻类就可无限满足宇航员本身的需要。此外，许多地方纷纷建立的生态工程实验站，许多大型工程的论证等，这样一些研究都表明，地理学的发展将朝着研究方法程序化，研究目标设计化方向发展。

地理学发展的这种趋势中，建立正确的模型将是研究的关键。如前所述，地理系统是一个复杂的开放巨系统，建立这个巨系统的模型应采用什么方法？在当前的技术装备下，即借助于航天技术和地理信息系统，对于巨量数据的采集、存储、处理、传输中的技术硬件已基本解决，故主要问题是思维方法上的软件问题。

目前，对于解决这种巨大系统的动态优化模型，大多采用分解—协调方法。具体地说，它是从大系统的观点出发，根据大系统的层次特征，先把复杂的大系统分解为若干子系统，并运用电子计算机实现各子系统的最优化，然后再用大系统的总目标调整各子系统的优化结果，使之相互协调和配合，从而实现大小系统整体最优化。钱学森也提出用定性与定量相结合的综合集成方法来解决这种复杂大系统的优化。总之，科学在发展，技术在进步，地理学的研究方法也将随其发展。地理学将发展成为一门具有定性分析与定量计算相结合、具有强烈预测色彩的学科。这样地理学在整个学科体系中及其在国民经济中的地位和作用也将不断地提高。

（作者：吴坪声）

参 考 文 献

〔1〕恩格斯，自然辩证法，人民出版社出版，1957。

〔2〕鞠继武，中国地理学发展史，江苏教育出版社出版，1987。

〔3〕保罗·佩迪什，古代希腊人的地理学，商务印书馆出版，1983。

〔4〕钱学森，发展地理科学的建议，中国科学技术出版社出版，1989。

〔5〕普里高津，从存在到演化，自然杂志1981，第一期。

〔6〕哈肯，协同学及其最新应用领域，自然杂志1983第6期。

〔7〕吴平生等，资源法导论，中国展望出版社出版，1990。

〔8〕李金昌等，资源产业论，中国环境科学出版社出版，1990。

〔9〕陈述彭，国土普查卫星资料应用研究，科学出版社出版，1989。

〔10〕任美锷，江苏省海岸带海滩综合考察报告，海洋出版社出版，1983。

〔11〕黄秉维，自然地理学一些最主要趋势，地理学报26卷第3期。

〔12〕吴平生，地球表层学研究的时代特征，中国科学技术出版社出版，1989。

〔13〕袭子同等，土壤分类研究的国际趋势，科学出版社出版，1988。

〔14〕陈传康，综合自然区划的原则和方法及其在中国的应用问题，西南师范大学出版社出版，1988。

〔15〕威尔逊，大陆漂移，科学出版社出版，1975。

〔16〕魏格纳，大陆和海洋的形成，商务印书馆出版，1986。

〔17〕廖克等，地图概论，科学出版社出版，1985。

〔18〕小林英夫，地质发展史，地质出版社出版，1983。

〔19〕吴平生等，地理科学体系与地球表层学，南京大学学报（自然科学版（地理学专辑，1991。

〔七〕 地质学方法论

1 前　　言

地质学是研究地球的组成、结构、演化及其矿产资源分布规律的科学。其主要任务，一是研究组成地球的物质成分，目前着重研究的是地壳和上地幔；研究在地球各个圈层中元素、矿物、岩石、建造、岩套的丰度变化和分布规律；研究各级物质组成单元的存在形式、结构构造、形成条件。二是研究地球及其各级组成单元的形成和演化历史。三是研究地球各种资源的开发、利用和地球活动引起的灾害防护和自然环境的保护。地质学是一门年轻科学，其形成历史不过200余年，它的发展却十分迅速，现代地质学已将自己的领域从大陆扩大到海洋，从地壳扩展到地幔、地核，从地球扩展到宇宙，它和物理学、生物学、气象学、天文学等密切相关，它与数学、物理学、化学等基础学科日益相互渗透，许多边缘学科正在生长，这些使得地质学的研究内容涉及领域非常宽广。

地质学的四个基本特点，它导致了地质学方法论的特殊性，这些特点是：

（1）研究对象涉及面非常宽广；从宇宙体到地球，从地壳到地核，从陆地到海洋，从高山到深谷……很多重要的地质现象不仅发生在地下深处，而且还和天体的形成和演化有关，这些都

难以直接观察。

（2）地质现象非常复杂，包括生物的、物理的、化学的变化，包括宇宙形成、天体演化，也包括原子、离子、核子的微观过程。

（3）地质规律是有明显的区域性，由于地球构造非常复杂，很难用一种简单的模式、定理、理论体系来概括各个地区地质变化的总体规律，因此，地质学的各个主要学科经常会出现一些相互矛盾的假说，作为学科进步的起点。

（4）地质作用发生和延续的时间一般很长，许多重要地质现象，发生在过去，无法目睹，许多重要的地质过程，如矿物、岩石、矿床的形成、海陆的变迁、山脉隆升、海底扩张、火成岩侵入……都要以万年、10万年，甚至于百万年来计算，都远远大于人的生命时限，这就使得地质学有着自己独特的时空座标系统。

像其他任何自然科学一样，观察地质现象是研究地质的前提，其次，要以分析、实验作手段，采用一切可用的方法（物理、化学、生物）提高分辨能力、穿透能力、鉴定能力、模拟能力、增加对地质现象认识的深度、广度，并且采用正确的思想方法去观察、综合、归纳、总结、分析、实验和计算，不断地认识地质规律，以便更好地发现和开发矿产资源，保护及改善人类生存环境和条件。

地质学方法论，主要分三个层次，一是基础理论的思想方法，主要讨论地质科学的哲学思想；二是研究方法，主要涉及地质科学及其有关的分枝学科，扩展基础理论的途径；三是鉴定、实验、测试方法，主要讨论地质科学研究的具体手段。三者间彼此相互依存，相互促进又相互渗透。

2 地质学的思想方法论

2.1 灾变论

即强调地球发展、变化过程中，突然发生的重要地质事件所引起的决定性作用。灾变论的早期代表人物是居维叶(G.Guvier)他生活在法国大革命的酝酿和爆发时代，他长期研究地层和地层中保存的化石，发表了重要著作"地球理论随笔"（1913年出版），在这本书中居维叶第一次把生物学带进了地质学，为地质学的研究开辟了新的途径，他首先揭示了化石的本质，提出了化石是历史的见证，是地球历史的档案，而不是上帝造万物的铸模。他提出："化石种和现存种之间的差异有某些界限，而这些界限与现今区分同一物种中变种的界限相比，更要大得多，因而，四足动物的绝灭种并不是现存种的变种。"①要产生这些重大的差异，必须发生过一些巨大事件。"地球表面曾经因为连续的运动和各种灾变而受到过很大的震憾。"① 灾变论的思想，曾为一些宗教思想很强的学者所利用，而掩盖了它的合理内核。尽管长期以来，灾变论观点始终不泛支持者，但灾变论的再次兴起，却是在本世纪80年代初，运用中子活化分析方法，发现在白垩纪—第三纪界线粘土上有铱的异常浓度，而界线粘土本身特殊地缺少生物。在界线以上一米处，亦即在中生代结束之后约15000年，铱浓度又降至正常水平，界线粘土上铱的浓度为正常浓度的200多倍，表明该地层上有某种富含铱碎屑的异常输入

①居维叶，地球理论随笔，地质出版本，1987。

量，它与生物生存环境的急剧变化导致部分生物的突然绝灭有关。产生这些过量亲铁元素是来自一颗小行星还是一颗彗星，或是附近的一次超新星的爆炸，或是由突然的火山猛烈爆发所引起，还存在争议，但是，大多数地质学家都承认，突然发生的灾难，对于某些古生物的绝灭有重要影响。例如，印度尼西亚的喀拉喀托火山1883年爆发时释放出约1亿吨同温层雾尘，在此之后，光合作用所需阳光减少了10%—25%。经计算，一个直径为10公里的石质天体以每秒15至30公里的速度撞击海洋时，能够气化重量为多至5万亿吨的海水，在冲击之后一分钟就会形成高几十公里，直径20—30公里的水蒸气柱，造成可能长达几个月的黑暗，破坏食物链，造成大量生物的绝灭。

灾变论的现代支持者并不反对渐变过程在地质作用中的重要地位，从统计的观点来看，这种渐变过程大量存在，它们会引起地质过程逐渐进行，但是，灾变论者认为，一些机率很低的灾变过程，可能会对地球的变化，产生重大影响。

"灾变论"不仅在研究古生物演化史时有重要影响，而且对地壳的变形、岩浆活动、某些超大型矿床的形成过程的研究，也有一定的意义，在地质学界中现代兴起的灾变论，有其丰富的科学内容，其本身包含着合理的内核。

2.2 均变论

强调地质过程随时间而逐渐地、均匀地改变。均变论的早期代表人物是拉马克（C.Lamark），他是18世纪法国的一位生物学家，他首先提出了物种随时间改变的新观点，提出了物种可变的原理，认为原属于某一物种的个体最终会变成与当初形成时不同的物种的个体，这是进化论的先导。火成论的首创人之一，法国的业余博物学家德斯马雷特（N.Desmaret）也是均变论的倡导者，他把古代形成的岩石与正在发生的自然现象相比较，并把

这种方法学称为均变论。被很多人称为地质学之父的爱丁堡的赫顿（L.Hution）推荐以这种观察事实的方法作为科学见解的基础，从而成为地质学的奠基人。根据他们的见解，山脉和河谷并非形成于一旦，它们经过日复一日、年复一年，乃至多少千万年的侵蚀过程才形成，所有的沉积物也不是在一次洪水中形成，而是在漫长的地质年代中堆积下来的。均变论的思想，是向宗教和神权的挑战，因为赫顿从地质记录所理解的年代深度和以“圣经”为依据的年代体系截然不同，他们要以观察到的事实去取代《圣经·启示录》。均变论把时间因素，引入地质学，把地质学家的思维，从三度空间，引入四度空间，正如许靖华指出那样：“时间仅是当它的推移影响到人或物的时候才能被意识到，而且大体上有限的一段时间总是和特定的事件或环境有关。”①

均变论的巨大功绩在于使地质学成为一门科学，但是，它对地质历史过程中地质作用本身的发展、变化，它对“灾变”所起的作用估计不足，事实上，地质现象本身也是时间的函数。

2.3 现实主义方法

在19世纪，均变论的积极支持者，同时也是现实主义方法的倡导者，其代表人物是莱伊尔（C.Lyell）。按照他们的观点，我们周围，无论地上、水下，无论是深处和火山附近，都产生各种现象，其起因与远古不断产生的全球各种地质状况的起因无重大差别。1824年冬天，莱伊尔向地质学会宣读了他首次发表的“论福法都近期形成的淡水石灰岩”一文，他推翻了居维叶的观点，认为古代和现代淡水石灰岩并无不同，地质作用是一样的，现在是过去的钥匙。赫顿假定，过去和现在的种种作用全

①许靖华，祸从天降——恐龙绝灭之谜。

都受同一自然法则的支配，这一点也就是地质科学的基础。但是，莱伊尔的均变论超出了自然法则中均变论的前提，他把过程的均变性，状态的均变性以及速度的均变性都添加进去，设想全球都在同一状态按同一速度发生作用。莱伊尔认为，以现在进行的过程解释过去的事件似乎是十分合理的，莱伊尔宣称：过程从来不曾以不同于现在的能量进行。他的代表作“地质学原理”充分反映了他的这一思想。这一思想，就是将今论古的现实主义方法的基础。

现实主义方法的基本思想是：“现在是认识过去的钥匙”，即用现在正在发生的地质作用去推测过去，类比过去，认识过去。例如，活火山溢出的熔岩冷凝后形成了玄武岩，古代的玄武岩也同样是火山作用的产物，今天，干旱区内陆盐湖里有各种盐类矿物正在沉淀并形成盐层，因而古代岩石中所见的盐层也应该是在干旱地区形成的。

经典的现实主义方法是不完善的，甚至存在着有神论的因素，各种地质作用是相同的，因为大自然的全部历程是一种预先设计的物质体现。爱因斯坦（A.Einstein）在20世纪中叶也有类似的观点：上帝不是掷骰子。他也强调了地球的均一性和同一性。实质上，这是现实主义方法的糟粕。

现实主义方法至今仍是进行地质研究的有力武器。地质学的现有成果很大程度上是建立在这一方法的基础之上的。例如，现代正在形成的活矿床，索尔顿、切列金半岛的矿化现象，红海的阿特拉提斯的海渊的金属泥，和活火山地区的热泉沉积型Au、Ag、Hg、Sb矿，东太平洋中隆海底形成的硫化物矿床，是认识古代类似矿床形成过程的依据，为矿床成因的研究提供了重要线索，同时也是认识矿床形成环境的基础。根据这些活矿床的研究，解决了成矿机制的许多重要问题，但是运用将今论古的方法时，必须具有发展和变化的观点，不同地质时期内地质条件是不

同的，地质作用规律也有相应的变化，不能将过去的地质作用规律和现代正在进行的地质作用规律不加分析地机械的等同起来。例如，海百合现在只生长在深海，但是数亿年以前，海百合却同造礁珊瑚等典型的浅海生物生活在一起。早—中元石代（特别是23—1832年前）海洋里可以形成苏必利尔型条带状含铁建造(BIF)，但是今天，却不可能形成这种类型矿床，地质现象也是时间的函数。

2.4　一元论

地质学中的一元论把地质现象简单地归纳为一种类型地质过程的产物，这是地质学形成初期的思想方法。最早的地质学一元论的典型代表是水成论，代表人物之一是萨克森州弗赖堡的一位矿物学教授——魏尔纳(A.Werner)，他把岩石说成是当初都是在一个世界大洋中沉积的，最早形成的是原始系的沉积物，包括花岗岩、板岩和其他结晶岩石，以后沉积的是灰瓦岩、板岩和大理岩组成的过渡岩石，继之为石灰岩、砂岩、砾岩、白垩、页岩、石膏和煤所组成的水平地层，最上部则是沉积系的砾石、砂和粘土。魏尔纳认为，他家乡中所看到的上述岩石序列即是全球通用的地层。1791年出版的德文书“矿脉形成的新理论”中，魏尔纳竭力证明，矿脉是由水溶液沿着岩石裂隙由上往下流动时，冲洗了这些裂隙，并在其中沉淀了矿石矿物而形成。

水成论的观点不久以后为另一种一元论观点火成论所冲垮。法国奥弗涅的业余博物学家德斯马雷特（N.Desmaret）证实玄武岩并非水成的，而是灼热的熔岩冷凝后形成的，他的观点为魏尔纳的学生弗朗西斯所承认，18世纪火成论的代表人物是均变论大师赫顿，他在1788年用英文出版的，“地球的理论”一书中，提出矿脉的形成与地球内部作用有关，认为它们是由两种类型的岩浆熔体——硅质硫质所组成。长期以来两种一元论的论战，即

水成论和火成论的论战，实质上是科学和神学论战的继续，沉积学说后来发展为世俗的水成论，在“圣经”中可以找到依据，而火成论则完全打乱了圣经的年代体系，就这种意义而言，火成论有其进步的一面。但是，一元论是一种片面的思想方法，大量事实证明，无论是岩石和矿床，有些与地球内部的岩浆作用有关，属于火成的；而另外一些则与地表外部的地质作用有关，是水成的。

地质学中的一元论除了火成论与水成论外，还有形形色色的表现，例如，认为所有的岩浆都是由玄武岩浆分异演化而来，认为所有的矿床都是岩浆热液在向上运移过程中，随着温度，压力降低而逐渐形成的，认为所有的生物都是由一种低等生物进化变异的结果……这些思想都从未找到充分的事实根据，因而都只能在地质学史上昙花一现。

2.5 多元论

多元论认为地质现象和地质过程十分复杂，许多重要的地质体的成因具有多元性，是不同地质作用过程在不同地质环境中的产物。按多元论的思想方法，岩石是多元多成因的，有的是岩浆结晶作用过程的产物，有的是外生地质作用过程的产物，而另外一些则是由变质作用形成的。对于火成岩而言，其成因也同样具有多元性，既有来自上地幔的超基性和基性岩浆，也有来自地壳深部的和中上部的花岗岩浆，不同的岩浆具有不同的形成条件、形成过程和成因机制，因此，也具有不同的物理化学性质。对矿床而言，也具有不同的成因，既有内生矿床，也有外生矿床，还有变质矿床。内生矿床中的热液矿床，同样也具有成矿物质来源和成因的多元性。通过对热液矿床地质学，矿床矿物学，同位素地质学，实验地球化学和热力学及物理化学的研究，大量数据和资料证明：热液矿床的成因不能简单的归结为一种模式，其成

矿热液，可以是天水，也可以是岩浆热液、变质热液或混合热液，成矿物质既可来自岩浆，也可来自围岩，还有少部分直接来自上地幔，不仅不同类型的热液矿床其成矿物质来源可有明显差别，既使同一热液矿床成矿早期或晚期的成矿物质来源也可有明显差异，甚至，同一热液矿床在同一成矿时期，其成矿物质来源也具有多元性。多元论的思想在很多情况下都被证实是与现代地质学的认识水平相适应的，因此，成为当今地质学界最广为流传的思想方法论之一，因为它反映了地质过程的复杂性、长期性、区域性和综合性。

2.6 递进论

递进论的思想最早可以追朔到18世纪拉马克关于地球生物界能够变异的观点，以及19世纪达尔文的进化论，因为进化必须包含新的取代旧的，包含了递进论的思想，但是递进论与均变论不同处是，强调了地球发展演化的不可逆性，强调了地质作用过程的不可逆性，这使得它更适应现代地质学的发展水平。地质构造活动是不可逆的，地质史上缺少38—42亿年以前的地球岩石记录，这表明当时的地球和38亿年以后的地球有明显不同。太古代（25亿年以前）的地质构造运动不同于显生宙（5.6亿年以后）。成矿作用是不可逆的，维特瓦德斯兰德类型的金铀砾岩，在显生宙以后从未出现，而斑岩铜矿，斑岩钼矿主要只出现于中、新生代。火成岩的形成条件也是不可逆的，在中元古代以后不再出现科马提岩，而中元古却是斜长岩集中形成的主要时代。递进论的思想和地球膨胀及脉动说的发展假说相吻合，因为地球脉动式的不断膨胀，必定导出地球中地质作用过程的递进性和不可逆性。

地球体积的增加可能是地球演化过程中内部物质运动和相互作用的结果，特别是与去气作用的放热过程有关，这种过程既有

方向性、不可逆性，又有周期性，从而使得地球即在总的膨胀背景下，又有间歇期和以挤压为主的时期，这种过程还应受到天体和太阳系运动和变化过程的影响，因此，递进论的观点更准确地说来是递进—脉动的观点，是地球演化过程的方向性（不可逆性），周期性，脉动性的假说，现代地质学中其主要代表性思潮是地球膨胀及脉动论。我国的陈国达先生的构造观点（地台活化理论）的学术思想体系也属于递进论的范畴。

2.7 多旋回论

强调地球发展演化过程中的周期性，多旋回性，周而复始的重复性。地质和成矿作用的多旋回论在本世纪的中叶得到了较多的支持者，例如，B.斯米尔诺夫（B.C.CMNPHOB）将地槽形成褶皱区时历史分为三个发育期——早期、中期和晚期。按照多旋回性的观点，单旋回褶皱带很少见，一般褶皱带都由若干个依次发生的旋回所组成，B.斯米尔诺夫将多旋回褶皱带划分为三种类型，一是早期各旋回发育有限的褶皱带，如乌拉尔，它的加里东旋回微弱，而海西旋回发育完全；二是后期各旋回发育有限的褶皱带，如东外贝加尔，海西旋迴完全，基米里旋回规模缩小；三是完全发育的多旋回带，如高加索，其地槽活动的加里东、海西、基米里和阿尔卑斯旋回及相应的成矿期都有。我国的地质学家黄汲清先生很早以前就主张地槽发育的多旋回性是中国地质构造演化的重要特色。

板块构造学说也同样有多旋回论的深远影响，著名的威尔逊旋回，即孕育着板块形成和消失的周期性，从东非裂谷—红海—洋中脊形成，出现大西洋式被动的大陆边缘，到板块边沿岛弧和活动大陆边缘外侧的海沟、俯冲、消亡，似乎是有可能周而复始地进行，从而提出了板块的“手风琴运动”（accordion movement）。黄汲清先生（1987）用这种观点分析了特提斯—喜马

拉雅构造域板块构造运动的历史过程。基于地槽褶皱带形成和发展演化过程周期性这种思想，一些学者提出了地壳发展阶段性的见解，并将地壳发展划分为若干个旋回，通常有：

（1）太古代巨旋回：至25—30亿年以前，它实际上由多个旋迴所组成，故称之为巨旋迴。

（2）元古代巨旋回：约为25—8亿年，它同样也可以划分为几个旋回。

（3）震旦—加里东旋回：约为8—4亿年。

（4）海西旋回：4—2.3亿年。

（5）印支旋回：2.3—1.9亿年。

（6）燕山旋回：1.9—0.67亿年。

（7）喜马拉雅旋回：0.67亿年以后。

而每个旋回可以分为几个较小的旋回，这些旋回和小旋回中的造山运动，称为幕。多旋回论强调了地壳运动的阶段性和周期性，如果说地壳运动主要是由地球内部物质运动所引起，那么这种运动必定不是均衡的发生的，存在着间歇期，而每两个间歇期间地球内部物质运动也必须有从弱→强→弱的过程，这种过程重复出现，就表现为地壳运动的周期性、旋回性。因此，旋回性是客观事实，但是，多旋回并不是简单的重复，它是在不可逆性和新生性的总的背景下产生的。此外，这种多旋回性在不同的地质构造单元中会有明显的差别，会有不同的表现形式，在时空上是不均匀的，不是在全球范围内同时发生的。

2.8 固定论

认为在一定地区，地壳的构造运动和发展演化的位置是不变的，地壳的运动以垂直为主，不发生大规模的水平位移。地质学早期的理论都是建立在固定论的基础之上，认为几亿年以前形成的岩石所在的位置和今天没有明显的区别，其经纬度座标点是一

成不变的。经典的地槽—地台理论实质上也沿袭了固定论的观点。固定论起源于直觉观察，也是由于受到科学发展水平和测试技术水平限制所致。固定论认为：在地质历史中，海陆的空间格局固定，仅其分布范围有变化，当陆地下沉或海水上涨时，发生海洋范围的扩大与陆地面积的缩小，反过来当陆地上升或海洋水面下降时，发生海洋范围的缩小与陆地面积的扩大，在本世纪60年代以前，固定论一直占统治地位，但是，今天地质学界中只有极少数的坚定的固定论支持者。

2.9　活动论

是当今地质学界最活跃的思想体系。活动论强调地壳的水平运动，认为大陆内部地质历史中存在过但已闭合而消失的海洋，现代的海陆分布是中生代以后才形成的，活动论的雏型是大陆漂移说，这个假说于1915年由德人魏格纳（A.Wegener）正式提出。他发现大西洋两岸、大陆的轮廓非常吻合，可以拼接起来，似乎沿大西洋发生过裂开和漂移，他以岩石、古生物、古冰川、地球物理和大地测量资料，论证了他的设想。他认为大约在距今150万年前地球表面有一个统一的大陆，称为联合大陆或古陆，从侏罗纪开始，联合古陆逐步分裂成为几块，并各自漂移，现今的大陆和大洋都是经过漂移后形成的，大陆是由花岗岩所组成，比重小，能够在下伏的比重较大的玄武岩层之上漂浮和移动。大陆漂移按两种方向进行，其一是向西运动，这是由于地球受到太阳和月球的吸引而产生的潮汐摩擦力，使地球自转速度减缓，从而发生向西的拖曳作用；另一个是由极地向赤道方向运动、这是由于地球的自转离心力在赤道最大，在两极最小，使两极地区的物质向赤道集中所致。奥地利人休斯(D.Hughes)进一步设想古大陆不是一个而是两个，北半球的一个称为劳亚古陆，南半球的一个称为冈瓦纳古陆，其间有古海洋，称为古地中海

（特提斯海）。大陆漂移说的基本设想是正确的，但是刚性的花岗岩石无法在玄武岩之上漂移，而且潮汐摩擦阻力和离极力太小，不足以驱动大陆漂移，因此大陆漂移理论未得到公认。其后，霍尔姆斯（A.Holms）提出，不是大陆在玄武层上主动进行“耕犁”，而是地幔对流驱动着大陆运动，并用此解释了海沟的产生，大陆边缘山链的形成，大洋和岛屿的出现，从而极大地丰富了大陆漂移说的理论基础。

活动论发展的第二阶段是海底扩张和板块构造学说的兴起。按板块构造的观点，刚性的岩石圈分裂成许多巨大块体，即板块，它们驮在软流圈上作大规模水平运动，致使相邻板块互相作用，板块的边缘便成为地壳活动性强烈地带，板块的互相作用从根本上控制了各种内力地质作用及沉积作用的进程。板块构造学说是在60年代初期兴起的，它有着非常坚实的事实根据，其中主要有：

（1）海底地质、地球物理、地球化学的综合研究结果，海底扩张现象的发现。

（2）全球火山与地震带分布的规律。

（3）海底热流值分布的规律性：海底不同部位，热流值明显不同，洋中脊轴部可高达8—10热流值单位（大陆与洋底平均值为1.64±热流值单位），而海沟的热流值极低，仅为1.12热流值单位（平均值）。

（4）洋底沉积物总厚度不大并缺少更老年代的岩石。

（5）古地磁研究揭示了古地磁转向的历史，海底地磁测量工作发现，在垂直于洋脊方向的剖面中有对称分布的玄武岩磁性条带存在，直接证明了海底扩张现象。

（6）洋中脊的直接考察，观察到洋底扩张现象。

（7）转换断层的发现，证实了海底扩张时板块的运动方式。

（8）卫星测量大陆间的距离，可以直接测量到板块间的运

动。

板块构造理论在认识大陆造山带的构造发展史上遇到了新的困难，这促使活动论的第三个发展阶段的到来——即地体分析理论的兴起。豪威尔（D.Howell）认为：板块构造活动造成的地壳型式是暂时的，构造力会改变原有的型式，把地壳切割成一些块断，使他们漂移开来，并把它们改组成大小不等的地壳断块群。地质学家们用地体构造解释了阿拉斯加的地质构造，证明该州是由比太平洋老的，已经消失的古老大洋的残骸，它是在过去1.6亿年间地壳板块漂移和碰撞引起的分裂和改变位置的一些地体拼合而成，从构造—地层地体分析观点看，大陆的形状是地体添加和分散造成的，地体的添加使大陆生长，而地体的分散（通过裂开和滑动）使大陆缩减。根据地质，古生物和地球物理资料特别是古地磁资料，可以回答地体是在哪里产生的，并推断这些地体是在什么时候并且通过什么途径迁移的。

总之，近20多年来地球科学的进展，已使准静态的地球模式逐渐废除，代之以高度活动的动力地球观，按照这种活动论的地球观，大陆块是漂移的，大陆块对地球极变位，对经纬度变位，各大陆块之间相对位置和间距在不断发生相对变化，大陆内部各大单元和地块是活动的，或张开闭合，或旋转扭动，或走滑平移，地球的各级圈层也常常是活动的，薄皮构造和大型薄皮构造、分层剥离构造，逆冲推覆构造和滑离断层都是圈层活动的具体表现。不同的地体不断拆离、运移和拼贴，而地壳和上地幔（特别是岩石圈）的圈层式结构，在横向和纵向的不均匀性，不协调性，地球内部物质运动的周期性、脉动性、方向性和不连续性，造成了构造—岩浆—成矿作用的多因、多极、多时、多性，造成了全球各级地质构造单元地质作用的复杂性。

3　地质学研究方法

地质学作为自然科学的一个分枝，其研究方法有一般自然科学的共性，同时也有学科本身的特殊性，后者主要是由于地质学研究对象的时空范围过大所引起的，许多地质现象和过程无法亲身体会、观察和触及。地质学研究的方法、概括起来是：

（1）数据、资料的直接获取。

（2）数据、资料的间接获取。

（3）数据资料信息提取。

（4）数据资料的统计分析，对比分析与综合分析，经验模式的建立。

（5）实验模拟。

（6）计算模拟。

（7）科学事实的解释、说明，理论模式的建立。

（8）实践反馈。

现将地质学研究方法概述于后。

3.1　数据资料的直接获取

数据资料和科学事实是自然科学研究的基础和出发点，科学事实通常是指实际发生的事件的全部，资料却是有关那个事件的记录，描述以及其他载体所包含的信息片断，地质学中数据资料获取主要采用以下的方法：

（1）肉眼观察：肉眼观察是获取数据，资料的最直接的方法，地质体（矿物、岩石、矿石、矿体……）作为观察的对象，有时可以直接触及，有时需要进行揭露（动用山地工程），甚至需要钻探取样，地质体的直观特征，如颜色、形态、产状、规模、结构、构造……主要是靠直接观察。观察有肉眼直接观察和

工具观察两种，后者包括使用放大镜、立体镜、显微镜、偏光显微镜（反射光、透射光）电子显微镜等。

（2）物性测定：地质体各种物理性质（如磁性、密度、比重、硬度、光性、电性、放射性、渗透性、弹性波传播速度）既是鉴定各种地质体的方法，也是进一步研究科学事实的依据，对于地下矿产资源的寻找和开发也有重要意义。

（3）地质体的化学成分：各类地质体的化学成分是非常重要的数据资料，无论是主要元素，次要元素、微量元素对于地质体的成因、形成条件和开发利用……都有非常重要的作用。除了普通化学定性、半定量、定量分析外，在地质学研究中经常采用的方法还有光谱分析（发射光谱、吸收光谱）、极谱分析、激光显微光谱分析、原子荧光光谱分析、气相色谱分析、x射线荧光光谱分析、电子探针、离子探针等。

（4）同位素成分：地质体的稳定同位素成分是研究物质来源、形成条件、形成过程的重要数据，获取同位素成分的方法，主要有质谱分析、离子探针、中子活化分析等。

（5）矿物的晶体结构：矿物晶体结构是鉴定矿物种属、了解矿物生成条件和生成环境的重要方法。获取矿物晶体结构资料的主要方法是：x光衍射分析、中子衍射分析、电子衍射分析、电子显微镜、差热分析、电子顺磁共振、红外吸收光谱、穆斯堡尔效应等。

（6）地质体的时代、年龄：地质体形成的时代，年龄是研究地质事件时序的基础，地质体的相对年龄，可以根据地层层序、侵入体接触关系、各类地质体的相互关系、古生物资料……获取、绝对年龄主要是采用放射性同位素方法获取，常用的有钾氩法、铷锶法，钐钕法、氩—氩法、铀铅法等。

（7）地质体形成的物理化学条件：主要有形成温度、压力、体系的化学成分……等。获取这方面资料的方法是：包裹体

测定法、同位素研究法、直接测定法，以及其他间接获取有关数据的方法。

3.2 数据资料的间接获取

有些数据资料不能通过肉眼和仪器设备测试直接获得，而需要根据一定的科学理论、方法，经过编制推算、比较以后才能获取，这些数据资料并非原始的数据，但是是地质研究中的重要根据，在地质研究中起了非常重要的作用，这类数据主要有：

（1）根据地质温度计、地质压力计推算的地质体形成的温度和压力，以及计算后获得的其他各类参数。

（2）各种比例尺的航空照片和卫星照片。

（3）运用各种地球物理法（磁法、重力、电法，放射物探、地震法）得到的各种地球物理剖面图、平面图。

（4）运用各种地球化学方法（次生晕、原生晕、人工重砂、分散流、汞气测量……）编制的各种地球化学平面图、剖面图。

（5）不同比例尺、不同类型的地质图：如地质图、岩相古地理图、地质构造图、岩浆岩分布图、火山岩岩相图……等，以及各种剖面图。

（6）各种图解：将直接获取的数据用各种图解方式表示：如直角座标图解、对数（单、双）直角座标图解、三角图解……等。

间接获取的资料：例如各种图件、图表，已不是一般的直接资料，因为直接资料是零散的、不完全的、感性的或经验的，它们不能准确地等同于它们所指的事件，而是对事件的具体的部分或具体方面的描述。但是上述间接资料已经能够描述某些地质事件的整体，它包含了相关资料所含信息的集合，它已经属于科学事实的范畴，而不是单独的客观事件的符号表述。

3.3 资料数据的运用与信息提取

由于地质资料、数据往往是单个的、客观的事件的符号表述，因此它不一能反映个地质事件的整体，要想了解地质事件的整体，必须把描述同一地质事件的数据、资料全部收集，对地质事件进行全面描述，但是对于现象的解释和进一步认识，通常却取决于一系列事件的了解，在地质科学中真正有价值的是对一系列事件的描述所进行的综合与概括，是建立科学定律、科学解释、科学假说与理论，并指导人类的生产实践活动，因此，对资料、数据要进行处理，并提取有用信息十分重要。处理数据的方法是：

（1）统计分析：由于描述地质现象的数据中经常呈现不确定性，在大量重复试验中，又有统计规律性，因此是一种随机现象。所以根据概率论和数理统计方法，对数据资料进行统计分析十分必要。在地质研究中经常运用的数理统计方法有：相关分析、趋势面分析（多项式趋势面分析、调和趋势面分析），回归分析（一元回归分析，多元线性回归分析，逐步回归分析）点群分析、判别分析（两组判别分析、多组判别分析、逐步判别分析）、因子分析（Q型分析、R型分析）、频谱分析和数字滤波。近年来，数理统计的方法和理论有许多新的发展，后者在地质学研究中有广泛的应用前景。

（2）建立数据处理系统：由于地质研究对象十分复杂，数据的来源、质量、描述术语在很多情况下都是各种各样，因人而异、因地区而异、因矿种而异，而且积累了大量野外观测数据和室内实验数据，用人工去查找、计算，分析、利用十分困难，因此建立数据库（数字处理系统包括取得资料、存储资料、索取资料、自动显示结果等方面的功能），其优点是：更有效、更充分地利用所取得的数据，加快工作进程，缩短工作周期，有利于进行

综合分析和理论归纳。数据处理系统利用计算机运算来代替人们的大量劳动，对于地质研究有很大的促进作用。

（3）对比分析：大量数据、资料的对比分析和研究，是总结规律并对一系列地质事件进行综合与概括的基础。有比较才有鉴别，有鉴别才能有全面认识，通过对比（同类和不同类数据）才能把死的数据变成活的认识。对比方法在地质研究中有非常重要的意义。

（4）综合分析：综合分析是认识地质规律的基础，地质规律是各种地质事件的某种结果，是某些现象之间相对不变的关系的概括，它反映事物的本质联系。地质规律涉及的是一系列事件，凡是只能包容特定事件性质的陈述，都不是地质规律，规律具有重复性、再现性，但是任何规律都有一定的适用范围，从这种角度看，要查明地质规律，必须进行综合分析工作。

（5）分类：分类是科学研究的基础，没有科学的分类，便没有科学的概括和总结，便不会有科学规律和定律，也难于总结科学认识和提出科学解释。地质学中每一门分枝学科都有自己的分类系统，地质人员也要经常对地质研究对象进行分类学研究和描述，分类的目的是按照一定的分类标准，对研究对象进行划分，使同一类研究对象具有某些共同的属性，分类工作中需要概括，但分类并不是科学研究的主要内容，而是科学研究的初级阶段，因为分类并不是科学研究的目的，而是一种认识客观规律的基础和方法。

（6）经验模式和描述模式的建立：一定类型的地质体，他们常具有共同的属性，这些共性经常反映了这些地质体本身的基本特点，具有一定的普遍性、重现性，反映了地质体的本质，将这些共性归纳起来就可以建立各种类型地质体的经验模式或描述性模式。描述性模式是严格依存于“类型”的，它可能随“类型”内函的变化而变化，有一定的时空局限性，但是也有的描述性模

式适用的范围很广。描述性模式的另一个特点是不依附于成因，不会因有成因争议而改变，这一点特别重要，因为地质现象产生的原因，绝大部分都是有争议的，都有相互矛盾的假说和见解，基于这种特点，建立描述性模式是地质学的首要任务。

3.4 实验模拟

由于地质学研究对象的时空范围非常广，地质过程十分复杂，很多现象发生的过程无法直接观察，也不能使其在自然界再现，因此，进行实验模拟是地质学研究的一种重要方法。科学实验是人们根据一定的研究目的，运用一定的物质手段及实验方法，人为的控制或模拟自然条件，使自然过程或生产实践过程以典型形式表现出来，以便进行观察、研究、探索，认识对象的本质及其规律。正确的实验设计，是实验能否取得成功的关键，需要正确地选择自变量、因变量和控制变量。自变量的数值由实验者操作，因变量是实验完成后存在的条件和现象的测量。控制变量是关键因素，它们是进行实验的条件。

地质学的实验模拟内容非常宽广，根据研究对象的不同，它包括研究地幔、地壳、地核、岩石学特征和矿物结构，以及各类火成岩的成因、形成条件的高温高压成岩实验；包括从研究表生过程（风化作用、沉积作用）的常温常压沉积和风化淋滤实验，包括高温高压条件下的成矿实验（岩浆矿床、热液矿床）；研究地球深部物质状态的流变学试验；研究各种变形过程和构造形迹、构造岩形成过程的应力试验；研究矿液、地下水流动状态的流体力学实验，……有些实验，尽管只是测定研究地质体时必要的参数（如形成温度、形成压力、矿物在热液中溶解度、气体组分在岩浆中溶解度、化学反应动力学参数……等），但是它仍然是以模拟地质过程为目的，因此也属于实验模拟的范围。近年来尽管试验模拟方法有了极大改进，但是实验条件与实际自然条件

仍有很大的差别，仍有许多不真实性和局限性，有时，甚至会得出不正确的结论，如果过分的相信和依赖模拟实验成果，在某种情况下会犯很大的错误。

3.5 计算模拟

计算模拟是地质学研究中另一条重要的辅助方法，它是地质现象观察和实验模拟方法以外的另一种有意义的研究途径，在认识地质现象的本质、阐明地质规律、建立地质的科学解释和说明（或成因模式）方面有很大作用。

进行计算模拟的设计是使计算模拟取得成果的重要前提，首先明确目的；确定计算模拟的方法，选定和设计程序，确定边界条件、变量和因变量。除了数学方法以外，计算模拟的理论依据可以是热力学的、动力学的、流体力学的、力学和流变学的，也可以是物理学、化学、物理化学的基本定律和规律。计算模拟成败，取决于：①边界条件是否正确，是否与地质实际过程吻合或接近；②计算的理论依据是否正确、可靠；③计算方法和计算程序是否无误；④对自然过程的认识是否正确。

在地质学研究中计算模拟方法运用的非常广泛，也取得了非常重要的成果，首先是对各种物探数据资料的解释、应用（地表的、重力的、磁力的，电法的……），需要应用计算模拟的方法，否则无法利用大多数地球物理的数据和资料；其次，根据对火成岩的主要元素，次要元素、微量元素分析测试结果，采用一定的计算公式，可以模拟和推断火成岩的成因，也可以用最小二乘法拟合成岩的可能过程。根据热力学、动力学理论和物理化学原理，应用有限元、有限差或Newton—Thpson方法，计算模拟水／岩反应过程。根据质量守恒，动量守恒，能量守恒原理，采用有限元，有限差方法，计算模拟火成岩周围地下水的对流过程。运用马尔可夫过程原理进行地层剖面的模拟。根据水流方程

和海水中盐类溶解度的变化，对蒸发盆地沉积过程进行计算模拟。运用有限元法对地质体应力场进行计算模拟。运用有限元法对火成岩周围裂隙系统形成机制进行计算模拟等。

计算模拟方法与传统方法相比较是用定量描述来代替定性描述，用数学模型来代替概念模型，这种方法的要点是：根据实际存在的现象和研究目的，规定一个相对独立（或孤立）的系统，对系统用模型加以描述，用这种模型认识该系统形成、发展的历史过程。计算模拟的大体步骤是：

（1）确定系统：系统可以是相对独立的，也可以是开放的、封闭的，根据对地质现象的理解，确定系统的范围，并简化系统，突出主要内容，简化各因素间的复杂关系。

（2）建立适当的数学模型，根据所研究的地质现象的特征，选择合适的数学模型。

所用的数学方法可分为概率型和确定型两类，确定型不考虑随机因素，而概率型则主要考虑随机因素。根据模型在时间上变化的性质又可分为静态与动态两类，组合后可分为：

概率—静态型。如用马尔可夫链模拟地层剖面等。

概率—动态型。如生物群落的迁移模拟等。

确定—静态型。如地下密度异常体在地表重力变化的模拟计算，岩体中应力分布的模拟等。

确定—动态型。如蒸发盆地沉积物形成发展过程的模拟。三角州沉积作用模拟、岩体周围的地下水对流过程的模拟等。

（3）用计算机进行模拟计算，根据数学模型编成程序、根据实测材料，确定各种必要的参数，进行计算。

（4）对比检验：对计算模拟结果，通过实践反复检验。

计算模拟的特点是：①模型和计算条件便于修改和改进；②效率高；③适于模拟地质发展演化的全过程；④目前还处于发展初期—早期，具有广泛的发展前景。

3.6 建立成因模式

对于一定类型地质体产生的原因和条件，进行理论上的概括和总结，建立成因模式，这是地质现象研究的重要结果。科学研究的目的不仅是归纳实际资料和数据，建立描述性模式，而且要总结规律、法则、定律，说明现象产生的原因，并据此进行科学的推断。建立成因模式是地质体研究的重要成果，成因模式触及到地质现象的本质和核心，是经过分类、综合、对比、分析、概括以后，对地质现象产生原因的精辟说明。尽管任何一个地质体的成因模式都或多或少带有假说的性质，但它代表对地质体认识的一个质的飞跃。

成因模式，可以是动态的，也可以是静态的，可以是定量的，也可以是定性的，但是许多地质体成因模式都应该是从定性的转变为定量的，从静态的转变为动态的，这种转变随研究对象的不同可以灵活对待。但是，对大多数地质体的成因模式需要完成这种转变过程，因为这种转变意味着对现象认识的深化。从这种角度分析，数学模拟在地质研究过程中有非常重要的作用，应予以大力提倡。

3.7 假说

只要科学还在发展、那么它思维的形式便是假说。对地质学研究来说，假说是非常重要的进行理论研究的方式，也是推进地质学不断发展进步的动力。由于地质学研究对象的特殊性，在许多地质学分枝学科中流行的理论基本上或相当大一部分都是假说，假说的提出，表明对地质现象的认识已经从局部的转变为整体的，从感性的转变为理性的，代表认识上的飞跃，但另一方面也表现对现象的认识还有待于进一步提高。在地质学各个领域“假说”都非常多，例如矿床学中热液矿床成因的假说就有：

岩浆热液成矿说、下分泌说、侧分泌说、卤水成矿说、矿源层成矿说、火山喷流成矿说、多元多成因成矿说，……等。假说一旦为大量事实证明是正确的，它的推断符合客观实际，就会成为理论或学说，后者具有更高的信度。

3.8 实践检验和反馈

实验或实践是检验理论是否正确的唯一标准，理论的目的是描述和解释可观察到的和已观察到的事件，并预测在某种具体条件下还会观察到什么，如果实践或实验中观察到的事件是理论预测到的，那么它就向理论的确证迈进了一步，如果观察到的事件与理论预测相反，那么就向理论的否定前进了一步，因此，对地质现象认识是否正确，理论解释是否可靠，都需要实践检验，检验结果需要及时反馈，通过认识—实践，实践—再认识的多次反馈才能成功。

3.9 地质学科学发现的模式

对于理论的产生，科学的成长问题，主要有以下几种学派。

（1）培根（Bacon）的归纳法：培根认为科学研究从“汇集的事实和资料开始，通过逐步归纳上升，从一般性程度低的相关，上升到内涵更丰富的相关，再通过排除法，去掉偶然的相关，留下本质的、恒定的相关，最后就可以从本质的相关中归纳，概括出最一般的原理，定律或定理。

（2）笛卡尔（Descartesche）的演绎法：即从清晰明白地呈现在心智中的一般原理出发，演绎出比较具体的原理，规则和现象。

（3）牛顿（Newton）的归纳—演绎程序：即分析综合方法，他强调通过综合演绎出推断所需要的实验确证，同时演绎出

的推断要超出原来归纳证据的价值。

（4）赫歇尔（Herschel）方法：认为归纳法和假说是使观察上升到定律和理论的两种不同方式。

（5）惠威尔（Whivell）的科学发现三模式：序曲、归纳和结局。序曲是对事实搜集和分解，澄清概念，而归纳是一个发现过程，然后通过演绎进入结局阶段，在这个阶段主要是从抽象回到具体，从理论回到实践，利用演绎推理作用，推导出相同种类或不同种类的事实来。

（6）波普尔（PoBull）的科学发现模式：问题—猜测和假设—竞争、批判、检验—新问题，即猜想和反驳，“大胆尝试、严格检验”的模式，

地质学科学理论的发现过程大体上是与赫歇尔—惠威尔的模式接近，总的程序是：

（1）事实的搜集和分解，就是获取数据和资料，对现象进行观察和了解，为地质科研准备素材，此外，需要进行简单的分类，对一些基础概念重新予以说明和解释，这一个阶段是地质科学研究的基础，事实（即数据和资料）的可靠性和完整性是研究成败的关键。

（2）综合和归纳：归纳是一个发现过程，或者说是一个发明和实验过程。通过综合与归纳，地质学家找出了不同现象之间的彼此的内在联系，通过现象，认识本质，引出定理、定律或者建立起有普遍意义的模式。

（3）提出假说：假说是未经证实的科学解释或说明，其目的是使没有联系的“规律”或“模式”之间建立起联系，因此它是更高级的归纳和概括。假说在地质学的发展中起了重要作用，是带动地质科学前进的火车头。魏格纳的“大陆漂移说”，对地质科学的发展都起了重要推动作用。

（4）形成理论：无论是假说还是由归纳法得出的科学解释

和说明，都可以由演绎推理作用得出一些新的认识，推导出一些新的结论，这些需要使认识从抽象回到具体，从理论回到实践，对假说进行检验，如果检验证实假说所推导的结论是正确的，就可以形成理论，一些科学的解释或说明，如果加以综合、概括，形成为一个系统的科学观点，如果按照这种系统观点演绎出来的认识被事实所证实，那么这种系统的科学观点也可以构成理论，板块构造理论和多元多成因热液成矿论，热液矿床中成矿物质呈络合物搬运的理论……的形成过程，大体上都符合上述的发展演化模式。

地质科学发现或知识增长的模式、首先开始于地质实践范围的扩大，新的现象的发现，由于新的实验手段或研究方法改进取得了新的知识和数据，因此，科学开始于实践，然后是提出问题，针对问题，提出了各种猜测和假说，各种猜测和假说通过竞争和批判，特别是通过检验，提出新的理论，新理论又会被新的实践和科学技术的新发展所否认，又出现新的问题，开始这样一个新的循环，周而复始，不断前进，不断向绝对真理逼近，但又永远不能达到绝对真理的极限。因此，人类的地质实践活动，是促使地质科学成为科学的唯一的推动力，离开了生产实践和社会实践，也就不可能有地质科学的发展。

4　地质学中获取数据资料的方法

除了直接观察以外，地质学研究常要综合利用其他学科的成果，鉴定矿物、岩石的成分、结构，了解各种类型各种级别的地质体的特征成因和形成条件、演化过程，并合理的开发矿产资源，使地质学知识为人类的物质和精神文明的进步服务。本节将简单介绍地质学中各种鉴定、测试、实验方法的理论基础和依据

及其意义。

4.1 矿物的显微镜鉴定法

地质体是由岩石组成的，而岩石是矿物的集合体，研究岩石首先必须研究其矿物成分，鉴定矿物的名称、类型。根据矿物的光学性质，利用偏光显微镜（透明矿物用透射光，不透明矿物用反射光）来鉴定矿物，称矿物的光性鉴定法，或称晶体光学法，这是一种物理方法，它不破坏原来矿物的结构而进行鉴定，因此属于物相研究的范畴，这是一种比较古老而又非常普遍，非常重要的研究方法。偏光显微镜下主要观察的内容有：矿物的晶形、颜色、多色性与吸收性，突起和糙面解理和裂理、干涉色和双折射率、消光性质，延长符号、双晶、光性符号，光轴角、色散、光性方位，测定折射率，光性异常。除了用偏光显微镜外，还可以配制具有不同折射率的浸油，准确测定矿物的折射率，从而更准确的鉴定矿物及矿物种属，还可以用五轴或四轴旋转台，更准确的确定矿物的光学性质。

4.2 外表特征鉴定法

即肉眼鉴定法，这是野外鉴定矿物和岩石名称的基本方法，也是进一步鉴定和研究矿物和岩石的基础。这种方法，凭借肉眼（或借助于放大镜、立体镜、显微镜）和小刀等工具，根据矿物的外表特征，如光泽、颜色、条痕、硬度、形态、解理、断口、比重等进行鉴定，这种方法需要经过一定训练，并反复实践，积累经验。

4.3 物性测定和物相分析方法

物性测定和物相测定，既是鉴定矿物的方法，又是研究各种岩石的地球物理性质的基础，对认识深部构造，找矿勘探都有非

常重要的意义。物性测定，通常是指测定各种岩石、矿石的某些重要的物理性质。如岩石和矿石的密度、弹性波传播速度、磁性、中性和放射性等，物相分析通常是指测定矿物的某些物理性质和晶体结构的某些参数。现将各种测定方法概述如下：

（1）比重和密度：比重和密度的测定方法分标本测定和野外现场测定两种，标本测定矿物和岩石比重通常采用的方法是比重瓶法、重液悬浮法、有机液体介质称量法、显微比重法、x射线测定法和密度仪法，野外现场测定主要是根据测井资料，利用r—γ测井装置，在能量大于0.2兆电子伏特时，用散射r射线的强度求得岩石的密度。此外也可以用这种方法在露头上测定岩石的密度，或根据重力观察资料，确定地层断面的密度。

（2）磁性：在地球物理和地质实际工作中、岩石和矿石的某些磁参数，如地磁场中的磁化、强度I、磁化率x和天然剩余磁化强度In具有最重要的意义。测定标本磁性的实验室方法，是测量x和In的磁力仪法，这种方法是在标本相对磁化磁场和测量仪器—指示器的几个不同方向上时，测定标本的磁场。第二种方法是测定x值的磁感应法，这种方法的原理是在通电流的线圈中或者在永久磁铁的两极间放进磁性标本，磁感应通量就发生变化，在其他条件不变时，被测的磁铁或线圈的磁感应通量变化的大小与标本磁化率x的大小成正比。对岩石露头和磁测井资料测定磁性还需要用专门方法进行计算。

（3）岩石的孔隙度：岩石的孔隙度对于研究油气、矿液的运移以及进行重力勘探工作都有很重要的意义。岩石的密度取决于其组成矿物的比重及孔隙度，通常测定标本上岩石孔隙度的方法是测定干燥岩石的密度和比重，然后利用有关图表确定孔隙度，也可先测定风干页岩的密度（Q），然后把页岩烘干到重量不变时为止，算出风干页岩的重量湿度（W），然后计算出风干页岩的孔隙度。根据测井资料确定孔隙度的方法可利用电阻率测

井，自然电位测井，放射性测井资料进行。

（4）岩石弹性波传播速度：岩石的弹性波传播速度是地球物理研究的基本数据，这项工作对于石油天然气的勘查，深部构造的认识具有非常重要的意义，是解决许多重要地质问题的基础性资料。岩石标本的弹性波传播速度是利用下列关系进行的：

$$V=\frac{s}{t}$$

只要准确地测定波程长度s和经过时间t，即可得到V值，最基本的方法是用地震计测定纵波和横波的传播速度，钻井中主要是根据地震测井资料确定弹性波传播速度，其基本方法是：在地面爆炸，沿井轴设置测点记录弹性波。利用野外地震勘探的资料可以确定弹性波在某些地层，岩层或地质体中的传播速度。

（5）岩石和矿物的电学性质：在岩石和矿石的电学性质中最有意义的是电阻率，它是电法勘探（地面电法和电测井）的基本参数，各种岩石和矿物的天然电化学活动性的差别是地面和井中自然电场法的基础，岩石的介电常数，被激发的电化学性质以及其他电学性质对一些专门研究工作是有意义的，可是这些工作还没有得到普遍推广。电阻率在数值上等于1立方米物质中电流平行通过两个界面时的电阻，其单位为欧姆米。电阻率的倒数称为电导率。在实验室中测定电阻率的方法有四极法、二极法、电位法和感应法。

（6）岩石天然放射性：岩石的天然放射性是放射性物探方法的基础，同时，也是研究岩石类型、时代、产状特征的重要参数，地壳上部最主要放射性元素的含量往往用以下的数值表示：镭10^{-10}%，铀$1-5\times10^{-4}$%，钍$n\times10^{-4}$%、钾大约为2.5%、放射性的单位是居里，亦即某同位素在一秒钟内发生5700×10^{10}次衰变。射线强度：根据一秒钟内通过垂直于射线方向的单位横截面的能量（每平方米的瓦数。或每平米的尔格／秒数）。射线

的吸收系数，等于单位厚度的吸收剂所吸收的射线强度同原来射线强度之比。射气能力是岩石向外部空间析出放射性射气的本领。射气能力在数值上定义为达到放射性平衡所需的时间里从一克岩石中析出的射气量。放射性射气的扩散系数表征放射性射气在岩石中的扩散速度，它对射气测量结果的解释很有意义。

利用岩石标本的放射性测量结果，可以近似的定量估计岩石的放射性，测量通常可用各种足够灵敏的辐射仪进行。野外用辐射仪测量结果，不仅取决于放射物体的射线强度、而且还与探测器的能谱特性及测量时几何条件有关。

（7）岩石和矿物的热性：为了认识地壳的热状态，阐明各种矿物、岩石的形成过程，了解地球内部能量状态与构造活动的关系，进行热测井，以及确定其他物性（电阻、磁化率、剩余磁化强度、密度等）与岩石、矿物热状态之间的关系，必须研究矿物和岩石的热性质。热导率λ，比热c和温导率a是物质热性质的基本参数，热导率表示物质分子传递热能的性质。

$$\lambda=\frac{QL}{S(t_1-t_2)t}\text{千卡／米·小时·度}$$

在实际应用中常用其倒数，即热阻率。规则热动态法是最常用和最简单的测定热性质的方法之一，其实质在于研究待测标本的加热或冷却过程，当加过热的标本冷却达到稳定时，物体中任何一点的温度逐渐变得均匀，此时即规则的热状态，当标本处于规则的热状态时进行热性测定。在热测井中可以利用天然热场法确定岩石的热导率（或它的导数热阻率）用人工热场法（测定泥浆的冷却和加热速度）确定岩石的温导率，在露头上，温导率是根据在不同深度上对温度昼夜变程的研究结果确定的。

4.4 普通化学分析法

这种方法是研究岩石和矿物的物质化学成分的常见方法，包括化学定性、定量分析，按试样的数量分为常量分析（>100mg）微量分析（1—10mg）和超微量分析（少于/mg）。定量分析中根据所用方法的性质，还可分为重量分析和容量分析，前者是称量法，后者是滴定法。普通化学分析法还有以下的几种类型在地质工作中经常应用：

（1）粉末研磨法：主要是将矿物细粒和固体试剂粉末混合，使之在研磨作用下发生固相反应，生成有色的化合物，借以鉴定矿物中所含的化学元素。

（2）斑点试验：又称点滴分析，是测定矿物成分的微量方法之一，这一方法主要是将微量的矿物粉末溶于溶剂，如水或酸中，使元素在溶液中呈离子状态，然后再加微量试剂于溶液中、根据反应的颜色来确定元素种类。

（3）显微化学分析法：简称微化试验，也是一种定性分析法，先将矿物粉末在溶剂中溶解，然后取出一滴溶液，置于显微镜用的载玻璃之上，再以一滴液体或一粒固体的适当试剂与溶液作用、在显微镜下观察沉淀物的晶形和颜色等特征，从而鉴定出矿物中所含的元素。

（4）染色法：染色法是鉴定矿物的一种简单而迅速的化学方法，它通常用酸浸蚀，使矿物表面活化，然后用一定的化学试剂与之反应，使矿物染成各种特征的颜色，从而达到鉴定的目的。该法对区分肉眼难以鉴别的碳酸盐类、粘土类，长石类矿物的种类十分有效。

4.5 仪器分析法

是借助于各种仪器和特殊设备，根据矿物和岩石的化学、物

理、物理化学性质、确定岩石、矿物或矿物微区化学成分的方法，主要有以下几种：

（1）极谱分析：根据溶液中被测物质在滴汞电极（汞从毛细管滴入溶液中，而在管尖形成的汞滴）或转铂微电极（转动的铂丝电极）上进行电解时，改变外加电压所得的电流电压曲线来同时进行定性、定量分析。这种方法常用于铜、铅、锌等金属元素的测定。

（2）光谱分析：即发射光谱分析，也叫光谱化学分析，是根据组成物质的原子受激发后直接发出可见光谱确定其化学成分的一种方法，它可分为定性、半定量、定量分析等。进行光谱分析的仪器有摄谱议和光栅分光计等，光栅分光计，即用光栅作色散系统的光谱仪，其分辨本领很高，几乎对所有元素都能进行测定。

近年来光谱分析法重要改进之一是用等离子体作为光谱激发光源，其中电感耦合高频等离子体具有温度高、稳定性好、激发能力强、检测线低、动态线性范围广和多元素同时测定能力强等优点，记录部分一是光电直读，二是电子计算机译谱。等离子光谱仪（ICP—AES仪）目前具有十分广泛的应用。化学光谱法对提高方法灵敏度和准确度上也起了重要作用。

（3）激光显微光谱分析：是以激光为能源在显微镜下使样品气化的一种新的光谱分析法，激光通过适当的光学系统加以聚焦后，可获得极小的光斑和10000℃的高温，可以直接在光片和薄片上轰击试样，从而解决微细矿物的鉴定问题。激光显微光谱分析仪由激光器、显微镜，辅助放电装置和摄谱仪等四部分组成，现已用于各种微区分析、微量分析和表面分析等工作中，用这种方法可研究包裹体（10—100微米）的成分。

（4）原子吸收和原子荧光光谱分析：是根据分散成原子蒸气的待测元素对于从幅射源发射出来的特征幅射的吸收百分率（或

吸收值）来测定元素含量的一种分析手段，原子吸收就是由于外层电子的跃迁，原子由基态转入激发时对幅射的共振吸收，地质粉末样品直接原子化。用原子吸收法测定，这是近年来研究的一种新技术，冷原子吸收，热解石墨涂层和石墨管衬钽技术，氢化物发生—原子吸收法都可以大大提高灵敏度。

原子荧光光谱（AFS）具有独持的性能，对某些共振线位于短紫外区的元素灵敏度高，散射光弱、仪器简单，多元素同时测定，并可利用增大激光光源能量来提高被测元素的原子荧光强度，因此有很重要的用途。

（5）气相色谱分析：是一种分离分析技术，主要用于测定岩矿试样中H_2O、CO_2、CO、H_2、O_2、He、Ar、H_2S、SO_2 NH_3、CH_4等，及各种低碳烃，检出限低达数微克（使用热导池检测器），甚至数十微克（氦电离检测器）。气相色谱已成为分析岩石矿物试样挥发组分的主要手段。

（6）分光光度法：是一种化学分析和仪器分析法的结合点。分光光度法要求的条件较简单，可测定多种元素且含量范围宽，因而是研究发展较多，应用较广的分析技术之一。目前在分光光度法的研究和应用上具以下持点：①从微量向痕量、超痕量分析方向发展；②从单一元素测定到多元素同时测定；③从常规的分光光度法向连续化、自动化和计算机化的方向发展。

（7）x射线荧光光谱分析：是根据所发射的x射线持征谱线与原子序数关系来进行定性定量分析，这种方法主要是测量REE、Nb、Ta、Zr、Hf，目前在探测器和数据处理方面已有明显的改进，使其应用范围和测试精度都有很大进步，例如波谱仪和能谱仪。

（8）电子探针x射线显微分析：又称电子探针微区分析，简称电子探针，它是运用电子所形成的探测针，（细电子束）作为荧光x射线的激发源来进行显微x射线光谱分析的一种专门技

术，它主要是由扫描式电子显微镜与x射线分光光度计两种仪器组合而成，电子探针分析具有制样简单、不损坏样品、可直接在光片和薄片上迅速地测定微区内化学成分等特点。

（9）中子活化分析：包括中子和带电粒子引起的衰变或瞬发γ射线的分析，光子活化分析和放射源激发的x射线荧光光谱分析等，它主要包括两个过程：①活化过程，这一过程是利用反应堆或加速器将稳定的原子核转化为放射性原子核。②分析过程：活化后的放射性原子核经放射化学分离，分出待定元素，测定其半衰期和放射性强度，进行放射化学分析；或者对活化后的原子核利用γ能谱仪测量γ射线的能量和强度，进行仪器分析。

4.6 电子显微镜研究

是利用电子光学原理制成的一种显微镜，它的基本构造与光学显微镜相似，由电子枪发射出具有一定波长的高速电子流，由聚光镜收缩成极细的电子束，并轰击在很薄的样品上，由于电子质量远远小于原子和分子的质量，当电子遇到样品中的原子时，就发生散射，在样品后面形成暗区，只有在样品内原子与原子间的间隙中，才有大量的电子穿透，从而形成穿透电子的亮区，这时的电子流再经放大，成像，最后投射在荧光屏上，这种显微镜放大倍数最高可达80万倍，线分辨本领可达1.44A，已接近原子的直径，可直接观察到晶格图像，此外，应用电视扫描技术以取得固体表面图像的扫描式电子显微镜近年来也得到迅速推广，有些扫描式电子显微镜，配以x射线晶体分光计、x射线检测计等。它兼具电子探针的性能，可进行矿物微区的成分分析。

4.7 X射线衍射分析

是研究晶体结构和进行物相分析的最常用而又最有效的方法，其原理是由于x射线的波长与结晶物质内部原子间的距离相

近，属于同一数量级（Å），当一束x射线通过这些物质时便按布拉格公式发生衍射，由于每一种结晶物质都有自己独持的化学组成和晶体结构。因此当x射线通过晶体后将产生独特的衍射图像，分析这些衍射图像，就可以鉴定结晶质的物相，并确定它内部原子（或离子）间的距离和排列方式。

利用衍射效应研究晶体结构，除用x射线衍射外，还有电子衍射和中子衍射，电子衍射是研究薄膜和表层结构的方法，对研究粘土矿物有效，用电子束波长短，贯穿本领较低，中子束的波长为1—2Å左右，与x射线波长属同一数量级，但其散射本领大，可研究非常困难的结构。

4.8 热分析

热分析是根据矿物在不同温度下所发生的脱水、分解、氧化、同质多象转变等热效应特征，来鉴定矿物和研究矿物的一种方法。它包括热重分析和差热分析等。

（1）热重分析：测定矿物在加热过程中的重量变化。根据含水矿物的脱水曲线的差别鉴定矿物。

（2）差热分析：将粉末与热中性体分别置于同一高温炉中，在加热过程中，矿物发生吸热或放热效应，而中性体则不发生此种效应，将两者的热差通过热电偶，记出差热曲线，根据矿物在不同温度下热效应的不同来鉴定矿物。研究矿物中水的赋有形式和数量，及加热时矿物内部结构的变化，新矿物的形成温度和鉴别矿物原料的质量。

4.9 波谱分析法

矿物波谱分析主要包括核磁共振、顺磁共振、红外吸收光谱、穆斯玻尔效应等电磁波谱的共振吸收技术。目前，从射频波、微波、红外线、可见光、紫外线一直到x射线和γ射线等整

个电磁波谱的发射和吸收效应几乎都已用于物质成分和结构鉴定、x射线衍射图谱和红外吸收光谱等用于测定晶体结构和分子结构，而核磁共振，顺磁共振、穆斯堡尔效应等则用于测定晶体的精细结构和超精细结构。超精细结构是指：由于电子与其所属的原子核或相邻的核之间的相互作用而引起的能级分裂现象，这些对于认识矿物成因和阐明元素赋存状态等问题，具有重大意义。

（1）红外吸收光谱：或称红外光谱，是在红外线的照射下引起分子中振动能级（电偶极矩）的跃迁而产生的一种吸收光谱，由于被吸收的持征频率取决于物质的化学成分和内部结构，因此，每一种矿物都有自已持征的吸收光谱，借此可研究矿物的成分，结构持征，目前在红外光谱分析中普遍采用双光束红外分光光度计。

（2）核磁共振（NMR）：是原子核在恒定的强磁场中对于一定波长电磁波的共振吸收现象。核磁共振谱在分子结构的测定中和晶体结构的研究中有广泛的用途，还可以用以测定氢原子间的距离。

（3）电子自旋共振：又名电子顺磁共振（EPR），它是由未成对的电子自旋而产生的磁矩所引起的共振吸收，它能用来研究矿物中$10^{-3}-10^{-6}$微量的顺磁离子，能反映这些离子周围配位体的环境特征，有助于解决顺磁离子的赋存状态，结构中位置的优先选择，有序—无序、化学链性质等问题。

（4）穆斯堡尔效应：是一种无反冲的核γ射线的共振吸收现象，迄今为止，已经预示和观测到穆斯堡尔效应有40多种元素，70多种同位素，90多个穆斯堡尔效应，但目前只有^{57}Fe和^{119}Sn二种同位素的穆斯堡尔效应工作得到了广泛的应用，穆斯堡尔谱仪设备比较简单，谱的解释比较容易，可以快速准确地确定矿物中铁的氧化态、电子构型、配位数及位置分布，并且适用

于研究多相混合物（岩石和陨石），因此铁的穆斯堡尔效应在矿物学研究中得到了迅速发展。

4.10 矿物包裹体研究法

包裹体是矿物在生长过程中或形成后所捕获而包裹在本身内的外来物质，它可能是气相、液相和固相（玻璃质、晶质），从成因上看，它可分为原生，假次生和次生三类，包裹体研究主要解决以下几方面的问题：

（1）气液包裹体形成温度的确定，主要采用“均一法”、“爆烈法”“化学成分计算法”等。

（2）气液包裹体形成压力的测定：主要应用含CO_2的包裹体，沸腾包裹体等。

（3）确定气液包裹体的盐度、密度以及pH值等物理化学性质，测定包裹体的盐度主要有冷冻法，盐子矿物消失温度法，成分计算法。

（4）包裹体气相和液相化学成分的确定，主要采用各种微量微区化学分析方法，气体常用气相色谱法。

（5）包裹体溶液的同位素成分，特别是水的氢氧同位素成分。

包裹体研究法在矿床和岩石成因研究中起了十分重要的作用，是一种非常重要的研究方法，有助于阐明成矿热液的来源、性质、流动方向、热状态、渗透和扩散范围。根据包裹体研究结果（“热晕”或“盐晕”资料）可为盲矿体的寻找提供一定依据。

4.11 稳定同位素研究法

稳定同位素研究法是通过对于矿物或岩石中稳定同位素比值的微小变化的测定，来探讨成矿和成岩作用的物质来源，并进而

推断地壳和上地幔的演化规律的一种方法。目前已知的稳定同位素约有300种，其中对于地质领域最有意义的是氢、碳、氧、硫等轻元素的稳定同位素和锶、铅等放射成因的稳定同位素，在各种不同成因的地质体中以及水圈、大气圈、生物圈和陨石中，其矿物或水的同位素组成差别很大，引起各种同位素分馏的主要作用是：①化学分馏作用；②生物分馏作用；③核蜕变和核反应；④物理和物理化学分馏作用。测定稳定同位素的丰度的方法很多，包括液体比重测定，电磁波谱分析、质谱分析、离子探针质谱显微分析、中子活化分析等，其中最重要的是质谱分析和离子探针质谱分析。质谱分析的基本依据是离子在磁场中的运动轨迹是离子质量的函数，离子探针分析是以加速聚焦石的一次离子束，作为激发源轰出样品表面，使之溅射出二次离子，然后对它们进行质量分离的一种专门技术，用能产生正离子或负离子的等离子发射器作离子源，经初级磁场分离及静电透视聚焦成细的离子束，（离子探针）轰出样品，使它溅射出二次离子，然后经真空泵的抽吸作用而进入质谱仪磁场，将质量不同的二次离子分离，然后由狭缝进入探测器，最后由多道计数管，阴极射线管显相或记录，同时，离子探针受偏移板的控制，可在试样表面进行扫描，最后得到离子图像，其优点是具有微区分析（微米级）薄层深度分析（数十埃）、空间成像，高灵敏度等显著持点，它不仅可以快速自动地测定同位素的比值，而且可直接测定同位素的绝对含量。

主要研究的稳定同位素有：

①氢同位素：通常是测定H_2O或矿物中OH的D/H比值。

②氧同位素：通常是测定各种矿物和水中，CO_2中$^{18}O/^{16}O$的比值。

③碳同位素：通常是测定CO_2中$^{13}C/^{12}C$比值。

④硫同位素：通常是测定硫化物中$^{34}S/^{32}S$的比值。

自然界中锶同位素成分并不是恒定的，它取决于含锶样品的$^{87}Rb/^{87}Sr$比值及与Rb伴生的时间长短，^{87}Sr的相对丰度一般以原子比$^{87}Sr/^{86}Sr$来表示。

4.12 放射性地质年代学研究

放射性成因的同位素，如^{87}Sr、^{206}Pb、^{207}Pb、^{208}Pb等对解决岩石和矿床的形成时代，以及解决地质、地球化学问题有重要意义，放射性母核与其放射成因子核间存在下列关系：

$$N_2 = N_1(e^{\lambda_1 t} - 1) \qquad t = \frac{1}{\lambda_1} ln(1 + \frac{N_2}{N_1})$$

在一定条件下（如放射性同位素的半衰期应足够长，蜕变常数已测定，精度能满足要求，放射性同位素应具有较高的地球丰度，保存放射性元素的地质体一直保持封闭系统……等。）可利用上述关系式计算同位素年龄。目前，测定新生代前地质年龄的较为成熟的方法有：钾—氩法，铷锶法，铀—钍—铅法、钐钕法，氩—氩法等，测定第四纪地质年代的方法有碳法，镤钍法等。

4.13 成岩与成矿实验

成岩成矿实验的基本原则是借助于各种高温高压技术和设备，在实验室创造天然岩石和矿物在地球深部环境下形成时的物理化学条件，诸如温度、压力、介质酸碱度、氧化—还原电位等。通常的成矿成岩实验需要高温高压技术，高温的产生一般由三部分组成：电热元件、炉衬、炉壳。用热电偶与毫伏计或电位差计配合用来测量温度。温度控制一般用仪器控制（开关式或连续式）、另外还需要高压设备（高压弹、高压釜、冷封口外加热容器、流动式高压装置，或外压釜）。成矿成岩实验，一般是应用热力学，动力学的观点，来研究岩石、矿床在自然界形成的物理—化学条件和形成过程、形成机制，并根据实验成果来解释理论

上和实际上的各种问题。其主要内容有：体系中相平衡关系的实验研究，岩浆体系中挥发性组分作用的实验研究，成矿物质在热液和岩浆中溶解度的实验研究，各种分配系数的测定，交代作用的实验研究，热力学和动力学特征参数的实验测定，体系中组分动力学特征研究（扩散系数测定、淋滤作用，淋滤效应和热传递的实验研究，物质和热在孔隙介质中的运移过程），流体性质，溶液与岩石的作用及在复杂流体存在时的超高压相平衡熔化实验研究，活动组分（H_2O、CO_2、O_2、H_2，碱性和酸性组分）测定等。

在实验技术方面，近年来重要的改进有：静态高压实验，同步加速器的使用，微波研究等。目前有关地球深部物理化学状态的实验研究是一个重要课题，此外还包括外行星及其卫星这类物质在高温高压下的性质，其中最有意义的是对氢和氘在几十个GPa范围内的静态和动态研究。

4.14 岩石圈岩石蠕变特性研究

岩石蠕变现象在岩石力学、地球物理研究中有重要意义，对地幔对流、陆壳岩层褶皱，大规模山体、岩体变形和不同尺度断裂的蠕滑和地震研究都具有很重要意义。主要包括：

（1）岩石蠕变现象学研究：有现象学—经验分析法和微观结构—机制分析法，主要是研究低压力作用下岩石力学性质和流变性状与构造生成序列间的对应关系、可能的破坏形式，在必要的实验基础上建立岩石圈岩石材料基本变形法则，并从数学角度加以描述。

（2）岩石蠕变的实验室研究：指在实验样品和薄片范围内，利用实验室可控条件模拟岩石或矿物的蠕变，重点是定量描述蠕变微观机制和影响因素。

在岩石圈中现存在着脆性变形又存在着韧性或塑性变形、就变形机制来说前者以破裂和破碎作用为主，后者以位错滑移、机

械双晶等，晶内变形机制为主，地震主要与脆性断裂有关。流变学研究的主要内容有：流动律、流动强度、水对变形的影响、机械双晶、位错的滑移系、重结晶、超塑性变形、压溶变形、优选定向、古压力测定等方面的研究。

4.15 古地磁学

地磁场可能主要是由于外地核中的导电流体介质的热对流引起，在漫长的地质历史过程中其幅值和方向可发生明显变化，通过对天然剩余磁化强度（NRM）的研究，可以确定古代地磁场的方向和强度、天然剩余磁化强度包括热剩磁（TRM)、等温剩磁（IRM）粘滞剩磁（VRM）、化学剩磁（CRM）、碎屑剩磁（DRM）、沉积后剩磁（PDRM）、压剩磁、冲击剩磁等。自S．K隆肯第一次应用北美和欧州古地磁资料论证了大西洋张开以来，古地磁方法被用以研究海底磁条带异常，论证海底扩张，了解大陆间相对运动和确定磁极移动曲线，并用以解决多期褶皱和壳内变形等一些新的构造问题，查明小型和大型构造的旋转情况。

4.16 遥感地质方法

遥感地质是通过航空和航天飞行器所携带的传感器系统所获得的地面地物反射，发射的电磁波谱信息，经图像处理，专题信息提取和解译，数据处理和综合分析等技术和方法，来研究各类地质体的空间分布、结构构造等特征。随着现代光电探测和计算机技术的发展，采用航空全色摄影照片研究区域构造和地貌，从全色摄影到多光谱成像，这是遥感技术的一大突破，根据同一地物在不同波段的反射、发射特征，为鉴别地物的结构构造提供了更丰富的信息。随着遥感数据种类的增多和数据量的增大，现已广泛采用计算机对遥感信息作修正、增强、提取和分类。图像处

理技术包括光学处理和数字处理两类，图像数字处理技术发展很快，成为遥感地质中不可缺少的研究方法。遥感地质在构造研究中、区调工作中以及矿产勘查和成矿预测工作中的作用越来越大，在环境保护、城市建设规划，土地资源的合理开发利用等方面都有重要的应用价值。

4.17 古生物研究法

古生物化石是古生物学研究的主要对象，主要研究方法是对古生物标本进行检索鉴定，然后进行古生态学研究，进行古生态和居群分析（包括形态分析和数理统计分析），古生物研究的意义是：①确定相对地质年代和划分对比地层；②重建古地理；③研究沉积岩和沉积矿产的生成原因；④研究地壳的运动和变化；⑤研究地球自转速度的变化；⑥研究生物演化和生命起源。

4.18 相分析法

主要是依靠对沉积物的物理特征，沉积构造，矿物成分、地球化学特征和古生物特征，找出鉴别古代环境的标志，根据相分析结果，把某地区在过去一定地质时期内的自然地理特征，如海陆分布、陆地起伏、海水深度、水流和气流方向、气候分带、沉积分布、生物分布等，用一定比例尺和图例符号描绘在地理底图上，成为古地理图，或岩相一古地理图，这对沉积矿床的预测、普查和勘探具有重要意义。

4.18 钻探方法

利用钻机从地下深处获取岩芯，进行矿产普查和获取地下深部的样品，以进行进一步的深入研究，在地质学研究中具有十分重要意义。利用超深钻了解地壳下部和上地幔的成分和结构构造特征，对现代地球科学的发展起了非常重要的作用。

4.20 地球物理方法

根据矿物和岩石的物理性质（密度、磁性、电性、放射性、弹性波速……等），研究地下深处地质体的成分，结构构造、产状、分布规律，是地质学中重要的研究法，它主要包括地面地球物理和航空地球物理方法等，这些方法不仅具有重要的实际意义，而且也是认识地球的结构、成因和演化的重要方法。

5 地质学的基础理论分析

地质现象十分复杂，包罗万象，因此，地质学涉及的学科领域也十分庞杂，它不像生物学、化学、数学、物理学那样，研究的问题较为单一，只涉及某些事物或事物的某一方面的特征，地质学几乎涉及到各种事物各类现象的很多方面，地质学的发展和进步不仅靠地质实践活动的深化和扩大，很多方面还要靠其他基础学科的发展和进步，这在其他学科中比较少见，无论是取得资料和数据的方法，还是进行归纳、综合、分析的方法，地质学都要借助于其他基础学科。以下，我们将以不同的层次讨论地质学的基础理论、方法与其他学科的关系，从中总结出地质学科学理论的发展规律和方向。

5.1 地质学与数学

现代地质学对数据，资料的处理除了依靠研究者本身直接工作以外，很多要运用计算机方法和数学计算方法。对地质学研究最重要的数学理论有：

（1）概率论与数理统计：一类现象在个别试验中呈现出不确定性，在大量重复试验中，又具有统计规律性，我们称之为随机现象，概率论与数理统计是研究和揭示随机现象的统计规律

性的一门数学学科，在地质学中所研究的过程，很多可以看成是随机过程，这一类过程没有确定的变化形式，没有必然的变化规律、用数学语言来说，就是事物变化的过程不能用一个（或几个）时间t的确定的函数来加以描绘，或者从另一个角度看，对事物变化的全过程进行一次观测得到的结果是一个时间t的函数，但对同一事物的变化过程独立的重复进行多次观测所得以结果是不相同。随机过程在任一时刻的状态是随机变量，可以用随机变量统计特征的描述方法来描述随机过程的统计特性，对于随机过程数学特征的研究是随机过程理论的一个重要方面。以概率论为基础，发展了一套数理统计方法，在地质学中运用广泛。

（2）模糊数学：自1965年问世以来，发展异常迅速，现已开始进入地质学研究领域，并在资料、数据的处理、解释中发挥作用。世界上的许多事物，包括一些地质现象，都具有非定量化的持点，世界上的模糊性不是例外而是常规。人们已习惯于用模糊的方法来思考和推理，但在处理数据和资料时，却仅仅用经典数学的精确方法来对待非定量的客观世界。概率论是研究随机现象的科学，而模糊数学是研究模糊现象的科学，人之所以能胜过最完善的机器，主要是因为“人具有运用模糊概念的能力”，模糊数学在精确的经典数学与充满了模糊性的现实世界之间，架起了一座桥梁。二值逻辑（0.1）是数理逻辑和布尔代数的基础，然而，在研究复杂的大系统（例如人脑系统、生态系统，社会经济系统、成矿预测系统、成矿机制系统）二值逻辑就显得无能为力，因为复杂系统不仅功能和结构复杂、涉及大量的参数和变量，而且具有模糊性的特征，模糊逻辑有可能成为新一代的电子计算机——多值计算机的理论基础。模糊聚类分析在地质学研究中有较为广阔的运用前景，模糊综合评价在成矿预测中亦已显露头角。

（3）灰色系统理论：灰色系统理论从系统的角度入手，

以白的数理方法作为基础，允许所研究的系统中存在灰色数（包括灰元素、灰参数、灰色关系等），提出用灰数、灰方程、灰矩阵、灰群、灰时间等来描述这类系统。白化这类系统，认为客观系统有自身的规律性，行为特征的信息在一定程度上反映了内部的机能与外界的干扰，系统的机制寓于基础中，基础蕴含着机制，通过灰原因与白效果（或白原因与灰效果）的挖掘，发现有用信息，充分利用和发挥有限信息的作用，了解和分析系统的结构、系统的功能、预测系统的始末、制约或揭示系统的现在。

由于地质系统中有的是非确定量系统，有的是本征小样本量系统、贫信息和信息不全的系统，因此，灰色理论在地质研究中有广泛的应用前景。在地质研究的各领域中已取得成效和可能应用的主要方面有：系统因素关联序的分析、系统的阶段性分析、因素的协调分析、因素的判别与分类、灰色聚类分析、灰色线性规化、各种GM动态预测模型的建立、模型优化后预测、方案的评估与优化等。由于地质系统中常存在各种不确定（或不确知）因素和各种偶然因素，白化方法的最优解往往实际应用时变为次优甚至劣优，但用灰色理论的思想方法，不论系统中这类因素的影响如何，只要在系统中充分考虑，系统的实际最终解决不会超出灰色的最优解。

（4）随机数学理论与分形数学理论：这些在研究地质学非线性过程中有重要意义。

5.2 地质学与物理学、化学、物理化学

（1）平衡态热力学：是研究各种自然现象中热能和其他形式的能量间相互联系的一门科学，热力学是由它的三个基本定律在逻辑上和数学上发展而成的，热力学的方法是一种演绎方法，它结合经验所得到的几个基本定律，讨论具体对象的宏观性质，

热力学研究对象是大数量分子的集合体，因此所得到的结论具有统计意义，而不适用于个别分子、原子等微观粒子。热力学方法的特点是不考虑物质的微观结构和反应进行的机理，这两个特点决定了它的优点和局限性，热力学可以告知在某种条件下变化能否发生，进行到什么程度，但不能告诉我们变化所需要的时间，变化发生的根本原因以及变化所经过的历程，经典的热力学只考虑平衡问题，只计算变化前后的总帐，而不考虑反应进行的细节，它只能对现象之间的联系作宏观的了解，而不能作微观的说明，此外，经典热力学研究的是只是处于热力学平衡态的系统，即体系的性质不随时间而改变，而热力学平衡，包括热平衡、力学平衡、相平衡、化学平衡，这种限制，使得真正完全适应热力学要求的地质现象、地质作用过程非常少，这就大大局限了平衡态热力学在地质学中的应用范围。但是，由于平衡态热力学有着牢固的实验基础，对平衡态的研究具有高度的普遍性和可靠性，又由于地质学和其他学科过去的发展水平，只能选择经典热力学作为研究一些重要地质现象的根据，因此，地质学中平衡态热力学的研究，仍取得了较大进展，并且对推动地质学的进步起了不可估量的作用，特别是在认识矿物、岩石、矿床形成条件方面，有十分重大的意义。热力学也是进行成矿成岩实验和地质过程计算模拟的主要根据，对建立地质温度计—地质压力计，认识纯晶态化合物的化学平衡，认识脱水作用和脱碳作用和氢化反应和硫化反应，了解非理想的复杂溶体及各种化合物的溶解度，认识水—岩反应和质量迁移过程……都很有效。正因如此，平衡态热力学至今仍是地质学中进行综合性研究的一种重要方法，并且，仍然具有一定的发展前景，但另一方面，也应看到平衡态热力学方法本身的不足处。

（2）流体力学：流体力学是研究地下水、地表水运动的重要方法，对于认识矿液（在地下，有温度和压力梯度、有相变和

物理化学性质变化）的热液系统运移过程和其他各种非平衡热力学过程也有十分重要的意义。

（3）量子力学：在矿物、岩石、矿床形成过程中、元素本身的地球化学性质，有着非常重要的意义，是确定基本地质体能否形成的内因，而元素的地壳化学性质取决于原子的电子壳层结构的特征，这就需要用量子力学的基本方程（也就是薛定谔方程）来计算分子内电子的运动规律，根据量子力学方法对过渡元素离子排列方式的研究，建立了晶体场理论，这对解释过渡元素的晶体化学—地球化学行为有一定的意义，如认识在硅酸盐矿物结构中过渡元素阳离子的分布，过渡金属离子在共生矿物之间的分配，在岩浆结晶过程中过渡元素的地球化学行为等。

（4）动力学理论：在地质过程中有大量的化学反应发生和物理—化学变化发生。动力学的基本任务就是要了解反应速度，了解各种因素（如浓度、温度、压力、介质、催化剂等）对反应速度的影响；动力学的第二个任务是研究反应历程。由于反应机理的实验技术尚不成熟，因此，动力学目前还没有形成一个完整体系，但是，许多地质现象的真正认识需要求助于动力学，目前这方面的工作正在进行，例如从化学动力学的角度研究水/岩反应和质量迁移过程，已经取得成效，显示了这种研究方法有明显的优越性。因为动力学方法是把“时间因素”作为重要的考虑内容，这对许多地质过程的研究十分重要。动力学系统分析方法在地质现象研究中有极广阔的运用前景。

（5）非线性热力学（耗散结构）理论：即远离平衡态的开放体系的热力学，按照耗散结构理论，一个开放的（与外界不断交换物质流和能量）并且远离平衡态的系统，当其特征参量超过了某一定阈值时，则体系将在时间上、空间上和结构上出现有序，这就是耗散结构。按非线性热力学理论，不平衡是有序之源，平衡态是无序的，因此，各种自然界中许多有序现象——阶

了矿物晶体的有序结构之外或其他平衡过程热力学有关的现象以外，很多都与非线性过程有关。由于耗散结构是一种非平衡有序结构，这就决定了其应用的广泛性，因为自然界中，平衡是相对的，不平衡才是绝对的。耗散结构理论是属于后者，近平衡态热力学全盘采用经典热力学的理论和方法，只是从研究体系转变为研究微区，而远离平衡态的热力学集现代精密科学之大成，使热力学方法进入了最高级发展阶段。

自组织现象是非线性热力学研究的重要课题之一，在地质过程中自组织现象非常常见，很多这类现象难以用经典的热力学和物理化学理论加以认识，但都可能在耗散结构理论中找到答案，由于许多地质过程都发生于远离平衡态的开放体系，因此，非线性热力学理论在地质学中的运用具有极其广阔的前景，可以预料：在下一个世纪，非线性热力学将成为地质学中许多重要分枝学科的基础。

（作者：任启江）

参 考 文 献

[1] 莱伊尔，徐韦曼译，地质学原理，地质出版社，1958。
[2] 居维叶著，张之沧译，地球理论随笔，地质出版社，1987。
[3] 成都地质学院，动力地质学原理，地质出版社，1978。
[4] 中国科学院地球化学研究所，地质地球化学进展，贵州人民出版社，1980。
[5] 夏邦栋，普通地质学，地质出版社，1984。
[6] 许靖华，祸从天降——恐龙绝灭之谜，西北大学出版社，1989。
[7] 汉布林W，K著，殷维汉等译，地球动力系统，地质出版社，1980。
[8] 南京大学地质系，结晶学与矿物学，地质出版社，1980。
[9] 南京大学地质系，矿床学，地质出版社，1981。
[10] 张之沧编译，科学人的游戏，中国青年出版社，1988。
[11] Geike, A., The founders of geology, McMillan, 1905.
[12] Carroll, C. , and F. Fentons, Giants of geology, Doubleday Press, 1952.
[13] Lamarck, C. , The zoological philosophy McMillan, 1914.
[14] Lyell, C. , Antiquity of Man, Murray, 1873.
[15] Heller, R. et al, Earth Science, 1979.
[16] Press. F, and R. Siever, Earth, 1978.
[17] Gilluly, J. et al. Principle of geology, 1975.
[18] Short, M. , Planetary geology, 1975.
[19] Skinner, J. Physical geology. 1977.

〔八〕 生物学方法论

1 生物学研究方法通论

生物学是研究生命的科学，涉及面很广，主要探讨生命现象的本质、结构、发生、发展及其错综复杂的关系等。人类由于生活需要，对许多生物早就作了较深入、细致的观察及记录，但作为一门科学的出现并不早，在过去很长的时间里，人们总是把生物分为植物界和动物界两个绝然不同的世界。直到18世纪，法国著名生物学家拉马克(Lomarck，1744—1826)才第一个指出植物和动物有明确的共性，都是有生命的物质，正式提出生物学这一名词。在研究方法方面，他还指出："生物学者，不仅是收集标本，进行分类定名，更重要的是研究生物之间的内部联系、生命发生发展的规律。"①

从方法论讨发展历史来看，人类对生命本质的认识，是经过长期的、反复的过程才逐渐完善的，由感性认识上升到理性认识。概括起来说，研究生物学的方法虽多种多样，但主要的有如下几种。

1.1 观察法

主要是在大自然中或室内，观察各种生物的形态、结构、功

①拉马克，动物的哲学，苏联国家生物学和医学出版社，（俄文版），1935。

能、生活习性等，然后进行记录描述、积累形态学、行为学等方面的知识。这既是一种比较古老的方法，又是常规通用的方法。

我国历史上著名学者庄子（约公元前369—286），就曾深入大自然对一些动物的形态和彼此之间的关系做了不少观察记录，留下许多至今仍有一定意义的记载，如在论长与短时就以鸟类为例说：

> “长者不为有余，短者不为不足，是故凫胫虽短，续之则忧，鹤胫虽长，断之则悲，故性长非所断，性短非所续。”（《庄子·骈拇篇》）

意思说鸭子的腿虽短，接长了不行；丹顶鹤的腿虽长，如果把它截短了就糟了。因为它们生活在不同环境里，长腿和短腿是适应环境而生长的。清楚地说明了生物和环境的关系，已观察到了生物中适者生存的自然规律。

在论生物彼此之间关系时，庄子又描述了他观察到的一个实例：

> “庄周游乎雕陵之樊，……睹一蝉方得美荫而忘身。螳螂执翳而搏之，见得而忘其形。异鹊从而利之，见利而忘其真。庄周怵然曰：噫！物固相累，二类相召也。捐弹而反走，虞人逐而谇之”（《庄子·山木篇》）

意思说庄子在树林里看到树上的蝉被螳螂捉住，螳螂又被喜鹊所获，他自己正想用弹弓打喜鹊，却被看园林的老头痛骂了一顿，并被赶走了。他惊骇地发现，生物之间互有牵连，不同的种类常常互相召惹、互相克制。这个用观察法得来的实例，不仅说明了生物之间的生存斗争，还第一个说明了生态学中常用的食物链这一概念。

在西方也很早就有一些学者如亚里斯多德（Aristoteles，公元前384—322）等。亚里斯多德不仅是古希腊著名哲学家，也是一位动物哲学家，后人奠称他为动物学之父。当时他用了许多时间到

大自然中做较深入地野外考察，观察各种动物的形态、习性等，记录了500多种动物，并且还在室内做了50多种动物的解剖观察，比较不同类型的动物之间的差异。

观察法虽是比较古老的方法，但直至目前仍是研究生物学最普遍的一种方法，它研究的手段也随着时代的步伐前进，不仅用肉眼直接观察，还采用了许多先进技术设备如各种型号的望远镜，显微镜，电子显微镜等，进行深入细致的观察研究。

1.2 比较法

在观察基础之上，一些学者常把已收集到的各种资料加以整理，进行比较研究，使其系统化，从而发现其一个性和共性，既看到它们之间的区别，又看到它们之间的联系。亚里斯多德曾根据比较法，把许多动物进行了比较研究，探究不同类型动物之间的差异，把它们分为有血动物和无血动物两大类。在这两大类里他又分出较小的类群，如有血动物可分为以下各个类群：

(1)有毛的胎生四肢动物（相当于现代分类学中的哺乳类）。

(2)卵生四肢动物，有时无肢，但皮肤上有鳞（相当于现代分类学中的爬行类）。

(3)卵生二肢动物，有羽毛，能飞（相当于现代分类学中的鸟类）。

(4)胎生无肢动物、水栖，用肺呼吸（相当干鲸）。

(5)卵生（有时胎生），无四肢，有鳞或有光滑的皮，水栖，用鳃呼吸（相当于现代分类学中的鱼类）。

后来逐渐形成的比较解剖学就是采用这种方法，把各种生物的形态、结构进行深入地比较，不仅发现它们的异同点，还探索它们由低等生物演化到高等生物的过程及规律，为进化论提供了许多强有力的证据。达尔文（Darwin，1809—1882）能够提出

较完整而系统的进化观点，比较法是他采用的重要方法之一。

1.3 实验法

观察法和比较法对人们认识生物界起了很大作用，但常常不能深入地、具体地说清楚生物界错综复杂的现象，因此必须采用实验法借助各种仪器和各种条件进行深入研究，找出生物具体的变动条件和内在规律，从而更深入地认识生物界。

19世纪，在东南亚一带流行的一种下肢浮肿痉挛的脚气病，它也是当时日本海军中一种灾难性的疾病。经过一些学者和医生反复观察，发现这种疾病是由于常食精米的结果，如果改食粗米或大麦饭，就可防治这种脚气病，但谁也说不清其中真正的原因。1896年，有一位科学工作者被荷兰当局派到爪哇专门来研究脚气病，当时他假定脚气病是一种细菌引起的疾病，便用鸡作实验材料进行研究，发现精米同样也能使鸡患有和人类相似的脚气病，有的鸡还因此而死亡。但精米里缺少什么物质才是致病的直接因素，还是没有说清楚。为了进一步探索这个假说，后来又有不少科学工作者做了各种实验，经过反复推敲，1920年前后，终于发现人患脚气病是因为缺少维生素B的结果，而米糠中却含有丰富的维生素B，证明精米中由于没有米糠，致使人吃了精米易患脚气病。

在生物学中除神造论是一个错误观点外，自然发生说也是其中反复争论的错误观点，有些学者除了用观察法说明自然发生说是正确的，甚至于用实验来论证这个观点是正确的。例如在16世纪，比利时一位著名医生赫尔蒙脱（Helmont，1579—1644）就曾亲自用实验的方法来证明自然发生说。他拿一件脏衬衫，然后和麦粉、牛酪混在一起装在一个开口的瓶里。这个瓶口不能塞住，意思是这样可使瓶内空气不污浊，过些时候，老鼠就会从这个瓶里自然而然地长出来了，不仅长一只，而且还可以成对长出来。

这个实验简单极了，任何人都可以在自己家里做。谁都知道，又有衬衫，又有麦粉和牛酪的环境，怎能不把老鼠招引来呢？那里是什么自然发生的！可是在当时，赫尔蒙脱不但自己相信这是自然发生说的强有力的证据，是毋容怀疑的，而且意大利的一些学者还出来支持这种说法。有人还说，木头浸入水里会自然长出来各种小虫，这些小虫有的还能变出美丽的蝴蝶。直到17世纪，意大利有位叫利迪（Redi，1621—1697或1618—1676）的医生，他怀疑蛆是腐肉自然发生的说法，设计了一个比较合理的实验方法。他把新鲜的肉放在三个瓶子里，第一个瓶子的口敞开；第二个瓶子的口用纱布盖着；第三个瓶子的口用羊皮纸密封着。然后把这三个瓶子都放在窗口上，过一些时候，他看到三个瓶子里的肉都腐烂了，但情况却不相同：

（1）第一个敞开瓶口的瓶子里出现了蛆；

（2）第二个瓶子里没有蛆，但在沙布上有蝇卵；

（3）第三个瓶子里没有蛆，羊皮纸上也没有卵。

利迪由此得出结论：①因为蛆只发生在苍蝇能够进入的瓶子的肉里，所以蛆只能由苍蝇所产的卵而来；②因为瓶子里腐肉的气味只能从沙布出来，不能从羊皮纸出来，产卵的苍蝇是受到腐肉的气味而吸引的。

1668年，利迪把这个实验结果写成论文，公布出来，说明腐肉生蛆是有原因的，蛆有它们的父母——苍蝇，如果没有苍蝇在肉上产卵，蛆虫是不会自然发生的。这个实验给自然发生说以致命的打击，并为实验生物学开辟了一条光明的道路。到了近代，实验方法越来越细致，常常需要许多精密的仪器和细致的观察才能完成。

1.4 测量法和统计法

许多生物不论形态、种群组成及数量等都变化很大，要精确

地认识它们，就必须对它们的形态、种群组成及数量变动等进行细致而深入地测量和统计。

我们要研究长江流域的鱼类变动情况时，首先要从形态入手进行分类，了解它们的种类和种群组成，采集大量标本进行各种测量，包括体长、体高、体重和鳞片、各种鳍条、鳃耙等具体的数字。对鱼类如此，对其他生物同样也应根据其形态、结构等特点进行细致测量工作。这样才能具体了解每一种生物的特点和它的变动规律，为研究生命机制提供可靠论据。

由于生物学研究方法不断前进，仅用测量法来研究个体形态特征已不能满足要求，还要从全局出发了解它的群体以至与整个生态环境的变动关系。因此站在生物学角度把数学方法引进生物学研究领域里，出现新的分支学科——生物统计学。它用数学统计方法把用测量法取得的各种数据进行归纳，整理出一套明确易懂的规律，说明生物界中许多错综复杂的现象。例如：孟德尔(Mendel，1822—1884)在以豌豆做遗传学研究材料时，就用统计法总结了他在实验中获得的遗传学中著名的规律。他用一个黄色子叶和饱满种子的亲本与另一个绿色子叶和皱皮种子的亲本豌豆进行杂交，得到的子代全是黄色子叶和饱满种子的植株（简称“黄满”）。这个由杂交而产生的“黄满”子一代用来栽培繁殖，通过自花授粉获得556粒种子，在这些种子中有“黄满”、“绿皱”、“黄皱”和“绿满”四种。其中416粒是黄色子叶，140粒是绿色子叶，用统计法则归纳成3∶1的关系。如把子叶和种皮两个性状合起来统计，则“黄满”为315粒，“黄皱”为101粒，“绿满”为103粒，“绿皱为32粒，用统计法它们的比数为9∶3∶3∶1。孟德尔由此总结而提出遗传学中著名的分离规律：3∶1；9∶3∶3∶1。

1.5 历史法和归纳推理法

生物界的现象错综复杂，直接观察和实验是不可缺少的，但在一定条件下又必需用历史的观点研究其发展变化情况。例如，从古生物学的研究方法来看，它不仅研究一个时期有生物保留下来的遗体化石，而是从古到今，其时间可长达百万年、千万年以上，用历史的眼光来研究生物在地球上的历史变化。胚胎学在观察生物某一个阶段形态特点时，还要用发展的观点研究它从受精开始不断发生的变化，掌握它各个阶段的形态变化特点和所要求的条件，形成一个胚胎发育的历史变化的观点。

由于要了解生物界的历史变化，我们就要进一步采用归纳推理的方法，探索其变化规律和原因，上升到总体的认识，并掌握其宏观规律。达尔文的进化论，除他亲自参加环球考察收集了丰富的资料外，其最大特点就是他善于运用历史的观点分析问题，进行归纳推理，发现生物界在漫长的岁月里变化过程中，既有个性的一面又有共性的一面。然后总结出生物界变异的规律和原因，提出生物不断进化发展这一核心概念，为生物学的发展作出了巨大贡献。

归纳法根据归纳的前提是否完全，可分完全归纳法和不完全归纳法。完全归纳法又叫穷举法，其优点是结论真实可靠；不完全归纳法是根据某类事物的部分事实而推论出概括性结论，用以说明某一类生物的属性。

归纳法根据运用形式的不同，又可分求同法和求异法及求同求异并用法，共变法、剩余法等，例如达尔文在研究动物形态和环境的关系时，就采取求同求异并用法。

	不同种动物	形态相似
相同环境	鲨鱼（鱼类）	外形呈梭形
（生活在水中）	鱼龙（爬行类）	有胸鳍、背鳍

	海豚（哺乳类）	有尾鳍
	不同环境	形态不同
同种动物	狼（陆生）…	四肢，适于奔跑
（哺乳类）	鲸（水生）	有鳍，适于游水
	蝙蝠（空中）…	有翅，适于飞翔

推论：动物的形态构造与其生活环境有因果联系。

运用求同求异并用法，要经过三个步骤：

第一步：运用求同法，把被研究的对象出现的情况加以比较，得出一个共同的结论。

第二步；再用求同法，把被研究的对象不出现的情况加以比较，得出在这些条件下的共同情况。

第三步：运用求异法，把被研究的对象出现和不出现的情况加以比较，进一步确定那个共同情况是被研究现象的原因。

2 生物学中各主要学科研究方法

2.1 分类学

分类学是生物学中最基本的学科之一，以认识动物、植物和微生物等为基本任务。自古以来，人类为了利用和改造生物，首先的任务就必须认识和区分它们的异同，因此就根据需要用各种方法替它们起了许多名称，十分不统一，非常混乱，使人们在认识它们时很不方便。到了18世纪，著名生物分类学家林耐(Carl Linnaeus，1707—1778）经过反复观察研究，进行科学的系统整理，在植物和动物分类方面提出了一个较完整而系统的分类方法。例如，他在《自然系统》一书中，把自然分成三界，即植物界，动物界和矿物界。在植物界和动物界又依照生物之间的从属关系，像阶梯似的分成五个等级：纲、目、属、种、变种。在植

物学方面，主要依据花的雄蕊和雌蕊等类型、大小、数量和相互排列的关系等特点，把植物界分成24纲、116目、1000多个属和大约1万个种。在动物学方面，他在《瑞典动物志》一书中，根据动物的心脏、血液、呼吸器官、生殖器官、感觉器官及皮肤等不同性状，把动物界分成6纲，即哺乳纲、鸟纲、两栖纲、鱼纲、昆虫纲和蠕虫纲。林耐又把牙齿形态、数量等差异作为哺乳纲以下的分类依据；把咀的形状差异作为鸟纲以下的分类依据；把鳍的形态、数量、位置等差异作为鱼纲以下的分类依据；把翅的形态差异作为昆虫纲以下的分类依据等等。他特别指出：在分类过程中，既要根据生活环境等特点进行分类，也要注意它们的内部结构，生殖发育等差异。这使促进了生物科学工作者在研究大自然复杂的生命现象时，不仅注意到生物与环境的关系，还要认真研究生命错综复杂的结构，使生物科学得到迅速的发展。

林耐在研究究生物分类学方法中，最突出的贡献是提出"双命名法"。一种植物或一种动物常分布在世界各地，各个国家或各个民族均根据自己的习俗和理解，用本地方言替它起一个名字，很不统一，在科学研究中很不方便，例如马铃薯，在中国叫洋山芋、土豆、山药蛋等，英国人和美国人则称它为"Patato"，而苏联人又叫它为"kaptoΦель"等等。因此有的学者试图替它们起一个科学名称，以便统一使用，减少不必要的混乱，如有人就把菜豆起了一个科学名称，叫做"Phaseolus carina cum staminibus styloque Spiraliter"（即有脊的有雄蕊的花柱螺旋状扭曲的菜豆）。但这个名称首先使人们感到的是太复杂、太难记，不能普遍采用。林耐解决了这个科学命名的难题，提出"双名制命名法"，又叫"双命名法"现举例如下：

现代人 Homo sapiens Linnaeus

水稻 Oryza satira Linnaeus

玉米　Zea mays Linnaeus

鲫鱼　Carassius auratus (Linnaeus)

鲤鱼　Cypinus carpio Linnaeus

海龟　Chelonia mydes (Linnaeus)

狼　Canis lupus Linnaeus

从上述实例可以看出，每一种植物和动物均由两个拉丁文组成，前面一个是属名如Homo（名词，人的意思），第二个是种名如sapiens（形容词，智慧的意思）。为了慎重起见，后面写上命名者的姓名以示负责，如“Linnaeus”，说明这些种名都是由林耐定名的。有的人名加上“(　　)”，说明这些种名虽由林耐定名的，为了更确切一些，后人又做过修改。经过200多年的应用和不断修正，这种命名方法已被国际承认，规定统一使用，简称为动物学名或植物学名，并制订了严格的命名法规。

到了达尔文时代，物种的概念不仅更明确，而且还看到它在不断发展变化，彼此有一定联系，根据进化论的观点提出了系统树的概念，即把不同种的生物按照它们亲缘关系远近进行分类排列，整理出大家熟悉的生物进化系统树，即由低等生物演化到高等生物，直至人类。进入本世纪60年代后，有一些学者对这种系统树排列方法又提出各种新的观点，认为原来的生物系统树还不够确当，在改进系统树排列方法之后，出现了各种新的系统排列法，如分支系统分类学等。

2.2 解剖学

解剖学是研究生物体内部结构的基础学科，其中人体解剖学更为医学和医疗技术的发展提供了许多重要资料。人们在观察生物体时，不仅研究它的外部形态结构，还要把它的个体逐一解剖开来，观察它的内部每一个器官结构，并依照实物画出图来，供人们认识和利用它。

解剖学的研究方法主要利用各种解剖工具把每一个生物体解剖开来进行观察。这种方法看起来虽然很简单，用历史观点来看，这个学科却经历了一个漫长的、曲折的道路。自古以来对动物进行解剖并未引起人们有什么特殊感情，但对人体进行解剖，特别是在西方上帝创造世界的观点之下，却经过了一个十分曲折的道路，在历史上给人们留下了沉痛的教训。例如，维萨里（Vesalius，1514—1564）和塞尔维特（Serveto，1511—1553）两位学者所经历的道路就是典型的例子，说明从事科学研究首先要有勇气，不怕牺牲一切。

维萨里是16世纪比利时的一位名医，自幼勤奋学习，勇于实践，敢于冲破旧传统，旧观念。为了得到人体解剖的第一手资料，他不仅不断改进解剖方法，还要冒着危险从绞刑架上、坟地和车轮下收集人的尸体，运到实验室内偷偷地进行解剖，用系统的、整体的研究方法把人体的基本结构都搞清楚了，终于写成《人体机能》一书。他在该书中写道："解剖应该是活的而不是死的结构，所有人体的器官、骨骼、肌肉、血管、神经都是密切相互联系的，每一部分都是全体有活力的组织单位。"他根据自己对人体的解剖观察得出结论，说明男女的肋骨数是一样的，都是24根，否定了《圣经》里讲的，夏娃是上帝用亚当的一根肋骨做成的，因此，男人的肋骨比女人少一根的说法。由此维萨里就被宗教界统治者判处死刑。

塞尔维特和维萨里是同时代人物，他是西班牙人，也是一位医生，多才多艺，在医学和生理学方面贡献最大。他在巴黎时曾与维萨里同在一个实验室里工作过，对宗教教义有许多不同看法，常发表反对意见。他认为基督教的圣父、圣子、圣灵的"三位一体"是根本错误的概念，一切讨论都得从人开始。塞尔维特在法国一个小城里秘密出版了一本书，专门驳斥当时宗教界流行的某些说法。其中有一些篇幅专门介绍了肺循环的途径，指出血

液从右心室到肺，再由肺返回左心室，为发现人体血液循环系统打开了大门。不幸的是，当时宗教界的权威卡尔文为维护“上帝的权威”，亲自审讯塞尔维特，指控他为“狂妄的恶魔”。后来经过宗教法庭多次审讯，宣布他犯了异教罪，处以火刑。就在1553年10月27日塞尔维特被送上刑场，用火把他活活地烤了两个多钟头才烧死。直到75年以后，英国内科医生哈威（Harvey，1578—1657）才完成血液循环的研究工作。

哈维以观察法和实验法为基础从事血液循环的研究工作。他为了取得确切的证据，曾以鱼、青蛙、蝾螈、各种鸟、兔和狗等做实验材料，通过细致地解剖观察研究动物的血液循环途径。

哈维不仅用观察法和实验法，还用测量方法推论血液循环理论的正确性。他测量人的左心室血容量约为2英两，因心室内有瓣膜，左心室收缩后排出的血不能倒流，而心脏每分钟大约要跳72次。这样，在1小时内心脏排出的血量应为$2\times72\times60=8640$英两，差不多有540磅，几乎是一个肥胖成人体重的3倍！这样一天一个人就造出70倍于体重的血！哈维由此得出结论：“其数量之大决不是消化的营养所能供给的。”哈威又想，一只羊全身的血不过只有4磅多，一条牛在割断颈动脉后不到半小时就会死亡。既然身体不能造那么多的血、那么心脏从什么地方获得源源不绝的血液呢？血液流出后又到什么地方去了呢？在哥白尼日心说的启发下，哈维想：血液为什么不可以绕着心脏做循环运动呢？心脏难道不是身体内的太阳吗？因此使他建立了血液循环的思想。

为了证实这个设想，哈威就做了千百次解剖和观察实验，研究血液循环途径。例如，他把一条蛇固定在木板上，用解剖刀切开体壁，观察心脏的跳动和血液流动的途径。根据循环思想只要扎住与心脏相连的静脉，血液就不能流回心脏，心脏就变小变空；相反如果扎住动脉，心脏就会因排不出血而胀大。说明了血

液是在体内循环运动的。但哈维不满足这些成就，又通过多年实验，终于证实：由于心脏跳动、动脉搏动和静脉瓣结构，保证了血液在体内循环运动。但当时由于显微镜尚未发明，哈维就无法说明动脉血是怎样流到静脉中去的这一问题，只能猜想血液是通过肌肉中的细孔流过去的。这个问题，直到列文虎克用显微镜观察到毛细血管的存在，才得圆满的解决。

解剖学不仅孤立地解剖生物体观察它的内部结构，还把各种不同的生物体内部结构进行比较，找出其异同的地方，探索彼此间的亲缘关系及演变规律。从方法论观点来看，又产生了比较解剖学这一专门的学科。

2.3 细胞学

细胞是生物体结构和功能的基本单位。研究细胞的内容过去统称为细胞学，由于科学的发展，它研究的内容越来越深入，涉及面十分广泛，目前国内外多次改称为细胞生物学。从研究方法来说，早期主要研究细胞的形态和结构，最近20余年，由于电子显微镜、放射性同位素、分离细胞结构组分的技术、细胞培养以及其他研究手段和技术的发展，特别是由于分子生物学的兴起，已由显微水平、亚细微水平，深入到分子水平，探索内容涉及面非常广，包括物质代谢、运动、发育、繁殖和遗传等重要机制。

研究生物体内的细胞结构和功能，与显微镜技术的发展有密切联系，当显微镜技术改进一步，细胞生物学的研究就前进一步。由于细胞培养技术的进步，在细胞水平上重新装配细胞的遗传结构已开始有了可能，使细胞生物学不仅是说明细胞的科学、而且也是改造细胞的科学，又形成了新的细胞学科如细胞工程等。

目前研究细胞生物学的方法很多，主要有如下几种：

（1）固定法与活体观察法：固定法是用一定的化学物质的溶液，在尽可能保持细胞生活时的结构条件下，迅速杀死组织

块，然后制成薄片，再经过染色进行观察。这样就可清楚地看到细胞里的细微结构。这种方法，在细胞学史上曾产生过极大的作用，取得许多成果。

活体观察法是在严格的实验条件下，观察细胞在正常活动条件下的变化，以补充固定法的不足。

（2）染色法：细胞内部结构很复杂，除了用固定法把它固定下来制成切片外，还必须根据研究目的，用各种染色剂进行染色，以便观察它内部的各种结构。如根据遗传学的需要，专门把性细胞里的染色体固定染色，观察它的形态结构和统计其数字，为遗传学提供具体资料。

（3）分离法：从40年代开始，科学工作者就用高速离心机从活细胞中把细胞核和各种细胞质颗粒（线粒体、叶绿体、微粒体等）分离出来，分别研究它们的生理活性。这种方法对了解各种细胞质成分的生理功能，酶在各种细胞器中的分布，起了很大作用。

（4）化学法：在40年代，研究细胞的化学方法也同时有了相当发展，有的学者就用unna法染色，测定细胞中的核糖核酸（RNA）；有的学者用紫外线显微分光光度法测定其中脱氧核糖核酸(DNA)的含量。许多化学实验，说明了蛋白质的合成可能与核糖核酸有关。

由于科学研究技术不断前进，研究细胞的方法也随着不断更新，如显微分光光度测量法、显微放射自显影法、细胞分级分离法等。

2.4　微生物学

微生物是生物学中重要的学科之一，它研究的对象都是微小的生物体，一般用肉眼是观察不到的，因此从事微生物学研究的科学工作者更要讲究研究方法。

微生物学作为一门科学出现时间虽较晚、但在人类生活中早就予以应用，如食品保存、发酵、制选各种乳制品等，这段历史一直可追溯到新石器时代。从方法论角度来看，可以把微生物学分为四个时期：推测时期，大约从公元前5000年到公元1675年。在这时期人们只能根据各种现象，推测分析在自然界中还在着许多人们肉眼观察不到的物质；观察时期，从1675年到19世纪中期；培养时期，从19世纪后期到20世纪初期；生理学研究时期，开始于上世纪和本世纪交替年代并延续到现在。

推测时期：曾经历了漫长的岁月，自古就有一些思想家和医学家推测传染病可能是由于微小生物的生长和传布结果，但在那个时代显微镜还没有发明，他们的想象无法观察到并用实验法检验，使人们很难相信。

观察时期：利迪的实验使人们相信肉眼能看到的生物，不是自然发生的，都有它们的来源。但肉汤为什么会变质？仍旧是一个谜，无法找到圆满的答案。17世纪以后，经过许多人反复的研究，才逐渐揭穿这个谜。其中最著名的就是列文虎克的研究工作。

列文虎克(Leeuwenhoek，1632—1723)是荷兰人，在17世纪就开始从事研究工作直至18世纪初期。他为了观察肉眼看不到的生物及其他微小物体，曾经用许多时间磨制镜片，终于制成两块十分理想的镜片。他把这两块镜片固定在一块金属板上，再装上一个调节镜片的螺旋杆，制成了一架能放大近300倍的简易显微镜。

列文虎克就用这样一架简易显微镜观察人们肉眼看不到的世界，成为第一个窥探微生物世界的探险家，看到了许多引人惊讶的微小生物，于1669年写成专题报告送给英国皇家学会。他在报告中说，他用了一个新花盆盛着雨水，过了4天就发现水中有许多原生动物。如果在水里加入一点蔬菜汁，还可以看到更多的种

类。接着他又不断地发现了细菌、水螅的发芽生殖、人类血球、精子等。列文虎克由于创造了观察微小世界的显微镜，终于发现了微生物世界，除对医学发展有极大影响外，还使人们相信，在肉眼视力所能达到的范围之外，确定还存在一个微小的生物世界。终于解决了利迪在自然发生说中留下来的问题，肉汤变质原来是由于微生物的存在而引起的。

到了19世纪，法国著名学者微生学奠基人巴斯德，(Pasteur, 1822—1895)，在前人研究基础之上改进方法，把微生物世界的秘密终于全面揭露出来了。他善于研究问题，敢于创新，工作态度严肃认真，从不轻易发表结论性的意见。他曾说过："当你相信自己发现了一件重要的科学事实并热切地希望将它发表时，要你自己克制几天、几周、几年；要与自己斗争，想方设法推翻自己的实验，只有在一切相反的假说统统被排除以后，才将你的发现宣布。①

巴斯德曾做了许多精密的实验，证明：在空气、土壤、实验所用的一切材料，人的衣服和身上，都有许多肉眼看不到的微生物的"胚"——孢子。只有孢子落进煮沸过的肉汤时，才能在那里发现微生物。他曾做了一个著名的实验，设计了几种精巧的玻璃瓶，瓶子由各种弯形的长管与外界相通(图2.1)，肉汤在瓶子里煮沸以后，经过冷却时有一部分水就停留在弯形管内，这就阻止了空气中任何微粒进入瓶内。装在这样瓶子里的肉汤，不管经过多长时间，都没有在里面产生出任何细菌或其他生命。但是一旦把瓶子上弯形的玻璃管打断，让空气能自由进入瓶里，不久肉汤里就会出现许多细菌，开始产生腐败现象。

巴斯德发现空气越是不干净，细菌就越多。为此，他曾

①微生物学奠基人——巴斯德(R.瓦莱里·-拉多著)，中译本，科学出版社，1966.

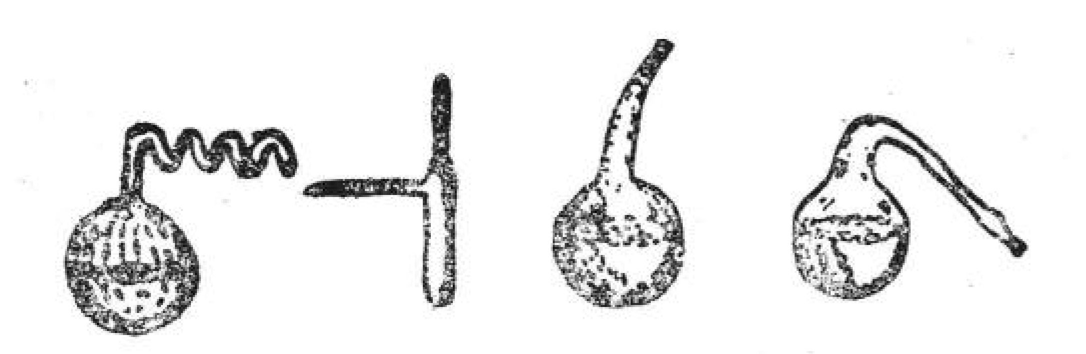


图2.1　巴斯德做试验时用的曲颈瓶

专程跑到阿尔卑斯山，选择空气干净的地方做实验，以证明他的想法。由于巴斯德做了许多严密的实验，不仅推动了微生物学的研究工作，还使医学界认识到医疗器械必须进行严格消毒，才能替病人动手术；使食品厂在加工时懂得，采用消毒法才能长期保存食品，因此罐头工业就在这个基础上发展起来。

研究微生物的方法不仅随着显微镜技术的改进而前进，同时还和染色技术和人工培养基础的改进而前进。采用各种染色剂把微生物进行染色观察，不仅便于区分不同种的微生物，还能比较清楚地观察到它们内部更微细的结构。由于人工培养基的出现，人们又可根据需要培养出各种微生物，而深入研究它们的生命变化过程。

在最近几十年中，随着遗传学的发展，有许多科学工作者采用了遗传学的研究方法，探索它们遗传和变异的规律以及种系关系，用人工的方法控制微生物的生长发育；随着生物化学的发展，有许多科学工作者又采用了化学的研究方法，揭露各种微生物的化学组成，为人工合成微生物的方法开辟新的途径。

2.5　胚胎学

胚胎学是研究生物胚胎发育过程的科学，包括胚胎的形态变化，发生原理反影响胚胎发育的因素，以认识胚胎发生过程及其规律。它研究的范围，由于科学的发展已不限于胚胎本身，而逐渐

涉及到胚胎发育前后的不同时期。

人类对动物的胚胎观察已有悠久的历史。我国古代关于鸡的孵化早有记载，特别是人工孵化，比欧美要早得多。早在2000多年前就把鸡鸭出雏的时间作了记录，如《大戴礼记，夏小正》中就记有“正月鸡桴”、《埤雅》有“鸡二十日而化，鹜三十日而化”等。在古希腊、罗马时代对于鸡等的发生也同样开始有了比较完整的记录，其中最著名的是亚里斯多德对鸡胚胎的研究，他不仅注意观察鸡胚胎的发育过程，还用实验法进行连续观察和记录。

亚里斯多德在他所著的《动物发展史》（第六册）中写道：如前面说过，所有的禽类都是卵生，其方式相同，但孵化周期长短不一。就普通的鸡而言，3天3夜之后，就显露出了最初的胚胎迹象。较大的禽类则稍长一些；较小的禽类，稍短一些。这时，蛋黄上升到鸡蛋的尖头一端，鸡蛋的基本组成部分就此固定下来，得到孵化。心脏最初好像一个血点，出现在蛋白之中。这个血点具有生命。在不停地跳动。随着孵化过程，从中伸出两条血管，每条血管带有外皮，延展形成带血丝的薄膜。……

鸡蛋孵化10天后，其中小鸡的各个部分都显可见了。头部比其他部分显得还大一些，而眼睛又比头还大，但不十分清楚。……在差不多第20天，如果打开鸡蛋，触动一下其中的小鸡，它就会动弹，并发出啾啾叫声。它已准备出世了，只要一过20天，就会破壳而出。……通过上述过程，小鸡发育成长，睡觉、惊醒、动一动，睁开眼，啾啾叫，心脏不断频频跳，充满生命的活力。禽类卵生的胚胎发育过程就是如此。”①

到了中世纪以后，由于胚胎学的资料越来越多，就逐渐形成了叙述胚胎学，后又形成比较胚胎学，至19世纪后，由于胚胎学研究内容和研究方法越来越丰富，开始独立形成了胚胎学这门学

①亚当里斯多德，动物发展史VI卷，3章，中译本，商务印书馆，1979。

科。

近代胚胎学研究方法和范围已十分广泛，从胚前期配子发生和形成到胚胎的各个阶段，整个个体发生过程中的形态、生理和生化的变化都在研究范围之内。另外，还有一些学者以胚胎学的方法，研究胚胎的再生现象、生殖细胞的形态机能以及各理化因子对胚胎形成过程中的影响等。

为了探索胚胎内在因素的影响，还要用实验方法，切割和移植一部分胚层或组织后再观察组织及其形成的变化。这时除用显微镜和电子显微镜观察外，还要引用物理和化学的方法如放射自显影、核磁共振、色谱分析、电泳和电影录像等来处理胚胎或测定胚胎细胞内的物质和能量的变化。从形态描述法到实验法，进而发展到分子胚胎学的水平。因此目前的胚胎学又出现了许多分支学科，如叙述胚胎学、比较胚胎学、实验胚胎学、化学胚胎学、分子胚胎学等。

2.6 生理学

生理学是生物学中新兴的学科之一，其研究内容是从细胞、组织、器官乃至从整体水平来研究生物体机能的一门学科。在研究过程中所采取的方法比较先进，主要采取实验观察法。这种实验观察法一般分急性和慢性两大类：

（1）急性实验法：实验过程不能持久，实验后的动物不能存活，但实验观察能在短时间内完成。一般又可分为两种：①离体器官实验法，把要研究的器官或组织从活的或刚死的动物身上取下来，放在一个适宜于正常生理活动的人工环境中，用来观察其生理功能；②活体解剖实验法，在动物麻醉或大脑毁损的状态下，用来观察研究其生理功能。

（2）慢性实验法：是在某一特定条件下，连续地反复观察和记录清醒动物的生理机能，需要较长时间才有结果的方法。

生理学是一门十分复杂而细致的学科，在进行研究时需要许多特殊的仪器，如产生某种特定的刺激，使活组织能产生生理反应的刺激器；描述生理反应的记录仪；使生理反应传送到记录仪器上的传动装置；将非电性质的生理反应转换成电能，使能应用电子仪器进行记录的换能装置；标记生理反应时间过程的记时器；刺激或记录用的电极以及各种手术器械等。

生理学的研究方法十分复杂，是在实践中不断提高发展起来的，例如著名生理学家巴甫洛夫(Ravlov, 1849—1936)就在这方面总结了许多经验，为生理学作出巨大贡献。他一生在生理学中的研究相当广泛，涉及生理学的各个部门，但主要集中在三大方面：血液循环生理学、消化生理学、高级神经活动生理学和大脑生理学。

巴甫洛夫在进行消化生理学研究以后，从1903年起，连续30余年致力于高级神经活动生理学和大脑生理学的研究，发现了大脑皮层和大脑两半球活动的规律，创建了大脑皮层的条件反射学说。他指出条件反射的重要特征是：它们是在有机体的整个生命过程中发展起来的，因而条件反射是暂时的、容易随着环境条件的改变而发生变化。慢性实验法就是他创造的。

巴甫洛夫在研究生理学时，特别是高级神经活动生理学，很注意选择供研究的动物，经过反复实践，他终于选择了狗做为研究材料。他认为狗是最普通最方便的实验动物，而且在神经系统方面也是完全驯化了的。其次由于狗长期和人类共处，达到高度的进化阶段，呈现复杂而多种多样的行为。巴甫洛夫曾指出："科学随着方法学上获得的成就而不断跃进。方法学每前进一步，我们便彷佛上升了一级阶梯，于是我们就展开更广阔的眼界，看见从未见过的事物。"①

①巴甫洛夫全集，Moscow，1940。

到了近代，生理学研究对象和方法发展十分迅速，从方法论来看，它不仅研究一个生物体的一般结构和机能，更吸取了物理学、化学、数学等方法进行深入细致地研究，如生物电、生物磁、生物发光、生物发声、信息传递、脑的信息机能等。例如，在生物电研究方面，目前不仅知道生物体具有带电、传电等机能，还了解许多生物能自己发电，仅在鱼类中就发现有500余种电鱼，生活在南美洲的电鳗经测定，就能产生650伏的电；在生物定向研究方面，有许多鸟类能长途迁涉不迷失方向，就是由于这些鸟类能够利用地磁场的变化而定向的。

2.7 遗传学

一般人认为遗传学是从19世纪中期至20世纪初逐渐形成的一个重要学科，其研究方法深入细致，主要以大量的实验结果来论证其原理。实际上对遗传现象的观察研究，在人类已有的历史记录中，早就从实践中用直接观察法发现了不少生物遗传规律，例如，我国古代就一直流传着“种瓜得瓜，种豆得豆”、“子性类父”等记录，说明遗传学也有悠久的历史。这些遗传现象在当时不仅做为哲学概念广为留传，实际上也为农牧业选种、育种等奠定了理论基础，为发展农牧业生产作出了贡献。

进入现代遗传学的历史后，直接观察法已显得不足，主要靠实验观察法推动本学科的前进。典型的实例是孟德尔遗传学。

孟德尔是奥地利人，1843年进奥地利布龙修道院任修道士后，就利用修道院里的空地栽培豌豆、菜豆、玉米、草莓等，同时还饲养蜜蜂、小家鼠等、供作动植物遗传杂交试验。经过反复实践，他发现豌豆是研究遗传杂交最好的材料。不久，他又选出22个性状稳定的品种，其中有7对性状最明显，如高茎和矮茎、光滑和雏皮的种子、黄色和绿色的子叶、饱满和不饱满的豆荚等。经过反复实验，用观察和统计等方法，终于提出了遗传学中两个

基本规律——分离定律和自由组合定律，为现代遗传学奠定了基础。这个实例说明，研究遗传学的规律，首先要选择理想的实验材料，除观察、记录等外，还要用统计法计算出彼此之间的比例关系。

在孟德尔奠定的遗传理论基础之上，到了20世纪初期，美国学者摩尔根(Morgan，1866—1945)又在细胞学发展的基础之上，选用果蝇做研究材料，深入观察其性细胞中的染色体变化，发表了《基因论》著作，他指出："现代遗传理论是根据一种或多种不同性状的两个个体杂交中的数据推衍出来的。这个理论主要研究遗传单元在各世代的分布情况。像化学家和物理学家假设看不见的原子和电子一样，遗传学者也假设了看不见的要素——基因。三者主要的共同点，在于物理学家、化学家和遗传学家根据数据提出各人的结论。"他接着又指出："基因论认为个体上的种种性状起源于生殖质内成对的要素（基因），这些基因互相联合，组成一定数目的连锁群；认为生殖细胞成熟时，每一对的两个基因依孟德尔第一定律而彼此分离，于是每个生殖细胞只含一组基因；认为不同连锁群内的基因依孟德尔第二定律自由组合；认为两个相对连锁群的基因之间有时也发生有秩序的交换；并且认为交换频率证明了每个连锁群内的诸要素的直线排列，也证明了诸要素的相对位置。"①

从事科学研究既要认真、有计划有目的地设计课题，进行观察、实验和记录，这是科学研究方法论主要的一面，但也不排除偶然性和机遇的一方面。摩尔根从事遗传学研究，提出基因论就是一个典型的例子。摩尔根早期从事胚胎学方面的研究，对遗传学并不感兴趣，只是在培养红眼果蝇过程中偶然发现了一只突变的白眼果蝇，并用它做亲本进行杂交繁殖，证明了孟德尔两个定

①摩尔根：基因论，中译本，科学出版社，1959.

律的正确性。这才使他从1910年以后开始改变研究方向，从事以果蝇为主要实验材料的遗传规律的研究，而成为著名的遗传学家。这个实例说明，一个科学工作者在从事观察研究时，必须细心耐心，不放弃一切意外因子的变化，注意探索其内在规律。

到了50年代，沃森(Watson，1928—)和克里克(crick，1916—)等又在摩尔根的基因论基础之上，经过反复实验、观察、分析和讨论，对基因的结构做了不少探索性研究，用实验归纳法提出双螺旋结构的理论，促使遗传学的研究进入分子水平。另外，在模式遗传学基础之上，随着时代前进的步伐，又接受了物理学、化学、微生物学、细胞学等的影响，出现了微生物遗传学、生物化学遗传学、分子遗传学和遗传工程等，使遗传学不仅在遗传内容方面，就是在研究方法上也大踏步前进了。到了70年代以后，在理论研究方法方面也同时大踏步前进，向更深入的层次发展，出现发生遗传学、神经遗传学、行为遗传学、免疫遗传学等新的学科，产生了第三层次的遗传学。

2.8 生态学

生态学涉及范围很广，关于它的研究方法十分复杂。概括起来主要包括如下两方面：

(1)大自然里各种生态因子的调节方法；不同的生物在生活过程中组成和变动原因。

(2)生态学研究方法中的基本原则和原理，即方法论方面的问题。

本文重点介绍第二方面的内容：

对自然环境里各种生态因子分析原则：生态环境是错综复杂的，要获得一个正确结论，必须对各种生态因子进行深入调查，然后按照下列原则进行分析。

(1)全面分析各个因子的综合作用，为了便于工作，人们对

各个因子常分别进行调查，在分析它们的作用时，就应看到这些因子不是独立存在的，而是相互作用的，因此必须从全局出发，进行综合分析，研究它们在全局中的作用。

（2）找出主导因子的作用：在自然环境里各个因子虽然是互相联系的，但它们对各种生物的影响总是有主要和次要之分，因此我们在分析这些因子作用时，必须善于找出其中主导因子，便于进行控制。这些主导因子对每一种生物来说，不仅是重要的，常常还具有不可代替性，缺少了它就不能完成该生物生活中的某一个环节。

（3）分析各个因子作用的阶段性：不同的因子在生物生长发育等各个阶段中的作用，常常是变化的，有显著的阶段性。如许多动物在一生中对食物种类的要求，常随年龄变化而变化；有的种类在发育早期可栖息在水里，发育到一定阶段就离开水而到陆上生活。

（4）探索各个因子对生物的影响是直接的还是间接的作用：各个因子对生物的影响各不相同，有许多是直接发生作用的，也有许多是间接发生作用的。另外，还必须探索人类对自然环境的影响，人类对自然环境的影响是多方面的。如人类利用化学元素的种类就是逐渐增加的，古代人类在生活和生产中所利用的化学元素仅8种，到18世纪增加到29种，到19世纪初期为62种，到20世纪60年代达105种之多。这些化学元素通过各种化合物形式，最后寓集在各种生态环境中，产生各种严重污染现象。因此进行生态因子分析时，绝不可忽视人类的影响这一重要环节。

对自然环境里各种生态因子的研究步骤：根据许多生态学家实际工作经验，在对整个生态环境观测中，一般可分为两个阶段。

（1）观察和描述阶段：主要是收集和记录各种生态因子现场资料，如数据、变动规律、在具体条件下的作用等。

（2）功能分析阶段：主要研究各个生态因子的功能及其相互关系，进行综合分析和评价，得出正确结论。

生态学研究的等级性和顺序性：如果按等级性和顺序性来分，可分个体生态学、种群生态学、群落生态学和生态系统等研究法。

（1）个体生态学研究法：个体生态学研究的内容比较具体，主要包括生物的个体发育和系统发育与生态环境的关系：①个体体积的大小、年龄、形态、体色等的变化与各种生态因子的关系；②个体生长发育过程中所需要的条件，在能量和物质转换过程中的作用和地位；③个体在生活中以至整个生活史中所需要的全部条件；④用历史的观点和进化的观点，分析生态环境在长的演变过程中对生物系统产生的影响，并找出其中变化规律。

（2）种群生态学研究法：种群生态学是目前生态学研究中重要的一级，发展较快。关于它的研究方法涉及面很广，一般应从如下几点入手：①种群结构与生态环境的关系，包括种群大小（密度）、种群分布、种群年龄组成和性比等。这样就可帮助我们分析这个种群在发展过程中属增长型、稳定型，还是衰退型；②种群数量的变动与生态环境的关系，包括出生率、死亡率、增长速度、迁移率等。种群数量的变动是估算生物产量的重要依据之一，不同的种群常有差异。如一个增长的种群，不仅补充群体丰富，还要研究这个补充群体的增长速度，如果它们增长速度块又有适合它们生活的环境，这样的种群才有真正发展前途；③种群内和种群间的关系，种群是研究各种生物组成和基本活动单位，种群内或群间都存在着十分复杂的关系，其中包括斗争、竞争、抑制、协调、寄生和共生等关系。在研究过程中必须认真做好这些调查和分析工作。目前种群生态学的发展主要表现在方法论方面，即重视整体的观点和协同进化的观点。

（3）群落生态学和生态系统研究法：群落生态学研究方法是

在种群生态学研究基础之上发展起来的，它的范围更广泛，包括群落的组成、群落内种群空间分布状况、数量变动及彼此之间的关系等。生态学是属于宏观世界的一门科学，对生态系统的研究就是这方面的具体表现，因此当我们立足于生态学来研究各种生态系统时，应该看到它的复杂性，认识到它是一个包含着多要素和多变量的系统，而不能简单地用定量、定性方法来探索它的规律。

依照这个观点来看，研究生态系统的方法就非常复杂，不是在短期内就能得出正确结论来的。大体上包括如下几个步骤：①研究生态系统的结构和组成特征，顺序找出其中每一个环节。②研究生态系统中每一个环节的功能及其相互之间错综复杂的关系。③研究生态系统中能量和物质流转的过程，并逐级分析它们的分配情况。

然后按照整体的观点、系统的观点进行综合分析，探索所研究的生物种群在一个生态系统中的地位及其功能。应该进一步指出的，目前研究生态系统的方法，还采用了许多先进的科学技术和方法，如遥测遥感、电子机算机原理、数学模拟等，取得不少新进展，形成了不少新的分支学科。

模式生态系统研究方法：由于生态系统包括的环节和相互作用的因素很多，在自然界直接观察研究很不方便，不易获得较准确的结果，因此有不少生态学家根据需要，提出了模式生态系统研究方法，即在室内小环境中，模拟需要研究的生态系统，来观察某些物质在生态系统中流动情况。

2.9 进化论

进化论是生物学中重要理论学科之一，它的研究方法和一般实验性的生物学学科不同，主要以思考、观察、推理、归纳、衍绎等方法为主。

在我国历史上，很早就有不少学者用思考、观察和推理的方

法，探讨大自然中的生命来源和变化规律。例如：

墨子在和大自然接触时，经过仔细观察后指出人与禽兽之间的差异："今人固与禽兽麋鹿蜚鸟贞虫异者也。今之禽兽麋鹿蜚鸟贞虫，因其羽毛以为衣裳，因其蹄蚤以为绔屦，因其水草以为饮食。故唯使雄不耕稼树艺，雌不纺绩织任，衣食之财，固已具矣。今人与此异者也，赖其力者生，不赖其力者不生。"（墨子《非乐上》）

庄子对生物和环境、生物彼此之间的关系等的规律，已总结出较明确的适者生存的观点："长者不为有余，短者不为不足，是故凫胫虽短，续之则忧，鹤胫虽长，断之则悲，故性长非所断，性短非所续"。"（《庄子·骈拇篇》）不仅如此，庄子在那个时代还用归纳和推理法，提出原始的生物进化规律："程生宁，宁生马，马生人。"

荀子更能明确指出大自然的变化规律是客观存在的，他说："天行有常，不为尧存，不为桀亡。"同时还精辟地论述了人和动物的区别："水火有气而无生；草木有生而无知；禽兽有知无义；人有气、有生、有知亦且有义，故最为天下贵也。力不若牛，走不若马，而牛马为用，何也？曰：人能群彼不能群也"。（荀子·王制》）

更可贵的是，在东汉时代著名学者王充就能用观察到的事，指出自然发生说是错误的时候明确说："虫之种类，众多非一，鱼肉腐臭有中，醯酱不闭有虫，饭温湿有虫，书卷不舒有虫，衣檗不悬有虫，蜗疽蛤蝼微虾有虫。……然夫虫之生也，必依温湿，温湿之气，常在春夏。秋冬之气，寒而干燥，虫未曾生"。（《王充—论衡·商虫篇》）王充通过自己的观察，发现虫的产生都有原因，一般虫都喜欢生活在温湿的地方，如果保持干燥，就不会生虫。清楚地说明了生物的产生都有其来源，不是自然发生的，更不是不可知的。

这里应特别指出的，王充不仅观察到生物的来源，更重要是探讨了生物之间的关系，他曾写道："夫物之相胜，或以筋力，或以气势，或以巧便。小有气势，口足有便，则能以小而制大；大无骨力，角翼不劲，则以大而服小。鹊食蝟皮，博劳（鸟名，即伯劳，作者注）食蛇，蝟蛇不便也。蚊虻之力不如牛马，牛马困于蚊虻，蚊虻乃有势也。鹿之角足以触犬，猕猴之手足以搏鼠，然而鹿制于犬，猕猴服于鼠，角爪不利也。故十年之牛为牧竖所驱；长仞之象为越僮所钩，无便故也。故夫得其便也，则以小能胜大；无其便也，则以强服于羸也。"（《论衡·物势篇》）这些已辩证地说明了生物在生存斗争之中是错综复杂的，既有强者战胜弱者，也有弱者战胜强者，比拉马克和达尔文时代正式发展起来的进化论中强者胜弱者的生存斗争观点还全面。充分说明对大自然的观察研究，必须细心、耐心，并善于归纳和分析问题。

进化思想不仅在中国，在西方也一样很早就萌芽了，但作为一门正式科学的出现却较晚，直到拉马克—达尔文时代。这不是偶然的，说明进化论是一门高度概括推理的科学，没有充分有力的证据，一般人是不会承认和接受的。

在拉马克时代，生物科学已发展很快，形成许多学科如植物学、动物学、古生学等。拉马克在研究植物学和动物学基研之上，到各地考察、观察大自然的变化，收集了许多资料。他根据比较和推理的方法，按照阶梯原则，把动物分成六级：

第一级，滴虫纲和水螅纲；

第二级，放射虫纲和蠕虫纲；

第三级，昆虫纲和蜘蛛纲；

第四级，甲壳纲、环虫纲、蔓足纲和软体动物纲；

第五级，鱼纲和爬行纲；

第六级，鸟纲和哺乳纲。

在这个思想指导之下，拉马克用归纳和演绎法，根据动物的

习性和器官的相互关系，在探讨环境影响生物体变异时，提出了用进废退和获得性遗传两条著名法则，说明生物进化的原因。

到了达尔文时代，为了掌握全地球上的生物变化规律和原因，他冒着生命危险，随着"贝格尔"号军舰航行全球，观察各地的生物种类、数量和变动规律以及古生物及地质变化等，并采集了许多植物、动物和矿物标本，做了大量记录。他在《自传》中曾这样写道：

"我在'贝格尔'舰上旅行期间，南美大草原地层中所发现的巨大化石动物，使我留下了深刻的印象，这些动物披着甲，极像现代的犰狳马；其次，使我注意的是随着大陆南移的程度，相似动物类型逐渐更替底种种事实；第三，加拉巴哥斯群岛底自然产物都具南美洲的特性，特别是每一个别岛上的生物略有不同。此外，就地质学上讲，没有那一个岛具有特别久远的历史。

这些事实以及许多诸如此类的事实，显然只能以这样的假定来解释，即物种逐渐发生变化。这个问题从那时候起，总是盘据着我底脑海。"①

回国后，达尔文又对许多家养生物做了细致的观察研究。在这些观察基础之上，他提出了一个较完整的进化观点，即变异与遗传、自然选择、生存斗争、适者生存等原则，第一个把生物学安排到完整的科学领域里，确定了种的异性和种与种之间的更递性。

在拉马克和达尔文的进化思想基础上，后来又有许多学者做了更多的观察研究，提出了各种不同的观点，如渐变论、灾变论、突变论。进入50年代以后，一些学者在研究进化论时，不再以观察为主，采用了现代科学技术，用实验方法来论证生物进化规律和原因，因此又出现了分子进化观等。在分子进化论中，最

①达尔文，自传，达尔文生平，中译本，科学出版社，1983。

突出的问题是蛋白质的进化和核酸分子的进化等。在这方面不仅研究内容新、研究方法也同样越来越新，如应用免疫原理、电泳法、分子杂交法等、来探讨不同物种之间的某些大分子特别是蛋白质和核酸的相似程度，由此推测分子（主要是蛋白质和核酸）的系统发育或分子进化。

3 目前生物科学研究方法及其趋势

自从进入50年代后，生物学中许多学科发展很快，从生物学方法论这个角度来看，主要可分如下三个方面：研究微观世界的方法、研究宏观世界的方法和综合研究生命科学的方法。

3.1 研究微观世界的方法

早在19世纪，有的科学家就在原有的实验基础之上，改进实验方法，用一些无机物如氨水和二氧化碳合成第一种有机物——尿素。接着又有一些科学家在试管里模拟地球上早期条件，成功地合成了多种有机物。1963年，有一位学者把水、甲烷、氨和氢等物质放在特定的仪器内，用火花放电法获得11种氨基酸，其中有4种与天然蛋白质中的氨基酸相同。目前在各种实验条件下获得的氨基酸的种类已很多，其中我国的科学工作者利用火花放电的方法，也合成了好几种氨基酸如胱氨酸、半脱氨酸、蛋氨酸等。因此就形成了生物科学中一门重要的新学科——分子生物学。

分子生物学主要任务是揭示生命物质的化学组成和化学转化过程，已接近化学中所说的分子水平。目前，它研究的核心是蛋白质和核酸的高分子结构及其功能，同时还在研究的有生物体内能量的转换（如光合作用、生物电等），新陈代谢的调节控制和激素等。

3.2 研究宏观世界的方法

目前生物科学的研究方向既向微观世界发展又向宏观世界发展，意思是现代科学工作者，不仅研究达到分子水平的生命变化规律，还要研究大自然中各种生物发展变化规律，特别是人类对大自然的影响。

由于目前各种科学技术均在迅速发展，因此现代生物学又和天文学、地理学、地质学等相结合，其研究方向不仅局限在地球上，正在利用现代宇航技术探索球外生命存在的可能性。地球以外的星球上是否有生命存在，到目前止还无确凿证据，但从已获得的资料来分析，地球以外还存在着各种生命是完全可能的，这样也就促进了一些科学工作者对宏观世界研究的兴趣和信心。

3.3 综合研究的方法

由于物理学、化学、数学等不断发展，早在19世纪，就有一些学者吸取这些学科的先进技术，改进在生物学中的研究方法。到了近代，由于不断吸取这些学科的原理和技术，取得许多新的成果，尤其在应用方面更为突出，典型的如生物工程。

生物工程是应用微生物、动物和植物等活体的机能和生物化学反应技术的总称，它为工农业生产直接服务。在1980年之后，世界各地形成了“生物工程热”，不仅吸引了各方面的科学家全力以赴的从事这方面的研究工作，新闻出版界也为此做了大量宣传报导，更突出的是受到企业界的极大的关注，把生物工程看成解决能源、资源、医疗等问题的金钥匙。因此研究生物工程的方法十分错综复杂，需要的知识非常宽阔，一定要有发展的观点，综合各方面的科学研究成果，才能达到预期目的。例如，基因工程就是用人工的方法，通过酶的作用，把某一种生物细胞里的DNA片段提取出来，在体外进行切割和复制，再放到另一种生物细胞

理，把不同种的生物遗传特性组合在一起，创造出新的生物类型，以满足人类的需要。

生物工程还经常模仿现存的生物特殊结构和机能，制造出各种先进的仪器和设备，例如，模仿人脑的神经活动，制成具有的智能的机器人，用来代替人的部分体力劳动和思维活动；模仿狗的嗅觉机能，制成各种灵敏的嗅觉仪器；模仿蛙眼的构造，设计出各种蛙眼电子模型，有的可以像雷达那样，帮助导航人员跟踪航行着的飞机，等等。最引人注目的是，目前有些学者正在全力以赴的研究在植物光合作用原理基础之上，进行人工直接转化光能制造有机物的实验，使人类总有一天能够模拟绿色植物固定太阳能的化学反应过程，建成人工合成粮食的工厂，直接生产各种粮食，彻底解决人类吃饭这一大问题。

从上述例证来分析，今后生物学的研究方法，将越来越全面，可以预言在不久的将来，由于人们不断掌握研究生命的新方法和新技术，不仅能全面揭露生命的奥秘，一定还能达到控制生命和创造新生命的目的。

（作者：袁传宓）

参考文献

[1] 袁传宓等，生物学史话，江苏科学技术出版社，1981。

[2] （日）铃木善次，生物学史话，张友栋等译，河北人民出版社，1985。

[3] 李难等译，生命科学史(A Hisftory of the life sciences Lois n. Magner)华中工学院出版社，1985。

[4] 栾玉广，自然科学研究方法，中国科学技术大学出版社，1986。

[5] 陈衡，科学研究的方法论，科学出版社，1984。

[6] 东北师范大学自然辨证法研究室编，自然、科学、辨证法，科学出版社，1984。

[7] 陈昌曙，自然科学的发展与认识论，人民出版社，1983。

[8] 张瑞琨，近代自然科学史论纲，华东师范大学出版社，1986。

[9] 荷兰、R、J弗伯斯等，科学技术史，求实出版社，1985。

[10] 中国自然辨证法研究会筹委会，科学方法论研究，科学普及出版社，1983。

[11] 陈昌曙等，自然科学发展简史，辽宁科学技术出版社，1984。

[12] 葛能全，科学技术发明纵览，科学出版社，1986。

[13] 徐纪敏，科学的边缘，学林出版社，1987。

〔九〕 医学方法论

医学方法论（Medical Methodology）是关于医疗实践与医学科学研究方法的理论。医学是研究人体生命活动、防治疾病、增进健康、延长寿命和提高劳动力的知识体系和实践活动。医学在长期的发展过程中，逐渐形成了自己特有的科学方法，用以指导人们在防治疾病、增进健康等医疗实践并掌握其客观规律，为医疗实践提供思维工具，为医学科学认识活动提供基本原则、途径和手段。

研究医学科学方法，对于推动医学科学的发展，提高医疗科学研究水平，培养医学人才，开发智力，促进卫生事业的发展，具有广泛的现实意义。

1 医学方法论的历史演变

医学方法论是随着社会生产力、科学技术与医疗实践的发展而发展的，它经历了一个形成与演变过程。

1.1 古代医学方法

当古代医学逐步摆脱巫术迷信，走上经验医学道路后，古代医学家凭着感觉的直觉，在医疗实践中积累了许多经验。由于当时生产力和科学技术水平的限制，他们无法深入了解人体的结构、功能和疾病的本质，他们借助古代哲学的逻辑思维来总结医

疗实践，形成古代的医学理论。古代朴素的医学观把机体作为一个整体，它是从总的方面来观察作为自然现象的人体的联系，但是，它在细节方面还没有得到精确的证明，这种认识方法有它的局限性。

1.2　近代医学方法

15世纪下半叶，随着欧洲资本主义生产关系的确立与发展，科学技术的进步，医学科学应用当时的物理学、化学和生物学的知识，对人体的生理、病理现象进行研究，并把实验科学与定量分析的方法引入医学，逐步地揭示了机体内部的细节及其物理化学过程，同时也发现了许多疾病的原因。西方医学从结构与功能统一的观点，研究正常结构与生理功能、异常病理与疾病症候之间的关系，用物理、化学及新仪器来测定机体正态与偏态的有关指标，揭示了人体某些生理、病理活动规律。这种研究方法，使人们对人体和疾病的认识向局部不断深入，使近代医学收集了许多具体材料，积累了许多事实，推动了医学的发展，并出现了许多分门别类的学科。这种研究方法，对医学发展是十分必要的。人们为了能够确切地对事物进行分析研究，认识它本身的特性，力求避开各种复杂因素的相互影响，尽量使所要探讨的过程在纯粹的形态上进行，把特异性质表现出来，使问题简单化。但是，这种认识方法，给人们带来了一种习惯，即是把自然界的事物和过程孤立起来，把人体从广泛的联系中抽取出来，把人体的局部器官从整体中抽取出来，这就割断了局部与整体，人体与环境之间的联系。“只看到它们的存在，看不到它们的产生和灭亡；只看到它们的静止状态，而忘记了它们的运动。”①这就妨碍了对实际过程中多因素综合变化的全面认识。当医学研究从搜集材料

①恩格斯．《反杜林论第20页，人民出版社，1971．

进行到整理材料的阶段，这种形而上学的思维方式不可能引导医学深入研究人体的生理病理规律，揭示生命活动的本质，这就充分显示了它的局限性与片面性。

1.3 现代医学方法

20世纪以来，物理学、化学和生物学都产生了革命性的变化；50年代以后，技术科学也取得了前所未有的飞速发展，以原子技术、电子计算机技术、空间技术为代表的现代三大技术，以及自动化、半导体技术的出现，这一系列的进步推动着医学的发展。当代科学发展呈现出综合的趋势。统计力学、量子力学、环境科学、生态学、现代综合进化论等，就是对大系统的综合研究。综合科学特别重视群集效应和相互作用、整体结构和功能。学科间的融合和渗透，形成了一系列新的横向科学，如信息论、控制论、系统论以及协同论、突变论、耗散结构等理论。医学科学也从分析走向综合，人们逐渐认识到要认识生命与疾病的本质，不能仅仅依靠实验室的生物学或物理化学等分析方法，必须综合应用现代科学的一系列成就以及社会学的调查方法与数理统计方法，才能揭示人类疾病的发生发展规律。要开展疾病防治，不能单纯靠临床的个体治疗，必须采取社会的群防群治对策。20世纪50年代以后，医学从生物医学模式转变为生物、心理、社会医学模式，生物医学的思维方法与工作方法已不能适应当代医学的发展，必须发生相应的转变，这已成为当代医学发展的潮流。

当代医学科学方法已呈现出如下趋势：

（1）向微观深入和向宏观扩展

向微观深入，即向亚细胞、分子直至量子层次深入；向宏观扩展，是指向人体、人群、生态环境方向发展，而且包括医学与社会学的结合日益紧密。现代医学从宏观与微观相结合的原则出

发，逐步从分子、亚细胞、细胞、组织、器官、系统、整体、群体、生态环境等一系列层次上，揭示人体的结构与功能、正常与异常、诊断与治疗的机理，深入揭示生理病理规律，了解生命的本质。

（2）分析与综合、定性与定量、静态与动态相结合

20世纪初，医学开始进入整理材料的阶段，医学的研究进入到人体各部分之间的联系和人体与环境之间的联系，于是以分析为主的研究方法逐步转变为分析与综合相结合。通过分析与综合的密切结合，使人们认识了人体的某些新规律。

医学研究不仅需要定性分析，又要进行定量分析，人体是质与量的统一体，通过对各种组分及数量关系的分析，才能准确、完善地认识和把握机体的性质和规律。定性与定量分析有机地结合，成为当代医学发展的一种趋势。

近代医学的研究方法主要是静态观察，但是人体的新陈代谢是机体的动态生命过程。近代生理学研究主要是急性实验方法，这种方法割裂了机体与环境之间的联系，只能看到“瞬间”的结构和功能。后来，越来越多的事物表明，只有将静态方法与动态方法、离体实验与活体实验有机地结合起来，才能揭示机体的生理病理规律。

人体的生命运动是自然运动的形式之一，但是，在人体内存在着声、光、电、磁、热以及机械运动等各种运动形式，人体是多种运动形式的统一体，这就决定必须运用多学科的理论，从不同的角度来揭示人体的生理病理规律。生命现象包含有机械现象、物理现象和化学现象，但是，生命运动不能归结或还原为物理、化学运动。生命机体是一个开放系统，是在一定信息支配下的自动控制系统。

（3）与现代科学技术的紧密结合

医学与现代科学技术的紧密结合，是现代医学发展的又一重

要趋势。物理学中的一系列发现，直接对医学产生重要的影响。x射线的发现，不仅成为诊断的新技术，也用于治疗。放射性元素发现之后，立即被用来治疗肿瘤等疾病。放射性同位素不仅用来诊断疾病，还用来治疗与研究疾病。原子核科学技术的发展，同位素和加速器在医学上的应用，出现了一门新兴学科——核医学。电子技术的进步，很快就渗透到医学领域的各个方面，电子医疗器械成为现代医学的主要工具。x射线与电子计算机相结合的诊断仪（CT）的发明，提高了肿瘤诊断的正确率。超声一经发明，医学家立即应用它进行人体探伤，诊断人体正常与病理脏器的变化，并用超声波粉碎体内结石。激光技术的发明给医学提供了一项重要的医疗工具。光纤维技术的进步，促进了光学诊断治疗仪的发明与应用，为制造各种内窥镜创造了条件。电子显微镜的发明，使人们对生命的认识进入超微结构，导致生命科学的又一次飞跃。生物医学工程学的产生，开拓了现代医学中的新领域，解决了诊断、治疗、预防中的重大问题。新兴的计算机技术、遥测和遥控技术、新材料技术等，都进一步改变着现代医学的面貌。目前医疗诊断治疗技术，正在向自动化、快速、精确、无损伤、轻便、操作简单及一机多用和配合使用的目标迈进。

（4）多学科的相互渗透与整体化

现代医学出现了综合趋势，这种综合既有平面的纵横交错，又有立体的相互交义；既有内容相互渗透，又有方法的互相借用，形成了庞大的立体网络式体系。在学科相互渗透中出现了一些边缘学科，进一步加强了各学科之间的联系。基础医学、临床医学、预防医学综合治理也越发明显了，对疾病的诊断和治疗需要众多学科的参加，而且还需要群体检诊相互对照。这种趋势，不仅限于医学与生物学、医学与各门自然科学的渗透和联系，医学与人文科学也发生了交义与相互联系，这就决定了医学科学是一个整体的、综合的、立体的、网络式的体系。

（5）从生物医学向生物、心理、社会医学模式转变

16世纪以来，近代医学是在生物科学基础上发展起来的。生物医学认为每一种疾病即都可以在器官、细胞或生物大分子上找到可测量的形态和理化的变化，都可以确定出生物的或理化的特定原因，从而找到相应的治疗手段。生物医学在近几百年的发展中，为人类健康作出了巨大的贡献。但是，随着社会的进步与自然科学的发展。生物医学越来越显示了它的内在缺陷。因为人作为医学的对象，他一方面是自然界物质的人，另一方面这个人是在一定的社会中生活，他的健康和疾病受到社会环境的影响，有些疾病甚至可以说完全是由社会原因引起的。人是自然属性与社会属性的统一体，人与动物不同，具有复杂的心理活动，人的心理活动直接受外界社会环境所制约。人的心理活动和身体的物质活动是互相影响的，心理混乱可以引起机体生理、生化机能的失调，造成身体的疾病。但是，传统的生物医学模式在精神病和心因性、功能性疾病方面，却遇到严重障碍。甚至在原因明确、病理变化明确的躯体疾病方面，也并非完全畅通无阻。这就使人们开始认识到，传统的生物医学模式的框架内，没有给病人的社会、心理和行为方面留下余地，是有局限性的。

现代科学技术和社会的发展，导致人类社会的“疾病谱”和“死因谱”的改变，传染病、寄生虫病和营养缺乏病，在某些国家、地区，已经不再是威胁人们的主要疾病，而社会性、心理性因素的疾病呈现显著提高的趋势，现代社会中心血管病、脑血管病、恶性肿瘤、意外死亡、公害病、心因性疾病成为威胁人类健康的主要疾病，其死亡率上升到第一、二、三、四位，而这些疾病在很大程度上是由社会因素造成的。因此，在开展疾病防治方面，企图单纯依靠生物医学来解释疾病、防治疾病已经远远不够了，必须把人作为包括自然环境和社会环境在内的生态系统的组成部分，从生物的、心理的、社会的三个不同层次上，综合地考

察人类的健康和疾病，并采取综合的措施来防治疾病，才能取得最佳的社会效益。医学模式的转变，有助于很好地解决社会防治问题，使医药卫生事业更为合理和完善，这是当代医学发展的明显趋势。

2　医学研究中的几种常用方法

医学研究方法是多学科和多种实践的交义、渗透和综合。医学方法的这种综合性，是由于人是多种因素的综合所决定的。

临床观察、动物实验和人体试验是医学方法论中独特的一种科学研究方法。

2.1　临床观察

医学的形成在一定意义上讲，是起源于临床观察方法。古代医生通过临床观察，了解了许多疾病的症状。各种维生素缺乏症的临床表现和治疗方法，则早被人们通过临床观察的方法认识到了。内分泌病的种种表现，在人们揭示其疾病机理前，在临床观察中已被人们注意到了。

2.1.1 临床观察的特点

临床观察在一定意义上具有某些实验的性质。临床观察的对象是现实的病人与具体的疾病，因此，它与以自然界为研究对象的自然科学的观察不同，在临床观察过程中，不可能与治疗分开，不可能完全排除人为的“干预”。人们所以仍称之为临床“观察”，只不过是同严格意义上的模拟实验加以区别而已。其实，实验不过是人为控制下的一种观察，观察不过是近似自然条件下的一种实际检验和比较分析，两者是不能截然分割的。

临床观察要求实现一般观察所要求的客观性、全面性，坚持作到实事求是，抓住本质。临床观察与医学领域中其他常用方法

是相互联系的、相辅相成的。医学中进行动物实验的目的，不是为了研究实验动物本身，而是为了解决人类的保健和防治疾病问题。所有这类模拟实验方法同原型之间，既有相同的一面，又有差异的一面，因此，动物实验不能取代临床观察。另外，许多个体临床观察的总合、集中，就是群体调查的结果。任何群体调查都是不可能离开个体观察的。临床观察作为医学的一种基本的重要方法，也有它的局限性，倘若把它同实验研究及群体调查相脱离，就难以避免经验主义与形而上学的思想局限性。

2.1.2 临床观察的重要意义

临床观察是医学科学研究的基础，是获取感性经验的基本途径，是推动医学发展的重要组成部分。即使医学发展到实验医学阶段，临床观察仍然有其重要意义。沃格（Vogl)应用汞剂治疗一先天性神经梅毒的小孩时，观察到病孩每日尿量骤增三倍，由此发现了汞利尿剂。随着现代科学技术和医学的发展，临床观察的方法将更加丰富、更加完善，它在医学发展中具有更加重要的作用。

①人与动物存在着大同小异的差别，动物实验的结果，不一定与人的情况相符合，它最终必须通过临床观察的检验。特别是在检查技术不断改进的情况下，以临床观察为基础而进行实施的可能性日益增加，其结果较之动物实验更符合人体的实际情况，故临床观察是必不可少的。

②有些疾病是人类特有的，有些疾病在动物身上进行实验研究有一定困难，对于这些疾病的研究，舍去临床观察的途径，势必难于进行。

③有些疾病的诊治规律只能凭籍临床观察手段才能发现。例如某些遗传性疾病的遗传关系，某些疾病的流行病学研究等，与临床医学有着更为密切的联系。

④由于科学技术与设备条件的进展，以往只能在动物身上进

行的，现在则可以借助于新的科技成果，可在人体上实施（如器官移植），这就使临床观察具有更丰富的内容。

⑤临床观察的一个特点是它的直观性，它往往成为“灵感”的发源地。有些生物学和医学上的研究成果或新鲜的研究课题，常常起源于临床观察的感性认识。即使在现代科学技术高度发达的情况下，仔细锐敏的观察，仍然可以导致重大的发明与发现。

2.1.3 临床观察的发展趋势

随着医学科学的发展，临床观察正在迈向一个新的高度。

①当前临床观察正与现代科学技术紧密结合起来。在设备方面向综合化、自动化、无损伤以及遥控等方面发展。例如使用综合性生理监测系统，可以连续的瞬间观察，快速获得多种数据，使医务人员得以精确了解动态过程中病情的细致变化，以便及时准备地给予处理。放射性同位素扫描，可以观察组织器官功能及诊断病变部位，目前已进展到彩色扫描及多向扫描。电子计算机x线体层照相术（CT），可以得到人体各个断层的三维立体图，分辨率可达1毫米，可以正确地早期诊断肿瘤。免疫荧光技术、气相色谱技术的应用，使人们能够掌握机体内的微量物质如激素、金属及血管活性物质等的细微变化。

②临床观察同医学其他研究方法的相互渗透、补充和结合。在医学领域内有三种基本研究方法：临床观察、模拟实验和群体调查。就基础医学来说，模拟实验是它的基本研究方法。临床观察所发现的问题，为基础医学提供了研究课题，为模拟实验设计指明了目标和方向；而基础医学的研究成果，又必须通过临床观察所得到的结果来加以检验。在这种互相渗透和补充印证的关系中，临床观察和动物实验两者相得益彰。例如，肝癌的临床早期诊断是长期以来难以解决的问题。1963年在动物模拟实验中发现，小白鼠移植型肝癌能产生甲胎球蛋白。以后发现小鼠，大鼠和猴子由化学致癌物质引起的原发性肝癌，也有同样的情况。1964

年发现原发性肝癌病人的血清中，也有甲胎球蛋白存在。由此，甲胎球蛋白成为发现早期肝癌的一项指标。1973年上海普查66376人，血清甲胎球蛋白阳性者151人，其中131人证实有肝癌。这项发现有助于肝癌的早期诊断。可以认为，这是基础医学、临床医学和群体调查相结合的范例。

③临床观察正在向深度与广度迈进。由于科学仪器的不断革新，借助于这些仪器使临床观察指标正在越来越趋向数量化，特别是通过电子计算机技术的应用，在观察指标的数量化方面有了新的突破。例如应用电子计算机进行图像处理，大大节省了人力与时间。又通过电子计算机，可以高效集中地处理临床观察资料，使其最大限度地代替一部分人脑的计算能力和判断能力。

④临床观察与群体调查和预防医学相结合，正在趋向社会化。近代医学发展正在由个体走向群体，由诊治走向预防，由医院走向社会，使临床观察扩大演变为集团检诊。把临床观察中发现的局部范围内的资料，更广泛地和自然条件与社会环境相结合，则可以探索到更深入、更带有规律性的事物，许多严重危害的常见病，将陆续被纳入集团检诊的范围。如我国通过大规模的流行病调查，绘制成全国肿瘤分布图、脑血管病分布图，为我国肿瘤、脑血管病流行病学提供了极有价值的资料，同时为肿瘤、脑血管病的病因探讨、预防治疗提供了重要依据。

⑤临床观察从病理观察扩大或渗透到生理观察，据此来探索从生理到病理的演变规律。如研究人的“老化”过程，探索老化规律，推迟人的自然死亡，临床观察将成为研究老化过程的重要途径。对百岁以上老人的观察研究，事实上已将社会调查与临床观察，病理观察与生理观察融为一体。

2.2 实验方法

实验是在严格控制的条件下，排除干扰因素，根据研究的目

的，利用科学仪器设备，人为地变革、复制或模拟自然现象，突出主要因素，观察和研究自然规律。实验研究同临床观察既有区别，又相互补充、相互联系、相互渗透。观察是搜集自然现象所提供的东西，而实验则是自然现象中提取它所愿望的东西。

在医学研究中，实验方法包括有动物实验与人体试验两个方面。

2.2.1 动物实验的特点和意义

医学研究中利用动物进行实验是一种重要的研究手段。动物实验是根据研究的目的，在动物模型上进行人为的变革、复制或模拟某种生物现象，突出主要因素，观察和研究客观规律。动物实验具有简化、纯化的作用，并且可以对实验动物进行强化处理。在研究人体的健康与疾病时，由于人们的年龄、性别、职业、习惯、精神状态等方面都很不相同，因此，要总结人体的发病规律有极大的困难。但是，在动物实验时，对某些因素可采取简化、纯化的方法，这就容易考察某些致病因素和药物的作用，从而能比较精确发现致病与治疗规律。为了显示药物的作用，可以把某些药物加到动物可能耐受的最大剂量水平，使动物处于某种极限状态中，由此可以测定药物的毒性，计算出半数致死量等，这在人体上是办不到的。

动物实验可以在较短时间内完成，能做到经济可靠，并且可以重复，便于验证、推广。人类的疾病，病程有长短，病因的潜在影响可以是隔代或数代，科学工作者的寿命很难对三代以上的人作直接观察。动物实验可以大大缩短时间，费用也可相应地降低。人体试验在数量上有较大的局限性，而动物实验可以克服这种障碍，例如人们花费40年时间，都未找到下丘脑调节垂体物质，到了70年代学者们用了10万个羊和猪的下丘脑提取出几毫克的下丘脑释放激素，最后确定了它对垂体激素调节的新概念。

人与动物从生物学角度看是大同小异的，人体试验要受伦理

和法律的限制，许多试验不允许在人体上直接进行。用动物实验可以摸清规律，为人体提供某些情况，再用于人体，可以较大地保证人体的安全。但是，动物实验在临床医学中的价值仍有其一定的局限性，因为动物实验的结果和临床实践不尽相同，许多药物在各种动物和人类之间的作用是有差别的，如果把动物实验的结果无限地推广到临床，就要犯形而上学的错误。但是，动物实验是医学研究中的一类重要方法，将动物置于为一定目的而设计的条件下，严密地观察动物的变化规律，参照动物研究结果，再在严密控制下，有步骤的观察该药在人体的效力与变化，用以阐明某些临床现象，已成为临床观察一种极为重要的方法。

2.2.2 人体试验

医学中的人体试验在客观上是自古就有的，在临床上有些治疗实质上是属于实验性质的。由于许多药物在人和动物之间的作用存在着种属的差别，因此，目前更加侧重于药物作用的临床观察，这实际上是属于人体试验。同时，从动物身上得到的分析结果，最终需要通过人体试验得到进一步验证。

人体试验应遵循以下几个原则：

①在进行人体实验前，一定要有动物实验提供可靠的理论根据。

②在进行人体实验前，一定要对病人讲清楚实验的目的及其后果等，并且完全征得病人及家属的同意才可进行，绝对不可强制。

③在实验过程中应有充分的安全措施提供保证，以防意外。

④一切实验应以不造成受试者机体的严重损害和不可逆转的破坏为前提。

现在临床上研究和应用无创伤检查，这是临床研究工作中的新课题，对研究人体机能将会显示出很大意义。

⑤实验运用于人体，更多的考虑应从伦理道德观念出发；对

于人体实验必须持慎重态度，最终标准应取决于是否有利于病人。

3　医学研究中的数学方法

100多年前，恩格斯在分析当时数学方法在自然科学各个领域应用的情况时指出，数学方法在生物学中的应用等于零。除了当时生物特性的定量测定技术的不发达外，从数学角度来看，主要有以下三方面的困难：其一，是生物特性常以随机变量出现；其二，一个生物系统中特性的数目非常之多；其三，生物系统中有许多无法用数值表示特性，即具有非实数特性。然而，100多年过去了，随着生物特性的定量测定技术和数学方法本身的不断进步，生物数学正日益崛起成为一门庞大而新颖的边缘科学。从而也为在医学领域应用数学方法奠定了基础。现在，数学方法已在生理学、生化学、遗传学、微生物学、病理学、药理学、诊断学、治疗学、流行病学、环境医学等众多领域展示了广泛应用的前景。数学已成为现代医学深入研究的有力的科学工具。

3.1　生物医学数学的基本内容

目前，许多计量医学问题，如人类的数量遗传学，数理生理学、数学生态学等仍从属于一般的数学生物学的研究范围，而尚未形成独立的医学分支。因此，人们把生物数学和医学研究的结合，统称为生物医学数学。

目前有关生物医学数学的研究，可以归结为以下三大部分。

3.1.1 数理医药学

数理医药学（MatheMatical Medicine）主要是通过建立、分析和应用数学模型，来研究医药学和卫生管理的数量规律，以指导临床及卫生实践。主要内容有：

①疾病发生、发展的动力学过程。1980年劳费伯格（Lauffenburger）成功地建立了细菌和白血球相互作用的动态方程。目前正研究慢性白血球增多症、肿瘤生长、癌生长中免疫反馈的数学模型。

②疾病预后模型。如用主成分分析方法对胃癌根治术后的预后分析；用马尔可夫过程理论和数量化理论Ⅱ，对心脏瓣膜症及肾病的长期预后研究；用寿命表分析法，对中风、前位性红斑狼疮的预后调查等。

③疾病流行的数量规律。为了近似地反映疾病的流行过程，目前已建立的模型有：适应于描述上呼吸道感染等疾病流行的无移除的简单模型；描述沙眼、乙型肝炎、血吸虫病等疾病流行的催化模型；描述 麻疹、水痘、流行性腮腺炎的Reed-Frost模型以及反映疾病流行阈现象的阈模型等。

④疾病的计量诊断和鉴别诊断模型。目前主要开发有：用于先天性心脏病、甲状腺肿、肠梗阻、肺部疾病诊断的贝叶斯（Bayes）条件概率模型和最大似然模型；用于水俣病，肝胆疾病、x线心影鉴别诊断的判别分析法；阑尾炎诊断的多元回归分析法；用于循环系统疾病、青光眼诊断分类的数量化理论Ⅱ。此外，还有序贯分析模型、临床实用计量诊断表等。

⑤药物动力学。目前主要有两类数学研究方法：其一是乳头状室模型（简称室分析）方法；其二是线性系统分析法。此外，在给药方案的研究中，还包括对初始剂量、维持剂量及给药时间间隔等内容的研究。

⑥临床决策。主要有：应用于某种检验的诊断价值的评价的决策矩阵（Decision Matrix）；用于临床治疗对策、检验或处理方案的代价——效益分析和决策树（Decision tree）以及博奕模型（Game Model）等。

⑦有关生理、病理指标和药物分类。如用聚类分析法研究牙

槽弓的分型，可为牙科标准预成牙提供制造的理论数据；用分割聚类分析法处理儿童体查数据，划定儿童发育期，可为儿童疾病防治和保健工作提供指导。还可运用数量化理论IV、相关分析等方法，研究中草药的分类等。

⑧人类遗传（病）的群体和数量遗传、多基因遗传规律。在群体遗传学中，已建立了描述一个大随机交配群体中，基因频率和基因型频率关系的哈代—温伯（Hardy-Weiberg）定律；在统计遗传学中，已建立了4个描述数量遗传性状遗传规律的公式。在生物计量遗传学（Biometrical Genetics）中，开展了基因型值的尺度、显性离差、方差的遗传分量、遗传力、子代回归、遗传相关数等研究。①②

⑨生理学、生化学中的数学模型。已建有神经细胞膜、神经纤维和神经网络的模型；甲状腺等激素分泌调节的线性和非线模型；动脉系统弹性腔室的定量模型；血液流变特性的数学性述；以及动脉局部狭窄区域的动量积分分析等。

⑩卫生管理中的数量模型。如医疗服务组织与计划的线性和非线性规划、动态规划、医院排队论、医疗设备更新论、医院库存模型、卫生经济中的成本——效益、效果分析、医疗急救系统的蒙特卡罗方法的研究等。

3.1.2 医学统计学

医学统计学主要是运用统计学的方法和技术，帮助进行正确的医学科研设计、资料收集、整理、分析和评价，以及有助于医学信息的贮存和提取等。主要内容有：

①医学观察实验中数据资料的收集、表征和综合，必须依据统计方法进行，方能成为有价值的信息。这包括实验、调查设计

---

①（澳）W.B.马塞，数量遗传学原理，江苏科技出版社，1979。

②吴仲贤，统计遗传学，科学出版社，1971。

中的随机抽样、误差、精确度、样本含量等问题的数学处理。还包括对样本均数、率的显著性检验，以及医学多因素分析方法的应用。

②流行病学、医学社会学、社会医学中四格表统计分析方法及寿命分析方法的应用。寿命表（The life Table）①发源于对人类长寿的研究，是保险精算学、人口学和公共卫生学的产物。有定群寿命表和现时寿命表两种形式。前者“记录特定的一群人从第一个出生到最后一个人死去的实际死亡经历”；后者则是记录“从一个断面来看当年这段时间内一群人的死亡和生存经历”。寿命表实际上是一种统计分析方法，因为人的寿命长短，具有偶然性，许多因素都是随机变量。寿命表在医学领域可用于疾病自然史的测量；用于前瞻性调查和防治措施远期效果的动态分析；用于人类生殖经历的研究等方面。

③医院质量管理中统计方法的应用。如分析产品及服务质量主要因素的排列图法和因果分析图法；整理质量数据、找出质量分布规律的直方图法、分层法；分析质量波动原因的控制图法。

3.1.3 医用电脑的开发

电子计算机在医学上的应用开发主要有：

①生理及疾病讯号的处理。如用微机装配冠心病护理装置，可以提高心电数据处理的速率和一致性，提高了监护准确率。又如用电子计算机对精确实验条件的控制等。

②医学图像的识别和图像显示。如用电子计算机辅助识别心电图、脑电图、x光片、细胞种类。又如x射线断层图像（CT）显示，以及用计算机辅助的三维重构技术研究生物的微细结构的完整图像等。

③医疗、科研、病史等资料的检索和处理。有助于提高科研

---

①〔美〕蒋庆琅著，方积乾译，寿命表及其应用，上海翻译公司，1984。

效率和使医院管理科学化。

3.2 医用数理统计的基本思想和方法论

在生物学和医学领域，想要通过观察研究对象的全部个体或事件来证明某一假说，几乎是不可能的。并且在观察到的个体或事件之间，还存在着变差、抽样机遇的问题。对于存在原因和效应间的联系和作用方式，一般也是未知的。然而，实际上科学工作者又往往要从所观察到的、有限的样本去推论较广泛的结论、普遍的规律或证明某一假设。因此，这是一个容易受主观因素影响而不十分肯定的推断过程，是一个只能说在一定置信度内的证明。数理统计则是一种有能力对我们的推断的不肯定做出一个精确和客观的度量，以帮助我们否定那些非真实的假设的定量分析方法。数理统计意味着一种新的思考方法——即从不肯定性或概率的角度来思考问题。

3.2.1 什么是概率

什么是概率？它与数理统计的关系是怎样？例如，对于一个房间隔缺损的先天性心脏病人，升主动脉左移可能发生也可能不发生，人们称之为随机事件（这里记为E），对于个别病人似无规律可循，但是，当把着眼点由单个病人转向同类病人的群体时（设有n个），就会发现这种随机大数现象中也存在着内在的规律。若以m表示E在n个病人中出现的次数，则其 比值$\frac{m}{n}$叫做随机事件E的频率，这里记为$\triangle/(E)=\frac{m}{n}$。实验和经验都表明，随着$n$的增大，频率$\triangle(E)$将逐渐围绕某一确定的常数$P$（在这里是$\frac{1}{2}$①）作幅度越来越小的摆动，显现出一定的稳定性来。那么，

①周怀梧，数理医药学，第85页，上海科学技术出版社，1983。

P便称为事件E的概率，记为$P(E)=P$。显然，对于任何随机事件，都有$O\leqslant P(E)\leqslant 1$。这也就是说 统计学用处在零与一之间的实数值来精确地指出一事件可能到怎样或不可能到怎样的程度。这样，把随机变量与实数中某一数值建立联系，以这个值的变化来反映随机变量内在的规律性，这就是用统计方法来克服随机困难的思想实质。

所谓随机变量，就是用来表示随机现象或事件各种结果的变量。常见的随机变量可分为两类：一类是试验结果可以逐一列举出来的，在数轴上取有限个数值的离散型随机变量；另一类是试验结果无法一一列举的连续取值的连续型随机变量。在医用数理统计学中。目的主要是解决一个随机变量以多大的概率取得各种可能的值，即解决随机变量的概率分布问题。所谓概率分布是关于离散型随机变量的概率函数和累积概率分布函数，连续型随机变量的概率密度函数和分布函数的统称。概率分布全面概括地描述了随机变量的取值情况。

随机变量的概率分布有很多形式。离散型随机变量的有：二项分布和泊松分布等；连续型随机变量有：正态分布（或称高斯分布）。其中，最重要的是正态分布。这是因为：其一，在客观世界里的随机变量，呈正态分布是普遍存在的事实。特别是在生物学和医学领域所遇到的随机变量，绝大多数服从于正态分布，如人体的身高、体重、血压、血细胞计数等生物特性和生物医学科研中的偶然误差等。其二，即使有些随机变量，如药物致死量等，虽然它本身并不服从正态分布，但经过取对数、平方根等数学变换后，则可服从正态分布。其三，正态分布的普遍性不仅是一个经验的事实，而且有其理论基础。中心极限定理告诉我们：如果被研究的随机变量可以表示为大量独立随机变量的和，而其中每一个别随机变量对于总和只起微小的影响，那么，这个随机变量一定是服从正态分布的。其四，人们对正态分布的性质研

究的历史最长，理论相当完善，应用也最为广泛和熟悉。因此，理所当然，正态分布成为生物学、医学数理统计方法的主要理论基础之一。

正态分布最初是由高斯（Causs）在研究误差理论时提出来的。标准的正态分布是一个具有总概率为1、方差（δ）为1，均数（μ）为0的分布。正态随机变量的密度函数的图像是一条中间隆起、两侧对称的钟形曲线，如图3.1所示。

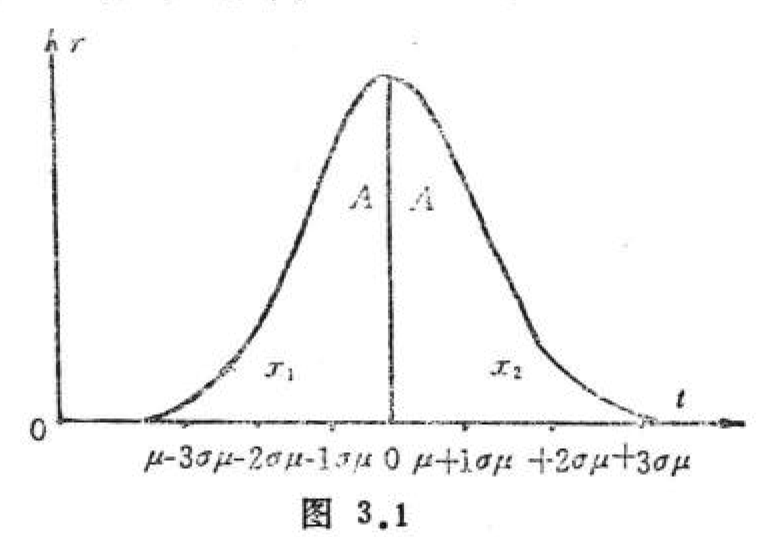


图 3.1

对于正态分布，数理统计实际上就是利用正态曲线中x_1和x_2之间的面积A的大小，来给出一个随机变量抽得的个体将处在x_1和x_2之间的概率。为简便起见，故以正态分布制定的概率表来求得任何与正态分布相关联的随机变量的概率，而对于那些$\delta=1$，$\mu\neq0$，的正态分布则只要把它们变换成另一个具有零平均数以及单位方差的正态变量$Z=\left(\frac{X-\mu}{\delta}\right)$就可求出其概率。

下面进一步分析正态分布与医用数理统计中常用的几个抽样分布与检验方法的内在联系。①

①周怀梧主编，《数理统计》（高等医药院校用），第68－71页，山东教育版社，1984。

对于x^2（读成Kai方）分布，其思想实质就是求在具有单位方差、零平均数的正态分布中那些互相独立的随机变量的平方之和，即求

$$x^2 = \sum_i Z_i^2 = \sum_i \left(\frac{x_i - \mu_i}{\delta_i} \right)^2$$

对于著名的t分布（也叫Student t分布），是由高斯特（*W.R.Gosset*）从$Z = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\delta x}$式衍变而来的，即$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s\bar{x}}$。

有了以t分布为基础制定的t值表，我们就有了进行显著性检验的理论判据。因为对于所有那些抽自正态分布总体的样本，t有一个重要性质，就是它的组成主要$\bar{x}$是与S，它们不会有一同变异的情况。（而其他除正态分布以外的分布，在重复抽样所得的X与S样本值之间就常有某种关系存在）于是，这样它便成了对总体进行估计与推断的较好指标。在医学研究中，许多实验的目的（如新药的开发）就在于确定在各组（或样本与总体间）平均数或率之间是否具有真实的差异存在，并且进一步估计它们的大小，给出一个概率的度量。这种检验方法最重要的和常见的就是t检验。t实质上就是以标准误差S_x为单位度量的一个正态变量X距它的总体平均数μ的离差。所以，一个样本的t可以作为一个判据来检验一种关于μ的假设。即我们只要作出一个起始假设，并选定一个人为的概率水准或显著性水准（如t=0.05或t=0.01），然后把计算出的样本t值与查表所得t值（即显著性水准）相比较，即可对两样本均数或率的差别是否由机遇所致作出判别。

此外，F分布也是以正态变量为基础的。

在医学实验或调查中，我们大多是从样本来推断总体的。为了使这种推论具有更大的可靠性，我们便给出一个以$\bar{x}$为中心的区间的置信推断，即所谓“3δ规则”。就是规定：以$\mu \pm 1.96\delta$

为正常值范围，小于$\mu-3\delta$或大于$\mu-3\delta$为异常；而在$\mu-3\delta$到$\mu-1.96\delta$之间或在$\mu+1.96\delta$到$\mu+3\delta$之间则认为可疑。数学定理还告诉我们，含n个观测数据的随机样本的平均数及观测数据间的带正负号的差数都接近正态分布，即使是母总体是相当地非正态，但当样本含量增大时，随机样本平均数的分布逐渐逼近于正态分布。而这样一个随机样本，就可以为总体的平均数μ、方差δ^2、标准误δx^2等作出无偏估计量。所以说，正态分布不仅为判别差异，而且也为从局部（样本）推论总体提供了基础。此外，围绕正态分布这个中心，数理统计学家们还建立了描述随机变量取值的平均水平或重心所在的位置参数（如均值），描述它取值的参差程度和离散程度的变异参数（如方差、变异系数、标准差等）。这样便构架了经典数理统计学原理的基础大厦。

近30年来，在生命科学的推动下，已经涌现了许多别具特色的生物统计理论与方法。例如，以寿命资料为对象的生存分析，将时间与空间、量变与质变相结合，分析生命过程的历史，为生物医学实验和观察提供了崭新的设计思想和分析方法。

3.2.2 医用数理统计的方法论原则

从方法论角度来看，现在的医用数理统计是以经典数理统计的正态分布为主要基础，来处理偶然性与必然性（或随机性与确定性）、个性与共性、部分与整体的统一。具体说来，正态分布是包括人体在内的生物的大数随机现象概率分布的一个普遍规律。以这个规律为主要依据，数理统计以平均数、中位数、众数等表示中心趋向的度量和以方差、标准离差、极差、标准误、变异系数等表示散开度的度量，来处理多个具有变异的单个样本与其集合共性的辩证关系；又以t检验、μ检验、方差分析等方法，对样本与总体、样本与样本之间的差异及其大小给予确立，并将其与随机变量概率的正态分布规律进行比较，从而对实验效应的

偶然性与必然性作出客观的判别。

就平均数与变异指标的关系而言，它们是从集中性和分散性两个不同的角度来阐明计量数据特征的。假设有数据的“绝对集中性”，平均数具有绝对的代表性，变异指标为0，则均数本身也就没有存在的必要了。又若有“绝对的分散性”，计算平均数也会失去实际意义，这样的数据不能形成统一的分布，显然不属于同一总体，则计算变异指标必是无意义了。所以，平均数与变异指标间存在着对立统一的辩证关系。于是它们常结合起来应用，如用算术均数与标准差来表示正态分布值的范围等。

就样本与总体关系而言，总体所具有的“必然性”，是寓于随机抽样获得的带“偶然性”的样本之中；而每一个随机样本又都是总体必然性的一次无偏性的表现。这样，偶然性与必然性的关系是：偶然是必然的表现，必然是偶然的本质。实在的必然也就是相对的必然，它是以偶然的东西为出发点的，它包含着偶然，并通过扬弃偶然而回到自身。相对的必然，作为可能与现实的同一，就是形式的总体，而这样同一中的差异就是偶然。① 总之，数理统计运用定量的逻辑手段使我们完成了一个从局部推断整体、从偶然推断必然、从特殊推断一般的认识过程。

正确运用数理统计方法应遵循的几个基本原则：

①一贯性原则。即指要把数理统计的思想和方法贯彻于医学实验或调查的全过程（从设计到结果分析）。因为数理统计是一个有序过程，设计上的失误，数据收集的缺失、遗漏和不准确，资料整理的非规范化、资料管理的混乱等任何一个环节的错误，都会导致推论的非真实性。

②可比性原则。数理统计学中的任何比较（如相对数、平均数、率等的比较）都是在一定的关系上，根据一定的标准进行

① 姜丕之，黑格尔大逻辑选释，第285－308页，福建人民出版社，1983。

的。没有标准，无法进行比较；标准不同，也不能得到正确的比较结果。所以，对医学样本要考虑指标内容的关系及其可比意义如何，指标产生的时间、地区、条件和其内部构成、计算的方法是否一致等等。运用标准化方法（即创造一个在同一标准构成内的可比条件的方法）是达到可比性的重要手段。

③解释的相对性原则。因为数理统计是以概率论为其基础的，所以，任何统计量、参量和其推论都具有相对性的意义。这就是说，数理统计为我们提供的只是一种概率性的、而不是因果性的推断，这是由研究对象的随机性、样本的有限性和逻辑推理的不完全归纳性以及比较的非全面性多种因素所必然决定的结果。因此，人们必须注意到，不要把本来是相对的东西决断成绝对必然的东西。

数理统计的应用程序：

①在实验或调查设计时，对样本含量进行估计，对样本分配进行随机化、盲法处理；对非定量随机变量进行转换处理。这种转换的一般方法是，将对象的状态或结果空间与一定的实数建立一种函数关系。

②在实验或调查过程中，进行资料数据的正确收集记录和管理；指导技术上的改进，如注意施加处理因素的均匀性等。

③在实验或调查结果的分析中，指导数据资料的分组、汇总、频数表和计算表等图表的制定；各相对数、均数、方差等统计表的计算；以及进行相应的显著性检验、回归分析和置信推断等。

数理统计方法决不单纯是一种收集和整理资料的方法，而是具有发现功能的重要认识工具。R.G.D斯蒂尔认为，达尔文的进化论、孟德尔的遗传学两定律的发现，在本质上主要是数理统计的。① 在现代医学中，吸烟与肺癌、吸烟与心血管疾病、孕妇风

---

①〔美〕R.E.D斯蒂尔等，数理统计的原理和方法，第3页。

疹与婴幼儿先天畸形、反应停与海豹肢症、链球菌感染与风湿热、乙型肝炎病毒与肝癌等病因与疾病之间的关系，其发现与论证都是与数理统计方法紧密联系的。

4　社会科学方法在医学中的应用

现代科学技术和医学的发展揭示人体的整体性以及人体与自然环境和社会环境的统一性，因此，医学不仅要研究人的生物属性，还要研究人的社会、心理属性，研究社会、心理因素对人体心身健康的影响及其规律。预防医学是一门关于防止疾病在社会人群中发生、发展、复发、致残和增进人群健康的科学。预防医学是以社会群体为对象，它不仅要研究物理、化学、生物、社会、心理、行为等因素对社会人群健康的影响，还需要寻找防治对策，必须应用社会学的调查研究方法。即使是临床医学，许多疾病的发生发展及其治疗对策，也必须通过社会调查方法才能真正揭示发病规律，制订正确的治疗方法。

以下介绍现代医学常用的社会调查研究方法。

4.1　问卷法

问卷法是通过一种控制式的测量，以提问的方式搜集资料，对某种社会现象的有关变量进行度量，从而达到深刻地认识某种社会现象的目的。医学研究中常用于心理测试、性格类型的调查以及社会应激因素的调查。

1959年美国学者弗里曼（Friedman）等提出A型行为好发冠心病，经过多年论证，在1977年得到确认。弗里曼应用的是问卷法结合群体调查法。1984年我国的心身医学协作研究组以中国人的性格特征为基础，设计了适合我国特点的A型性格问卷，该问卷共有60题，包括3个分量表。1985年应用该问卷进行调查，

发现我国冠心病患者中，A型性格的分布比B型高出2倍。

问卷法由于所研究的任务和目的不同，又分为无结构型问卷和结构型问卷两大类。前者对设计中所列出的调查中的变量不加控制或稍加控制，访问者对被访问者在不变换调查内容的前提下，让其在被调查范围内自由地谈自己的意见。后者一般是根据调查课题中有关假设的需要，设计问题的答案，答案按一定的逻辑顺序印出，受测者根据自己的意愿进行选答。问卷法的优点在于用较少的人力、物力、财力，在较大的社区范围进行抽样调查，获取大量的、便于统计分析的资料。

4.2 个案调查法

个案法是在事物的全体中认定单一个体加以调查分析，以明了其特殊情况，明了此一个案与其他现象的相互关系，及其他方面的因素对此一个案的影响或作用程度，从而作为判断事物的根据。医学研究中常从某一预初试验的结果中得到启示，分析此个案与其他现象的联系。

临床医学研究常从个案的个性特征中找出其共性的内涵。例如一名中年妇女因家庭纠纷服敌敌畏自杀，经某医院抢救获得成功。至于导致自杀的家庭纠纷，医务人员则认为不属于职责范围的事，不予顾问。患者出院当天再次撞车自杀，再送该院抢救，花了大量的人力、物力、财力，终于又一次把病人抢救回来。但是，医务人员对导致自杀的原因仍未引起足够的重视，以致第二次出院的当天，终于自缢身死。从这个个案分析，从生物医学“治病”这个角度来分析是成功的。但是从生物、心理、社会医学模式来分析，这个病例是失败的。由此个案，表明医学模式的转变是现代医学改革的必然趋势。

4.3　群体调查法

群体调查法是指有组织地搜集某种社会现象的资料，通过观察访谈，开调查会等形式，应用普查或抽样调查等手段，对所搜集到的资料进行整理、分析，用以解释与社会应激有密切关系的医学问题或医学中的社会问题。群体调查方法的特点是从宏观入手，以人群为对象，以对比分析为核心，通过调查、观察或实验所获得的结果，从现象深入事物的内在联系，找出事变的原因及客观规律。

现代医学的发展趋势是从"个体医学"发展到"群体医学"，因此，群体调查法在现代医学研究中的重要性日益突出。与实验方法相比，群体方法有助于从整体上、从宏观的层次上论证、阐述、评价和发展实验方法的结果。1982年对原子弹爆炸后的幸存者进行了调查，根据统计资料，表明接触年龄越小，癌肿发生率越高，只适用于乳腺癌、肺癌、胃癌与肉瘤。这一结论与临床观察结果基本吻合。群体调查方法与实验方法之间相互结合，使放射线接触年龄与癌肿发生率之间的联系逐渐明朗，体现了在实验方法中引进社会科学方法的优越性。

调查方法又分为普遍调查法、典型调查法、抽样调查法、问卷调查法、座谈会和个别访谈法等。

普遍调查法因范围大小又分全国性普查和地区性普查。这种调查法的优点是能够搜集到比较全面的资料，但动用人力、物力、财力比较大。国家通过全国性的人口普查，搜集到全面、系统、准确的有关人口各个方面的重要指标和数据，这就为制定社会发展的重大战略方针提供了可靠依据。从预防医学的角度讲，全国性普查提供了全国人口健康状况、人口期望寿命、出生率、死亡率、婴儿死亡率等方面的重要资料或数据。从而为国家拟订计划生育重大国策和预防保健等重大战略措施，提供可靠依据。

典型调查是对调查对象进行初步调查和分析的基础上，选择一个或多个有代表性的地区或单位，有目的、有计划地深入做系统周密的考察。例如1964—1965年在湖北农村发现一种原因不明的"烧热病"。1969年以武汉医学院为主体，到病区进行调查，发现同饮一塘水、同住一个村、生活习惯和营养条件基本相同的两个生产队，发现情况在这两个生产队存在有显著差异。调查结果发现发病严重的生产队，有一个榨棉籽油的榨坊，他们用螺旋式榨油机，将生棉籽直接放入机中进行榨油，这种油棉酚含量要比一般油高出数倍，这种粗制棉油中的棉酚是烧热病的致病因素。后来通过动物实验，证实了棉油中的棉酚是烧热病的原因。

抽样调查是普遍调查和典型调查相结合的形式，兼有二者的优点。抽样调查是从所要调查的对象（总体）中抽取一定数量的样本进行调查研究的一种方法。抽样调查要求遵循随机性原则，抽取的调查单位有足够数量。

开调查座谈会和个别访谈会是简便易行的调查方法，对于摸清与事件（或疾病）有关的调查对象的基本情况，以及追索发生的原因起着重要作用。要搞好调查座谈会和个别访谈，必须事先根据调查目的和内容拟订出详细调查纲目，组织和培训调查人员，使他们明确调查的目的、步骤和采用的基本方法。

4.4 多方位研究（分析）法

从两门或更多学科的角度来研究医学中的同一社会现象。这种方法注意从多种角度、多种方面、多种层次来深入考察医学中的社会现象。研究更年期综合征，一般都是从调节激素失衡或中医辨证论治角度出发的。天津市结合社会科学方法，对1549例患者进行多方位的调查研究。结果发现，在更年期有较严重症状患者中86.4%存在明显的社会发病因素。这就要求医生通过社会调查，针对各种社会发病因素，帮助患者处理好与家庭、工作单位

的人际关系，通过减轻患者的心理应激，消除或减轻症状，平安地度过更年期。

4.5　反馈研究（调查）法

这种方法通过往复多次的征询意见的过程，从反馈回来的信息进行研究，调整原来设想的方法，作出判断，定出措施。过去认为人体内部的生理活动，如血压、心率、胃肠蠕动等功能是由植物神经支配的，无法自我控制。近年来，将反馈方法移植于医学研究，人们通过反馈仪可以自我训练学会控制自己的血压、心率、肌电、皮肤电阻等指标，达到松弛状态，因此，可以治疗不少由社会心理应激引起的心身疾病。

4.6　心理法

这种方法是指对一群观点不同、兴趣不同、态度不同、在心理上有差异的人们的特性及其结果进行研究的方法。主要包括智力测验、人格测验和反应测验等。近年来兴起的心身医学（Psychosomatic medicine）即是一门研究社会心理应激与人体健康和疾病相关性的学科。据统计，在综合性医院就诊的初诊患者中有1/3属于心身医学研究的心身疾病。1973年美国的霍尔姆斯（Holmes）根据5000人的调查结果，对各种社会生活事件42项进行定量计分，制订问卷。他认为如在一年中生活变化超过200单位，则产生心身疾病的机率极高。①

4.7　比较法

按照一定的标准，将医学中有关的可比较的社会现象进行比较，予以分类和分析，以寻求阐明和解决医学中的社会致病因素以及社会问题产生和发展的规律。例如哈尔滨医科大学深入东

① Holmes TH, The NeW YorK Times 1973, June 10.

北、西南等大骨节病流行区，经过10多年的社会调查，将吃本地产玉米、小麦的村民同附近吃商品粮的居民以及吃水田产的稻米的村民进行对照比较，又经过实验室的反复验证，最终寻找到大骨节病广泛流行的致病因素，就是一种尖孢镰刀菌产生的毒性物质。其传播媒介或途径是通过该地区旱地生产的玉米和小麦。从而建立了"食物性真菌中毒学说。"

4.8　历史法

用科学的方法去研究历史的记载和文献，分析形成"目前"的医学社会现象的历史过程。通过这种研究，有助于吸收历史的教训，提出改进的社会措施，并预测未来发展的可能趋势。

4.9　区位方法

从社会各地区、民族对同一种社会现象的不同态度和动向进行分析，通过研究疾病在不同地区的分布和发展情况，探讨人类疾病与环境的关系。例如河南省林县是全国食道癌高发地区，经过社会调查，发现与传统食物中含亚硝胺过高有关。上海市及附近地区发现肝癌集中高发在沿江沿海的南通、崇明、川沙、南汇地区，通过社会调查，发现肝癌的发生与水质有关。又如结肠直肠癌在上海市青浦地区高发，经过社会调查，发现该地区原为严重的血吸虫病流行区，血吸虫卵在感染者的结肠与直肠沉积刺激是癌症高发的原因。上述实例说明，经过特定地区的社会调查，可以发现或解决医学研究中不少的课题。

4.10　社会测量法

主要运用量度表的技术，对人们的社会地位、社会关系、群体结构和行为发展的趋势与疾病的关系做定量的研究。例如艾森克（Eyssenck）教授设计了一种较全面测定人格类型的问卷，分

为4个分量表：(a)E量表，可测定被试者的个性特征，区分出个性外向、内向等5种类型。(b)N量表，可测定出具有焦虑、神经质到不焦虑、无神经质等5种类型。(c)P量表，可测定出具有倔强、敢冒风险到个性随和、胆小等5种类型。(d)L量表，可测定出个性坦率到掩饰自己内心活动等类型。上述四个量表的综合可以较全面的分析被试者的人格特征、较准确的反映其心理素质。应用艾森克4个分量表，测定正常人群与冠心病患者，发现E和N量表与A型性格问卷的结果是一致的。艾森克的问卷无疑比A型性格的问卷更全面，它适合应用于其他疾病的调查研究。

4.11 变量分析法

用数理统计来分析、推论医学社会现象的错综复杂的变量之间的关系。随着计算机的广泛应用，本方法已成为越来越重要的研究方法。例如，上海应用计算机预测中风的社会危险因素已取得了成功。

5 医学研究中信息论、控制论和系统论方法

自然科学随着人们对自然界认识的不断发展，认识自然界的手段和方法也在不断发展。20世纪以来，随着现代科学的发展，出现了一些新的科研方法：信息论、控制论、系统论等，它们是从横的方向来研究物质运动的一般规律性的联系，故称之为横断学科。这些新学科的出现，深刻地影响着自然科学的发展，改变着社会生产和人们的生活面貌，对于实现生产、经济管理科学技术现代化有着十分重要的意义。同时，对于医学科学、卫生事业的管理，亦产生有深刻的影响。

5.1 医学研究中的信息方法

信息方法，就是把一个系统的运动看作信息的获取、传递、加工、处理过程的研究方法。运用信息方法的目的是通过对系统信息流程的分析、处理，达到对该系统运动规律的认识。

5.1.1 人体内的信息处理过程

人对环境有很强的适应能力，同时，具有认识世界和改造世界的创造和思维的功能，这都要依靠人体内的各种信息传递和处理来实现。

正常人体的信息传递和处理，主要是通过神经系统及体液系统实现的。神经系统的感受器接受外来的信息，变为神经冲动，沿神经纤维传递到神经中枢。神经中枢把这些信息加工处理并发出指令，通过信息的传递和反馈，以控制有关行为，协调内环境的变化。机体内部细胞与细胞之间，是通过释放介质，为受体所接受，从而相互传递信息。此外，血压、湿度、血液中的酸碱度，各种电解质等也都是影响机体调控的信息。总之，人体各种功能的实现和控制，是一个信息传递、处理和反馈的过程。在这个过程中，同时进行着信息编码。感觉器官把外来信息变换为相应脉冲编码，传递给大脑进行处理，又以新的编码传递给执行器官。人体内激素信息的编码有两部分：一部分是地址的信息编码，另一部分是作用的信息编码。对于具有地址与作用编码的激素，只能为指定的靶细胞所接受，促肾上腺皮质激素就是这类激素。有一类激素只有作用信息编码，可以为体内大多数组织细胞接受，并结合自身的情况而发生不同效应，肾上腺皮质激素就是这类激素。

人体系统发生疾病，是其自身组织化程度的降低和控制能力的减弱。从信息论观点分析，疾病则与信息传递干扰和传递障碍有关。信息干扰，就是信息在传递过程中，受到各种因素的影

响，引起信息畸变、失真，不能准确无误地发送和接受。受干扰严重时，就会发生信息传递受阻，使系统之间根本不能进行信息交换。传染病就是由于异种蛋白或毒素使信息畸变，扰乱了机体的正常细胞的功能。血红蛋白携带组织中的二氧化碳，通过肺的气体交换，释放二氧化碳，以带氧血红蛋白输送到组织细胞中去。若信息失真，血红蛋白携带一氧化碳回到组织细胞中去，则发生一氧化碳中毒。甲亢、重症肌无力等疾患，是细胞间通讯即介质与受体之间信息传递发生障碍所致。过去，对内分泌疾病，主要偏重于其分泌的亢进或低下。事实上，许多表现为内分泌低下疾病，并非激素分泌不足，而是信息反馈受阻。在糖尿病的原因中，就有信息传递异常，使环-磷酸苷形成受阻和细胞内酶类膜结构及细胞器异常，导致信息不能正确表达等原因。由小脑共济失调引起的眼的震颤病，也是反馈信息异常所致。由于DNA模板的错误，产生错误的不具备正常功能的蛋白质，就会形成癌细胞。如此等等，表明从信息传递、处理的观点来探讨生理功能和病理现象的处理，将是今后揭示生命现象的重要方法。

5.1.2 信息方法对医学研究的重要作用

信息的理论和观点应用于医学研究，具有重要的方法论作用。

①为医学研究开辟了新途径

信息方法从信息的传递路径、转换过程来探求人体功能的机制，探求对疾病进行人工控制，引起了医学研究的新变革。运用信息方法，人们弄清了遗传信息在核酸中的编码，形成了遗传工程的新学科。弄清了在保持人体内稳态中神经介质和内分泌激素作为第一信使、环-磷腺苷和环-磷酸鸟苷作为第二信使。有机体内各种起催化作用的物质，也是通过特殊信使的功能，以分子识别来控制的。如果没有这种精确的分子识别，当外界物质进入体内，免疫功能就不能发挥作用。因此，信息方法对一些基础理论

如生物化学、免疫学、药理学的发展有十分重要的作用。

②为诊断和治疗疾病提供了新技术

生理信号的无损伤测量，是比较困难的。运用信息理论和方法，对信号进行测量、分析和处理，可以进一步使诊断、治疗客观化、定量化和自动化。由于科学技术的飞速发展，人们已经能对许多医疗上有用的信号进行测量、提取，其准确度、速度和精度可以做得相当理想，并能适时地输入电子计算机做进一步分析处理。手术期间强化治疗及冠心病护理的生理监测，便是信号分析处理的有代表性的例子。监测装置可随时把病人的心率、血压及其他需要观测的指标显示给医护人员，大大地提高了心脏手术的成功率和抢救危重病人的效果。又如，对多路脑电图按不同频谱作地形图后，往往可诊断出CT都未检测出的脑内较小的肿瘤、顽固性癫痫的病变部位等。

模拟人体感官的信息处理过程，可以创建新型人工器官。例如，对视觉系统信息处理过程的进一步了解，为建立人工视觉奠定了基础。对大脑皮层视区功能正常的盲人，用与外界信息有关的脉冲电流，经微计算机处理后，直接刺激盲人的皮层视区，就能使盲人“看”到图像。80年代初，这种人工视觉装置已在盲人头部安装试用，取得了较好的效果。

70年代初，美国开始将人工智能应用于医学，模仿专家诊断疾病的过程，建立了智能性专家咨询系统。这种计算机系统，能在病症资料不全时，提供病情发展的各种可能的分析，并建议应进一步做何种检查；在向系统继续输入病情资料和检查结果后，系统将提供诊断意见和诊断根据。在诊断结果和实际发生矛盾时，系统能自动修正诊断规则，具有学习的功能。这种系统的主要组成有两个部分：一是知识库，它包括当前有关某类疾病治疗的最新经验和文献资料；二是推理规则，能模仿医生的判断过程。1976年，美国第一次建成了细菌感染的专家咨询系统，在临

床实践中达到专家主治大夫的水平，引起了各国广泛的重视。

③医院信息系统的建立和医疗自动化

医院信息系统是用计算机登记、存储、传递和处理各种信息资料，包括临床数据管理、医疗器械管理、医疗事务管理和医院管理等方面，以提高医疗水平。其中包括临床数据管理，医疗器械管理，医务事务管理，计算机辅助诊疗系统等。

5.2 医学研究中的控制论方法

所谓控制，是指有组织的系统，根据各种条件的变化而进行调整，不断克服系统的不确定性，保持系统的稳定状态。客观存在的任何系统，总是具有不确定性，具有组织程度降低的趋势，这就要求对系统不断地施加一定的作用，加以克服。这种施控与被控之间的矛盾，就是一切运动过程的基本矛盾形式之一。

控制论方法撇开研究对象的物质的和能量的具体形态，运用功能模拟方法、反馈控制方法和黑箱辨识方法，探索信息传递和控制的普遍规律，为自然科学、社会科学、思维科学等领域的研究提供了崭新的方法。

控制论方法在医学研究中的应用已经取得一定成果，对推动医学的发展显示了广阔的前景。

5.2.1 控制论方法对医学研究的意义

控制论同生物学、医学有着特殊的亲缘关系。它的一些基本思想和方法，不仅对医学理论的研究具有重要意义，而且在医疗卫生实践中得到了广泛的应用。

①控制论中功能模拟、信息、反馈、黑箱等概念和方法引入医学领域，对人体生理和病理机制、免疫系统的机理、神经体液系统的调节等，有了更加深刻的认识和科学的解释，从而促进了医学生物学、生理学、生化学、病理学、免疫学、神经生理学和神经病理学等理论研究的深入发展。不仅使基础医学和临床医学

的理论水平有了很大的提高，而且还诞生了一系列运用控制论方法研究医学的新学科，诸如生物控制论、神经控制论、控制论医学、控制论病理学以及中医控制论等等。

②控制论方法给医学教学、科研、预防、诊疗、康复等实践活动提供新的理论和方法。运用反馈控制原理，使上述实践活动的目的性和计划性得到加强，保证实施过程中的高质量、高效益。控制论原理同微电子技术、电子计算机技术、生物技术、新材料、新能源相结合，为医学教学、科研及医疗实践提供大量先进的仪器设备和技术手段，以及各种功能模型。如用于教学的人体各系统器官活动的电子模型，医学生实习用的不同疾病的病理模型，以及供特殊研究用的人工机械模型等等。

③控制论方法同现代科学技术相结合，使临床医疗的自动化水平达到更高的程度。电子计算机体层摄影（CT）、核磁共振成像（MRI）的诞生，就是控制论、信息论的基本原理同现代新技术相结合的产物，大大提高了疾病诊断的准确率。在心、脑血管等危重病人的病室里，安装电脑控制的电视监测系统、能对病人的行为和病情变化随时进行监测并提供各种数据资料，以便医护人员及时采取护理、抢救措施。

④控制论方法还为各级卫生机构的管理科学化和现代化提供了新的方法。卫生机构（包括医院）运用反馈控制原理结合现代化技术设备建立起来的网络系统，能对下属各分支机构（基层组织或科室）实行有效地调控和管理。根据上级下达的指令（各种指标）及下层机构反馈回来的信息，及时分析比较并采取进一步的协调行动，纠正偏离目标的行为。使整个机构正常运转，使现有人力、物力、财力更好地发挥作用，从而提高卫生事业管理的经济效益和社会效益。

5.2.2 控制论方法在医学研究中的应用

目前，控制论在医学研究中的应用主要有以下几种方法。

①功能模拟方法

功能模拟方法的特点：(a)在模拟的途径上是从“功能到功能”，不需要先去弄清原型的内部结构和机理，只要模型与环境联系的功能同原型与环境联系的功能基本相似即可进行模拟。(b)用功能模拟方法所建立的模型可以作为深入认识原型的一种手段。例如，电脑对人脑部分功能的模拟，可以反过来推断人脑（原型）内部的某些结构和机制。(c)功能模拟方法还可以研制出优越于原型某些功能的装置。例如仿制某些动物比人敏感的特殊视觉、听觉、嗅觉、触觉等功能装置，以代替人在特殊环境中执行某种特殊任务。

医学家同工程技术人员协作，运用控制论方法研制出许多生命机体的功能模拟装置。如人工心肺机、人工肾（透析装置）、人造血管、血浆以及为伤残病弱者提供的人工假肢、人工眼、人工耳、人工起搏器等等。这些装置有的能短暂代替人体某些器官的功能，以配合医师的治疗。在心脏直视手术中采用人工心肺机暂时代替患者的心肺功能，进行体外循环和呼吸即是一例。目前，要制造出具有生命活性的心、肺，虽然还不能做到，然而，功能模拟方法给医师和工程师们以启示，终于制成了人工心肺机，以模拟心脏泵血功能和肺脏换气功能。

有的模拟装置可以暂时代替某些功能失常或衰竭的病变器官执行其功能，从而对某些疾病起到良好的治疗作用。如人工肾（亦称血液透析机）。还有的功能模拟装置可以植入体内与其他组织器官相连接，代替某些已丧失功能的病变组织和器官，参与整个人体新陈代谢活动。如把人工心脏起搏器（实际上是一种微型电脉冲发生器），植入患有严重房室传导阻滞和窦房结功能不全的病人体内，就能通过电刺激心肌，使心房和心室有节奏地舒张和收缩。在临床诊断上可以用电脑模拟医师看病的思维和技能，研制成功了“医疗自动化系统工程与中医电子计算机诊断程

序”（即电脑医师）

②反馈控制方法

反馈是控制论中极其重要的概念。把反馈同信息结合起来，通过信息的传输与反馈达到对系统的控制，是控制论中又一重要方法。

所谓反馈，是指施控系统（输入端）的信息（亦称给定信息）作用于被控系统（输出端）后产生的结果（即输出的真实信息），通过一定的通道反送回施控系统（输入端），从而对输入和再输出施加影响的过程。反馈分正反馈和负反馈，负反馈是保持系统稳定性对系统实现有效控制的基本环节。

运用反馈原理探讨生命体内各种调节机制，可以把人体看成是一个闭合回路的自动控制系统。神经、体液的调节部分为控制部分，各种效应器、靶器官、靶细胞为受控部分。由控制部分向受控部分发出指令信息，通过有关传输通道传递至受控部分，受控部分有反馈信息送回到控制部分，这种信息的双向联系，实现人的躯体运动与内环境的动态平衡（稳态）。

保持机体的动态平衡，除神经反馈控制外，还有内分泌的反馈控制。如下丘脑可分泌一种促肾上腺皮质激素释放激素至脑垂体，促使其分泌促肾上腺皮质激素。当血中肾上腺皮质激素达到一定水平时，可反作用于下丘脑和脑垂体，抑制其分泌促肾上腺皮质激素释放激素和促肾上腺皮质激素，从而使血中的肾上腺皮质激素维持在正常水平。反之，当血中肾上腺皮质激素降低到正常水平以下时，信息反作用于下丘脑和脑垂体，促使其分泌促肾上腺皮质激素释放激素和促肾上腺皮质激素，从而使血中肾上腺皮质激素相应升高。

③黑箱辨识方法

黑箱辨识方法，就是在对黑箱（被研究对象）基本上不加干预的情况下，通过对黑箱的输入—输出及其动态过程的考察，来

推知其内部结构、功能和机理的一种方法。在控制论中，根据人们对黑箱的了解程度及黑箱内部的复杂程度，又有许多不同的调节黑箱的具体办法。最常用的有随机调节、记忆调节、建立多变量系统、负反馈调节以及建立模型等。

黑箱辨识方法的一般程序：首先，确定被研究对象与环境之间联系的边界，弄清受环境影响的主要传输通道。其次，通过观测或主动实验，测定输入和输出动态变化的信息数据来考察黑箱。再次，根据观测或实验所获取的信息数据及原来对对象已有的认识，建立黑箱模型进行研究。

人体是一个极其复杂的系统。迄今对活体内的许多奥秘，仍然知之甚少，有的甚至全无所知。许多生命现象，只能在基本不影响或不损害机体结构和功能的情况下，把活的人体当成一个黑箱，通过对机体（黑箱）的输入和输出及其动态过程，来探索其内部结构、功能、特性和机理。例如，神经生理学和神经病理学对人体大脑正常活动和病理障碍的研究，在许多情况下都是采用黑箱辨识的方法进行的。因为，通常的情况下，不允许临床医师随意将患者的头颅打开进行直接观察，而只能是采取询问病史、体检及采用各种仪器检查，根据所获得的各方面资料数据，再结合神经解剖知识进行综合分析，并推断出就诊者是否患有某种疾病。

在医疗实践中，许多疾病表现的症状和体征比较复杂，一时难于作出诊断结论。则需进一步用黑箱识别方法进行检查，取得可靠数据，以便于鉴别。例如，不同类型的尿崩症，症状、体征无明显区别，但由于发病原因不同，因而治疗方法亦不同。精神性尿崩症患者的垂体功能和肾小管功能均属正常，主要由于强迫性的多饮，使血液渗透压下降和血容量增大而引起的垂体抗利尿激素分泌减少导致多尿。垂体性尿崩症是由于垂体的原发性疾病（如肿瘤）或临近器官的病变，影响到垂体分泌抗利尿激素减

少，肾远曲小管和集合小管对原尿的回收减少，大量的体液丢失。肾性尿崩症是由于肾脏远曲小管和集合小管缺乏抗利尿激素的受体，虽然垂体正常分泌抗利尿激素，但因缺乏受体的介导，远曲小管同样也不能回收原尿，导致液体丢失。据此，临床上把患者看成黑箱，通过对患者的禁水试验来区别不同类型。若尿量明显减少，可判断为精神性尿崩症。若尿量仍然很多，则可注射一定量的抗利尿激素进一步试验。若是垂体性尿崩症，患者的多尿即会有所改善。若是肾性尿崩症，则多尿仍得不到纠正。

5.2.3控制论方法在医学研究中应用的前景

本世纪60年代，生物控制论已经发展成为一门新兴学科。近年来，医学实践的需要和科学技术的进步，推动生物控制论的理论研究同实验研究越来越密切结合，从而使控制论在生物学和医学上的应用提到更高的水平。

为了探索神经系统的奥秘，科学家们期望通过某些简单的神经组织（如昆虫和某些低等动物的脑）的探索作为突破口，从而打开揭示整个复杂神经系统的通道。黑箱辨识方法已经发展到逐步打开“黑箱”，使“黑箱”转变为“灰箱”，从“功能辨识”发展到“结构辨识”。人们试图结合生物系统本身的特点，创造出一套运用于研究生物系统的理论和方法。

70年代发展起来的系统辨识方法，迅速被人们自觉地应用于生物学、医学的研究。1978年美国国立普通医学研究所由于“认识到生理系统分析的潜在意义，提议支持最有效的生理系统分析技术去解决重要的生物医学问题。继续支持生理系统分析的研究，即用经典控制理论、模拟和数值分析方法研究重要的生物医学问题，特别要鼓励应用现代控制理论技术如系统辨识、非线性系统方法等的研究”。[1] 这可以做为这种发展趋势的一个具有代

---

[1] 汪云九、顾凡及编著，生物控制论研究方法，第382页，科学出版社，1986。

表性的反映。

5.3 医学研究中的系统方法

现代医学科学向纵深发展的基础上，出现了整体综合的趋势。随着神经——内分泌学说、稳态学说，应激学说、免疫学说、受体学说以及环境医学、身心医学、社会医学等学科的建立和发展，随着生物医学模式向生物、心理、社会医学模式的转变，这一趋势日益发挥着重要的作用。人们已不满足对局部的单因素分析，而更加注意对人体整体作综合性的多因素考察，这促使人们开始注意运用系统思想与方法，来思考和处理医学科学中的复杂问题。

5.3.1 系统方法在医学研究中的意义

系统方法是随着一般系统论的产生而发展起来的。本世纪20～30年代，奥地利理论生物学家贝塔朗菲(L.V.Bertalanffy)等人，认为机械论不能科学地解释生命现象，主张将有机体作为一个整体系统来考察，提出了有机论思想。接着又提出用数学模型研究生物学的方法和机体系统的概念。第二次世界大战之后，贝塔朗菲等人进一步在有机论的基础上提出了一般系统理论。本世纪60年代以来，系统理论和方法得到丰富和发展，并和控制论、信息论结合，渗透到众多学科和工程技术的领域，取得了显著的成就。

贝塔朗菲把系统定义为：“处在一定相互联系中的与环境发生关系的各组成部分的总体。”①钱学森等同志认为，系统是“由相互作用和相互依赖的若干组成部分结合成的具有特定功能的有机整体，而且这个系统本身又是它们从属的更大系统的组成

①贝塔朗菲，一般系统论，自然科学哲学问题丛刊，1979年1—2。

部分。"① 这些解释和说明，都强调系统是一个整体，系统的特定功能主要是由组成部分的相互关系所决定，表现在系统与环境的联系和关系之中。例如，人体的神经系统，作为一个相对独立的整体，也是一个系统。它由多种组分，如大脑、丘脑、中脑、桥脑、小脑、延髓、脊髓以及各种感受器所组成。这些组分相互作用、制约，构成一个系统整体。这个系统整体，在协调机体各部分并对复杂环境作出适宜反应的行为中，体现出它的性质和功能。

所谓系统方法则是将所要研究的对象，作为一个系统着重从系统的整体与要素、要素与要素、系统与环境之间的相互作用、相互联系的关系中综合地考察对象，以达到全面、精确地了解对象，并对问题作最佳处理的方法。综合地研究和处理有关对象整体联系的一般方法。

人体是一个包含众多子系统的大系统，对于这样一个结构复杂、功能综合、规模大、因素多的大系统，人们从不同角度，针对不同部分，作了大量研究，发现了各种各样的因果关系并积累了丰富的资料和数据，因此，要求我们只有在系统思想的指导下进行研究，才能对这些问题在系统整体上得出清晰的完整画面。像肿瘤，人们从细胞形态、细胞免疫、遗传基因、社会心理、生态环境、个人行为等等方面进行了探查，并取得了相当多的实验资料和经验知识。可是直到今日还未能从总体上作出说明。这与缺乏将个别分散的成果联系起来进行综合整体考察的工作和方法。系统方法的发展和普及，当会促进现代医学研究的进展。

随着医学的发展，专业化程度日益加强，更需要用系统方法，将各自所在的不同范围沟通起来，否则，就不能适应整体性

① 钱学森、许国志、王寿云，组织管理的技术系统工程，文汇报，1978年9月27日。

极强的生命科学的发展。仅以临床医学来说，目前分科不断分化，这同时又不利于对患者作综合协调和整体治疗。如果能用系统方法针对不同情况，设计一定程序把各项治疗网络起来，使整体协调和局部深入都得到恰当的安排，必将推动临床治疗学和临床医学研究的发展。

随着生态学、环境医学等学科的进展和医学模式的转变，医学科学日益联系到更大的范围。一个医学上的决策，一项防治措施的采用和推广，常常要关系到生态、社会、患者心理、经济问题和价值判断等等方面。医学的这一状况，要求我们必须善于对其问题作全局性的系统思考。

当前，医学知识的急剧增长，名目繁多的诊断、治疗技术，大量的实验数据和检查数值的不断涌来，如何消化和利用这些知识，如何安排医学教育使人才培养适应大社会的需要，以及如何对各种技术进行选择，都需要从总体上进行研究，以便作出优化处理，系统方法在这方面可以给人们以帮助。

5.3.2 系统方法的原则

系统方法有以下几个主要原则：

①整体性原则

整体性原则是系统方法的基本出发点。现代系统方法对整体的理解不同于古代医学对整体笼统、模糊的认识，也不同于近代医学把整体看成是部分的简单加和。系统方法把整体理解为整体、部分、环境三者的辩证统一，并着重考虑由部分组成整体以及整体与环境联系中出现的整体特性和新质。在认识过程中，也不同于传统方法的从部分到整体的顺序，强调从整体认识部分，为了了解整体的特性，也需要对组成整体的部分作深入的解剖和分析。系统方法的着眼点是整体与部分之间，部分与部分之间，整体与环境之间的相互联系和作用，并从这些关系中来把握整体。

大系统理论认为一个大的系统，可以分解成为若干小系统，每个小系统又可分为若干子系统，子系统再分为若干要素，在这里，整体和部分的对立是相对的，系统对其下一层次的要素来说是整体，而对其上一层次来说就成为要素，亦即部分。整体和部分分属于不同层次，因而各具有不同的特点和规律。所以系统的整体有一个显著的特征，就是他在整体水平的性质和功能不等于它的组成部分在孤立状态时的性质和功能的迭加，如细胞是由生物化学分子构成，但有着根本不同于生物化学分子的生命本质。这种生命本质，虽然是以生物化学分子为基础，可是它不能归结为它的组成部分——生物化学分子的性质。另外，低层次的规律总是受高层次规律制约，作为整体的部分，其性质也总是受着整体的支配。任何部分，不论是否能相对独立存在，都只能在整体之中方能体现其意义。所以要提高整体的性能，不仅必须注意对部分素质的提高，还要看到整体对部分的作用和部分对整体的依赖。

部分与部分的相互联系和相互作用，可以看成是要素与要素的关系。它们处在某种具有一定秩序的耦合关系和组合方式之中。这种在时间、空间方面的有机联系和相互作用的方式和顺序，就是系统的结构。系统的结构是保持系统整体性的内在根据。所以要认识一个系统的性质，除了了解它的组成要素外，更重要的是了解其组成要素之间的联系状况和作用方式，也就是说要了解系统的结构情况。在生命活动的许多情况下，只要系统的结构不发生变化，尽管构成系统的要素在更新和交替，系统依然可以保持其自身的稳定，而且这种动态稳定还是非平衡系统，能够自我保持并对环境发挥功能的一个必要条件。要是整体的组成部分改变引起系统的结构变化，那就要影响到整体的正常运转，造成疾病甚至死亡。环境的变化不管如何剧烈，只要没有破坏机体的结构，机体都可以适应。但外界的干扰超过一定限度，使机

体的结构发生改变，机体就会变质甚至解体。要用系统方法着眼于整体组成部分的内在联系的分析，才能正确估计整体结构中某一部分变化的意义并作出预测。所以我们要使人体系统健康的运行，就不能仅停留在提高单个要素的素质或只注意外部条件的改善，应当在一定要素质量的基础上，致力于改善系统的结构。因为只有结构合理，系统整体的机能才能最优，而且如果整体结构良好并能得到合理的调整，即使组成部分质量较差，也能产生较高的整体功能。

整体与环境的相互联系和相互作用，即系统与环境的关系，这一关系表现为系统整体对外界作用过程的秩序，这一过程的秩序就是我们所说的系统功能。系统功能体现了一个系统与外部环境之间的物质、能量、信息的输入和输出的变换关系。倘若系统整体在运动中与周围环境的物质、能量、信息的交换，遭到部分或全部的破坏，系统就会部分地或完全地失去它原来的整体性。所以，协调系统与环境的相互作用的秩序，保持系统的正常功能，也是系统发展中保持其整体结构稳定的必要条件。人们从事体育锻炼来改善人体器官和组织的状况，就是整体结构通过功能活动接受环境作用，得到自身调整的结果。这种调整的结果，可以促成整体结构的进化，也可能使整体结构发生退化。一般说来，当系统的功能与环境相适应，功能得以很好地发挥，系统通过功能对环境的作用处于一种开放的状态，则系统结构间的相互作用会因之加强，使有序程度越来越高，从而促成结构的进化，甚至导致新功能的产生。婴儿出生后股骨的骨小梁呈不规则分布。一周岁后，由于站立和行走，使骨小梁按一定的压力和张力方向，呈有顺序、有层次的排列，形成坚韧的骨组织结构，有效地维持了人体的站立、行走和负重，这就是功能促使结构进化的情况。如果系统功能与环境不相适应，功能不能得到很好发挥，则功能就会发生退化。从而使系统结构间的作用减弱，有序程度

越来越低。有序问题是决定整体结构质的一个基本参量，有序性降低，则意味着系统整体的功能越来越差，甚至演变到某一时刻，会发生突然的变化。

系统的整体性主要表现在上述三个方面，系统方法也可以说就是一种自觉地从三者辩证联系中研究系统整体及其发展规律，从而提高整体性能的方法。为了深入观察，人们不得不把机体分解开来进行研究，然而，任何分解都可能引起整体功能变化，使研究结果失真。系统方法将外部观测和对内部结构的了解结合起来，以取得系统结构、功能多方面的数据，再根据这些数据建立定量描述系统状态方程，为解决上述难题提供了新的思路和方法。斯佩里（R. W. sperry）等人在研究大脑时，除了注意一个脑区域或脑神经的单个作用，特别把重点放在脑区域或脑神经的整体联系之上。他们研究的成功，体现了整体性原则的意义。

②优化原则

优化原则是系统方法的基本目的，也是系统发展的一种趋势。生物为了保存生命、繁衍种族，在长期的进化过程中，形成了最能适应环境的、完善的系统结构和优化的整体功能。而人类参与的优化，则是通过人们自觉的、有目的的实践活动，希望付出最少的代价，取得最理想的结果。按照系统方法的理论实现医疗活动优化原则，常涉及以下问题：

(a)系统的目的

优化总是针对实现某种目的而言的。但是，系统的目的不是通常所理解的人类有意识的、预先想到自己行为结果的那种目的，更不是某种超自然力给系统设定的目的，而是系统进行反馈调节的一种方法论的表述。维纳所说的“目的”一词，仅是指“由反馈来控制的目的”。其意思就是说，一系列因素作用于系统，使系统产生一定效应，这个效应又反作用或调节那些因素，使系统产生出能够保持其稳定性的特定效应。这种特定效应，即

系统的目的。例如，当血糖上升到180%毫克以上或下降到45%毫克以下时，都会出现不良后果。而这种血糖浓度的升降，又能成为一种因素，促使交感-肾上腺作用或迷走-胰岛作用产生升糖或降糖的效应，从而控制血糖浓度保持在一个适当的范围之内。这种调整人体系统内、外各种因素的作用，使维护系统稳定性的效应达到最佳状态，就是医学中通常的优化目的。这在数学上，即在一组约束条件下寻找函数的极值问题。目前，这一方面已经形成了各种定量的理论和方法，如线性规划、非线性规划、运筹学等等，并借助计算机处理复杂数据，来精确地确定系统的最优目标。同时，在动态中协调整体和部分的关系，使部分的功能服从系统的整体目的，以取得整体最优的结果。

(b)整体效应

系统的优化同系统的整体性是紧密联系的。从整体上达到最优是系统优化原则的核心。如果一个优化的设计和处理，局部效应和整体效应不一致时，局部效应服从整体效应。长远效益和近期效益不能全面照顾时，则近期效益服从长远效益。按照这条准则，在医学研究和处理临床问题时，如何把有关部分和谐地组织起来，选择最佳结构，使整体功能达到最优，是运用系统方法的重要着眼点。

(c)动态协调

生物系统是动态系统，它的要素和子系统只有在系统的运动变化中达到协调，才能使有机体相对稳定和充分发挥功能。但有机体的要素、子系统各有其相对独立的作用，且处在复杂多变的环境中。如果它们之间的作用使系统发生振荡，或外界环境的干扰超过阈值，都会使系统偏离稳定状态。所以，应估计到系统在运动过程中各因素和子系统之间会出现相互矛盾的作用和目的。研究系统维持动态稳定的条件与机理，确定一些约束条件，及时调整和控制一些不确定的或相互矛盾的因素和尽量减轻机体内、

外的各种有害耦合，来保证系统的正常运转。

(d)多级优化

一些系统如人体系统，包含着多个层次和众多要素的重叠交叉。对于这样复杂的系统，要一次就能把所有各因素都安放到相应位置上，明确其相互关系和作出系统的优化处理是很困难的。同时，系统优化也不是只对预定设计或研究对象的某些参数和局部环节进行改善，它要求在系统运动的全部过程都要贯彻优化思想。所以，系统方法在确定出最佳目标之后，常要把整个系统按照不同结构层次，运用模型和计算机做逐级的优化处理。即先在最基本的层次结构上，把经过研究的有关事实和数据引入相当模型并上计算机计算，看结果是否合理，如果不合理，就调整原来的模型结构。然后放到高一级的联系中进行计算和调整，直到在最高一级上统一协调，来取得整体优化的结果。

(e)最优与满意

处理一项复杂问题时，牵涉很多方面，要找出各方面都最优的方案是很难办到的。因此，在实际工作中，常常是选择一种各方面都较为满意的相对优化方案。这种选择虽不如最优方案那样严格、精确，但切实可行。所以，这并非是主观随意降低标准的做法，而是从实际出发，经过科学分析，择优而从的。

优化原则在医疗实践中已得到较多的应用。例如，用计算机计算血糖控制系统的参数，提出治疗的最佳方案；通过药物动力学和代谢过程的综合分析，求出将血液中药物浓度维持在需要水平的给药最小值等等。

③模型化原则

模型化是实施系统方法的必经步骤，又是实现系统优化的必要手段。如果面临复杂的系统，需要考虑的因素很多且要精确定量，单凭经验估计很难作出全面的综合分析。这时就可以利用便于实验检验和逻辑处理的模型代替真实系统。通过对它的研究，

为认识系统整体提供必要的信息。人体系统的一项功能变化常包含着许多错综的关系和因素，以心力衰竭时心泵功能的变化为例，它关系到的因素就有前负荷、后负荷、心肌收缩性、心率、心脏收缩的协调性等等。而且，仅前负荷一项，又受着静脉回心血量、心室残余血量、有效心室充盈压、心室充盈时间、心肌收缩性和顺应性的影响等等。系统模型方法能把对象的复杂关系简化成数学的或物理的模型，把许多分散资料和离散数据组合起来，定量地描述系统的各种联系和规律。至于模型是否反映真实的情况，可对模型进行实验和仿真试验，以修改模型，直到反映真实的情况为止。

在临床医学上，由于从个别可测量到的因素分析其对病情的具体影响比较困难，且其数据多是定性化的，用这些数据估计模型的参数往往精度很差，所以常借助于专家系统。即根据专家选定的参数，观测数据和给药方案来建立模型。再在计算机上进行仿真试验，与临床实际效果进行比较，修改模型中的参数或重新选择模型。

系统方法的模型，通常是用数学方程、图像、物理形式来表达。其中数学模型将日益重要。将现象的特征或本质用数学关系式给以数学表达，即使只是一个数学公式，都可以看成是一个数学模型。对于医学系统，建立数学模型有其特殊的复杂性。因为人体的一些机能，如疼痛感觉、心理过程等，目前还很难用普通数学给予准确地定量。即使有一定确定的数据，也往往只能在特定的时间和范围内有效。尽管如此，人们还是把数学引入了医学领域。他们运用Fick方程，微积分、富氏变换……等数学方法来描述生理系统的输入与输出的信息流程和物质流程，预测系统的运动趋势等等。

运用系统模型方法来研究人类生态环境和群体状况这样的大系统，更能显示它的特长。宋健等人利用连续模型和离散模型，

对我国1975—1978年的人口抽象统计数据进行了校核，计算结果其精度与人口普查的精度基本一致。他们还建立了未来7年后人口总数$D(t)$、人口相对出生率$U(t)$、自然增长率$G(t)$、具有劳动能力的人口数$L(t)$等数学模型，为我国国民经济和社会发展规划提供了重要数据。

和一般实验方法中运用模型一样，系统方法建立模型也需要满足相似性、客观性和简化等原则。

实际系统是复杂的动态系统，同一系统可以有不同的建模方法，也可以建成不同的模型。建立和运用模型是一项创造性劳动，除了有真实的科学材料之外，还需要有丰富的想象力和科学抽象的能力。

必须指出，要正确掌握和运用系统方法，唯物辩证法仍然是我们的理论基础。唯物辩证法是把研究对象作为一个联系复杂并充满矛盾的统一过程来分析的。这种综合的方法，和现在提出的系统方法的思路是一致的。由于现代科学和数学的发展，特别是计算机技术的广泛应用，使人们可能对唯物辩证法所揭示的普遍联系、相互作用的运动过程，进行具体的定量描述，正是在这样的基础上出现了系统理论和方法。系统论的创始人贝塔朗菲承认，“普通系统论的原理和辩证唯物论的类同，是显而易见的。”因此，掌握唯物辩证法，可以帮助我们理解和更有效地使用系统方法。

6 中医学传统研究方法

中医药学是中华民族宝贵的文化遗产的一部分，源远流长，历史悠久，曾为我国人民的繁荣昌盛作出了重大的贡献。中医药学具有独特的理论体系和丰富的治疗手段，它对我国的卫生事业以及对现代医学仍然起着重要的作用。研究中医药学的传统方

法，对于发掘祖国医学遗产，推动中医药学的发展，有着极为重要的现实意义。

6.1　中医学基本哲学方法

中医学理论受古代自然哲学的影响，同时它又通过大量的实验、观察。例如阴阳五行、脏象学说的理论，不单纯是“思辨”的产物，它是通过大量的临床实践，取类比象，经过逻辑推理上升到抽象的系统理论。

6.1.1 阴阳分析法

阴阳学说是中国古代朴素的唯物论和自发的辩证法思想，阴阳学说广泛而系统地贯穿于中医学各个领域，成为中医学的指导思想和理论基础。

中医学认为，阴阳对立统一是天地万物运动变化的总规律。“夫四时阴阳者，万物之根本也”（《素问·四气调神》）人体的生理病理活动，无不受制于阴阳的对立统一规律。对于人体的结构：五脏六腑，即是用阴阳来划分的。对于人体气血津液等物质，也用阴阳作了划分。疾病发生发展的原因是阴阳失调，其病理规律，都是阴阳偏盛偏衰的结果。如《素问·阴阳应象大论》说：“阴盛则阳病，阳盛则阴病，阳胜则热，阴胜则寒。”诊断疾病也以阴阳为总纲，“善诊者，察色按脉，先别阴阳。”治疗则以协调阴阳作为治疗原则的根本。在用药方面强调掌握中药四气的阴阳属性，用阳药治阴证，用阴药治阳证，使阴阳失调的疾病状态，转化为阴阳平衡的健康状态。在此基础上提出养生防病的原则，“阴平阳秘，精神乃治”，相反，“阴阳离决，精气乃绝”。从而提出养生的原则：“法于阴阳，和于术数，食饮有节，不妄作劳，起居有常”。

6.1.2 五行制约法

五行学说是我国古代对宇宙起源及其运动发展的认识论。五

行学说以“五行”的“生化”、“承制”作为归纳事物相互联系的基本概念，以此来表达客观世界运动变化的规律。中医将人体组织器官的生理功能，以五行类比进行分类，使大量复杂的材料条理化、系统化，在某些方面揭示了事物的一定内在联系。中医应用五行来说明脏腑，并以生克制化关系来解释脏腑间的相互关系。进而以乘侮来解释疾病中出现的病理失调及传变。《内经·六微旨大论》说：“亢则害，承乃制，制则生化，外列盛衰；害则败乱，生化大病。”。在诊断方面，将四诊（望、闻、问、切）所得到的大量感性认识，用五行制约法进行分类，中医以五行制约关系来指导治疗，如提出“培土生金”，“扶土抑木”，“滋水涵木”，“壮水制火”，益火生土”，“泻火保金”等方法。在用药方面，按五行将药物区分为何药入何脏腑，在此基础上用于治疗不同脏腑的疾病。虽然，中医的五行学说，归纳总结了中医的许多临床实践经验，但是，五行分类法未免陷于机械，又以五行比类取象的归类方法，其得出的只能是或然的结论，还有待于用实践去检验，进一步阐明其内在的本质联系。

61..3 运动传变法

中医学运用阴阳五行思想认识自然与人体健康与疾病的转化，寻求疾病的本质和发展规律，形成了其自成体系的运动传变的理论方法。

中医用运动传变来分析疾病的由浅入深，由轻转重的纵向发展。使中医学的诊断有层次可分，有规律可循。如在伤寒论中，将伤寒病根据病证之部位、性质、病机、病势等不同，按六经辨证的方法区分为太阳、阳明、少阳、太阴、少阴、厥阴等不同经病。而各经之间既有联系，又体现疾病逐渐由轻转重的趋势。温病学则将温病区分为卫、气、营、血四个分证，以反映温病由外转内，由浅转深，由轻转重的传变规律。三焦辨证中，邪在上焦示邪在于肺，肺卫之邪不解则传心包，示疾病的初起阶段，邪在

中焦，病在脾胃，为病之中期；邪在下焦，病在肝肾，为病之末期。三焦辨证是对温病不同发展阶段的传变规律的总结。

中医的运动传变，不仅用于对疾病发展趋势规律的纵向分析，而且用于对人体疾病同一层次的横向分析。传变不仅用于疾病发展的一般规律，而且论述了传变的多样性与特异性。如六经传变既可按一般传变顺序，又可出现两经或三经同时出现的“合病”；又一经病症未罢，又出现另一经的“并病”；又如身体虚衰，外邪不经三阳，而直接表现三阴的“直中”。

6.2 中医学常用的逻辑方法

中医学中也同样应用比较、分类、类比、归纳和演绎、分析和综合等常用的逻辑方法。

6.2.1 比较

中医学应用知常达变法，即在了解正常生理和疾病的一般发展规律基础上，以认识人体的异常病理现象和具体疾病以及患者的特殊情况。以常辨变，然后判别是未病还是已病。通过审证求因，辨证施治，从而达到正确诊断、合理治疗。例如中医通过正常人之脉象与病人脉象比较，以了解病与非病和病情之深浅。中医通过比较法，总结四时不同的疾病；又从一般疾病之常，达知因地域不同所患之特异病患；又以治疗一般疾病之常，达具体病人特异性之变。

中医学运用比较法进行总结，称之为“揆度奇恒。”“揆度者，度病之浅深也。奇恒者，言奇病也。”揆度是先确定正常人的指标，以此来衡量“太过”与“不及”和病之轻重。奇恒是以健康人（恒）与病者（奇）相比较，以常见病（恒）与少见病（奇）进行比较。例如中医临床之舌诊法，即是通过比较法进行鉴别诊断。又如疾病中有许多具有类似症状，但病因病机不同，中医应用比较法进行鉴别。如同为咳嗽，中医学根据症状进行比

较，鉴别为肺咳、心咳、肝咳、脾咳、肾咳。中医的“同病异治”、“异病同治”都是通过比较而把握其本质的。

6.2.2 分类

中医学在人与自然对立统一和形神统一观念的基础上，将病因分为外在自然气候致病和内在情志刺激致病两大类，前者即风、寒、暑、湿、燥、火，称之为“六淫”；后者即喜、怒、忧、思、悲、恐、惊，称之为“七情”。中医学把人体的抗病防御力称之为“正气”，把致病因素称之为“邪气”。在诊断方面，根据疾病的性质分为阴阳、表里、寒热、虚实八纲，而以阴阳为总纲。治法分为汗、吐、下、和、清、温、消、补八法。方剂分为十剂：宣剂去壅，通剂去滞，补剂扶弱，泄剂去闭，轻剂去实，重剂镇怯，滑剂去著，涩剂固脱，燥剂去湿，湿剂去燥。中药分类，《神农本草经》以上、中、下三品分类，明代李时珍的《本草纲目》以自然属性分类，按水、火、土、金石、草、谷、菜、果、木、器服、虫、鳞、介、禽、兽及人等十六部。中医学的分类，使理法方药有严密的条理，成为一门有独特理论体系的医学。

6.2.3 类比

取类比象是中医学常用的一种方法，主要应用自然现象与人体的正常生理和病理现象等进行类比。如运用五行学说来说明五脏所属。又运用社会现象来说明中药的配伍理论。类比方法使人们便于把握事物的特点，如运用类比方法对七怪脉的说明：“雀啄脉”如雀啄食，连连搏指，三、五至忽然止绝，少顷复来。又运用类比法对不同的邪气采取对立统一法加以治疗，如“坚者削之，结者散之，急者缓之，散者收之，惊者平之，上者下之”等等。但取类比象方法，由于是依据某些相似点所做的逻辑推理，因而是一种或然性的推理，有的推理近似地反映了事物的本质联系，有的推理却带有形而上学的色彩，甚至是一些不具备同一性

原则的推理，使中医理论出现了一些谬误，有的推理就缺乏客观依据。

6.2.4 归纳和演绎

归纳和演绎也是中医学常用的逻辑方法。

归纳方法：

简单枚举归纳法是中医学常用的方法。如对腧穴的认识，最初是在疾病局部按摩、捶击或针灸，即“以痛为腧”。随着对体表施术的部位及其治疗作用的深入了解，才对这些部位作了固定和命名。以后通过历代医学的归纳分类，将腧穴分为十四“经穴”、奇穴、阿是穴三大类，使腧穴成为系统的理论。又如古人观察风寒咳嗽时，看到病因是风寒，病位在肺，症状表现有寒、发热、鼻塞、流涕等现象，因此归纳出“肺主身之皮毛”、“肺通气于鼻”等结论。

中医学中常运用不完全归纳法来判明因果联系的。例如发现石膏有清热、泻火功效，黄连有清热、燥湿功效，连翘有清热、解毒功效，决明子有清热、明目功效，大黄有清热、攻下功效。而这些药物均有寒性，通过求同法，表明清热与寒性有因果关系，寒性是它们的共性，此类药均归入寒凉药。又如太阳病有恶寒、发热、头痛、脉浮等症状，但病人表现有有汗、无汗之别，通过差异法，判明有汗为表虚证，无汗为表实证。

归纳法对中医学的发展起到了重要的作用。归纳法的客观基础是共性和个性的对立统一，但个性中有些属性并非全体所共有，有些现象并不反映本质，因此由个性归纳认识共性的这种逻辑方法，虽然可以扩大知识，认识规律，但是，它并不是一种严格的必然性推理，以它所得到的认识，往往带有较大的或然性。

演绎法：

中医学通过演绎推理，构筑了独特的理论体系。

中医学认为阴阳是宇宙的总规律，是世界上一切事物无不存

在的对立的两个方面，而阴阳的对立统一是事物变化发展的动力，于是中医学以此为基础，运用演绎法，利用三段论法，构筑其理论体系。如中医的病理学，即是在阴阳为总纲的大前提下演绎而来。认为健康是阴阳平衡的表现，疾病是阴阳的太过或不及之故。“阴盛则阳病，阳盛则阴病”、“阳虚则外寒，阴虚则内热；阳盛则外热，阴盛则内寒。”中医学根据演绎推理，总结了许多临床经验。

中医学通过演绎推理，提出了不少假说，作出了不少科学预见。如中医经络学说中“子午流注”学说推论出人体十二经络的气血循行在一昼夜间各有其盛衰之时，而且与年份、月份、日份也有一定关系。此说与近代生物钟学说吻合，被认为是科学的假说。

6.2.5 分析与综合

中医学对人与自然、人体结构、治则、治方等则运用了分析方法。如分析一年四季对人体的不同影响，一天之中昼夜消长对人体生理的影响。中医学根据分析方法提出治法，如邪在表使阳卫得外卫，法当汗；邪在上使阳不得上行，法当吐；邪在中在下使阳不得居中，或下焦壅结，法当下；表里、上下、肝脾等有所不和，法当和；气分营分血分邪热炽盛而又无结实者，法当清；阴寒之邪入手于经络脏腑，法当温；体内有气血痰水饮食留积，或形成症瘕、痞块，法当消；正气不足，体力虚弱，法当补。从而形成了汗、吐、下、和、清、温、消、补八法。

中医学根据综合方法，形成了其对病因、病机、病位、疾病性质等各方面的理论。八纲辨证是对各种疾病共同本质及整体联系的一个综合辨证。如“风寒袭表，营卫不和”，反映了疾病的病因是风寒，病位在营卫，病势在表，疾病初期体质未虚，属实证；病人机能亢进，属阳证。中医运用的脏腑辨证，六经辨证，卫气营血和三焦辨证等方法，均是从不同方面对疾病的病因、病

性、病势、病机的共同特性加以综合的方法。

分析和综合是两种相互依存、相互制约、相互促进的思维方法。张仲景在观察了许多太阳病的种种症状之后，综合出三个主症：“太阳之为病，脉浮、头项强痛而恶寒。”同时又在太阳病的总纲下，把无汗、脉紧与有汗、脉缓作为太阳伤寒与太阳中风的主要标志。这一具体认识，即是先运用分析，再加以综合；在综合的基础上，又加以分析，从而形成了把握该病的总纲。

在中医学中所常用的这些普通逻辑方法，实际上，在西医学中也同样是常用的，这里只是结合中医的特点做了如上的简要论述。

6.3 中医学临床基本方法

传统中医的临床方法，包括四诊、辨证与论治三个基本环节。

6.3.1 四诊合参

四诊合参是中医临床的一大特色，体现了中医的整体观念。中医把复杂的机体反应作为诊病辨证的依据。四诊合参要求全面、深入、详尽的占有第一手资料。如苔黄厚腻，可由湿热之实证，亦可由虚证，如脾虚健运失常，湿郁化热而致苔黄厚腻。前者应清热除湿，后者则应健脾补胃，脾运得健则湿去热消。中医四诊简单易行，不受条件限制，对客体干扰最少，更接近自然状态。但因人体的知识水平，实践经验和感觉的敏锐程度不同，加以缺乏客观数据，难以统一标准，使其可靠性受到一定影响。

6.3.2 辨证分析

辨证是在中医理论指导下，为揭示病位、病性、病因、病机，对四诊资料比较、分类、分析、综合、判断、推理的思维过程。中医的辨证，依外感与内伤两类不同疾病采用不同的辨证概念。外感病以六经、卫气营血、三焦及六因辨证方法为主要依

据；内伤杂病则以八纲、脏腑、经络，病因等辨证方法为主要依据。内伤杂病的辨证分析较为复杂，需要经过全过程的各个阶段才能作出判断。即按照定位、定性、定因，对四诊资料进行全面分析综合。如患者上腹隐痛，脏腑定位为中焦脾胃。患者痛时喜按，饥则痛增，得食则减，病程7年，脉象细弱，遇冷加重，得热缓解，八纲定性属虚属寒。辨证结论为“脾胃虚寒”。为揭示病证的发病机理、内在联系及主次因果关系，并给各个临床表现作出理论性解释，对患者必须作全面的辨证分析。如患者胃脘疼痛（脾胃之征）、腹胀便秘（大肠之象），故定位在脾胃大肠。随之定性，胃脘疼痛20年，进食可缓，遇冷加重，脉细舌胖，舌边齿印，乃属虚寒之象；腹胀便秘，大便干结，口干口苦，舌苔色黄，乃属实热之象。此外，患者尚有腹胀气滞，便结津亏肠燥，舌苔厚腻湿浊上犯之象。据此进行辨证分析，患者虽有因多性杂之象，实有主次因果之分。脾胃虚寒应为本病之根，诸证之本。盖脾胃虚寒则健运失常，枢纽失司，气机不畅，腑气不通，水气不化，津液不布。故中有气滞腹胀，下有大便秘结，上有泛酸恶心。气郁湿滞，日久化热，湿热上犯，而有舌尖边红，苔黄厚腻之象。通过以上分析推理，该病例的结论为“脾胃虚寒”。脾胃是病位，虚寒既是病性，又是病因。该病例可概括为“脾胃虚寒，气郁湿滞，腑气不通，日久化热。”

中医辨证的过程，是通过审因辨证、审证求因和以外揣内的形式及途径实现的。审因辨证是通过分析病因的性质、特点及其所犯部位的反应来解释发病的机理、临床表现，并据此作出辨证结论的一种形式，适用于病因明确，且始终起着主导作用的病例。审证求因，是根据患者临床表现的特点来探求发病原因，推断辨证结论。它适用于难以找到病因，或病因转化，或原始病因不再起主导作用的患者。这是中医临床诊治最常用的一种形式。审证求因以病因理论为指导进行分析推理。以外揣内主要是一种

定位形式。临床上以脏腑、经络学说，内脏体表相关理论为指导，通过外部反应推测内部变化，以判定发病部位。

6.3.3 论治形式

论治是根据辨证结论，拟订具体的、完整的治疗方案，使机体恢复健康。论治的思维过程分为立法、制方、选药三个阶段。

①立法

立法是提出或确立具体的治疗方法，要掌握下述三个步骤。首先是辨证论治。人们在医疗实践过程中，发现同样的疾病可以有不同的原因、性质或不同的发展阶段，用同样的方法不尽有效，而不同的疾病又可有相同的原因、性质或发展过程，用同一方法治疗都可获得效果。于是就把这种特点叫做“证”，把这种现象叫“同病异治与异病同治”。辨证论治是以辨病为前提，辨证为核心，病证结合的论治方法，它是中医论治的基本形式。其二是治随证变。中医认为：痛无定证，治无定法。主张“机圆活法”，“随证施治”。治随证变，随证施治，就是说治病不应拘执一法一方，而应随着证的变化而改变。治随证变，还要注意治未病。即根据临床证变规律，防止向病进转变，促使向病退发展。知肝之病，当先实脾，以防止肝病传脾。其三是标本论治。一般是病因为本，现象为标；先病为本，后病为标；正气为本，邪气为标。中医据此用以分析病证的主次先后，轻重缓急；指导立法治疗的重点或先后。在临床上，标本论治主要分兼治与分治两种形式。兼治以轻重分主次，本质为主，现象为次；重者为主，轻者为次；分治以缓急别先后，急者先治，缓者后治。兼治，首先辨别病证的主次，找出对病人影响最大、危害最甚的主病或主证。它通常以一个或若干个主要的症状体征表现出来。这是探求病位、病因、病性、病机等最有意义的线索，围绕这个线索深入了解，尔后逐渐扩展，旁及其余。再后全面分析，确定病证的轻重与治疗的主次。总之要分清主次，互相兼顾，避免顾此

失彼。欲达此目的，要掌握制方用药之妙。分治，是特殊情况下的权宜之计。一般是治病求本，急者治标，缓者治本。临床的分治，主要是先标后本，关键在于“急”字。若标不急，则属治本或标本兼治的范畴了。此外，有些主次难分，轻重难辨，或寒热不清，虚实难明等复杂病例，也可先采取权宜之法。如先调理脾胃，交通枢纽，理顺气机，使病气得顺，显露特点；或投石问路，选定一点，先行试验治疗，以观察动向。

②制方

制方是依照立法原则，选用单味或多味中药组成一定形式的方剂。制方必须遵循君臣佐使的组方规律和七方十剂的原则。临床上常使用成方。成方一般分古方也叫经方；时方，即近代与现代方。古代常是一法一方，一证一方，或一病一方，可称为基础方。组方法度严谨，用药精当，如选方能够对证，则见效快、见效著。然而，此类方作用单纯，适应范围比较局限，当病情复杂时，则难以对证。时方有一法一方，一证一方者；也有多法一方、多证一方者。应用范围较广，便于选用。但也有些有药无方、有药无法、标本不分、主次不明、法度不清、药味庞杂者。不论古方或时方，按病情需要还可两方合用，多方合用，组成七方中的所谓“复方”。也可临证应变，适当加减，但均要合于法度。

③用药、

用药是根据立法原则，制方法度，选用相应中药组成方剂。用药如用兵，法是作战原则，方是作战步署，药则是用兵。用药之道，要熟悉各种药味的性味、功效、毒性、归经、作用强弱、用量用法等，还要注意理法方药体系的完整性和药味组合的合理性。理法方药体系是用药的纵向联系，以解决整个临床过程的连续性问题；药味组成体系的合理性，即是用药的横向联系，要解决的是药味、药量的组成关系。四诊、辨证、立法等有程度的表

示，而方、药则有比较明确的量的概念。七方的大、小、缓、急、复五者，主要讲药味组成的量的关系。君臣佐使的组合包含有量的概念。量的表示有三种形式。其一，方药味数的多寡，如君一臣二，制之小也；君一臣三佐五，制之中也；君一臣三佐九，制之大也”。其二，药味作用的强弱，如大黄、芒硝为峻下药；火麻仁、郁李仁为缓下药或润下药。其三，药味用量大小。同一药味用量大小不同，作用的强弱也不同。如大黄量大可峻下，量小为轻下，其中质为规定性，量为灵活性。

6.4 中医学的其他传统方法

中医学的其他传统方法，应用较多的有试探与猜想，心悟与心法。

6.4.1 试探与猜想

试探又叫逐步逼进法，这是一种透过现象来测知本质的方法。中医许多著名方剂，开始时都是以试探方式提出来的，小柴胡汤就是典型的代表。小柴胡汤是治疗邪在少阳的主方，张仲景在《伤寒论》中指出：“伤寒中风，有柴胡证，但见一证便是，不必悉具”。后世医家在实践中探索，把小柴胡汤的治疗范围扩大了。在对待一些疑难杂证，虽然辨证正确，但按常规方法治疗，有时效果并不明显，这时常采用一些其他的非常规方法进行试探，从中找出最有效的治法。这种试探法在中医的许多医案、医话中都有记载。但是，运用试探法，要求一个医生在理论上有很深的造诣，要与丰富的临床经验相结合，才能突破难关。

猜想包含有创造性思维的因素。古代医学家在研究自然、人体以及它们之间的相互关系等复杂问题，当时没有精密的科学实验设备和手段，他们通过猜想来探索中医理论和实践中的许多问题。《内经》根据“天人相应”观点，对人体的生理规律作了猜想。中医通过猜想，描述了月球绕地球旋转运动所产生的影响，

海水受月球引力的作用出现潮汐涨落，从而猜想人体的生理活动也受地球与月球之间相对运动的影响，产生近似周期节律的变化。

6.4.2 心悟与心法

心悟是指心领神会，心法是指独有心得的方法。历代医学家运用心悟、心法来概括、整理、研究和总结前人以及自己的学术思想和方法。心悟和心法实际上包含有顿悟和灵感的意义。这是指医者通过独立思考，在复杂的生理、病理现象中，抓住要领和精微，把心领神悟、独有见解的东西，变为创造性的观点和方法。心悟和心法的实质，是在许多知识因素与思维方法逐渐积累和发展到一定阶段，迅速综合而成的认识过程中的突变。心悟与心法主要运用于临床诊治，特别是对疑难病的临床诊治，有时既使用成法成方，变法变方，也需要医生有独到的、创造性的心悟和心法，充分发挥顿悟和灵感的作用。

7 中西医结合研究方法

中医学的现代研究与中西医结合研究方法，主要是指运用现代多学科的理论和方法，包括现代医学来阐明和探讨传统中医的基本理论，对其有效的诊治方法、药物和方剂进行定性和定量相结合的客观研究。通过这一途径，使中医走向世界，为世界现代医学作出较大的贡献。

中医现代化是用现代科学技术和方法研究中医的基本概念、术语和方法，使其走向客观化、规范化，与现代医学建立共同语言。中医现代化，要吸取西医学的分析方法，深入研究中医理论本质。但是，中医现代化和中西医结合，必须处理好继承和发扬的关系，即是要保持中医的特色，使中医向现代化的完善和深化发展。也就是说，首先要继承中医的精华，通过继承，以便好更

地发扬、整理和提高中医药这一伟大宝库，进而达到创新的目的。

7.1 阴阳学说的研究

阴阳学说对于中医理论和中医临床实践具有普遍的指导意义。因此，中西医结合研究就要寻找在体内能起全身性的广泛的活性物质，这就是说，要在体内寻找一些普遍存在的微量的、能起一定作用的、互相对立的高活性的阴阳的物质基础。

现代中西医结合研究，发现体内广泛存在于各种组织和细胞中的传递神经冲动信息的被称为“第二信使”的环核苷酸——cAMP（环磷酸腺苷）与cGMP（环磷酸鸟苷），具有作用相反、符合普遍性原则和矛盾性原则的物质，与中医的阴阳学说具有相类似的性质。现代中西医结合研究的学者将cAMP代表阴，cGMP代表阳。但是，随着实验材料和测定数据的积累，人们发现有少数情况两者方向相同，强弱不同。当然，要想把cAMP与cGMP作为阴阳的同义词代入每一种情况，企图把千差万别、千变万化的复杂情况简化为这两种物质，这是不现实的。但是，人们认为这两种物质至少可以说是阴阳学说的重要物质基础之一。

阴证和阳证是临床常见的证候，是否可选择某些指标（包括cAMP/cGMP、前列腺素等），以测定出现阴证和阳证时指标数值与正常人的差别以及不同证候之间的差别，以观察其动态变化；随后用补阴药或助阳药治疗，以观察指标数值变化与临床症状证候变化的关系。临床和实验研究表明，阴虚患者的病理生理变化都是副交感神经系统机能活动降低；阳虚患者则为交感神经系统机能活动降低。所以阴虚、阳虚的本质，在器官水平，可能是体内这种植物神经机能的降低和偏性，而交感和副交感神经系统的对立统一可能是阴阳的重要物质基础之一。临床治疗就是要通过药物、针灸等手段，调节阴阳，以平为期。因此，可以通过

药物反证，来确定病人证候的性质，从而对阴阳本质进行研究。

研究阴阳的本质，要从不同层次（器官水平，细胞水平，分子水平）进行研究，避免仅以一对矛盾来简单化地解释阴阳的实质。阴阳失调是疾病的共性，也是发病的内因。因此，深入探讨不同的阴阳调节模式，不但加深了对阴阳属性以致对阴阳本质的理解，也能了解机体反馈调节能力的变化，以有利于治疗和了解其疗效机制。

7.2 脏象学说的研究

研究中医脏腑，就是要了解脏腑的实质，它和现代医学的内脏有什么关系？有什么异同？最后要落实到和临床诊治疾病的关系。对脏腑的观点，目前已渐趋统一。即脏腑与解剖学概念虽有一定关系，但主要是以某一系统为主的多系统的综合功能单位。中医脏腑主要是根据临床诊治病人所获得的脉症归纳推断而成。因此，研究中医脏腑，不应是单纯的解剖生理、生化方面研究，必须与临床病人紧密结合起来进行研究，不能忽视中医学的学科特点。异病同治就是从临床入手，用现代科学研究中医脏腑的结合点。中西医结合的“异病同治”，和中医的异病同治有所不同。中医异病同治，实际上就是“异病同证同治”。现代医学的病名界限比较明确，概念清楚，特异性强。在对肾本质的研究中，对肾阳虚证的六种疾病，即功能性子宫出血、支气管哮喘、妊娠毒血症、冠心病、神经衰弱、红斑性狼疮，人们观察了这六种疾病，从现代医学角度来看，它们的病因、发病机理、病理变化都有很大的不同，但从中医理论来辨证分型，发现这些疾病的病人都有肾阳虚证存在。人们比较了几十个指标，最后发现，肾阳虚证的病人，24小时尿17羟皮质类固醇的排泄量明显下降。现代中西医结合研究工作者遂把这一指标作为肾阳虚证的特异性指标。用温肾阳的方药治疗后，肾阳虚证好转或消失，尿17羟值上升而

恢复正常。

尿17羟是皮质醇分解代谢的终末产物，而肾上腺皮质又是分泌皮质醇的唯一器官，因而，尿17羟减少主要反映肾上腺皮质功能减退。由此可见，肾阳虚证的重要物质基础是肾上腺皮质代谢紊乱和功能减退。通过研究发现，肾上腺皮质功能的减退与垂体、下丘脑功能的减退是互为因果的。即下丘脑功能低下，可引起垂体功能低下，又会引起肾上腺皮质功能降低，形成一个互有联系的系统。因此，下丘脑—垂体—肾上腺皮质轴功能低下是肾阳虚的物质基础之一。尸体解剖发现肾阳虚者的肾上腺、甲状腺、睾丸、卵巢等均有明显的病理变化。温补肾阳法，可使下丘脑—垂体—甲状腺轴的功能都有恢复。现知下丘脑是联结神经、内分泌、免疫三大系统的整合中枢，因此，认为这就是肾阳虚的物质基础。

7.3 经络学说的研究

经络究竟是否存在？是否存在有特异组织？有人认为经络有其特异组织，有人认为经络纯粹是功能现象。

我国学者用同位素示踪方法，在经穴处注射同位素锝，记录到与经络大致相同的迁移轨迹。还有人用测定皮肤阻抗的方法，发现皮肤上的低电阻点基本上是循经分布的。有人应用分层大体解剖方法，发现经穴与周围神经有密切关系，经穴处的神经分布和有关脏器的神经分布，属于相同的脊髓节段。有人从胚胎期节段支配的角度来探讨经络实体和神经之间的关系，发现机体的每一个体节仍保持着胚胎期神经节段支配，而十四经经穴分布形式，在很大程度上同节段关系一致，尤以躯干、腹背侧部的吻合更为典型，而且十四经穴的主治病症绝大部分同节段反射联系相一致。有人强调古人大部分以血管（经脉）作为经络的形态依据，将经络走行与血管分布进行对比观察，认为血管也是经络实

体的重要组成部分。有人注意到经络与淋巴管的分布有某种一致性，因此认为经络可能与淋巴管有关。

对于经络现象的研究，今人发现经络循行路线与古典医书中描绘的基本一致。如经络敏感人的主观感觉循着经络路线感传。又如疣状痣、色素痣、白癜风等皮损往往是循经分布的。有时在这些途径上可触及阳性反应物如结节或条索状物。针刺治疗时，针下“得气”出现酸麻胀感，即循经络路线运行。又针刺已截肢手术者，产生的针刺感觉的循经感传可超过截肢残端。又皮肤在经络沿线和经穴都具有低电阻现象。对于幻肢感传现象，有人认为很可能是在中枢神经系统发生的一种痕迹反射。这些都说明循经感传的产生机制有复杂的神经活动过程参与。神经系统虽不等于经络系统，但它是经络现象的重要物质基础之一。

经络研究的难度在于有大量客观的经络现象，但目前尚未找到特殊的形态结构。人们的研究方法还是从经络现象入手，分别研究这些现象的发生机理，使这些现象获得客观记录和描述，用现代科学如声、光、电等方法来检测经络和经穴的理化特性，从大量临床实践中用循经取穴方法治疗内脏疾病。经络这一千古之谜终会得到逐步揭开。

7.4 气和血的研究

用现代科学方法来阐明中医气血的实质，既有高度的理论意义，又有现实的实际价值。

血的概念和现代概念大致相同。但是，对于气的实质与内涵究竟是什么？古代医学家认为气是人体生命最重要的物质基础，他们把功能物质化，具体化为气，用以阐述生命活动规律。中医的气，具体来说，按来源和功能大致可以分为自然之气（大气）；生理之气（元气、宗气、真气、脏气、经气）；病理之气（病邪之气，或称六淫）；药物之气（四气五味）等等。

中医认为气机紊乱会引起疾病。气虽无形，但脏腑有形，因此，从临床病症来研究脏腑之气，相对来说比较具体。又从现代药理学的手段和方法来研究补气方药，理气方药的效应，从治疗来反推气虚证，进而探索气的实质。在这方面创制一些气虚或气滞、气逆或气陷的动物模型；从证药结合、治则方药入手研究气的实质，是十分有价值的研究途径。有人认为气的功能和ATP基本相同。ATP为提供生命活动能源的物质，它供应机体各种运动，并供给合成体内大分子物质如核酸、蛋白质所需的能量。目前，人们从临床入手来研究气的实质。例如临床上对血虚证（再生障碍性贫血），可以直接应用补血药。根据中医补气以生血的理论，临床上也用补气药，以观察补气药对造血系统的作用。又用行气加活血方（如冠心Ⅱ号方）治疗瘀血证，疗效优于单纯活血方，从研究疗效机理，以阐明气血之间的关系。对于消化道出血或月经过多（崩症），临床上用补中益气汤或大剂量参芪，对于控制出血颇有效果。因此，可以运用有关凝血的指标，如凝血因子、纤维蛋白溶解系统、血小板的聚集性等，以观察补气药对这些因素的作用机理，从而探索气与血的关系，气对血既行血又统血的双向调节作用。

血的研究比气的研究要具体得多，主要用现代的血液学与心血管学的方法进行研究。对血虚、血瘀、出血等三个证进行研究，可以得出有关血的实质的概念。

7.5 中医治则的研究

中医常用的治则有活血化瘀、扶正培本、清热解毒、通里攻下、软坚散结、回阳救逆等。

通过对活血化瘀治则的研究，可以探索中医治则的研究方法。瘀血证是概括了多种疾病中一类共性的证。1982年12月举行的全国活血化瘀学术会议上，制订了一个瘀血证的诊断标准，从

而通过大量临床病例及瘀血证动物模型来研究其病理生理学的改变。用心血管学指标来研究其血管方面的功能和形态变化；用各种血液学指标来观察各种血液成分的变化。从上述两个方面来研究不同病种的血瘀变化，可以为异病同治打下基础。又通过复制血瘀证的动物模型，可以进行形态学观察及严格的药物治疗对比观察。

人们又从瘀血证的症状体征来研究中医治则。瘀血证的症状体征很多，有的症状几乎是瘀血证所独有，特异性较高。例如对固定性刺痛、舌紫瘀斑的观察研究，有助于对血瘀证的认识。中医认为疼痛是痛血证的重要表现，所谓“不通则痛”，表示血液流动不通可造成疼痛。又病理性肿块，中医称为症瘕积聚者，也是瘀血证的重要表现。此外，对有典型血瘀证见症的胶原病进行观察，发现病人的体液免疫和细胞免疫均有失调和紊乱。用活血化瘀药治疗后，随着血瘀症状的好转，各项瘀血症状都有好转，免疫指标亦有相应的改善，说明活血化瘀与改善免疫有着密切的关系。

临床上又从活血化瘀药物入手来研究活血化瘀证的治则方法。人们相对固定方药，以验证疗效；或以血瘀动物模型，寻找有效药物及其有效成分，以研究药物作用的机理。或进行药物对比研究，探索活血化瘀药的作用特点。

7.6 辨病与辨证相结合的方法

中医诊断包括辨症、辨证、辨病三个环节。中医认为疾病的本质基本上是通过证表现出来的。通过辨证可以识病，而病又是证的综合和全过程的临床反应。

中医的症不仅指症状，还包括舌诊和脉诊。可见，中医的“症”较现代医学的症状包含更多的人体内部脏腑的信息，这些都是疾病的外在表现，是辨证或辨病的依据。中医的证是揭示疾

病的内在规律及其本质的概念，这也是证和现代医学征候群不同的地方。病，是致病因素引起的有相对固定表现形式的疾病过程。由于中医病名概念不清，界限模糊，故医学界一般采用现代医学病名，用西医辨病和中医辨证相结合的办法来进行临床研究。

辨病与辨证相结合，辨病是纵线，辨证是横线，两者结合，诊断明确，有利于治疗，也有利于研究。辨病主要根据局部病理，辨证则主要依据整体病机。辨病反映共性，辨证反映个性。辨病是全过程的，疾病的不同阶段有不同的症状表现，但是，它不改变疾病的诊断。辨证是阶段性的，随时可变。病和证在治疗上如有矛盾，有的要舍病从证，有的则要舍证从病。有时在临床上西医辨病诊断不清时要“无病从证”，但有时在临床上无证可辨时要“无证从病”。中西医学这两个完全不同的理论体系能否结合，辨病与辨证相结合，能够起到互补作用，能产生出新型的诊断，并取得更高的疗效。

7.7 对证的本质的研究

当前对证的概念的认识，认为它来自症状，但与病是不同的，不与现代医学的特定病理改变相联系。在疾病过程中，病名不变，但证候则随不同阶段可有不同的症候。它反映了整体病情，是机体对致病因素的基本反应状态，它反映了疾病本质性的规律。

当前，对证的规范化是对证本质研究的重要内容。目前已通过的诊断标准，是将四诊所得的临床诊断资料，划分成主症及次症。主症通常是指诊断该证候时必须依靠的特异性症状与非特异症状的特异性组合。次症则指建立证候概念时具有补充作用的各种辅助性症状。总之，正名，明确概念，统一认识和科学分类，这是中医证候研究的第一步。

同病异治与异病同治，是研究证本质的重要途径和方法。由于致病病因和人的体质差异，可以有各种不同的证或型，不同疾病也可以有相同性质的证。辨证论治时同病异证（型）者可以异治；相反，异病同证（型）可以同治。

中医针对证候进行治疗，这在活血化瘀的研究中首先获得突破。临床研究工作者发现有瘀血证的病人，其微循环有障碍，血小板聚集有异常，血液流变学和血流动力学不正常，血栓形成也有异常。用活血化瘀方药后，随着血瘀症状的消除，这些指标也程度不同地好转甚至恢复正常。

寻找建立证的现代科学指标，是中西医学两个体系相结合的重要内容，也是研究证的实质的必经步骤。在研究肾的本质时，发现尿17羟与肾阳虚证的关系。因此，寻找适当的指标就成为研究中医证的关键。指标尽量选用定量指标，半定量指标次之，定性指标再次之。要注意指标的的特异性，最好该指标只和某组织有关，没有假阳性。要重视指标的灵敏度，灵敏度愈高，愈能反映出微细的变化。此外，在寻找指标时，还需要认真考虑方法的稳定，无创性以及简便易行，不需要特殊设备。随着科学技术的进步，新方法新指标层出不穷，适合中医证本质研究的指标，将会被人们不断发现和运用。

中医证候性质的确定，常用的还有药物反证法，也称试验性治疗，诊断性治疗。药物反证法在中医诊治疾病时具有独特的作用。现代医学的诊断靠“查”，中医学则靠“治”。药物反证法也有它的局限性，因为疗效问题是比较复杂的问题，有效的不一定对证，无效的也不一定不对证。另外，人们对药物性能的认识也是发展的。如野菊花，以往都认为是清热解毒药，用于治疗疔疮；羌活，过去都认为是祛风药，用于治疗感冒及风湿痛 现在病人身上或动物身上，发现这两种药有活血化瘀作用，都能保护缺血心肌，羌活还能纠正心律失常。中药的分类始于临床实践，

如治疗虚证病有效即归入补益药类；对瘀证有效的归入活血化瘀药。这种“以证定药”，“以药定证”的药物反证法，只是证本质研究时的一种辅助性研究方法。

7.8 四诊客观化的研究

中医诊断强调要全面运用“四诊”（望、闻、问、切），对病人整体和局部的病情进行观察和了解，以达到“四诊”合参，审察内外，审证求因，辨证论治。但是，四诊法是依靠医生主观感觉而测得的，由于各个医生的精神状态、健康情况，感官的敏锐程度、经验、水平、师承等的差异，难免会发生不同医生对同一病人不相一致的情况。如何使“四诊”客观化，这是“四诊”研究的一项重要课题。

（1）脉诊

中医通过长期的临床实践，总结出系统的脉诊方法，形成了较完整的中医脉诊学。

目前，脉诊客观化的主要表现形式是脉图。脉图主要是由脉搏描记器描记下来。由于数学物理学的某些理论和分析方法，正在被引入脉图分析，并利用电脑进行数据处理，使脉图分析更为细致。

分析脉图要注意下述几方面：

①首先要将脉图中各波的测量、命名标准化和规范化。因为不同的脉搏描记描画出的波形是不同的。

②搞清楚各种脉象的图形，特别是临床切脉所得脉象和脉图波形有何联系问题。

③搞清楚正常脉象的生理性变化及体内外因素对脉象的影响，包括年龄、性别、季节、情态、地理环境、体力活动等等。

④区别各种疾病或证候时的脉象。病证不同，脉象也各异。测定不同病证病人的脉象并描记其脉图，无疑是脉诊研究中最基

本的任务之一。在临床上，除掉异病异脉外，而且可以出现异病同脉。但即使脉的名称相同，也会有所区别，如肝炎病人的弦脉和高血压病人的弦脉，其脉象图还是不完全相同的。

⑤中医认为，寸关尺脉分属五脏六腑。应分别观察寸关尺三部的脉象和脉图，观察三者的差别及其和临床病证的联系。对此应持慎重态度，要积累大量观察材料进行研究，不能轻易否定。

⑥探讨脉象形成的机理。知道了什么情况下会出现什么脉象是不够的，还须研究为什么。在临床研究病证时，可以同时测定脉图和其他指标，加以比较，来探知脉象和机体反应状态之间的关系。由于脉和血液血管密切相关，故大量的机理研究将重点放在分析脉象和血液血管系统功能的关系上。

（2）舌诊

古医籍中关于舌诊的记载，在客观化和数量化方面，在命名的规范化方面，都很不够。在舌诊客观化的研究中，正不断引进先进的光学技术。例如，利用荧光分色原理制成的“舌色仪”，是用紫外线照射舌体使之发生荧光，测定不同舌质舌色能产生的不同峰值波长以区分不同的舌质。又如根据彩色电视的原理，利用红绿蓝三种光线反射的能量来测定彩色，用亮度、色调、饱和度来表示。亦可利用“舌诊仪”，用数字及象限来表达不同的颜色，不仅舌质可用，舌苔也可用。彩色摄影和录像技术能全面地记录，包括颜色和形态在内的全部舌象，而不仅限于舌色。特别是录像技术还可以记录舌的动作情况。

在大量的临床观察中还要靠医生的目测，因此还应制定一套舌象的分级和记录标准，以减少误差，加强记录的精确度。最简单的办法是制定一套标准的彩色舌色图谱或彩色舌色板，直接和病人的舌比较，按其最近似的颜色记录下来。这样引起的误差，比起单凭记忆可能要少得多。

关于舌的不同部位反映不同脏腑的生理病理活动的内容，需

要积累大量的临床材料才能确定。舌诊在哪些疾病的诊断中具有较高的诊断价值，也是舌诊临床研究中最主要的内容。临床研究中以若干正常人的舌象为观察对象。按照一定的诊断标准，选定一定数量病例；使用规定的仪器或工具，注意排除假象；分析观察结果，找出舌象和证型、检查指标之间的关系。例如在冠心病患者中，发现其舌质青紫者，现代医学认为青紫舌的形成与微循环障碍有关。如果其他病种（如肿瘤）呈青紫舌时也有微循环障碍，用活血化瘀药后症状减轻，微循环改善，青紫舌也趋于正常，那就可以有把握地认为微循环障碍是形成青紫舌的病理生理基础，青紫舌是血瘀证诊断的主症之一，青紫舌的存在是使用活血化瘀药的重要指征。

7.9　电子计算机和诊疗系统

运用电子计算机模拟中医辨证论治，已经研制出成百个中医诊疗程序或专家系统。中医诊疗系统的研究，可分为医理设计，软件研制和实际验证三大部分。

中医诊疗系统的软件大致可分为三种基本形式：

①数学模型法。是将中医辨证论治的主要规律，以一种数学模型表达出来，通过计算机进行处理。

②数学探索法。是将诊疗经验总结的数据汇集起来，加工存贮，使有机联系着的数据部分及相应的管理软件组成一个完整的检索系统。

③人工智能模拟法。是应用“软件联想存贮”技术，使计算机模拟人的思维联想过程，从一个概念到另一个概念的跳跃激发过程，构成一个计算机智能系统。

总结存贮中医的诊疗经验，大体上可以从以下三条途径入手：

①文献整理。总结和存贮文献记载中的诊疗规律，是建立中

医诊疗的重要途径。

②记录名老中医的诊疗经验。将名老中医的诊疗经验系统完整地加工成数据，形成完整的医理设计。

③临床调查分析。分析大量临床病历，将病历中的数据输入电子计算机，由电子计算机自动分析。但中医病历要作为电子计算机中医诊疗系统的基础资料，必须先使有关数据标准化和规范化，否则电子计算机就不能完成其分析工作。电子计算机中医诊疗系统可以是单病种的，也可以是多病种的，某一类或某一系统病证的诊疗系统。初步造成的中医诊疗系统，还必须经过临床验证，才能决定其是否成功。在验证中，可以找到诊疗系统的不足之处，加以充实完善。验证过程也像在一般临床研究中那样，最好采取双盲法，设立对照组。

7.10　中医实验医学方法

中医的实验医学方法，人们从病因、病机，中药疗效机制，中医动物模型三方面进行研究。

（1）病因和病机研究

中医的病因，指形成疾病的一切原因，也指形成证候的一切原因。病因在人体引起疾病发生、发展与变化的机理与过程，即为病机。

中医判断病因，主要依据是证候表现，即症状体症。这种通过分析证候的性质来推求病因的方法，是中医诊断病因的基本方法，称之为“辨证求因”或“审证求因”。要研究中医病因的实质，可以应用证本质研究（寒证、火证、瘀证）的一系列指标、方法和动物模型，也可以使用药物反证法、异病同治等方法。

（2）中药疗效机制的研究

经临床观察，发现某种疗法或药物对治疗某种病证有效后，接着就要进一步在现代科学基础上对产生疗效的机制进行研究。

按照中医辨证论治的原则，中医治疗的根据主要是“证”而不是病。同病异证则异治，异病同证则同治。要研究某药对某证发生的疗效机制，首先要研究该证候在机体发生了什么样的病理生理变化，找到可以表达这些变化的客观指标，然后观察用药前后这些指标的变动情况，这样又可以初步了解到药物对机体所产生的影响。在对一种疾病的某种证候获得初步结果后，还应在横的方面对异病同证深入研究；在纵的方面，对药物作用所及的各个方面进行探讨。

在中药疗效机制研究中，在研究复方的疗效机制的技术上困难较多。但必须注意，复方的作用常常不等于单味药作用的总和，不能简单地用单味药的作用来解释复方的作用。长期以来，对中药的研究几乎都集中在单味药，特别是其中有效成分的研究。然而，中药在临床实际的应用，主要是方剂形式，若不阐明方剂的药效药理，就会影响方剂的应用，也会导致中药研究脱离中医学基本理论和特色。

日本津村药理研究所所长细谷英吉博士对麻杏石甘汤进行了拆方对比试验，结果表明全方的镇咳效果最强，其次对全方煎剂与四种生药分煎后的混合剂对比，结果也以全方煎剂为最强，有力地证明了传统方剂的合理性及中医药理论的科学性。

（3）中医证候的动物模型

中医的证的研究是特殊的，它不同于西医的病，也不是一个简单的症状体征，因此证的动物造型是一个特别值得探讨的问题。

证候是在疾病的某一特定阶段的反应状态，它具有一定的症状和体征表现。如何使实验动物产生这些特定的表现，有的特异指标，被发现和某证的关系密切，甚至已被列入该证的微观指标，如尿17羟与肾阳虚证；微循环障碍与血瘀证等，则使动物产生该指标的阳性结果，也成为证的动物造型的方法之一。

对病证的动物模型的要求基本是和临床诊断标准相一致的，大体上可以根据临床诊断标准来评价动物模型。临床上制定证的诊断标准，常分主症和次症，各具备几条即能成立。对实验动物的要求应偏高一些，但要求完全符合是办不到的。动物模型创制后，可利用药物反证法来验证。例如制成的寒证模型，如使用温药中药附子干姜可使症状减轻或消失，异常的体征和客观指标趋于正常，则更有利于该模型的成立。

证的动物模型的具体制作方法，可以利用药物、化学品、物理刺激或其他因素，使动物产生预想的异常状态。实际上是利用这些过量或有害的因素产生的副作用或毒性反应。因此应先掌握这些方法的副作用或毒性反应，随时调整剂量，才能造出预想的动物模型来。有些证的模型也可以借用西医原有的疾病模型，例如瘀血证可明借用微循环障碍模型，阳虚证可以借用甲状腺机能低下模型等。

（作者：张慰丰　常　青）

参 考 文 献

[1] 恩格斯，自然辩证法，人民出版社，1971。

[2] 恩格斯，反杜林论，人民出版社，1970。

[3] 列宁，哲学笔记，人民出版社，1974。

[4] 毛泽东选集（合订本），人民出版社，1984。

[5] 彭瑞骢，医学辩证法，人民卫生出版社，1985。

[6] 彭瑞骢，临床思维及例证，广东科技出版社，1988。

[7] 常青、邓平修，医学方法概论，广东科技出版社，1990。

[8] 伯纳尔，实验医学研究导论，北京知识出版社，1983。。

[10] 斯奈迪格等（杨纪珂、汪安琦译），数理统计方法，科学出版社，1964。

[11] 徐端正，医学序贯试验，上海科技出社，1979。

[12] 贝弗里奇（陈捷译），科学研究的艺术，科学出版社，1979。

[13] Wilson EBJr, An Introduction to scientific Research, NeW York, McGraw-Hill, 1952.

[14] Hamilton M, Lecutres on the Methodolozy of Clinical Research, Edinburgh Churchill Livingstone, 1974.

[15] Armitage P, statistical Methods in Medical Research, London, Blackwell, 1971.

[16] Hill AB, statistical Methods in Clinical and preventive Medicine, London, Livinstone, 1962.

[17] Hill AB, A short Textbook of Medical statistics, 10 thed, London, Hodder & stoughton, 1977.

[18] Hill AB, principles of Medical statistics, hondon, Lanccet Limited, 1961.

[19] Fish, R, A, The Design of Experiments, 8th edition. Edinburgh: Oliver and Boyd.1966.

[20] Armstrong, D, Anoutline of sociology as Applied to Medicine, 2nd ed.Bristol: John Wright & sons Ltd.1983.

[21] Cockerham, W, Medical Sociology, Third Edittion, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc.1986.

[22] Castiglioni A, AHistory of Medicine.New York.1958.

[23] Singen & Underwood, A Short History of Medicine. Oxford.1962.

〔十〕 体育方法论

人体是一个极其复杂精密的系统，又是一个开放系统，它生存于宇宙的超巨系统之中，受到各种环境的制约。在人类的生存斗争过程中，千百年的实践，人们已经认识到通过各种各样的身体锻炼，有利于提高人体对疾病的抵御能力，能够延年益寿。但是，当今的科学尚未完全揭示生命的规律，也未完全揭示出人体通过各种各样的身体锻炼的健身、防病的原理和机制。有的只是知其然而不知其所以然。例如我国古代流传下来的气功，人们用这种方法来健身、防病、治病，并取得一定的特殊效果，但是现今的科学尚无法解释气功的奥密。运动是人体发展普遍应用的主要途径和手段，如何使运动对人体产生更良好的效果，是个复杂的问题，名目繁多的运动项目各有特点，男女老幼，体质强弱也各有不同，仅运动与身体状况的关系，就有很复杂的方法问题。日光、空气、水是对人体培育、养护、锻炼的重要条件，如何科学合理的利用自然力锻炼人体的方法的研究也是至关重要的。人们情绪、劳动、睡眠、环境、生活习惯也是培育、养护、锻炼人体的很重要的因素，其对人体的影响甚至要超过运动。优生措施对民族体质的发展具有决定性的作用，人体诸多遗传状态，靠运动来改善是无能为力的。宣传和运用优生措施也是具有重要的深远意义的。上述诸多方面虽然都与体育有关，但是，它们还不是体育方法论研究的主要对象。

体育方法论是依据体育的本质特征，来研究体育方法的学说。体育方法是指遵循人体的发展规律，如何应用体育运动及其他手段去培育、养护和锻炼身体，增强体质，促进民族体质的完美发展。

在体育发展的历史过程中，不同历史时期有不同的方法占统治地位，这取决于体育实践经验的总结和科学技术发展的水平。任何方法都不是万能的工具，而是自然规律和人体规律的一般概括表现。体育方法也是具体的，只有符合各种人的具体方法，没有一个绝对同一的方法适用于各种人。

1　体育方法的起源与发展

1.1　中国古代的养生思想方法

中国是一个有悠久历史的文明古国，在中国古代光辉灿烂的文化遗产宝库中含有丰富的身体文化成果，其中蕴藏有许多人类自养其生的思想和方法。古代汉语中的养生，具有养育的意思，其生有体的涵义，养生与现代的体育意义基本相同。养生之道相当于体育的规律和法则或体育的道理，养生术相当于体育方法。导引（道引）是我国古代独特的医疗保健操和养生术。作为医用的导引和养生家所倡行的导引彼此渗透，某些导引方法及术式既可疗病又可健身。但医学家的引导和养生家的导引又有区别。

在我国古代随着生产力的发展，人类社会生活水平的提高，不仅求生存，而且希望活得更长久些，长生观念便渐渐地产生出来。关于长寿的最早记载，当推殷商典籍《尚书》，在《尚书·洪范》中谓："五福，一曰寿，二曰富，三曰康宁，四曰攸好德，五曰考终命"。其中的"寿"、"康宁"，"考终命"都是关于健康长寿的，在"五福"中占了三项。该篇又提出了"六极"："一曰凶短折，二曰疾，三曰忧，四曰贫，五曰恶，六曰

弱”。其中的“凶短折”（短命夭折），“疾”（疾病）、“忧”（忧虑）、“弱”（身体衰弱）都是关于不得健康长寿的，占“六极”（祸）的大部分。这些都说明当时对健康长寿的重视，而不得健康长寿则视为极大的灾难与祸事。西周时期的典籍中也有关于养生思想的反映，如《诗经》中即有“永锡难老”、“与子偕老”、“以介眉寿”、“万寿无疆”、“如南山之寿”等词句。商周时期巫、医开始分业，养生的发端与医术发展有关。人们开始注意身心的养护，自觉地把一些有益于身心健康的活动作为追求长寿的手段，并留心气候的变化对身心健康的影响。《周礼》中就有根据四季多发病而提出的饮食起居卫生要求，强调精神因素对健康的重要影响，认为“百病怒起”，忧郁生疾”。成为后来医学和养生学基础的阴阳五行思想、精气学说、四时五节六气致病说等也都已经出现。这对后世养生思想的情形和实践的发展，影响十分深远。

春秋战国至秦汉三国是我国养生学发展的重要时期，成书于这一时期的《黄帝内经》集中反映了这一演进过程与所达到的理论高度。《黄帝内经》的内容十分丰富，它全面地论述了人与自然、人与社会、人体自身、病理病因、疾病预防等有关生死寿夭的基本问题，建构了古代生理、病理诊断、治疗等理论体系。《黄帝内经》的一个重要思想是强调“防患于未然”，在对病理、病因的讨论中吸收了诸子百家有关思想，从生理、心理等方面提出了养生保健的基本原则。

“法天之纪，用地之理”的养生原则，它派生于“天人相应”的哲学思想。《内经·宝命全形论》说：“人以天地之气生，四时之法成”。节候、昼夜的变化、必然引起人体机能发生相应变化，不同的地理环境会提供不同的生存条件，对此“从之则治，逆之则乱”，因而要求按四时的变化与环境所提供的条件，选择相应的养护重点或养生手段。

"正气存内，邪不可干"的预防原则是将影响健康的因素归因为"六淫"与"七情"。"六淫"指风、寒、暑、湿、燥、火等自然因素，称之为"外邪"；"七情"指喜、怒、忧、恐、思、悲、惊等心理状态，称之为"内伤"。《内经》认为，"外邪"造成病患，主要是因为"内伤"降低了机体的抵抗能力，"外邪"才乘虚而入，因而对"内伤"的防止极为重视。"七情"，就其心理实质而论，是人对客观事物不同的情感体验，或主观反映，它是由人的社会生活方式决定的。保持人与生存环境的相对稳定，强调节制个人日常生活，以保持平淡恬和的心境是防止内伤的基本要求。

"节阴阳调刚柔"的动静原则是认为气血是人体生命活动的动力和泉源。《内经》把人体分成许多对立统一的阴阳关系，应用阴阳矛盾运动的基本原理来认识或解释气血营运的生理、生化过程，衡定正常或异常生理状态。认为身心健康的生理基础，取决于机体的阴阳状态，阴阳处于相对平衡的状态，称之为"和"。"和"则寿，如果平衡遭到破坏，造成阴阳离决，则会导致气血营运代谢失调，故"离"则夭。《内经》提出"节阴阳调刚柔的动静原则，要求机体必须保持一定的运动，以维持正常的生命活动；但这种运动又必须保持在一定的的限度内；在理论上提出了以"中和"为动静平衡的"圣度"。这反映出古人认识到人的生理、心理有一定的基本要求与负荷极限，在修炼中应注意保持机体本身的相对稳定。这是一条重要的锻炼原则。《内经》着眼于人体自身生长发育，企图解决追求长寿等实际问题。虽然大量吸收了先秦诸子对养生的理论表述，但主要是利用先秦诸子所提供的一般原则来具体分析与解决养生所提出的问题。因此，我国古代养生的基础理论体系，严格讲，是由《内经》建构起来的。

远古人类常通过模仿动物作自发地活动肢体，对生理、心理上的不适作出反应。随着长寿观念的萌生，这些自在的活动逐

渐变为自觉的活动。至迟在战国时期就形成了专门的动作术语与方法，成为追求长寿的炼养手段。秦汉以前养生术按其大类，可分为导引、行气、服食、房中四类。秦汉以来这些方式又有了一些新的发展。

“导引”一词始见于《庄子》“吹呴呼吸，吐故纳新，熊经鸟伸，为寿而已，此导引之士，养形之人。”是一项以肢体运动为主，配合呼吸吐纳，追求长寿的运动方式。先秦时期术式较为简单，见于文献的仅“熊径鸟伸”等单个动作。东汉以后，导引术有较快的发展，著名外科医生华佗总结、整理了有关导引术，创编了“五禽戏”。五禽就是：虎、鹿、熊、猿、鸟。“五禽戏”是根据动物活动的特点，按锻炼身体的要求将一些有代表性的动作编排起来，形成前后衔接的五套健身操，从而开创了导引套路术式的先河。

“行气”一词始见于《左传·昭公九年》：“味以行气，气以实志”。“行气”的目的就在于通过专门的功法，促使“后天之气”不断化生为“先天之气”。因此，“行气”是一种自我控制的内循环运动。早在先秦典籍中已有行气活动的记载及具体要求的描述。战国初年的“行气玉佩铭”已记叙了具体的行气路线，行气术已较为成熟。秦汉以后 行气术有较大的发展，开始用阴阳五行思想与“精、气、神”原理阐述行气理论，改变了行气有“术”（方法）而无“学”（理论）的状况，并形成了两个主要的行气派别：一派承袭老、庄“抱神守一”行气术，强调以守一修性，以“内炁（气）”养形，其法式以意守为主要特征，通过意念固守身体某一部位，从而达到以神养炁，以炁养形的目的。一派导源于“行气玉佩铭”所述之法，即后世所称“周天行气法”。此派重视循经络行气，在一呼一吸之中循环一次是基本特征。在《申鉴》中，已提到“致气于关”（即气沉丹田），东汉人魏伯阳著《周易参同契》，以《周易》阴阳运动原理为骨

架，以“黄老”精气学说为内核，借用炼丹术语，构筑了行气炼养术的理论模式，奠定了后世行气术的理论基础。

“服食”最初可能导源于古代的“食养”。《周礼》上有许多关于饮食搭配的要求；《山海经》里记载了某些食物或药物食用后“善走”、“不夭”、“多力”、“美人色”的作用。成书于东汉的我国最早的药典《神农本草》把药物分上、中、下三品，认为上药主养命，可以使人“轻身益气，不老延年”，反映出对“服食”的重视。“服食”分为服药、服丹、食气。食气也叫服气，主要以采集日精月华、松涛流泉等精气，以更替体内浊气为特征的呼吸吐纳运动。

“房中术”，本属于男女交合的性卫生知识，先秦时流行于关中以西的秦地，《汉书·艺文志》载有“房中八家，百八十六卷”。在马王堆汉墓出土的《养生方》中有《合阴阳方》，提到“十动”与“房中导引”，并提出了房中术“七损八益”的保健理论，通过种种具体要求调节性生活以保证身心健康。北魏寇谦在改造天师道时，力斥房中术，致使该术日渐衰落。

两晋南北朝至唐五代养生学以迅速发展的炼养术为时代特征，开始探索人生的本体。此期嵇康（223—262）的养生思想主要反映在《养生论》和《答难养生论》等之中。主张“寿夭之来，在于善求”，会养者生，其寿命可以延长，反之寿命缩短。肯定人的主观努力的作用。

这一时期是道教炼养功发展的主要时期，行气术得到进一步发展，并在此基础上完成了“外丹术”的炼养体系的构建，道教炼养体系日臻完善。行气术在汉末成书的《太平经》中，已经提出了炼养精、气、神的思想　并提出了“内视”、“存想”、“火候”、“守一”等炼养过程与方法。《周易参同契》开始把行气与炼丹联系起来，奠定了行气术的理论基础。魏晋时期道教上清派勃兴，在其经典《黄庭经》中提出了存思上、中、下三丹田

的炼养术。编造了大量咒符图，把存思、诵咒、吐纳、导引、咽津等结合起来，集为“服气”之道。《幻真先生内元气诀》将服气过程分为调气、淘气、咽气、行气、散气、委气、炼气、闭气诸节；司马承祯（164—735）提出的“修道阶次”分为斋戒、安处、存想、坐忘、神解“五渐门”。从而反映出道教内丹术的方法更为具体，功法日渐完善成熟。

宋元明清养生学发展的一个重要特点，是广泛的运动保健和康复手段。出现这种局面的根本原因，是宋明时期对古代炼养术与保健术等养生著述的全面整理。北宋末年宫修的《圣济总录》，几乎囊括了前代的全部方书。书中所载对咽津、导行、服气之部分对炼养功作了全面总结。宋以后的养生专著非常之多，其中影响较大的有宋人的《回时颐养录》、《寿亲养老专书》、《八段锦》、《云籍七签》；金元名医刘元素的《摄生论》，明代的《红炉点雪》、《修龄要旨》、《摄生三要》、《养生四要》、《寿世保元》、《赤风髓》、《养生肤语》、《万寿仙书》、《遵生八笺》；清代的《勿药元诠》、《寿世编》等。这些有关养生的著述，不仅限于资料汇集，大多对传统导引术进行了整理、校订、改进，并配以图文说明。这种著述繁荣的本身，也是养生学蓬勃发展的反映。这一时期就具体的导引术式而言，对后世影响较大的，是八段锦和易筋经。八段锦，其中术式有文、武之分。文八段锦采取坐式，吸收了历代健身术中的行气、叩齿、漱咽、按摩、集神等方法，配合简单的头颈、躯干、上肢的活动。从其整个要求来看，行气显然被放在首位 反映出导引术与静坐的融汇。武八段锦采取站式。从《道枢》所载的术式要求看，多以肢体活动为主，而辅以呼吸或咽津，是对早期导引的继承。在八段锦演进中，又有十二段锦之类的术式出现，其要求与八段锦大同小异。

中国古代养生史中，有许多值得吸取的养生健体的宝贵经

验，当然也有许多糟粕，我们可以取其精华去其糟粕，古为今用。

1.2 西方古代的体操思想方法

西方古代体操和中国古代养生是相类似的。我国古代的养生思想方法，在体育方法方面积累了丰富的经验，有其独特的贡献，但是中国近代体育思想方法多援引于西方，为此，研究体育方法论需要了解西方自古以来的体操思想方法。

古希腊海洛迪卡斯（Herodicus公元前四世纪）是西方古代体操的创始人。他指导青少年从事Gymnastics活动去锻炼身体。Gymnastics（动词）词义是赤身操练（练身体）的意思。海洛迪卡斯把他所指导的活动称做Gymnastics。日本明治初年在日语中把Gymnastttics翻译成体操。1903年，我国清政府颁布了《奏定学堂章程》仿效日本学制，将“体操科”引入我国。中国古代的养生和西方古代的体操，都和当今体育一词在概念上是有区别的。海洛迪卡斯创案的体操有明确的炼身目的，是主张以增强体质为目标，他的体操与身体娱乐性的活动有实质性的区别。对西方和东方各国都产生了良好的影响。

古希腊哲学家柏拉图（Plato，前427—前347）中年开始从事教育研究活动。在他的教育学体系中，体育占有重要地位。他主张：7—12岁的儿童入国立学校学习读书、写字、计算、音乐和唱歌；12—17岁进体操学校学习游戏、舞蹈、角力、掷铁饼、投枪、赛跑、射箭、骑马和野营；17—20岁的青少年也要继续从事体育训练。他对妇女体育也很重视。他认为：做为女孩应该练习各种跳舞和角力；结婚后，要参加战斗演习，行营布阵和使用武器，因为一旦当所有军队出去打敌人的时候，她们就能保卫儿童和城市。在柏拉图的教育思想中，主张心身和谐发展，强调用“体操锻炼身体，用音乐陶冶心灵”。他认为，运动术、竞

技术、保健术和锻炼身体的体操是有区别的。柏拉图对于把体操和医疗卫生做为姊妹关系的思想给予高度评价。在他看来，体操不是脱离工作的游艺，也不是争取延长生命的卫生术，它应该是培养波利斯人的教育手段。在柏拉图的论述中，几乎涉及到当时体育的各个方面，他丰富的体育思想对后世体育的发展有深远的影响。

意大利医学，体操学家美尔库里亚利斯，（Hieronymus Mercurialis，1530—1606），不仅长期埋头于古代医学文献还研究古代体育，1569年用拉丁语出版了体育专著《体操术》，全书共6卷，几乎搜集了古代希腊罗马所有的体育运动史料，详细阐述了古代体育的目的、任务、内容、原则、分类、方法以及各项运动的效果等。他对西方古代重灵魂而轻身体，即身体从属于灵魂的旧思想持否定意见。主张根据身心全面发展的需要，用体操发展身体这个侧面。他把“体操家”（Cymnasta）和“运动教练员”（Pindotriba）作了区分。他说，体操家的工作是以发展人体为目标，运动教练员是以运动技术，即以人的“行为”（Crasipas），“活动”（Operatiopas）为目标。他说，“竞技体操”（Gymnastict athletica）是把运动员的身体强化起来，争取竞赛胜利的报酬以及胜利的花冠（Coroma）。接受这种技术指导的，不是一般人，他们是职业运动员。民众只能去观尝。他在其体操上的一条重要原理是，为了实际地去发展民众的身体，便于他们接受体操。因此，他主张废止两个极端，即废止过难和过易的两个方面，采用“中等难度的运动”（exereatio moderata）。他认为体操是锻炼身体的手段，把形成最好的身体作目标，所以它有自己的独立性。从人体对运动的需要出发，指出过度的运动对人体是有害的。所以，体操的运动不需要极大的力气，要适度，要连续不断地去实行。为了锻炼身体不能心急，要慢慢地去进行运动。他按照身体的种类和运动的种类来研究身体和运动相

适应的问题。他把当时的各项运动作为锻炼身体的手段进行研究的，并注意研究运动对人体发展良好作用的方法。这是由他研究体操的出发点和目标所决定的。对各项运动都要根据它们的特点有的放矢地去研究应用方法。他的主张，是西方文艺复兴时期体育思想方法和西方古代体育思想方法的发展。

1.3 自然体育和现代体育思想方法

西方古代体操从古希腊有文字记载海洛迪卡斯创编的体操至今，已有2380余年的历史。中国古代养生和西方古代体操，它们跟体育在本质上是最近似的身体文化。但是从史学科学化的角度来说，还不应该把养生史和体操史等同于体育史。体育，有它自己发生和发展的历史，在卢梭（J.J.Rousseau，1712—1778），创案体育之前，人类的身体文化中还没有体育之说。自1762年卢梭创案体育之说至今体育只有228年的历史。欧洲，在公元5世纪—15世纪黑暗时期，在宗教禁欲主义束缚之下，把人的身体视为罪恶，连古代的体操也受到限制。到了14世纪文艺复兴时期，欧洲终于迎来了黎明的曙光，这个时期，反对宗教禁欲主义思想高涨，为体育思想的产生提供了条件。文艺复兴及17世纪至18世纪前半叶，经法国这位启蒙思想家、哲学家、教育家卢梭，破天荒地创案了体育之说，这是人类文明历史发展的必然。

在卢梭《爱弥儿》（Emile）一书中，首次启用了体育（Edudation physiguc(法)）一词论述了对爱弥儿的身体教育。最先较完整而明确地反映出包括体育的目的、任务、原则、形式、手段和方法等内容的一种新的体育形态。他主张教育应当遵循自然，依照儿童自然发展的程序，培养儿童所固有的观察、思维和感受能力。考虑到儿童的年龄特征，他把受教育的生活划分为4个时期。他主张：对2岁以前的婴儿，体育是一切的基础，教育的任务促进儿童的身体发展。对2—12岁的儿童，应通

过运动、游戏来实施体育，以锻炼受教育者的四肢、器官和感觉。卢梭很重视利用大自然所赋予的各种条件来锻炼儿童的身体，培养其意志，使之学会各种生活技能，并适应各种突然性的变化。他认为，儿童应学会爬山岩，学会跳远、跳高、爬树、翻墙，学会在任何情况下都能保持平衡；尤其要学会游泳和赛跑。在卢梭丰富的教育思想中，包含了按客观自然规律实施体育，使身体自由发展。卢梭给爱弥儿的全部教育（包括体育），是为了把他们培养成为一个手工业劳动者，而不希望他们成为王公贵族，也不愿让他们成为艺人。这就是卢梭所说的“诚实的职业”。

卢梭创案的身心和协发展等一系列的体育思想方法，没有首先在法国开始实施，在他的《爱弥儿》一书出版之后，经过24年，于1786年在德国，在古茨穆茨(J.C.F.Gwtt Muths, 1759—1839)的倡导之下，体育方才开始实施。因为古茨穆茨在德国率先实施体育，故其后人把古氏奉为德国的体育祖师。古茨穆茨的体育思想，名义上是身体教育，但是，以运动为中心的体育思想是在他倡导的体育中孕育而生的。他给体育规定了七个目标：（1）身体健康；（2）体力、技能；（3）锻炼；（4）身体灵活；（5）体态美；（6）感觉锐敏；（7）运动。他为体育选用的教材，有走、跑、跳等15个运动项目。并对这些运动作了4种不同的分类：（1）运动解剖学分类；（2）动作性质的分类；（3）运动项目的分类；（4）运动类型的分类。

19世纪是体育的勃兴时期，在这个时期内，欧洲大陆先后形成了德国体操、瑞典体操两大体系和学派。为国际体育的发展起了极大的推动作用，为学校体育的发展奠定了基础。裴斯泰洛齐(H.Pestalossi,1746—1827)是瑞士教育家，他继承了卢梭自然教育思想，但反对把儿童本性理想化而强调教师的主导作用。他注意儿童各种能力的协调发展，认为行为能力培养的意义在于自由

地支配身体。他比古茨穆茨更强调体操的基本化，要首先分析肢体能够完成什么动作，再把这些动作分类组合，由易到难，循序渐进地进行练习。他把体操分为三组；（1）自然体操，包括自由的跑、跳和游戏等；（2）基本体操，即有意识地练习人体运动的各种基本动作，如打击、捉拿、冲刺、抛掷、拖拉、转向、摆动、跑步、跳跃、爬高等；（3）教育体操，包括各种跳跃、跑步、角力、游泳、投掷、攀登、平衡运动、剑术和舞蹈等；他还主张军事操、军事游戏、各种战斗的活动在体育中应占重要的地位。

P.H林（P.H.Ling，1776—1839）是瑞典体操的创始者，他发展了古茨穆茨的科学体操思想，奠定了以生理和解剖学原理指导锻炼的基础，从而创立了林氏体操即瑞典体操体系。在他去世的第二年出版的未完成稿《体操的一般原理》中，林氏把体操分为4类：（1）教育体操：其目的在于求得身体全面自然地发展；（2）兵式体操：林氏兵操比德式兵操多一些持枪、剑术和器械练习；（3）医疗体操：用以矫正身体的缺陷，使之均衡发展，包括主动动作、被动动作和协同动作三类；（4）健美体操：即以抒发思想感情为目的的艺术体操（又称韵律体操）。林氏比较重视人为设计的运动，器械运用较多。但也并不是要让身体动作受器械的限制，而是根据身体发展的需要来选择、设计器械和器械练习，因此他设计了一些新的器械，如肋木、鞍门、窗梯、低综合台、跳箱、爬绳等。19世纪后半期，瑞典体操传遍欧美各国，成为近代国际流行的体操的重要基础。林被尊为“瑞典体操之父”。

在德国接替古茨穆茨运动教育思想，并在体育界有很大影响的是施皮斯（A.Sp iess，1810—1858），他的主要著作有《体操术理论》4卷（1840—1846）和《学校体操》2卷（1847—1851）等，他被誉为“德国学校体育之父”。他以古茨穆茨的运

动体系为基础，进一步解决了“运动要素化”问题（即对运动技术要术分析），完善了运动教育体制，把以运动为中心的体育思想推上了发展的顶峰。

到了19世纪中叶，辩证唯物主义的形成，为古茨穆茨一施皮斯以运动为中心的体育思想的再认识提供了思想武器，所以，在1855年对施皮斯的体育思想的讨论终于发生了，讨论的中心问题实际上是以运动为中心的体育思想向以人为中心的体育思想的转化。是体育思想由低一层次向高一层次的飞跃。批评施皮斯体育是以追求运动形艺为目标而忘记了发展人的身体，认为这样的体育不能列为义务教育的必修课。深刻批判了施皮斯“运动形艺是精神之表露”的理论，揭露了其注重运动形艺非真正重视身体发展的错误倾向。这就为以育人为中心的体育思想的发展开创了新纪元。

从1910年开始，在西方对施皮斯体育实行重大改革，具有重大影响的是高尔霍费尔（K.Ganlhofer，1885—1941）和斯特蕾西（M.Struleher，1890—）。他们在批判德国体操体系的基础上，提出奥地利教育改革的原则，逐渐形成奥地利自然体育学派。其主要思想反映在他们合作的《自然体育》（论文集，1930—1931）《新学校体育》（1930）和高尔霍费尔的遗著《学校体育体系》（1966）等书中。更明确地强调体育应以生物学和教育学原则为指导的基础，他们提出体育要以人对运动需要为基础建立起“含自然性”的、能促进人体发育成长的身体锻炼体系。他们的教材体系由矫正运动、形成运动、技能运动和技巧运动四部分组成。他们认为必须把身体锻炼的概念扩展到日常的运动和劳动等。在教学中，则强调充分适应儿童的智力和身体发育状况。自然体育和新体育思想对欧美乃至世界体育都产生了深远的影响。

由于20世纪前半叶进行了两次世界大战，所以这项体育改革

没有取得什么成效。直至第二次世界大战结束以后，这项改革又重新起步。英国的摩根（R.E.Morgan）和亚当森（G.T.Adamson）于1953年创案了追求身体发展实效的巡回锻炼理论和方法。这是一次突破性的重大发展，受到世界各国体育界的重视，并引起了一些发达国家的广泛研究和应用。

20世纪60年代，欧美一些发达国家和日本，对发展人体的体育方法问题加强了实验研究和推广应用。原苏联的体育也在70年代后期开始以运动形艺为中心向以发展身体为中心的方面转化。美国、加拿大、日本从80年代开始，已经形成了一套以发展身体为中心的健康诊断→体力测定→确定锻炼目标→选定运动手段→制定锻炼处方→实行实际锻炼的体育工作方式。在这些国家这种体育工作方式已全实行了十多年之久。

2　炼身运动负荷量

身体运动以及其他手段对增强体质的良好效果，只有在负荷到一定的程度的情况下才能取得。所采取的体育手段，有各种不同的用法，负荷量如果达不到一定的水平，锻炼身体的效果就有限或无效果。负荷量过大则会导致给身体带来危害，所以，要探讨负荷量的作用，从理论上理解负荷量有关的规律，在实践中掌握负荷量的标准，以保证通过身体锻炼，谋求增强体质的实效，这是体育方法论所要深入研究的重要课题。

2.1　负荷量的概念

负荷量是指身体负荷反应的量，也叫生理负荷量。它是以身体在运动的影响之下反应出来的形态、生理、生化等指标（包括心率、血压、心博量、心输出量、摄氧量、热量、以及血乳酸量等）来计算。

负荷量和运动量是两个不同的概念。负荷量是在运动作用之下，身体对运动作用的反应的量，用生理生化的计量来计算，或由身体反应出来的表象去估计。运动量则是运动本身的数量，用运动的强度、时间、距离、重量、密度和次数等来计算，它本身不表明身体对运动的反应情况。但是二者之间有一定的联系，首先是因果关系，运动是原因，负荷量是结果，前者是在后者的作用之下，身体对运动的反应。其次二者成正比的关系，运动量越大而负荷量也越大。此外，二者之间具有相对的关系，二个身体状况不同的人承受同一运动量，则此二人的负荷反应是不会相同的；同一个人在不同锻炼阶段对同一运动量的反应也不相同。所以在体育学理论和实践中应区别两者的不同，了解二者之间的关系，才能有效地处理并指导体育过程。负荷量是考查增强体质效果的根据，而运动则是增强体质的手段。要根据负荷量来调节运动量，善于测验和断定负荷量非常重要，因为要保证运用运动手段增强体质的良好效果，有根据地调节运动量的理论和方法是减少身体锻炼的盲目性，杜绝运动伤害的基础。

身体对运动负荷反应是个复杂的问题，对运动负荷反应的计量是目前世界许多发达国家都在进行深入研究的重要课题，现代体育方法论谋求增强体质的真实效果，需要不断充实负荷量的新知识，以改进未来的体育过程。

2.2 炼身运动负荷标准

在炼身运动过程中，人体承受外力作用反应出来的负荷量随作用力的大小而不同。各种负荷反应的量都代表有机体一定的状态。在体育方法中对增强体质作用最好的负荷量标准，称为锻炼身体标准负荷量。由体质的复杂性和个体差异的复杂性决定了很难确定一个统一的标准负荷度。决定负荷标准的前提是负荷的目的性，不同的目的有不同的负荷标准。负荷本身不是目的，它是

手段，它必须服从于目的。不同年龄、性别、体质状况、气温条件和运动项目特点，其负荷标准都有一定的差别。

近代体育科学研究已经肯定：在身体运动过程中，只有当运动到使周身组织中血液供应量充分而没有疲劳积累的情况下，增强体质的效果最好。心脏每搏输出量关系到人体从事身体运动时能源物质供应和气体的交换情况，它同心率次数的乘积就是心输血量，二者都是人体血流动力学的重要指标。也是完成任何身体负荷不可缺少的主要条件。心搏量的规律：每搏输出量在中等强度工作时，也就是在某种强度不大的运动负荷时，达到的最大值的极限区间，最大心输出量出现以前，是最富于炼身效果的时机。如果准确地调整运动量，把生理负荷控制在心搏极限区间，并保持15—20分钟，就能收到增强体质的最佳影响效益。根据日本福冈大学的研究结果表明，以最大吸（耗）氧量50%左右的生理负荷量进行炼身运动最适当，其优点如下：

（1）此时心脏舒张期较长，因而心脏血流供应较多，不致引起心肌缺血；（2）每搏输出量最大，对全身的营养和氧气供应充分；（3）因运动负荷量不大，疲劳物质（乳酸）生成较少，运动持续时间可长；（4）能源物质（糖）在一定程度被氧化之后，脂肪接替下去，可以去掉多余体脂；（5）属于有氧代谢锻炼，对预防动脉硬化有利；（6）没有血压升高的危险；（7）不会引起剧烈喘气，不很辛苦，不影响工作学习和生活；（8）强度不大，可以防止肌肉和关节疼痛；（9）运动中精力充沛，感觉舒适，心情愉快，充分享受炼身的乐趣；（10）较好地激发思考能力，对掌握必要的基本活动技能和技术有利。

衡量生理负荷量最好的指标是最大吸（耗或摄）氧量的百分数。从理论上说它是最大心输出量乘动静脉氧差的最大值，可以说它是体质（体力）生理学最妥当的唯一的一种“尺度”。实际测定的方法有直接和间接之分。美国军医库珀（Kenneth H.

Cooper）60年代初创始了闻名世界的一种耐力测法—“有氧训练法”，特别是他创始的“12分钟跑测试法”，更是为世界大多数国家所采用。跑完12分钟时的即刻心率就是各人的最高心率，有时就以它来代表最大吸氧量。因为吸（耗或摄）氧量与心输出量成正比，计算运动时心率，可以大致测定耗氧量，而且心率在运动中比最大吸氧量的百分数更易于掌握。库珀认为对人体产生最好影响的生理负荷量是：最高心率减去安静时心率乘以0.7（即最大的吸氧量70%），再加上安静时心率。例如最高心率为200次/分，安静时心率为60次/分，最佳生理负荷：（200—60）×0.7＋60＝158次/分。有氧锻炼的典型方法—12分钟跑的测验方法，即控制人的跑的速度，使运动时心脏血液每分输出达到最佳水平。后来美国的弗克斯又在《长跑全书》中介绍，运动时，人的最高心率减去安静心率的差乘以75%，以此作为提高呼吸循环系统功能的最佳负荷。同时指出，这个心率值随性别、年龄而异，如（以下括弧外数字为年龄，括号内数字前者为女性，后者为男性）：25（185，196），30（180，190），35（175，185），40（170，180），45（165，175），50（160，170），55（155 165），60（150，160）65（145，155）。联邦德国运动医学家贺尔曼教授经过多年的研究，提出最低负荷要求为每天以心率180减年龄数（例如50岁的人为180－50＝130次/分）的负荷强度连续运动十分钟，或以同样强度每周运动三次20—30分钟。运动形式以简单易行的长跑为主，也可以从事自行车、游泳、滑雪等其他耐力运动。他的这一学说目前已为许多国家所接受。

《健身妙法》一书的作者莫尔豪斯提出的是，对刚刚开始炼身的人，最低以160减年龄作为运动标准，几个月以后，“身体不错”了，可以用180减年龄，若“身体特别好”，则用200减年龄作为“运动标准”。若超过最后这个心率次数，则对心脏“毫无健康利益”。低于120次/分对健康人则“一无所获”。莫尔豪

斯炼身计划以8周为一阶段，共四阶段，生理负荷是以200减年龄，分别乘以60%，70%，80%适宜的心率有如表1所示。

表1 年龄与不同锻炼阶段的心率

年龄	第一阶段	第二阶段	第三阶段	第四阶段
30岁以下	120	140	150	150—160
30—40岁	110	130	140	140—160
40—60岁	100	120	130	130—140
60岁以上	100	110	120	120—130

日本按照不同耗氧的百分数（从40%—100%）和年龄（从0—69岁），推算相关的心率，并分别列出跑时感觉的对照表。其特点是以耗氧量的百分数40%—70%作为最大心搏量区间，这是一个重要的启示。因为人体本身的复杂性，个人、体质、炼身阶段等差异是比较多的，虽然以上各种确定最佳生理负荷量办法不同程度地考虑到各人最高和安静心率、性别和年龄，但都是以点上或线上的心率为标准，而不是从面上（从区间）划分，所以还欠符合科学炼身的要求。

2.3 炼身运动负荷价值阈

炼身运动负荷价值阈是指有良好炼身作用的运动负荷区域性的标准。是调整运动量的区域性标准和尺度。如用坐标来描述，纵轴是心率次数（95—160次/分），横轴是炼身的时间（分钟）从10′—45′。如图2.1所示。于是：10′，120次；40′，120次；10′，140次和40′，140次四点所构成的长方形就是炼身运动负荷价值阈。在此长方形以内叫做阈限内负荷；在10′，140次和40′，140次二点所构成的直线以上叫做阈限上负荷。阈限内负荷是心

搏量极限区，增强体质的作用最佳。阈限下负荷因心功能还没充分发挥出来，炼身作用较小或全无。阈限上负荷只能依靠加快心率次数提高或维持所需心输出量，一旦出现心输出量极限，供血量减少对增强体质不但无益反而有害。所以生理负荷价值阈是衡量炼身效果的较为科学的和比较可靠的标准。

生理负荷价值阈因身体对运动量反应不同而异。体质好的需要较大的运动负荷，心率方可达到阈限以内；体质差的只需要较小的运动负荷，心率就达到阈限以内。要把心率保持在阈限以

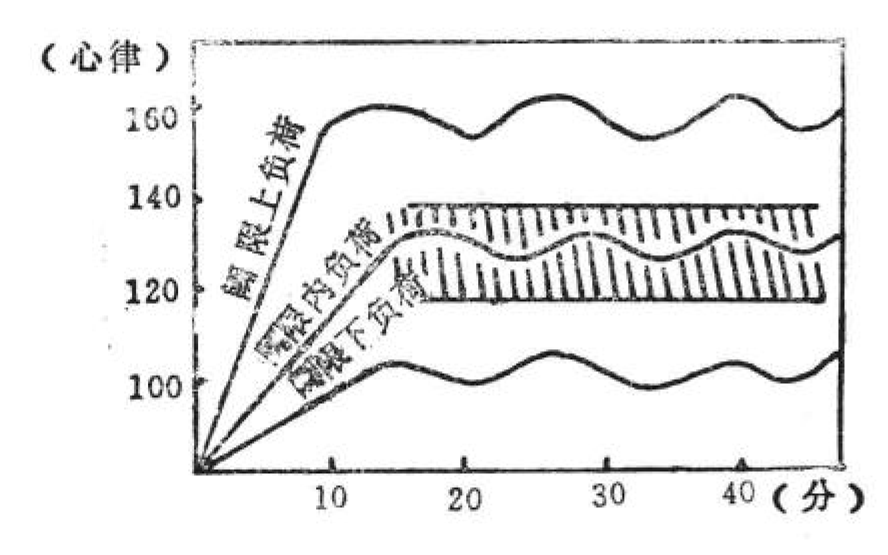


图2.1　负荷价值阈图示

内，必须根据不同体质水平恰当地调整运动量。所以负荷价值阈也是检验体质水平和炼身程度的客观标准。原来可以达到阈值以内的运动量再也达不到阈限以内，必须增加运动量时，说明炼身程度提高，从而感到内心的愉快。更重要的还在于指导炼身实践有所根据。各种身体运动的特点和炼身的方法不同使运动量的差别较大（例如：行走、快走、慢跑、中速跑和快跑等），达到负荷价值阈限以内的快慢大不一样。因而负荷价值阈又是分析和检验身体运动特点和炼身方法的根据。

了解和掌握人体对运动量的反应，只要测定6秒钟内即刻心率。如果阈限是在120—140次/分，6″心率在12—14次之间就

是阈限内负荷，11次以下或15次以上都是阈限外负荷。调整负荷的基本方法是重复、连续和间歇。例如反复进行一定身体运动的次数（重复），若达不到阈限，缩短各次之间的间歇时间（连续），若超过阈限，延长各次之间的间歇时间（间歇）。总的要求是使负荷量达到阈限以内并加以保持一定的时间。

根据最大心搏量极限区间制定生理负荷价值阈是现代体育学研究的新课题，也是通向体育科学化和现代化的一个突破口，它为认识和掌握炼身过程基本规律，正确运用各种体育手段和方法确立了比较科学的计量标准和尺度。但是增强体质的生理负荷问题，由于性别、年龄、体质水平、健康状况、运动种类、进行方法和环境条件的千差万别，生理负荷量都应有所区别，特别是生理负荷价值阈的阈限具体指标的确定等都是比较复杂的研究课题，靠经验判断或少数心搏量测定的研究和实验作结论，论据还不够充分。生理负荷量不是体育的目的而是手段，它必须服从于目的。对以增强体质最佳炼身实效的目的为出发点，对比较科学的生理负荷量标准及其运用加以探讨是有深远意义的。

2.4　生理负荷价值阈与超量负荷

超量负荷是根据人体在运动作用之下，产生的适应性变化去调整运动量和负荷量的基本法则。超量负荷是超过已经产生了适应性反应而失去锻炼价值的负荷量。负荷价值阈是衡量运动负荷量对人体发生暂时性和持续性适应的具体标准。炼身计划（运动处方）在开始阶段，运动量就拟定在生理负荷价值阈以内，每次锻炼只能引起暂时性适应，各次锻炼之间的恢复期间不应过短或过长，在多次锻炼的强化之下，经过一段时间（例如数月），由于生理机能提高，动作协调省力，就可以达到持续性适应的水平。原来的运动量就再也达不到负荷价值阈限以内了。跌落到阈限以下，增强体质的作用也下降。如果运动量不超过一定水平，

就不可能收到炼身的效果。生理负荷价值阈就是最明确和可靠的重新调整运动量的客观标准，适当增大运动量使负荷量重新升到负荷价值阈限以内。从新的暂时性适应开始，经过一定时期的不断强化，达到新的持续适应水平。循环往复的超量负荷，使有机体内部一系列的适应能力不断地提高到了一个新的水平，在每一循环中负荷价值阈限没有变化，但体质水平和运动量都炯然不同，有一个从多次强化的量变到质变的飞跃过程。生理负荷价值阈科学地、可靠地和切实可行地解决了超量负荷规律的超量幅度的问题。

人们在炼身过程中，时刻从即刻心率和负荷价值阈限中取得自己体质增强的确实信息，享受锻炼身体的乐趣，培养终身锻炼身体的习惯。

2.5 高效轻负

高效轻负就是负荷轻效果高，既要在体育实践中努力追求不断地提高增强体质的实际效果，同时又要在能取得高效果的前提下不断减轻负荷。负荷是增强体质采用的手段。在保证增强体质最好效果的前提下，尽可能把负荷降到最低点，这是增强体质活动的基本要求。锻炼身体所需要的负荷绝不是越大越好。负荷有度，低度无效，适度有利，过度有害。生理负荷价值阈把运动负荷控制在以最大心搏量区间为科学根据的生理负荷阈限以内，排除阈限以上的不必要的运动负荷量，节约时间和精力，达到最佳炼身效益，具有高效轻负意义。盲目地增大运动量置生理负荷价值阈标准于不顾，能否达到“重负高效”可以研究，但也有“重负低效”和“重负反效”的可能。当然，“轻负低效”和“轻负无效”也是完全可能的。生理负荷价值阈为运动量“适当”（恰到好处），作出了具体而明确的回答，制定了可行的标准和尺度，因而具有高效轻负的实质。

3　体育原则

体育是通过身体运动而进行的增强体质的教育过程。体育原则是在有效地去增强人民体质，完善人的身体的教育过程中所要遵守的基本规矩，是指导身体教育或体质教育工作的准则。

体育原则和运动教学原则是两个不同的概念。运动教学原则是指在运动教学过程中，指导传授运动知识技能的原则，它只限于指导运动教学，它跟体育原则的根本区别在于学和用的差别。运动教学原则是指导学习掌握技艺，而体育原则是指导运用运动和其他体育手段去谋求增强体质的实效。它是体育本身所特有准则。体育原则对各种体育手段和方法起直接指导作用。

现代体育科学化的重要特点是体育本质规律和法则不断被揭露出来，根据现有的认识程度，总结出体育的原则有：意识性、反复性、渐进性、个别性，全面性的原则。

3.1　意识性原则

意识是人类反映客观事物的思维形式，包括有觉察的因素在内。体育的意识性原则，主要是指对体质增强过程的理解和对增强体质效果的觉察，有意识地增强体质。

体育的意识性原则，是有明确指向性的，是要把意识指向增强体质的问题上。意识指向性的深度和广度的准确性主要取决于逻辑思维的精密度，科学越发达，思维的精密度越高。增强体质的规律是很复杂的，随着科学的发展，人们对它的认识会越来越深刻，越来越丰富，它的指向性也就会越来越明确，增强体质的规律和方法将会不断的被揭露出来。

意识性原则不仅要求有体质的意识，更主要的还要有意识地锻炼身体，并有意识地觉察其锻炼效果。意识性原则要求掌握锻

炼身体和增强体质的规律的知识和方法，把锻炼身体和增强体质的事变为自觉的行动，牢牢树立起终身体育的观点。

3.2 反复性原则

反复性原则具有多次重复的特征，是运用各种体育手段、重复多次地进行炼身。现代科学证明：人体在外界环境条件作用之下，经常处于适应化之中，身体锻炼的结果不是短期所能奏效，锻炼结果也不是长期有效的，正是因为这样，所以需要多次连续地进行反复锻炼。如何反复才能更有效，是要研究根据反复中的规律所确定的指导反复的准则。把反复性作为一条体育原则，是因为在反复中含有决定增强体质效果的规律，其中存在着应用体育手段追求增强体质效果的准则，这种准则的本身就是体育原则。这是客观存在的，不是以人们的主观臆断所安排的。它是要根据体质和客观条件的实际情况去反复，在生活实践中把体质增强的可能态变成体质完善的现实态，所以反复性原则是一条重要的增强体质的原则。

反复中的规律，首先是运动与间歇相结合的规律，既要有充分的运动，又要有适当的休息。根据同化作用优势的法则，为了有效地增强体质需要劳逸结合。运动之后要有充分的休息，消除疲劳之后紧接着再去运动。根据同化优势法则的要求，不一定每次运动或每天运动都必须有充分休息，可以连续几次或几天运动没有充分休息，但这样的连续运动之后还要有连续更充分的休息，充分消除疲劳之后再去运动。运动数量和间歇的关系是，运动强度小则反复次数多而间歇时间短；运动强度大则反复次数少间歇时间长。间歇时间长短，运动强度大小，重复次数多少，不能用一个死数据来规定，要以恢复状态来调节。在保证充分恢复的条件下来安排运动就是反复性中的基本规律。

反复性中另一条规律是要周间、月间、年间、数年间连续不

断地锻炼。这是反复性原则所决定的，因为反复性包括连续性，失去了连续性也就是违背了反复性原则，从而收不到增强体质的良好效果。

每次运动的强度，次数和时间，要根据运动者的年龄、性别、体质状况、气候条件、学习或劳动的负担、饮食标准等来决定。

3.3 渐进性原则

体育的渐进性原则是，根据体质逐渐增强的规律对应用各种体育手段去锻炼身体的过程所确定的准则。锻炼身体和体质增强过程具有逐步提高而循序渐进的特征。在实践中应按照这个准则，遵循超量负荷的法则去逐渐增加运动量，使体质得到不断地增强。体质的增强是按规律渐进的，所以体育方法论就必须研究增强体质的渐进性。在身体锻炼中要按照保持同化作用占优势，超量负荷和负荷价值阈的标准来循序渐进，在现代体育科学的基础上，都已有了较为具体的数据，并制定了一系列可参照的计量标准。超量负荷原理规定了时间阶段的计量标准，价值阈原理规定了每次运动的计量标准。有了这些标准渐进性就有了渐进的指标。在实践中以上述理论为依据来安排渐进的幅度和阶段的时间。

在增强体质的过程中，值得注意的是要考虑渐进性和阶段性的关系，客观存在的事物都按由量变到质变规律发展。在体质增强的过程中也不例外，有质量互变因素，应该按照由量变到质变的规律去认识渐进性。实际上在增强体质的锻炼过程中，不是次次天天地平均加量，而是按照人体对运动的适应性变化，根据超量负荷的要求去有阶段地增加量。一定的运动量经过作用于身体一定的次数和时间之后，才能引起体质的增强。体质增强的过程是有阶段性的，要按照体质适应性变化阶段去掌握渐进的步骤。

3.4 个别性原则

体育的个别性原则是为了保证体质增强的良好效果，而按个人体质状况选择手段和运用方法的一条锻炼身体的法则。

锻炼身体，欲求个人体质增强的良好效果，需要根据个人的体质特点去规定运动量，应用的手段也需要按个人体质不同状况去选择。以体质状况为准矩实行个别对待，以求取得体质增强的良好效果是体育的根本目标所决定的。

技艺表现与体质的关系，一般情况下技艺与体质的发展成正比，但技艺很好，体质都较差的事例也是客观存在的，可见技艺不是体质好坏的绝对指标。

如何根据体质来实行个别对待的问题，必须对体质状况作综合评价，首先从身体形态、机能的能力等作全面考核，对体质作出综合分析判断。在运动过程中，应该以最大能力的百分之五十的标准，分别确定自己的运动量，按自己的定量去运动，当能力提高以后，再按各自提高的程度去加量，这是已经被实际应用了的较为简便的方法。这种简便的个别定量的方法，任何个人只要自觉地想要这样做，随时都可以做到。

3.5 全面性原则

身体的全面发展是体育的一条基本准则，这就是体育的全面发展性原则。身体全面发展，不仅对幼儿、青少年体质的培育、养护和锻炼具有特殊重要意义，对中老年人的身体全面锻炼以维护整体顽健，促进健康长寿也是至关重要的。体育方法论述的全面性原则，是指的是整个有机体的各局部无遗的全面发展，凡身体所有的体质都要去发展。

运动技艺的全面发展和体质的全面增强。二者既有密切的内在联系又有本质区别。高超的技艺，肢体执行技艺的组织器官必

然要发达。但人体各部组织器官并不都有表现技艺的必要，尽管有的毫无技艺的可能，也应该锻炼。

运动技能，特别是基本活动技能的全面性与体质的全面增强有较大的内在联系。基本活动技能作用于有机体的部位面较大，可以较为广泛地起增强体质的作用。所以，多运用以表现基本活动技能为主的运动项目作为手段，能够更全面增强体质。

在运动项目的选择上，应该按照各项运动项目的特点，综合补偿搭配，以求身体各部均衡发达。编排动作要按头部、颈部、胸部、腰腹、上肢、下肢等动作均衡搭配，还要考虑到对心肺功能的作用。在青少年增知识长身体的时期，按全面性发展的原则去选配身体锻炼的手段尤为重要。

4 体育方法

体育方法是指身体教育的方法，是指通过身体运动进行增强体质的教育方法，是应用体育运动以及全部体育手段去增强人民体质的方法。它的目的性非常明确，即在于增强人民体质。这是体育的本质属性所决定的。

就方法而言，离开它所指向的目标，只是个抽象概念。实际上，并不存在万能的方法，只有解决各种问题的具体方法。各种方法都有它的目的性，若是离开了目的，则方法的性质就改变了，就不是原来的方法了。方法是由目的决定的。方法和目的经常处在矛盾之中，为了更好更快地达到目的，必须积极改进方法。

体育方法是应用各种体育手段去增强人民体质的方法，它不同于运动教学法，也不同于身体娱乐的方法，运动教学法是学习运动的方法，体育方法是使用运动的方法，它们之间存在本质的区别。

体育方法仅就运动而言，它的内容是：负重锻炼、重复锻

炼、间歇锻炼、连续锻炼、综合锻炼、巡回锻炼等方法。

4.1 负重锻炼

在身体锻炼过程中，应用负重物进行身体运动来锻炼身体，增强体力的方法称为负重锻炼法。

负重锻炼法，既为锻炼身体增强体质所用，又为专项运动员进行身体训练所用，也为解决身体故障的康复所用。体育方法中讲述的负重锻炼，是指锻炼身体增强体质这单一方面来研究负重锻炼。一般人用以增强体质的负重锻炼，应该采用最大摄氧量和最大心输出量以下的负荷。因为过大的负荷可能给心血管和呼吸系统带来不良影响。为了保证这种锻炼方法对身体的良好作用，在炼身运动负荷价值阈范围可以多次重复或连续运动。

在现代体育方法学中是这样处方的，即以45秒钟内全力能举15—20次的重量，以其二分之一的9—10次为应用标准进行锻炼，使身体各部肌肉群交替地进行运动，隔日进行一次（每周三次）就能收到良好的锻炼效果，在应用过程中，应该按照超量负荷的规律，到一个锻炼阶段终了时要调节运动量。也可以分阶段地连续安排，按上述次数重量标准，在一定的规定时间内，反复作若干组。按全面性原则要求，也可以把负重锻炼和其他锻炼方法，配合起来应用。负重锻炼动作要简单易行，根据反复性原则，按一定的次数重量标准和运动频度去锻炼身体，去追求增强体质的良好效果。

4.2 重复锻炼

在用运动锻炼身体的过程中，以某一种身体练习，作多次动作重复来增加负荷的方法叫重复锻炼。重复次数的多少不同，对身体的作用不同，重复次数越多，身体对运动反应的负荷越大。如果重复次数不断地继续增加，可能使身体能够承受的负荷量达

到极点，乃至破坏有机体的正常状态，造成伤害。重复多少次以及如何去重复才能取得增强体质的良好效果，这是个重要的体育方法问题。每个人的体质不相同，各种运动性质作用各不相同，应有各种不同的应用方法，所以重复锻炼又是个很复杂的问题。根据现有的认识，重复锻炼的指标在负荷量，在炼身运动负荷价值阈。达到负荷价值标准，是锻炼重复次数的依据。实际上，因为各项运动的特点，各个人体质的特点，以及进行锻炼的时间特点，都不同，可能达到负荷价值标准的重复次数千差万别。只有按负荷价值标准去随时调节运动次数，在实践中只有掌握了重复次数与负荷价值阈标准的关系才能有效地去指导增强体质过程中的活动。

4.3 间歇锻炼

在用运动锻炼身体的过程中，在重复锻炼之间作短暂间歇来降低负荷的方法，叫间歇锻炼。运动是增强体质的方法，根据同化优势法则，体质内部增强的过程主要是在间歇中实现的。任何运动都是消耗体力的过程，运动是为了在休息过程中取得超量恢复。在现代科学的基础上，人类更清楚地认识到了间歇时间内有机体的各种变化，认识到了保持同化优势的重要性，因而把间歇作为一种炼身的基本方法。

间歇锻炼是与负重、重复锻炼的统一过程中存在的，离开负重、重复，就不会有间歇。

间歇锻炼，因运动、体质状况、环境条件（包括气候）不同，不可能有一个固定的间歇标准，也是要按负荷反应的情况，根据负荷价值标准去调节间歇时间。当负荷反应指标低于价值阈时，缩短间歇时间。在高于价值阈时，延长间歇时间，总之，通过适当的间歇时间，把负荷量调到价值阈中或价值阈附近，避免负荷量过大或过小，以追求良好的锻炼效果。

4.4 连续锻炼

在用运动锻炼身体的过程中，为了保持有价值的负荷而不间断地连续进行运动的方法叫连续锻炼。从增强体质的良好效果出发，连续、间歇、重复都是在统一锻炼过程中实现的。连续、间歇、重复，这些因素，它们有其各自所特有的作用。连续的作用在于持续负荷量不下降，维持在一定的水平上，使身体充分地受到运动的作用。

连续的标准，即连续多少次多少时间，要以负荷的价值阈为准矩。达不到价值阈时，要多连续，当超出时则要以间歇来调节。在实践中，要把连续与间歇，重复等方法结合起来应用。那些技术性能强难度大的动作很难用于连续锻炼的，用于连续锻炼的是那些比较容易而已被人们所熟习的动作。这些动作虽然技术性不强，但锻炼身体增强体质的意义较大，这是提高技艺的基础，也是用于连续锻炼的主要手段。在连续锻炼过程中不可能有进行技术指导时间，采用的这些动作应该是略加指点要领即可。连续锻炼需要精密的组织和指导，练习者必须了解作法的意义，如何按个人的身体情况去调节连续次数、程度和方法，有意识、有目的地去进行连续锻炼。

4.5 综合锻炼

在用运动锻炼身体的过程中，为了促进身体各部位的全面发展，而把对身体各部位有不同作用的运动项目搭配起来，形成一个可影响身体几个部位乃至全身所有部位进行运动的方法叫综合锻。综合锻炼是指综合运用各种手段的锻炼方法。

综合锻炼的根据是要促使身体的全面发展。即既要发达四肢，又要发展躯干，既要运动胸背部，又要运动腰腹部，既要锻炼四肢躯干，又要锻炼头部，要促进有机体的形态、机能、能

力的全面发展。所以要综合锻炼。综合不是负重、重复、间歇、连续等方法的综合，也不是诸多运动项目包罗无余的综合，而是根据身体全面发展的要求，为了取得全面增强体质的效果，所采用不同手段（运动项目）的综合配方，了解了综合锻炼的根据和所追求的目标，则所用手段的综合配方就有了准矩

4.6 巡回锻炼

在用运动锻炼身体的过程中，根据锻炼身体增加体质的需要，把几个乃至十几个运动项目，按连续运动方便的地点设立锻炼站，要求各人按各自的负荷指标去连续重复地进行一定次数的运动，这种方法叫巡回锻炼。这种以增强体质为目标的体育方法，对发展和提高身体能力如力量、速度和耐力，特别是综合身体能力（如力量耐力、速度耐力、速度力量等）效果显著。

巡回锻炼的手段选择和设站，是按全面发展原则要求选项设站，一般以 6 —12项设站（每次一站）为宜。其内容特点是要以简而易行，可以多次重复，各项的配备要照顾到身体全面发展的需要，如表4.1所示。

巡回锻炼可以在规定时间内巡回几个回合，各个项目之间没有休息，要连续进行。

在巡回锻炼中，各项运动都是采用比较轻度的负荷进行锻炼。根据负荷价值标准原理，一般是把运动量定为最大运动能力的二分之一，经过一段时间，随着适应程度再去适度增加运动量。巡回锻炼法创始人英国R.E.摩根（R.E.Morgan）和G.L亚当森（G.L.Adamson）在他们的著作《巡回锻炼》(Circait lraining）中用的典型巡回锻炼运动处方被世界各国所推崇，如表4.2所示。

这种形式的锻炼方案，有全面锻炼身体的运动项目的安排，有负荷价值要求的运动计量，可以查出体质增强的效果情况。表

中的W.T数字是一个人的数据。每个人都有他自己的这种数据，按自己的数据去进行锻炼。用这种运动处方进行锻炼，每周三次（隔日一次），每次锻炼时间16分钟，就可以收到良好的增强体质的效果。

表 4.1

		运动项目	效　果
六项站	1	台阶上、下	腿、全身
	2	跳起拉上	臂拉、全身
	3	仰卧起坐	腹
	4	举杠铃	臂、背
	5	支撑跳上	臂推、全身
	6	摇绳	手臂握拉
十二项站	1	台阶上、下	腿、全身
	2	立卧撑	全身
	3	悬垂屈臂	臂拉
	4	仰卧起坐	腹
	5	侧举哑铃	臂
	6	蹲跳	腿、全身
	7	提铃胸前支撑	臂、背
	8	胸前提重物	手推
	9	持哑铃膝屈伸	腿、全身
	10	推举杠铃	手臂
	11	摇绳	手臂、握拉
	12	攀上绳梯	拉、全身

表 4.2

	运　动　项　目	月　日		月　日	
		M	T	M	T
1	台阶上、下（1分）	30	15	35	17
2	立卧撑（1/2分）	24	12	28	14
3	悬垂屈臂（最高次数）	5	3	7	4
4	仰卧起坐（1分）	24	12	32	16
5	持哑铃跳（1/2分）	17	9	20	10
6	提铃胸前举（1/2分）	12	6	15	8
7	持铃蹲起（1/2分）	13	7	17	9
8	双杠支撑臂伸（最次高数）	9	5	12	6
9	摇绳（最高次数）	4	2	6	3
测验时间		18分21秒		17分23秒	
锻炼时间		16分		15分30秒	

注：M：测验的最高次数　T：锻炼次数〈1\2：M〉

参 考 文 献

[1] 李季芳 周西宽 徐永昌主编，中国古代体育史简编，人民体育出版社，1984。

[2] 体育史，全国体育学院教材委员会审定，人民体育出版社，1989。

[3] 吕彦、达海编译，外国养生保健，人民体育出版社，1988。

[4] 黄渭铭主编，高等学校体育理论，福建教育出版社，1988。

[5] 曹湘君编著，体育理论简编，教育科学出版社，1986。

[6] 中国大百科全书（体育），中国大百科全书出版社，1982。

《自然科学方法》卷术语、人名索引*

第一部

方法论原理

* 全卷按学科顺序排列；各科按正文中出现先后顺序排列；只注各科第一次出现页码。

第二部

〔一〕 系统科学方法概论

〔二〕 复杂性科学方法

第 三 部

〔一〕 数学方法概论

〔二〕 统计学数学方法

〔三〕 组合数学方法

〔四〕 模糊数学方法

〔五〕 混沌学方法

〔六〕 运筹学方法

〔七〕 对策论（博奕论）数学方法

第四部

〔一〕 自然科学方法概论

〔二〕 物理学方法论

〔三〕 化学方法论

〔四〕 天文学方法论

[五] 大气科学方法论

〔六〕 地理学方法论

〔七〕 地质学方法论

〔八〕 生物学方法论

[九] 医学方法论

[十] 体育方法论